



**HAL**  
open science

## Enrichissement d'une cinématique poutre Applications aux textiles en carbone

Hélène Moustacas, Damien Durville, Yanneck Wielhorski

► **To cite this version:**

Hélène Moustacas, Damien Durville, Yanneck Wielhorski. Enrichissement d'une cinématique poutre Applications aux textiles en carbone. 14ème Colloque National en Calcul de Structures (CSMA 2019), CSMA, LEM3, MSME, Université de Lorraine, Arts et Métiers, CNRS, May 2019, Hyères, France. hal-04824653

**HAL Id: hal-04824653**

**<https://hal.science/hal-04824653v1>**

Submitted on 7 Dec 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Enrichissement d'une cinématique poutre Applications aux textiles en carbone

H.Moustacas<sup>1,2</sup>, D.Durville<sup>2</sup>, Y.Wielhorski<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Safran Aircraft Engines, Villaroche {helene.moustacas, yanneck.wielhorski}@safrangroup.com

<sup>2</sup> MSSMat, Centrale Supélec, damien.durville@centralesupelec.com

**Résumé** — Grâce au Logiciel MULTIFIL, nous proposons dans ces recherches une modélisation et simulation de compression transverse de textile. Travaillant avec des éléments de types poutres, la possibilité de grandes déformations dans la section a été rendu possible à l'aide d'une cinématique enrichie.

**Mots clés** — textile, poutre, enrichissement cinématique.

## 1 Introduction

Les matériaux composites sont des matériaux innovants qui ont aujourd'hui gagné leur place pour des applications aéronautiques. Safran Aircraft Engines a été le premier motoriste à proposer des aubes de soufflante, en matériau composite, fabriquées à partir d'un tissu épais appelé interlock 3D injecté de résine (procédé RTM). L'utilisation de ces textiles permet de définir localement des propriétés matériaux grâce à des modifications géométriques du tissage.

L'objectif de ces travaux de recherche est de proposer un code de calcul performant qui modélise des interlocks et simule des essais mécaniques de ces textiles. Pour cela, le code éléments finis MULTIFIL est utilisé et développé. Ce logiciel est dédié à l'étude des milieux enchevêtrés (câbles, torons, ...), modélisés au moyen d'éléments poutres en grandes transformations. Un schéma de résolution implicite nous permet de connaître l'état d'équilibre de ces assemblages tout en tenant compte des interactions contact-frottement. Grâce à une cinématique enrichie à l'ordre 1, une détection automatique de contact est faite à chaque étape de calcul le long des filaments à la surface de chaque poutre.

Les simulations à l'échelle de la fibre sont impossibles à ce jour étant donné le nombre de filaments dans une mèche élémentaire (24000 fibres de carbone :  $24k$ ). L'introduction d'une échelle intermédiaire, entre la fibre et la mèche, a été proposée en 2017 [1] pour représenter un "3D angle-interlock". Les résultats satisfaisants à ce niveau sont un premier pas pour tenter la modélisation d'un textile à l'échelle mésoscopique (échelle de la mèche).

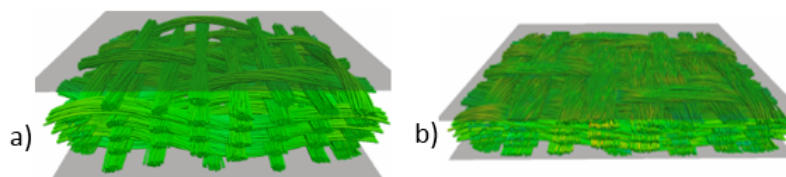


FIGURE 1 – Simulation d'une compression transverse d'une interlock 3D (configuration initiale et finale)

De nombreux modes de déformation sont identifiables dans les textiles et assemblages constitués de filaments. La déformation transverse des mèches est un mode de première ordre du fait de leur constitution. En effet, la sommation de 24000 fibres élémentaires ayant une très grande résistance en traction est au contraire très déformable dans sa section. La discontinuité de matière et la cohésion des fibres dans la section en sont les causes. Le comportement transverse des mèches sera donc tout particulièrement étudié. Une homogénéisation de comportement microscopique à l'échelle mésoscopique est l'axe principal de ces recherches. Une attention plus spécifique sera portée sur la synthèse de comportement transverse

du 24k.

Des essais expérimentaux ont été réalisés au Laboratoire Physique et Mécanique Textile de Mulhouse (LPMT). Ceux-ci ont mis en évidence le comportement transverse, fortement non linéaire, des assemblages de fibres de carbone, pouvant être décrits par une fonction exponentielle (mise en avant avec l'utilisation d'une échelle logarithmique pour le tracé des courbes expérimentales, figure droite 2).

