



HAL
open science

Simulation du gonflement des ballons stratosphériques

Hugo Le Meitour, Gérard Rio, Hervé Laurent, Anne-Sophie Lectez, Pascale Guigue, Mathieu Gouazé, Franck Petitjean

► **To cite this version:**

Hugo Le Meitour, Gérard Rio, Hervé Laurent, Anne-Sophie Lectez, Pascale Guigue, et al.. Simulation du gonflement des ballons stratosphériques. 14ème Colloque National en Calcul de Structures (CSMA 2019), CSMA, LEM3, MSME, Université de Lorraine, Arts et Métiers, CNRS, May 2019, Hyères, France. hal-04824642

HAL Id: hal-04824642

<https://hal.science/hal-04824642v1>

Submitted on 7 Dec 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Simulation du gonflement des ballons stratosphériques

H. Le Meitour¹, G. Rio¹, H. Laurent¹, A. Lectez², P. Guigue², M. Gouazé³, F. Petitjean⁴

¹ Univ. Bretagne Sud, UMR CNRS 6027, IRDL, F-56100 Lorient, France {hugo.le-meitour,gerard.rio,herve.laurent}@univ-ubs.fr

² CNES, Sous-Direction Ballons - Service Véhicules porteurs, F-31401 Toulouse, France {Anne-Sophie.Lectez,Pascale.Guigue}@cnes.fr

³ Airstar-Aerospace, F-31450 Ayguesvives, France, m.gouaze@airstar-aerospace.com

⁴ RTIME, 6, résidence Chataigniers - 09000 Vernajoul, France, frank.petitjean@rtime.fr

Résumé — La problématique du gonflement des ballons stratosphériques et de leur tenue en vol est complexe car elle associe plusieurs non-linéarités (matérielle, géométrique et chargement) et des phénomènes d'instabilités tels que les plis. La méthode de calcul par relaxation dynamique permet d'obtenir rapidement la forme d'une structure gonflée. Néanmoins, avec cette méthode, l'équilibrage des contraintes internes est très lent et plus particulièrement si des lois de comportement de type élasto-visco-plastique sont utilisées. L'objectif de cet article est de présenter tout d'abord une nouvelle méthode de prise en compte des plis. Une nouvelle méthode de relaxation dynamique permettant le passage entre les algorithmes de résolution par amortissement visqueux et par amortissement cinétique est ensuite décrite pour modéliser le gonflement des ballons. L'intérêt de ces méthodes sera montré sur le gonflement d'un coussin carré avec une loi élastique.

Mots clés — Structures membranaires, Modélisation des plis, Relaxation dynamique, Stabilisation.

1 Contexte des travaux

Le CNES travaille depuis plusieurs années à l'élaboration de modèles mécaniques prédictifs dans l'objectif d'améliorer les performances des enveloppes de ballons stratosphériques et à garantir leur fiabilité. Ces structures gonflées sont utilisées pour transporter du matériel scientifique en altitude (jusqu'à 45km), avec des vols de quelques heures à plusieurs mois et une charge utile de quelques kilos à plusieurs tonnes. Compte tenu des très grandes dimensions des ballons (jusqu'à 180 m de hauteur) et de la souplesse des matériaux constitutifs des enveloppes (épaisseur de l'ordre de quelques dizaines de μm), le problème du dimensionnement mécanique des ballons est complexe.

Les différentes phases de la vie d'un ballon lors d'une mission sont successivement une phase de gonflement (Figure 1), une phase de largage, une phase d'ascension et une phase de maintien à l'altitude d'équilibre. Lors de ces missions, la température et la pression vont évoluer en fonction de l'altitude du ballon (Figure 2). Ces variations ont un impact direct sur le volume, la forme du ballon et la pression dans le ballon. D'autre part, les matériaux utilisés pour les ballons stratosphériques sont fortement dépendants de la vitesse de déformation et de la température, c'est pourquoi ces films sont souvent modélisés avec des lois de type viscoélastique[1]. Le but est donc de dimensionner les ballons dans la partie irréversible de leur comportement en prenant en compte la partie résiduelle qui peut s'accumuler lors des différents cycles thermo-mécaniques vus par le matériau lors des phases jour/nuit. Ainsi, le calcul des ballons met en jeu de nombreuses non-linéarités : géométrique, matérielle et dans le chargement, ainsi que d'autres phénomènes complexes comme l'apparition de plis (phénomène de flambement local), comme représenté par exemple sur la Figure 1, sur un ballon stratosphérique ouvert (BSO).