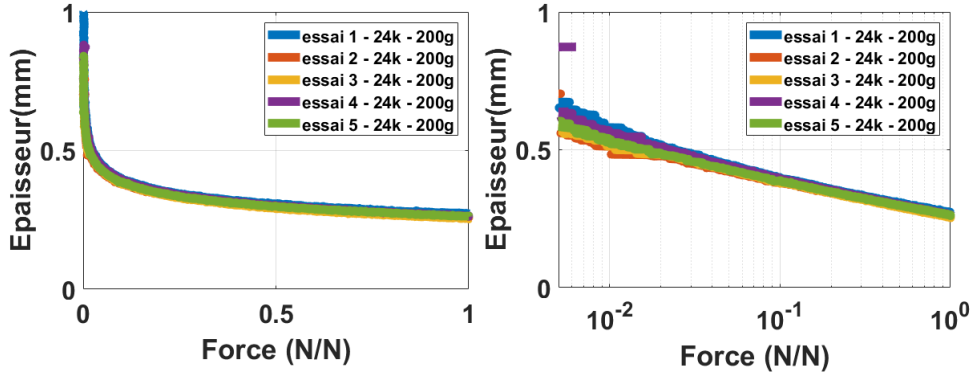


FIGURE 2 – Courbes de compaction d'une mèche de 24000 fibres (24k)

Pour tenter d'introduire ces grandes déformations transverses dans les sections de poutre, nous proposons d'augmenter les capacités de déplacement de toutes particules matérielles comprises dans ces dernières. Cela revient à travailler, dans un premier temps, avec un développement de Taylor à différents ordres pour la définition des déplacements. Dans un second temps, nous tenterons de mettre en place une loi de comportement représentative du 24k grâce à un modèle hyperélastique et une loi néo-hookéen.

## 2 Cinématique enrichie à l'ordre N

L'approche mise en place ici consiste à décrire une cinématique de poutre d'une particule dans le volume de celle-ci à l'aide de champs définis sur la fibre moyenne.

### 2.1 Configuration et cinématique de poutre

On considère que la poutre occupe un volume décrit par un cylindre droit de longueur  $L$  et de rayon  $R$ . A chaque instant, une particule  $\xi$  est repérée au moyen de ces coordonnées  $\xi_1, \xi_2$  dans la section et  $\xi_3$  le long de la ligne moyenne sur la configuration de référence. La position initiale d'une particule  $\mathbf{X}(\xi)$  est décrite au moyen des vecteurs  $\mathbf{G}_1, \mathbf{G}_2$  dans la section et la direction principale de la poutre  $\mathbf{R}$  sur la configuration initiale. La position actuelle  $\mathbf{x}(\xi)$  est décrite grâce à un développement limité de Taylor à l'ordre N. Son écriture se simplifie en utilisant une matrice  $\mathbf{x}^{p-q,q}(\xi_3, t)$ , stockant les dérivées spatiales de  $\mathbf{x}$  en fonction de son ordre de dérivation ( $p, q$ ).

$$\mathbf{X}(\xi, 0) = \mathbf{R}(\xi_3) + \xi_1 \mathbf{G}_1(\xi_3) + \xi_2 \mathbf{G}_2(\xi_3) \quad (1)$$

$$\mathbf{x}(\xi, t) = \sum_{p=0}^N \sum_{q=0}^p \xi_1^{p-q} \xi_2^q \mathbf{x}^{p-q,q}(\xi_3, t) \quad (2)$$

Le tenseur des transformations initiales  $\Phi$  permet de passer de la configuration de référence à la configuration initiale (figure 3).

$$\Phi(\xi) = \frac{d\mathbf{X}}{d\xi} = \mathbf{G}_i(\xi_3) \otimes \mathbf{e}_i + \xi_\alpha \mathbf{G}_\alpha(\xi_3) \otimes \mathbf{e}_3 \quad \forall \alpha, \beta = 1, 2 \text{ et } i = 1, 2, 3 \quad (3)$$

Le vecteur cinématique  $\mathbf{u}(\xi)$  est décrit lui aussi grâce à un développement limité à l'ordre N et se simplifie par la même méthode que les positions des particules dans la configuration actuelle. Cette écriture met en évidence i/ un tenseur  $\mathbf{U}(\xi_3)$  stockant les déplacements et ces dérivées définis sur la ligne

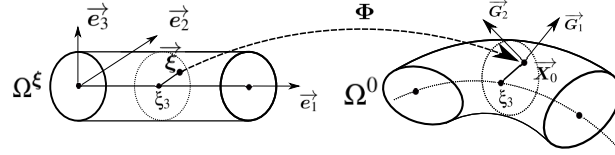


FIGURE 3 – configuration de référence, configuration initiale et tenseur des transformations initiales

moyenne pour chaque abscisse  $\xi_3$  ; ii/ des polynômes  $\Pi(\xi_1, \xi_2)$  calculés sur la configuration de référence en tout point de la section.