Du point de vue numérique, la modélisation de ces différentes phases de la vie des ballons peut se diviser en deux étapes :

- 1- la recherche d'une forme et d'un équilibre globale nécessaire au pilotage du chargement sur les ballons avec la modélisation de la présence de plis,
- 2- la résolution d'un équilibre local qui met en jeu des lois de comportements complexes pour lesquelles les répercussions de la présence de plis doivent être prises en compte.

Les méthodes numériques nécessaires pour ces différentes étapes de résolutions sont présentées dans la suite.



FIGURE 1 – Visualisation du phénomène de plis sur un BSO avant le largage.

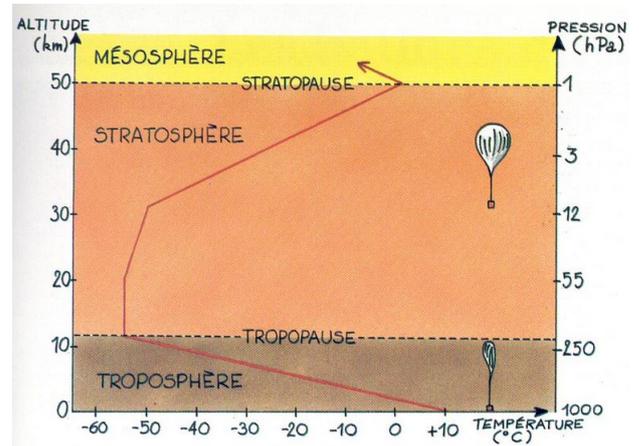


FIGURE 2 – Évolution de la température et de la pression atmosphérique en fonction de l'altitude (source : CNES).

2 La modélisation des plis

L'apparition de plis entraîne localement une absence de rigidité dans la direction normale aux plis. Il y a donc brutalement un changement radical du comportement macroscopique de la structure qui passe localement d'un comportement biaxial à un comportement uniaxial dans la direction du pli, et ce, sans changement intrinsèque du comportement du matériau puisqu'il s'agit uniquement d'un effet structurel, mais à un niveau très local. Du point de vue numérique, cette perte de rigidité entraîne de fortes instabilités.

Deux approches sont actuellement utilisées pour prendre en compte ce phénomène. La première consiste à utiliser des éléments coques afin de modéliser la forme des plis grâce à leur raideur en flexion. Cette technique a été utilisée pour différents cas de sollicitations et matériaux [2, 3]. Mais, elle s'avère très coûteuse en temps de calcul car l'apparition et la forme des plis sont dépendantes de la finesse du maillage [4]. La seconde approche consiste à chercher à modifier la loi de comportement de manière à obtenir une réponse dans le plan de la membrane qui respecte le comportement physique observé à savoir : pas de contrainte de compression possible [5]. Dans ce cas, on ne cherche plus à modéliser la forme des plis (il n'y a pas d'apparition d'ondulation hors plan), mais l'objectif est de tenir compte de la conséquence de la présence des plis sur l'équilibre mécanique de la membrane. Dans le cas de la simulation d'une structure membranaire de taille conséquente par rapport à l'épaisseur de la membrane, cette approche permet d'avoir des résultats avec un temps de calcul nettement réduit par rapport à l'utilisation d'éléments coques. De plus, les résultats obtenus présentent une dépendance ordinaire à la finesse du maillage (celle relative à la précision du calcul des contraintes locales). Cependant, ces approches se restreignent souvent à des calculs en élasticité linéaire [6].

Dans ce contexte, de nouvelles méthodes ont été implémentées dans le code de calcul Herezh++ [7, 8] pour permettre de prendre en compte la présence de plis dans des structures membranaires. L'avantage des méthodes proposées est de pouvoir intégrer un comportement quelconque (élastique non-linéaire, élasto-plastique, etc).

Schématiquement, les ingrédients des méthodes proposées sont :

1. **Calcul de l'état de Contrainte Plane (CP)** : on considère un matériau dont le comportement 3D est connu. L'état de CP dans la direction 3 (la membrane étant dans le plan (1,2)) est simulé en imposant la condition $\sigma^{33}(\epsilon_{33}) = 0$ à l'aide d'un algorithme de Newton interne à la loi (σ^{33} et ϵ_{33} étant la contrainte et la déformation dans la direction 3 de la membrane). Ceci permet d'obtenir un état de CP pour une loi 3D quelconque, pour laquelle est connue le calcul des contraintes 3D : $\sigma^{ij}(\epsilon_{kl})$, et celui de l'opérateur tangent : $\frac{\partial \sigma^{ij}}{\partial \epsilon_{kl}}$.
2. **Comportement de la membrane avec la prise en compte des plis** : la détection de l'apparition de plis s'effectue à l'aide d'un critère mixte classique [9] qui conduit à considérer trois cas :
 - a) tension dans toutes les directions : le comportement CP s'applique,

- b) relâchement dans toutes les directions : le tenseur des contraintes est mis à 0,
- c) tension dans une direction \vec{v}_1 et pli dans la direction \vec{v}_2 : on considère la déformation ϵ_{v_1} calculée dans la direction \vec{v}_1 à partir de la cinématique de la membrane. Les deux relations $\sigma_{v_\alpha v_\alpha}(\epsilon_{v_2}, \epsilon_{v_3}) = 0$ avec $\alpha = 2, 3$ sont alors utilisées pour estimer les inconnues du problème c'est-à-dire la contrainte $\sigma_{v_1 v_1}$ et les déformations transversales $\epsilon_{v_2}, \epsilon_{v_3}$, ceci à partir de la loi 3D et d'une méthode de Newton interne à la loi. Ce comportement de contrainte plane double est noté CP2.

L'ensemble du modèle plis est noté CP-CP2.

3 Nouvelles méthodes pour la simulation du gonflement de structures membranaires

La complexité du dimensionnement mécanique des ballons est en particulier due à l'absence de rigidité en flexion des membranes et à l'apparition de plis sur la surface de l'enveloppe. Lors d'une recherche d'équilibre avec un algorithme de type Newton, on obtient ainsi une matrice de raideur singulière. Différentes techniques sont classiquement utilisées pour lever cette singularité comme l'utilisation d'une viscosité numérique [10]. Avec une approche implicite, ce type de méthode peine à décrire efficacement les phases de déploiement lors du gonflage des structures. À l'inverse, les méthodes explicites sont performantes pour ces phases de grands déplacements. Elles nécessitent, par contre, un grand nombre de pas de calcul et l'équilibrage final de la structure est souvent très long à obtenir. Dans ce contexte, nous avons opté pour une méthode de relaxation dynamique (RD) [11, 12] qui permet de conserver à la fois les avantages de l'approche explicite tout en minimisant ses limitations.

3.1 La relaxation dynamique avec amortissement mixte

Suite à de précédents travaux [13, 14], une méthode de relaxation dynamique originale est utilisée ici pour les problèmes de recherche de forme de structure gonflable. L'idée principale des méthodes RD est qu'une solution statique correspond au cas limite d'un système dynamique amorti. On cherche alors à obtenir une solution statique en utilisant l'équation fondamentale de la dynamique (1) au lieu du principe fondamental de la statique. La matrice masse n'intervenant que pendant la phase transitoire, l'idée est de remplacer sa valeur réelle par une valeur fictive $[M']$ optimisée vis-à-vis de la condition de stabilité C-F-L.

$$[M'][\ddot{X}] + [C][\dot{X}] + R(X) = 0 \quad (1)$$

Avec $[C]$, la matrice d'amortissement visqueuse, $[\ddot{X}]$, $[\dot{X}]$ et X respectivement le vecteur accélération, vitesse et position aux noeuds et $R(X)$ représente le résidu des forces internes et externes. À convergence les noeuds ont tendance à osciller autour de la position d'équilibre. L'introduction d'un amortissement permet alors de se rapprocher de la position d'équilibre statique. Actuellement, nous utilisons les amortissements cinétique et visqueux. Ces deux types d'amortissements agissent de manière très différente pour stabiliser la structure.