$$\mathbf{u}(\boldsymbol{\xi}) = \sum_{p=0}^N \sum_{q=0}^p \xi_1^{p-q} \xi_2^q \mathbf{u}_{p-q,q}(\xi_3) = \mathbf{U}(\xi_3) \Pi(\xi_1, \xi_2) \quad (4)$$

Pour chaque combinaison  $p - q, q$ , un index  $r$  est attribué et permet d'écrire les déplacements au moyen de  $N_{cine} = \frac{(N+1)(N+2)}{2}$  champs cinématiques vectoriels. Le tenseur des transformations  $\mathbf{F}$  est calculé en dérivant les déplacements par rapport à la position initiale d'une particule, faisant intervenir le tenseur de la transformation initial  $\Phi$  et une base de vecteurs covariants  $(\mathbf{G}_i, \mathbf{G}^j) = \delta^j_i$ .

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{u}(\boldsymbol{\xi})}{d\mathbf{X}} = \frac{d\mathbf{u}(\boldsymbol{\xi})}{d\boldsymbol{\xi}} \frac{d\boldsymbol{\xi}}{d\mathbf{X}} = \frac{d\mathbf{u}(\boldsymbol{\xi})}{d\boldsymbol{\xi}} \Phi(\boldsymbol{\xi})^{-1} \quad (5)$$

$$= \sum_r^{N_{cine}} \mathbf{U}_r \partial_\alpha \Pi^r \otimes \mathbf{G}^\alpha + \mathbf{U}'_r \Pi^r \otimes \mathbf{G}^3 \quad \forall \alpha, \beta = 1, 2 \quad (6)$$

Pour tout  $\alpha, \beta = 1, 2$ , le tenseur des dilatations de Green-Lagrange est obtenu à partir du tenseur des déformations de Cauchy-Green droit  $\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F}$

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \frac{1}{2} \left( \left( \frac{d\mathbf{u}(\boldsymbol{\xi})}{d\mathbf{X}} \right)^T + \frac{d\mathbf{u}(\boldsymbol{\xi})}{d\mathbf{X}} + \left( \frac{d\mathbf{u}(\boldsymbol{\xi})}{d\mathbf{X}} \right)^T \frac{d\mathbf{u}(\boldsymbol{\xi})}{d\mathbf{X}} \right) = \frac{1}{2} (\mathbf{F}^T \mathbf{F} - \mathbf{1}) \\ &= \sum_r^{N_{cine}} \partial_\alpha \Pi^r (\mathbf{U}_r, \mathbf{e}_i) (\mathbf{e}_i \otimes_s \mathbf{G}^\alpha) + \Pi^r (\mathbf{U}'_r, \mathbf{e}_3) (\mathbf{e}_3 \otimes_s \mathbf{G}^3) \\ &+ \sum_r^{N_{cine}} \sum_s^{N_{cine}} (1/2 \partial_\alpha \Pi^r \partial_\beta \Pi^s (\mathbf{G}^\alpha, \mathbf{G}^\beta) (\mathbf{U}_r \otimes \mathbf{U}_s) \\ &+ 1/2 \partial_\alpha \Pi^r \Pi^s (\mathbf{G}^\alpha, \mathbf{G}^3) (\mathbf{U}_r \otimes \mathbf{U}'_s) \\ &+ 1/2 \Pi^r \partial_\beta \Pi^s (\mathbf{G}^3, \mathbf{G}^\beta) (\mathbf{U}'_r \otimes \mathbf{U}_s) \\ &+ 1/2 \Pi^r \Pi^s (\mathbf{G}^3, \mathbf{G}^3) (\mathbf{U}'_r \otimes \mathbf{U}'_s)) \\ &= \mathbf{B}\mathbf{U} + \frac{1}{2} \mathbf{U}' \mathbf{Q} \mathbf{U} \end{aligned} \quad (7)$$

La forme de l'expression des dilatations  $\mathbf{E}$  nous a permis d'identifier deux opérateurs de calcul, l'un linéaire  $\mathbf{B}$ , l'autre quadratique  $\mathbf{Q}$ , calculés sur la configuration initiale et de référence.