Dans le cas d'un amortissement cinétique, on considère un mouvement "non amorti" $[C] = 0$ et on s'intéresse à l'énergie cinétique. Dans le cas d'un système conservatif, l'énergie cinétique passe par un maximum lorsque l'énergie potentielle passe par un minimum. Or, un minimum d'énergie potentielle définit un état proche de l'état d'équilibre. À chaque pic d'énergie cinétique, les vitesses sont réinitialisées à zéro et le calcul est relancé à partir de la position courante. Ce processus, qui consiste donc à figer l'état géométrique à chaque pic d'énergie cinétique, tend alors à amortir les oscillations. Il est répété jusqu'à l'équilibre statique. Le déroulement du processus est piloté par un temps fictif dont l'incrément est arbitrairement fixé à 1. La matrice de masse fictive est alors dimensionnée pour satisfaire au plus près la condition de stabilité. On utilise pour cela une matrice masse calculée à partir de la matrice de raideur effective et en utilisant le théorème de Gershgorin. La matrice masse n'est mise à jour qu'à des instants particuliers : début du calcul et éventuellement après un amortissement ce qui limite le temps de son calcul.

L'amortissement visqueux consiste à introduire une viscosité numérique calibrée pour approcher l'amortissement critique de la structure. Contrairement à la première technique, il ne s'agit plus ici de favoriser les mouvements les plus rapides, mais de suivre une cinétique qui minimise les oscillations de manière à tendre rapidement vers la solution stable.

Au vu des résultats obtenus sur plusieurs calculs de structures membranaires [15], l'amortissement cinétique semble plus performant pour les grands déplacements (déploiement de ballons par exemple) alors que l'amortissement visqueux semble plus performant pour équilibrer les contraintes notamment pour des lois incrémentales. L'avantage du logiciel Herezh est de pouvoir utiliser un amortissement dit mixte qui correspond à la combinaison des deux amortissements précédemment décrits. L'idée ici est de combiner les atouts des deux amortissements en commençant le calcul avec l'amortissement cinétique et de basculer ensuite sur un amortissement visqueux afin d'éviter les pics résiduels d'énergie cinétique qui peuvent être présents à la fin du calcul et ainsi converger plus rapidement vers une solution quasi-statique. La précision ϵ_{RD} du critère de convergence utilisé dans les calculs de relaxation dynamique est évaluée par l'expression suivante :

$$\max\left(\frac{\|R\acute{e}s\acute{i}d\acute{u}\text{ statique}\|_{\infty}}{\|R\acute{e}a\acute{c}i\acute{o}n\|_{\infty}}, \frac{\acute{E}n\acute{e}r\acute{g}i\acute{e}\text{ cin\acute{e}t\acute{i}q\acute{u}e}}{\acute{E}n\acute{e}r\acute{g}i\acute{e}\text{ interne}}\right) \leq \epsilon_{RD} \quad (2)$$

3.2 La stabilisation hors plan des membranes

Lors d'une résolution statique avec un solveur implicite (Newton-Raphson par exemple) sur des structures membranaires, le mauvais conditionnement de la matrice de raideur entraîne son inversion impossible et rend donc cette résolution en implicite irréalisable. Pour pallier à l'absence de rigidité hors plan des membranes, un processus de stabilisation a été développé. Sachant que la relaxation dynamique est très performante dans la recherche de forme d'une structure, l'idée ici est de commencer la résolution du problème avec la méthode de la relaxation dynamique puis de basculer vers une méthode implicite pour équilibrer les contraintes de la structure. Le basculement entre ces deux algorithmes peut se piloter en fonction du volume. Lorsque le volume, déterminée par la méthode de relaxation dynamique se stabilise, le calcul bascule vers une résolution en statique avec un algorithme de Newton-Raphson. La stabilisation de la membrane est effectuée en rajoutant une raideur minimale dans la direction transversale des éléments. L'intensité de la raideur additionnelle est proportionnelle au maximum de la valeur absolue des raideurs dans le plan. La précision ϵ_I du critère de convergence utilisé dans les calculs en implicite est évaluée par l'expression suivante :

$$\frac{\|R\acute{e}s\acute{i}d\acute{u}\text{ statique}\|_{\infty}}{\|R\acute{e}a\acute{c}i\acute{o}n\|_{\infty}} \leq \epsilon_I \quad (3)$$

Dans certains cas, les forces de réaction sont très faibles. Dans ces cas, les grandeurs relatives présentées dans l'équation 3 peuvent être erronées. Dans ce cas, la précision utilisée pour les calculs en statique implicite est évaluée par l'expression suivante :

$$\|R\acute{e}s\acute{i}d\acute{u}\text{ statique}\|_{\infty} \leq \epsilon_I \quad (4)$$

4 Applications sur un coussin carré avec une loi élastique

4.1 Modélisation des plis

Pour valider le modèle plis CP-CP2 présenté précédemment, un test sur un coussin carré de la littérature [16] est étudié. Le coussin carré a des dimensions de $848,5 \times 848,5 \times 0,6$ mm et une loi élastique linéaire (module d'Young $E = 588$ MPa et coefficient de Poisson $\nu = 0,4$) est utilisée. Des conditions de symétries sont fixées pour modéliser la moitié du coussin et la pression imposée est de 0.005 MPa. Les maillages sont composés d'éléments triangulaires membranes ou coques à interpolation linéaire. Les simulations sont réalisées avec une précision relative de résolution de $\epsilon_{RD} = 1 \times 10^{-4}$.

La Figure 3 présente les déformées obtenues pour le modèle membrane classique (CP), le nouveau modèle de membrane avec prise en compte des plis CP-CP2 et un modèle avec des éléments coques. La partie bleutée pour CP-CP2 représente les zones plissées détectées par le critère d'apparition de plis.

Le volume du coussin et la première contrainte principale σ_I sont comparés pour différents maillages. La Figure 4 présente le volume final du coussin en fonction du nombre d'éléments sur la longueur. On remarque que l'on obtient un volume équivalent avec les trois modèles lorsque le maillage est suffisamment fin. On peut noter également que le modèle CP-CP2 avec un maillage grossier permet d'avoir un volume proche de celui obtenu avec un maillage fin coque ou membrane classique (CP). De plus, le modèle membrane classique (CP) conduit à une large zone de contrainte principale négative ce qui n'est pas physiquement acceptable. La Figure 5 présente une comparaison de σ_I au centre du coussin. Des résultats similaires à la littérature sont obtenus avec le modèle CP-CP2 dans la zone tendue du coussin.

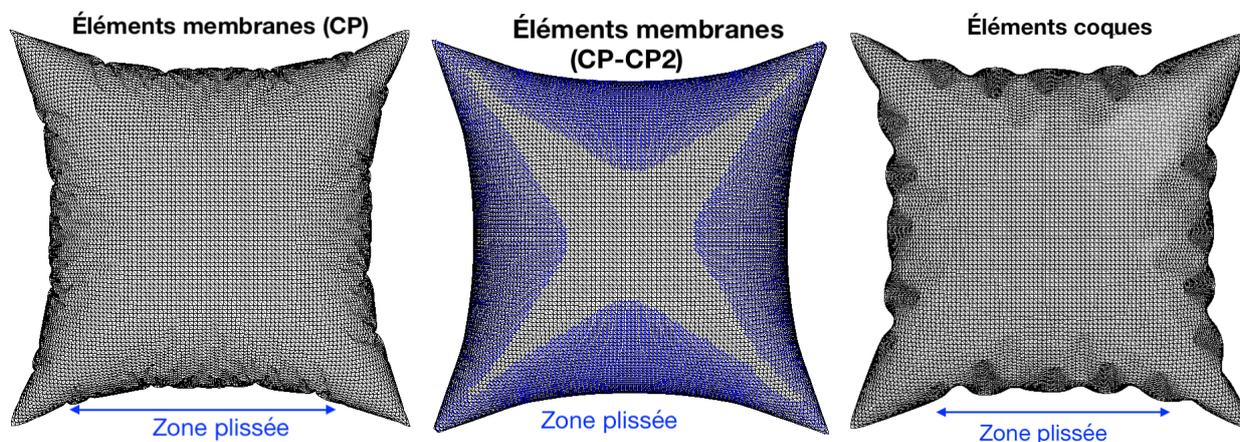


FIGURE 3 – Visualisation de la déformée du coussin obtenue avec un modèle membrane classique (CP), le modèle plis (CP-CP2) et un modèle à éléments coques. Les maillages sont constitués de 20 000 éléments à interpolation linéaire.