## 2.2 Principe des travaux virtuels

Le problème d'équilibre de l'ensemble des poutres est posé sous la forme du principe des travaux virtuels suivant :

Trouver  $\mathbf{u}$  cinématiquement admissible tel que pour tout  $\mathbf{v}$  cinématiquement admissible :

$$\begin{aligned} &\underbrace{\sum_{i=1}^N \sum_{j=i+1}^N \int_{\Gamma_c^{i,j}} \mathbf{R}_{i \rightarrow j}(\boldsymbol{\xi}^{(i)}, t) \cdot (\mathbf{v}(\boldsymbol{\xi}^{(i)}) - \mathbf{v}(\boldsymbol{\xi}^{(j)})) d\gamma}_{\text{travail virtuel des interactions contact-frottement}} \\ &+ \underbrace{\sum_{i=1}^N \int_{\Omega_0^i} \text{Tr} \left( \mathbf{S}(\mathbf{u}) \frac{d\mathbf{E}}{d\mathbf{u}} \cdot \mathbf{v} \right) d\omega}_{\text{travail des efforts internes}} = \underbrace{\sum_{i=1}^N \int_{\Gamma_{f,0}^i} \mathbf{f} \cdot \mathbf{v} d\gamma}_{\text{travail des forces externes}} \end{aligned} \quad (8)$$

Nous supposons que les interactions de contact-frottement ne se produisent qu’au sein de couples de particules matérielles( $\xi^{(i)}$  et  $\xi^{(j)}$ ) appartenant à ce domaine  $\Gamma_c^{i,j}$  à un instant  $t$ . Le contact entre ces deux particules en interaction génère deux forces opposées  $\mathbf{R}_{i \rightarrow j}(\xi^{(i)}, t)$  \*\*\*\*\*.

Dans cette formulation lagrangienne, le travail des forces internes est exprimé sur la configuration initiale à l’aide du second tenseur de Piola-Kirchhoff  $\mathbf{S}(\mathbf{u})$  et du tenseur de Green-Lagrange  $\mathbf{E}$ .

### 2.3 Discrétisation éléments finis

L’introduction de la méthode des éléments finis conduit à approcher les champs de déplacements solutions et virtuels  $\mathbf{u}$  et  $\mathbf{v}$  par des champs notés  $\mathbf{u}_h$  et  $\mathbf{v}_h$  correspondant aux solutions sur un champ discrétisé par une interpolation. L’approximation du travail virtuelle interne à partir de ces champs interpolés  $W_{int,I}(\mathbf{u}_h, \mathbf{v}_h)$  est décomposée en somme de travaux virtuels sur chacun des éléments finis  $E$ . Les travaux élémentaires virtuels sont calculés sur la configuration de référence supposée droite.\*\*\*\*\* Le travail élémentaire  $\omega_{int}^{rs}$  interne est calculé sur la ligne moyenne de la poutre  $I$ . En mettant en place une méthode de quadrature de Gauss, on peut calculer l’énergie élémentaire en chaque points de Gauss. De plus, une intégration numérique sur la section de la poutre sur l’élément de référence en ce même point permet d’évaluer l’énergie interne totale de la poutre considérée.

$$W_{int,I}(\mathbf{u}_h, \mathbf{v}_h) = \sum_{i=1}^{N_E} \int_{S_E^\xi} Tr \left( \mathbf{S}(\mathbf{u}_h) \frac{d\mathbf{E}(\mathbf{u}_h)}{d\mathbf{u}_h} . \mathbf{v}_h \right) det(\Phi) d\omega_E^\xi \quad (9)$$

$$= \sum_{i=1}^{N_E} \sum_{G=1}^{N_G} p_G \left( \int_{S_E^\xi} d\xi_1 d\xi_2 \right) \omega_{int}^{rs}(\xi_G) J_0(\xi_G) d\xi_G \quad (10)$$

### 2.4 Écrasements de macro-filament à différents ordres

Les deux figures suivantes illustrent l’utilisation de la cinématique enrichie à différents ordres de développement. La première image représente les différents états écrasés des poutres entre deux plans parallèles. On notera l’indifférence de résultats entre l’ordre 1 et l’ordre 2 et l’intérêt des ordres supérieurs pour observer des aplatissements de section. La seconde image représente les différents états d’écrasement des poutres entre 3 plans. Dans cette configuration, nous désirions voir si il y existait des différences géométriques sous sollicitation non symétrique. En effet, les déformées d’ordre 1 et 2 sont dans cette situation non superposables et chaque ordre ajoute des informations supplémentaires à la déformée.

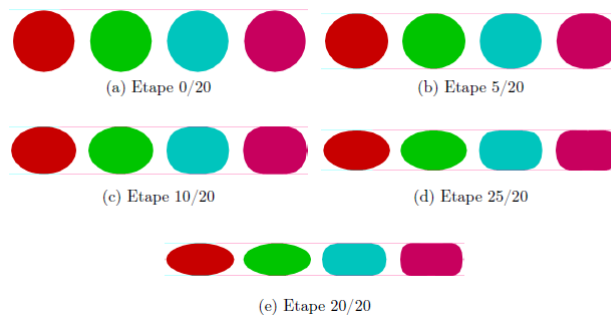


FIGURE 4 – Écrasement de macrofilaments à différents ordres, rouge : 1, vert : 2, bleu :3, rose :4

Pour la suite, nous fixerons l’ordre du développement cinématique à 3.

## 3 Détections et interactions contacts-frottements

Nous nous intéressons à des assemblages où chaque poutre peut être en contact avec ses voisins. Les zones de contacts peuvent être très variées selon l’orientation de la fibres moyenne. Une zone de contact peut s’étendre de façon continue sur certaines fibres si celles-ci sont parallèles. D’autres zones peuvent être ponctuelles si les directions principales des deux poutres considérées sont orthogonales.

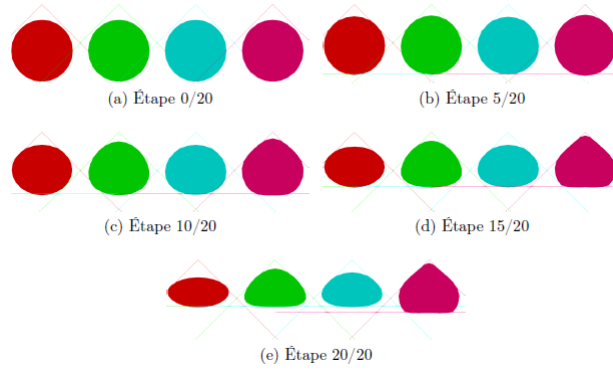


FIGURE 5 – Écrasement de macrofilaments à différents ordres, rouge : 1, vert : 2, bleu :3, rose :4

Nous cherchons une méthode qui permet de détecter les possibilités de mise en contact des peaux de poutre. Cette méthode devra s'adapter automatiquement à la configuration de contact et comprendre des interactions de contact-frottement.

### 3.1 Détection de contact

Nous cherchons un modèle de détection de contact linéique, compte tenu du caractère élancé des poutres. La nécessité de connaître localement la description du contact à moindre coût nous pousse à choisir un élément discret reliant deux particules des deux poutres potentiellement en contact. La question de la forme de l'élément de contact se pose à présent. Au lieu de projeter une particule en peaux de poutre  $I$  sur la poutre  $J$ , nous choisissons de déterminer une géométrie intermédiaire calculée grâce à la moyenne des positions des lignes moyennes des poutres. Nous projetons ensuite un point de cette géométrie à la surface des poutres selon une normale de contact.

Pour commencer, les zones de proximité sont identifiées en balayant les lignes moyennes de toutes les poutres préalablement discrétisées. Grâce à un critère de distance, ces zones seront créées si un nœud sur la poutre  $I$  et un nœud sur la poutre  $j$  sont suffisamment proche.

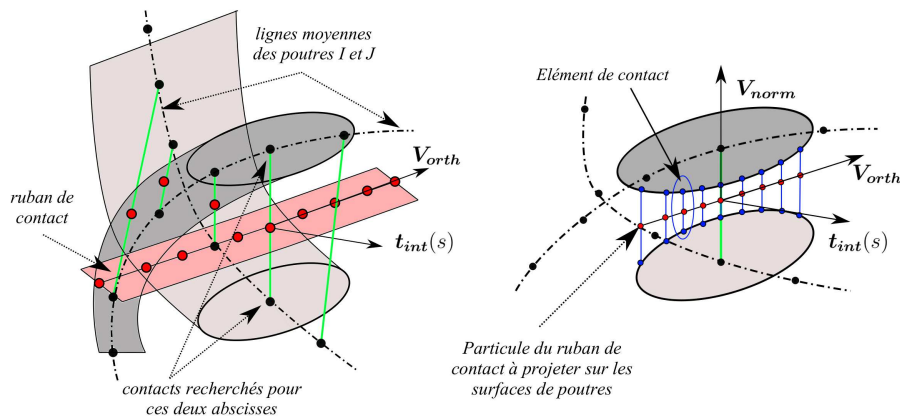


FIGURE 6 – Zone de contact et géométrie intermédiaire (Gauche) et Projection de la géométrie intermédiaires aux peaux des poutres et éléments de contact (droite)

La difficulté supplémentaire de notre étude est la grande déformabilité des poutres. En effet, en enrichissant la cinématique, nos sections de poutres ont la possibilité de s'aplatir ce qui provoque des contacts surfaciques. Pour tenir compte de ces nouvelles aires de contact, notre ligne géométrique intermédiaire devient un ruban discret orienté dans la direction orthogonale  $V_{orth}$ . Puis de façon automatique, des points du ruban sont projetés sur les peaux de poutres (fig. 6, gauche).