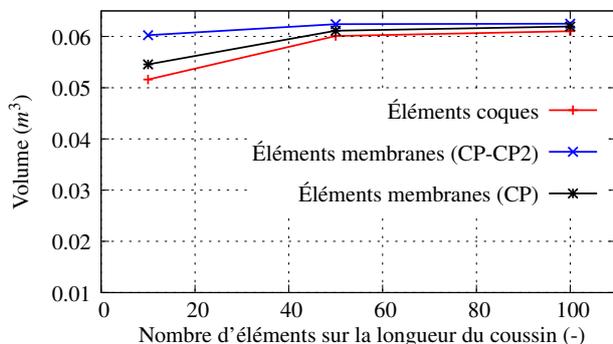


FIGURE 4 – Évolution du volume en fonction du nombre d'éléments sur la longueur du coussin.

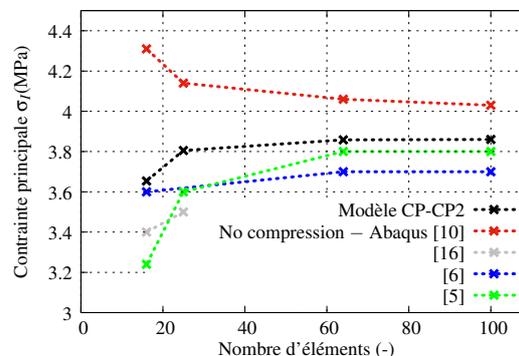


FIGURE 5 – Évolution de la contrainte principale σ_I au centre du coussin (zone tendue) en fonction du nombre d'éléments et comparaison avec le modèle No-Compression d'Abaqus et des résultats de la littérature.

4.2 Algorithme mixte cinétique-visqueux et stabilisation de la membrane

Pour valider les développements numériques présentés précédemment, un autre test sur un coussin carré, proposé par [15], est aussi modélisé. Il consiste à simuler un coussin de dimensions $500 \times 500 \times 0,27$ mm avec une loi élastique (module d'Young $E = 127$ MPa et coefficient de Poisson $\nu = 0,41$) pour une pression imposée de $0,015$ MPa. Des conditions de symétrie sont imposées de façon à modéliser un huitième du coussin. Lors de ces simulations, un maillage arbitraire composé de 1250 éléments mem-

branes de forme triangulaire à interpolation linéaire est utilisé. Le déplacement au centre du coussin, la contrainte maximale et le nombre d'itérations sont comparés pour les différents algorithmes utilisés.

Le tableau 1 présente les résultats obtenus avec un modèle de membrane classique (sans prise en compte des plis) et pour une précision de résolution $\epsilon_{RD} = \epsilon_I = 1 \times 10^{-3}$.

Algorithme	Nbr itérations	U_Z centre (mm)	σ_{mises} max (MPa)	ratio temps CPU (-)
<i>KDR</i> $\lambda = 0.6$	566	142	9.79	1.0
<i>oDR</i> $\lambda = 0.6$	619	141	9.78	1.07
<i>KDR + oDR</i> $\lambda_{KDR} = 0.6$ $\lambda_{oDR} = 0.6$	499	142	9.78	0.92
<i>KDR + oDR</i> + <i>stabilisation</i>	380	142	9.8	0.86

TABLE 1 – Comparaison des algorithmes

- . *KDR* : méthode de relaxation dynamique basée sur les travaux [14, 11] pour la formulation de la matrice masse et avec un amortissement cinétique.
- . *oDR* : méthode de relaxation dynamique basée sur les travaux [12, 14] pour la formulation de la matrice masse et avec un amortissement visqueux.
- . *KDR + oDR* (mixte) : le calcul commence par l'amortissement cinétique puis bascule ensuite sur l'amortissement visqueux. Le basculement s'effectue quand $\epsilon_{RD} = 5 \times 10^{-3}$ afin d'éviter les pics résiduels d'énergie cinétique qui peuvent être présents à la fin du calcul.
- . *KDR + oDR + stabilisation* : identique au principe du mixte avec en plus une phase de statique implicite et de la stabilisation de membrane. Dans ce cas, le basculement est réalisé quand $\epsilon_{RD} = 3 \times 10^{-3}$.
- . λ : paramètre multiplicatif de la masse qui permet d'ajuster la stabilité du processus d'amortissement [12, 14]. La limite de stabilité se situe pour une valeur de $\lambda \approx 0.6$. Une valeur supérieure de λ augmente la stabilité, mais diminue l'action de l'amortissement.