Grâce à un algorithme de Newton, la position des particules potentiellement en contact est calculée en projetant les points du ruban sur la surface de poutre selon la direction normale de contact  $V_{norm}$

(fig. 6, droite). Un élément de contact  $E_c^{I,J}$  sera créée si la condition cinématique de contact est atteinte (équation 11).

$$E_c^{I,J} = (\xi^I, \xi^J) \text{ si et seulement si } \text{gap}(\mathbf{x}(\xi^I) - \mathbf{x}(\xi^J) \cdot \mathbf{V}_{norm}) \leq 0 \quad (11)$$

### 3.2 Modèle de contact et de frottement

Le contact est calculé par une méthode de pénalisation régularisée grâce à la détermination du *gap* (condition cinématique essentielle). De plus, une régularisation quadratique est effectuée pour des petites pénétrations. Habituellement, les efforts normaux sont proportionnels à la profondeur de pénétration. Pour stabiliser les algorithmes de résolution du contact, les efforts normaux à la direction de contact sont calculés selon leur profondeur de pénétration. Une distance  $p_{reg}$  fixe la profondeur de pénalisation pour les petites pénétrations (pénalisation quadratique). Pour les pénétrations inférieures au seuil, les réactions de contact sont calculées de façon linéaire.

$$\text{si } \text{gap} > 0, \quad \mathbf{R}_n^{i,j} = 0 \quad (12)$$

$$\text{si } -p_{reg} < \text{gap} < 0, \quad \mathbf{R}_n^{i,j} = \frac{k^c}{2p_{reg}} \text{gap}^2 \quad (13)$$

$$\text{si } \text{gap} < -p_{reg}, \quad \mathbf{R}_n^{i,j} = k^c \left( \text{gap} + \frac{p_{reg}}{2} \right) \quad (14)$$

La régularisation quadratique stabilise la convergence du calcul du contact en maintenant la continuité de la dérivée de la fonction d'origine. De plus, l'ajustement du coefficient de pénalisation  $k^c$  se fait par zone de proximité. Cela permet d'adapter la pénalisation aux efforts de contacts variables, d'un endroit à un autre. Un effort tangentiel  $\mathbf{R}_t^{i,j}$  régularisé autorise un déplacement réversible jusqu'à l'apparition d'un glissement. Il est déterminé grâce à une loi de Coulomb jusqu'au seuil de glissement. Les figures suivantes illustrent les développements effectués pour cette nouvelle détection du contact.

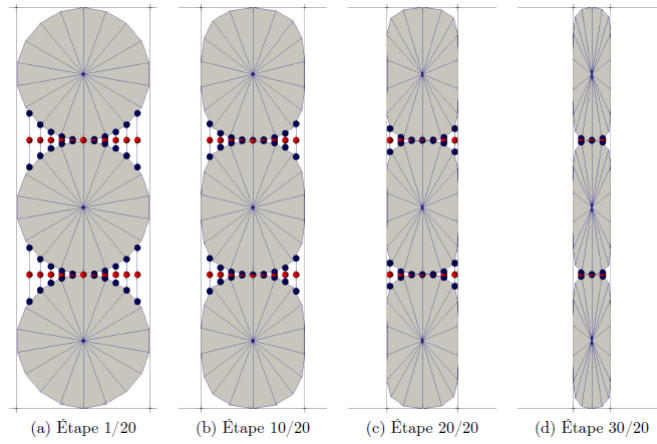


FIGURE 7 – Représentation des éléments de contact (bleu) issu de la projection des nœuds du ruban (rouge)

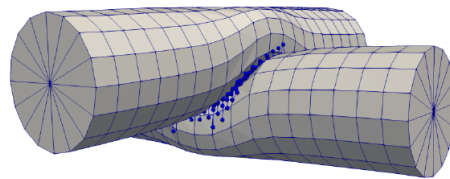


FIGURE 8 – Écrasement de deux poutres orthogonales

## 4 Mise en place d'une loi de comportement de la mèche en compression transverse

L'identification du comportement transverse a été réalisée grâce aux courbes expérimentales du LPMT. Un fitting des courbes nous donne une fonction exponentielle permettant de reproduire ces efforts en fonction d'une dilatation transverse. Avant d'identifier une énergie de déformation, nous devons connaître le comportement global de la matière.

### 4.1 Modèle de Saint Venant

Une loi isotrope est historiquement codée dans MULTIFIL. A partir du coefficient de Poisson  $\nu$  et du module d'Young  $\mathbb{E}$ , les contraintes de Piola-Kirchhoff sont calculées grâce à une loi de Saint-Venant.

$$\mathbf{S}^{SV}(\mathbf{E}) = \frac{\nu\mathbb{E}}{(1+\nu)(1-2\nu)}tr(\mathbf{E}) + \frac{\mathbb{E}}{1+\nu}\mathbf{E} \quad (15)$$

Les paramètres matériaux étant identifiés sur le composant initiale, la fibre de carbone, un coefficient réducteur corrige la rigidité de flexion de chaque poutre ( $C_{flex} = \frac{\text{nombre de macrofilament}}{\text{nombre de fibre}}$ ). En première approximation sur le comportement des mèches en fibres de carbone, nous testons une loi isotrope transverse de type Saint-Venant [2] sans couplage entre le comportement longitudinal et celui dans la section. La poutre est orientée dans la direction  $e_3$  et la section dans les directions  $e_1, e_2$ .

$$\nu_{TL} = \nu_{13} = \nu_{31} = \nu_{23} = \nu_{32} = \nu_{LT} = 0 \quad \nu_{12} = \nu_T = 0,3 \quad (16)$$

$$\mathbb{E}_3 = \mathbb{E}_L = 250GPa \quad \mathbb{E}_1 = \mathbb{E}_2 = \mathbb{E}_T = 0.025MPa \quad (17)$$

Il n'existe malheureusement pas de contrôle volumique du comportement des lois de type Saint-Venant. Chaque élément est compressible et des déterminants d'éléments peuvent être négatifs. C'est ce que nous observons lors de nos écrasements. La compression transverse entraîne l'aplatissement des éléments en contact avec les plans puis des retournements de ces mêmes éléments. Les courbes de compaction sont inutilisables dans cette situation.

### 4.2 Hyperélasticité et modèle Néo-Hookéen

Désormais, nous cherchons à mettre en place un modèle hyperélastique avec une loi néo-hookéen compressible. Grâce au modèle hyperélastique, les contraintes de Piola-Kirchhoff  $\mathbf{S}$  dérivent directement d'une énergie de dilatation de Green-Lagrange  $\mathbf{E}$  ou d'un tenseur de Cauchy-Green droit  $\mathbf{C}$  [3].

$$\mathbf{S} = \frac{\partial\omega(\mathbf{E})}{\partial\mathbf{E}} = 2\frac{\partial\omega(\mathbf{C})}{\partial\mathbf{C}} \quad (18)$$

Une fonction d'énergie de dilatation  $\omega(\mathbf{C})$  est décrite au moyen des invariants  $I_1, I_2, I_3$  définis grâce à  $\mathbf{C}$ . Ils traduisent respectivement des variations linéiques, surfaciques et volumiques du matériau[4].

$$\omega(\mathbf{C}) = \omega(I_1, I_2, I_3) \quad (19)$$

$$I_1 = tr(\mathbf{C}) \quad I_2 = \frac{1}{2}(tr(\mathbf{C})^2 - tr(\mathbf{C}^2)) \quad I_3 = det(\mathbf{C}) = J^2 \quad (20)$$

L'équation suivante décrit la définition d'une l'énergie Néo-Hookéen compressible. Grâce à l'invariant  $I_1$  (trace de la matrice de  $\mathbf{C}$ ) et  $J$  (déterminant de la matrice  $\mathbf{F}$ ), les déformations dans la section se font grâce à un contrôle linéique et volumique.

$$\omega^{NH} = \frac{1}{2}\mu^{NH}(I_1 - 3) - \mu^{NH}ln(J) + \frac{1}{2}\lambda^{NH}(J - 1)^2 \quad (21)$$

Mais lors d'une compression de mèche composée de fibre de carbone, aucun allongement dans la direction principale ( $e_3$ ) n'est observé. Cette fois ci, à cause de l'invariant  $I_1$  on observe un allongement significatif dans la direction  $e_3$ . Pour y remédier et tenter de découpler les phénomènes dans la section et le long de la ligne moyenne, nous évaluons une nouvelle énergie Néo-Hookéen totalement plane. En travaillant avec des paramètres longitudinaux et transverses aux grandeurs différentes, l'énergie issue d'un Saint-Venant isotrope-transverse est quasiment unidirectionnelle. L'énergie du Néo-Hookéen 3D dans le plan de la section (transverse) est faible puisqu'elle est très déformable en travaillant avec des paramètres de Lamé correspondant au champ applicatif.