Il apparait que l'amortissement mixte *KDR + oDR* présente une meilleure convergence par rapport aux amortissements cinétiques et visqueux seuls (gain de 67 itérations par rapport à l'amortissement cinétique *KDR*) pour des résultats équivalents. Néanmoins, la solution qui est la plus intéressante vis-à-vis du nombre d'itérations est le basculement relaxation dynamique avec amortissement mixte et une phase de statique implicite avec de la stabilisation (gain de 119 itérations par rapport à l'amortissement mixte seul). L'introduction de la stabilisation ne modifie pas les résultats obtenus (à la précision demandée).

On peut également noter que les grandeurs globales géométriques convergent assez rapidement vers une solution stable : la Figure 6 montre ainsi l'évolution du volume en fonction des itérations. Le volume demeure stable, quelque soit l'algorithme, à partir approximativement de la moitié des itérations nécessaires à l'équilibre mécanique final. Cet équilibre final qui correspond à l'équilibrage des contraintes internes nécessite alors un nombre important d'itérations supplémentaires. La déformée du coussin est visible sur la Figure 7. Cet algorithme mixte a également été utilisé dans le cadre du modèle plis (CP-CP2) décrit dans la partie 2, mais aucun résultat n'est présenté dans ce document.

5 Conclusion et perspectives

Le gonflement des ballons stratosphériques est abordé via une méthode de relaxation dynamique qui s'avère particulièrement performante dans les phases de déploiements de la structure. L'équilibrage des contraintes doit notamment prendre en compte le phénomène de plis présent sur les enveloppes de ces structures. Pour cela, un modèle CP-CP2 a été développé permettant d'intégrer un type de comportement mécanique quelconque. Dans cette étude, nous proposons également une stratégie pour améliorer

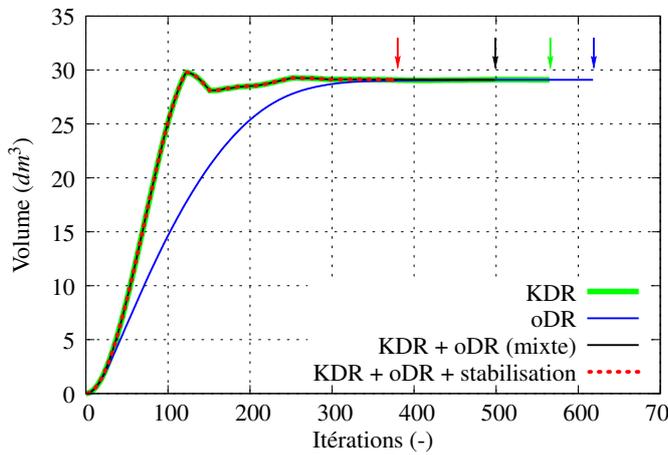


FIGURE 6 – Evolution du volume du coussin en fonction des itérations. Les flèches représentent la dernière itération avant la convergence du calcul.

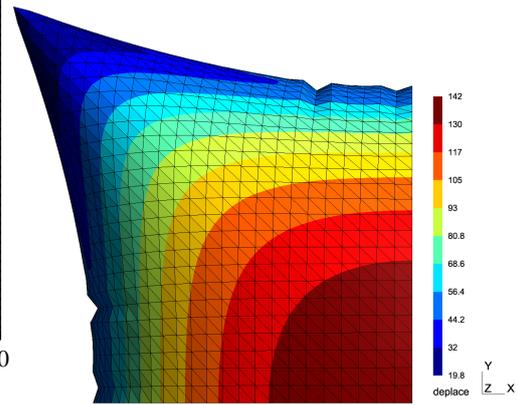


FIGURE 7 – Visualisation de la déformée du coussin obtenue avec un modèle membrane classique et la méthode $KDR + oDR + stabilisation$

la vitesse de convergence, en mixant tout d'abord l'amortissement cinétique et l'amortissement visqueux, puis en fin de convergence, en permutant la relaxation dynamique vers un algorithme classique de Newton avec une proposition de stabilisation des membranes. Ce basculement d'algorithme s'avère performant dans le cas d'un modèle de membrane classique (gain de temps de calcul et une meilleure convergence).