### 4.3 Énergie de compression transverse

Il reste maintenant à traduire l'évolution des efforts en fonction de l'épaisseur ou l'évolution de la contrainte en fonction de la dilatation. Pour cela, nous nous inspirons de la littérature biomécanique filamentaire [5] : les contraintes liées à la compression transverse seront unidirectionnelles (vecteurs direction dans la section :  $\mathbf{g}_1$  et  $\mathbf{g}_2$ ) et décrites au moyen d'une fonction exponentielle. Avec un fitting des courbes expérimentales, les paramètres  $k_1, k_2, k_3, k_4$  sont aisément identifiables.

$$\mathbf{s}^{comp}(\mathbf{C}) = k_1(\mathbf{g}_1 \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{g}_1 - 1)(e^{k_2(\mathbf{g}_1 \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{g}_1 - 1)^2} - 1)\mathbf{g}_1 \otimes \mathbf{g}_1 \quad (22)$$

$$+ k_3(\mathbf{g}_2 \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{g}_2 - 1)(e^{k_4(\mathbf{g}_2 \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{g}_2 - 1)^2} - 1)\mathbf{g}_2 \otimes \mathbf{g}_2 \quad (23)$$

## 5 Conclusion

L'utilisation d'une cinématique de poutre a su montrer son efficacité pour représenter des déformées de poutres écrasées. De plus la superposition des lois de type Saint-Venant, Néo-Hookéen bi-dimensionnelle et l'ajout d'une énergie hyperélastique de compression transverse permettent de reproduire les déformations et contraintes actives dans ces simulations. Les six paramètres matériaux sont à déterminer pour reproduire le comportement transverse d'une mèche de carbone :  $\mathbb{E}, \nu, \lambda^{NH}, \mu^{NH}, k_1$  et  $k_2$ .

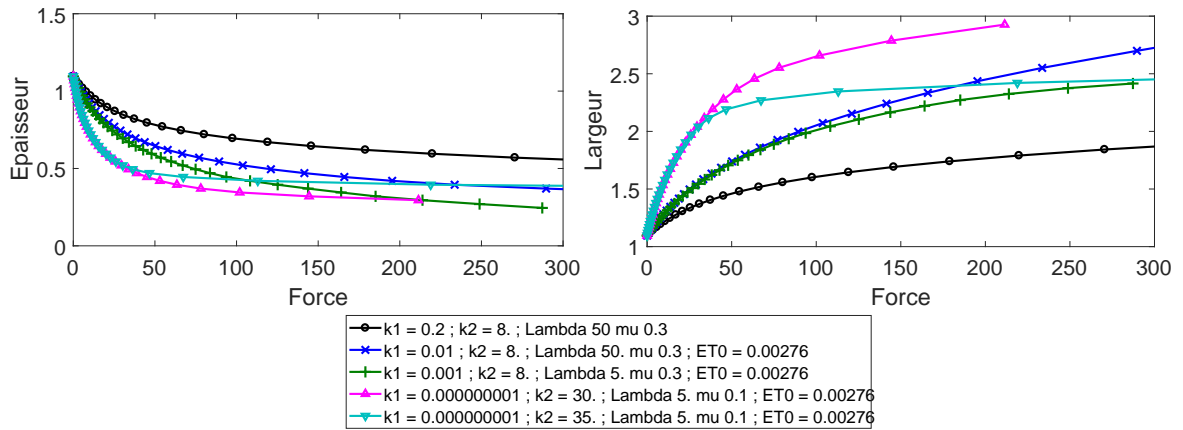


FIGURE 9 – Courbes de compaction : Évolution de l'épaisseur et de la largeur - variation des paramètres mécaniques

## Références

- [1] D.Durville, I. Baydoun, H. Moustacas, G.Périé, Y. Wielhorski *Determining the initial configuration and characterizing the mechanical properties of 3D angle-interlock fabrics using finite element simulation*, International Journal of Solids and Structures, volume 154, pages 97-103, 2017
- [2] J.Bonnet, A.J.Burton, *A simple orthotropic, transversely isotropic hyperelastic constitutive equation for large strain computations*, Computers Methods in Applied Mechanics and engineering, , volume 162, pages 151-164, 1998
- [3] A.Charmetant, E. Vidal-Sallé, P. Boisse, *Hyperelastic modelling for mesoscopic analyses of composite reinforcements*, Composite Science and technology, volume 71, pages 1623-1631, 2011
- [4] M. Itskov, N. Aksel, *A class of orthotropic and transversely isotropic hyperelastic constitutive models based on a polyconvex strain energy function*, International Journal of Solids and Structures, volume 41, pages 3833-3848, 2004
- [5] Gerhard A. Holzapfel, Thomas C. Gasser et Ray W. Ogden, *A new Constitutive Framework for Arterial Wall Mechanics and a Comparative Study of Material Models*, Kluwer Academic Publishers, pages 1-48 ,2004