La poursuite de ces travaux est d'intégrer le modèle plis au basculement d'algorithme et de l'appliquer à des modèles de comportement de type élasto-visco-plastique. D'autre part, les films plastiques utilisés dans la fabrication des ballons stratosphériques ont un comportement anisotrope. Actuellement, une loi d'orthotropie entraînée est disponible dans le code de calcul Herezh++. Après une étape de validation de cette loi avec le modèle plis, le but est d'étudier les apports numériques de ce type de comportement sur la modélisation du gonflement des ballons.

Références

- [1] T. Gerngross, Y. Xu and S. Pellegrino, *Viscoelastic behaviour of pumpkin balloons*, Advances in Space Research, 42(10) :1683-1690, 2008.
- [2] L. Zheng *Wrinkling of dielectric elastomer membranes*, California Institute of Technology, 2009
- [3] X. Deng and S. Pellegrino, *Wrinkling of orthotropic viscoelastic membranes*, AIAA Journal, 50(3) :668-681, 2012.
- [4] W. Wong and S. Pellegrino, *Wrinkled membranes III : numerical simulations*, Journal of Mechanics of Materials and Structures, 1(1) :63-95, 2006.
- [5] A. Jarasjarungkiat, R. Wüchner and K.U. Bletzinger, *A wrinkling model based on material modification for isotropic and orthotropic membranes*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 197(6-8) :773-788, 2008.
- [6] R. Ziegler, W. Wagner, and K.U. Bletzinger, *A Finite Element Model for the Analysis of Wrinkled Membrane Structures*, International Journal of Space Structures, 18(1) :1-14, 2003.
- [7] G. Rio, *Herezh++ : FEM software for large transformations in solids*, Institut de Recherche Dupuy de Lôme (IRD Lorient), dépôt APP (Agence pour la Protection des Programmes).
- [8] H. Le Meitour, G. Rio, H. Laurent, A.S. Lectez, P. Guigue, N. Poupat, J. Troufflard, and F. Petitjean, *Wrinkles model for membrane structures Application to an elastoplastic behavior*, 10th European Solid Mechanics Conference (ESMC2018), 2018
- [9] T. Gerngross and S. Pellegrino, *Anisotropic viscoelasticity and wrinkling of superpressure balloons : simulation and experimental verification*, 18th AIAA Lighter-Than-Air Systems Technology Conference and AIAA Balloon Systems Conference, ISBN : 9781615671397, pages 1277-1313, 2009.

- [10] *ABAQUS : Finite Element Analysis software, Dassault Systèmes Simulia, site internet : <https://www.3ds.com/>, 2014.*
- [11] M.R. Barnes, *Form-finding and analysis of tension structures by dynamic relaxation*, Int. J. Space Struct., Multi Science Publishing, (14) 89-104, 1999.
- [12] P. Underwood, *Dynamic Relaxation*, in Computational Methods for Transient Analysis, T. Belytschko and T. J.R. Hughes, Eds, vol. 1, chapter 5, pp. 245-265. Elsevier Science Publishers B.V., 1983.
- [13] J. Troufflard, J.-M. Cadou, and G. Rio, *Recherche de forme des gilets de sauvetage gonflables*, Mécanique et Industrie, AFM EDP Sciences, (11) 117-122, 2010.
- [14] J. Rodriguez, G. Rio, J.M. Cadou, and J. Troufflard, *Numerical study of dynamic relaxation with kinetic damping applied to inflatable fabric structures with extensions for 3d solid element and non-linear behavior*, Thin-Walled Structures, Elsevier, 49(11) :1468-1474, 2011.
- [15] J. Rodriguez. *Numerical study of dynamic relaxation methods and contribution to the modelling of inflatable lifejackets*, Thèse, 2011.
- [16] P. Contri and B.A. Schrefler, *A geometrically nonlinear finite element analysis of wrinkled membrane surfaces by a no-compression material model* Communications in Applied Numerical Methods, 4(1) :5-15, 1988.