



**HAL**  
open science

# Dynamique et rayonnement acoustique d'une membrane d'élastomère diélectrique

Emil Garnell, Olivier Doaré, Corinne Rouby

► **To cite this version:**

Emil Garnell, Olivier Doaré, Corinne Rouby. Dynamique et rayonnement acoustique d'une membrane d'élastomère diélectrique. CSMA2019 -14ème Colloque National en Calcul de Structures, CSMA, LEM3, MSME, Université de Lorraine, Arts et Métiers, CNRS, May 2019, Hyères, France. hal-04824638

**HAL Id: hal-04824638**

**<https://hal.science/hal-04824638v1>**

Submitted on 7 Dec 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Dynamique et rayonnement acoustique d'une membrane d'élastomère diélectrique

E. Garnell<sup>1</sup>, O. Doaré<sup>1</sup>, C. Rouby<sup>1</sup>

<sup>1</sup> IMSIA, ENSTA ParisTech, {emil.garnell,olivier.doare,corinne.rouby}@ensta-paristech.fr

**Résumé** — Les membranes d'élastomère diélectrique sont des matériaux actifs capables de grandes déformations sous l'action d'une tension électrique. Une telle membrane, préalablement gonflée sur une cavité, peut être utilisée comme haut-parleur. Un modèle non-linéaire en grandes transformations est établi et résolu par éléments finis. La dynamique linéaire forcée autour d'un état d'équilibre est ensuite étudiée. Les fonctions de transfert entre tension électrique, vitesse de la membrane et pression acoustique rayonnée sont calculées. L'étude numérique est validée par une comparaison expérimentale.

**Mots clés** — Élastomère diélectrique, Haut-parleur, FreeFem++

## 1 Introduction

Les membranes d'élastomère diélectrique sont constituées d'un élastomère pris en sandwich entre deux électrodes souples. Quand une haute tension est appliquée entre les électrodes, l'élastomère est comprimé. Son épaisseur diminue, et en raison de son incompressibilité, sa surface augmente. Ce principe est à l'origine de la conversion électro-mécanique. Les élastomères diélectriques ont soulevé un grand intérêt dans les années 2000 lorsque Pelrine *et al.* ont montré que des déformations de plus de 100% pouvaient être obtenues sous chargement électrique. De nombreuses utilisations ont alors été envisagées : muscles artificiels, micro-pompes, écrans tactiles, transducteurs pour la récupération d'énergie, etc.

Leur utilisation comme haut-parleurs a également été considérée [1, 2, 3]. Nous nous intéressons ici à cette dernière application. La configuration la plus étudiée pour une utilisation comme transducteur acoustique utilise le principe d'activation décrit plus haut : si la membrane est gonflée sur un volume, l'augmentation de surface créée par l'activation électrique génère un déplacement normal à la membrane (voir figure 1). Autrement dit, le volume de la membrane gonflée augmente. Une source de débit acoustique est alors obtenue.

Cette configuration a été suggérée par Heydt *et al.* [1], qui ont présenté les premières mesures de rayonnement acoustique. Un modèle qualitatif très simple a également été présenté par ce groupe de recherche pour prédire la pression acoustique rayonnée [2]. Il a été montré que la première fréquence propre du système dépend fortement du volume de la cavité sur laquelle la membrane est gonflée. De plus, la pression de gonflement influe largement sur la directivité du rayonnement [4]. Une étude expérimentale plus poussée de la dynamique de membranes d'élastomère diélectrique gonflées a été conduite par Fox et Goulbourne [3, 5]. Ils ont étudié la dynamique basse fréquence en dessous de 200 Hz, et regardé l'influence des principaux paramètres de design sur les premières fréquences propres. Les modes mesurés ne sont pas des modes réels, des déphasages entre différents points sont observés. Le volume de la cavité a également une grande influence sur les modes de la membrane. Dans un contexte similaire, Hosoya *et al.* [6] ont étudié la directivité d'une membrane gonflée en hémisphère, et montré que le haut-parleur obtenu était omni-directionnel jusqu'à 16 kHz.

Les études mentionnées ci-dessus sont principalement expérimentales. Le système étudié (la membrane d'élastomère gonflée) a également fait l'objet d'études théoriques et numériques. Un modèle non-linéaire pour le gonflement quasi-statique de la membrane a été établi par Fox et Goulbourne [5]. Pour l'étude des transitions entre les multiples positions d'équilibre statique d'une membrane gonflée, un modèle temporel a été proposé [7]. La première étude théorique complète de la dynamique d'une membrane d'élastomère diélectrique a été réalisée par Zhu *et al.* [8, 9], qui ont calculé les modes li-

néaires autour d'un équilibre statique non-linéaire et comparé les fréquences propres obtenues à celles mesurées par Fox et Goulbourne [5]. Cependant, ce modèle ne prend pas en compte l'influence du volume de la cavité sur laquelle la membrane est gonflée : la pression de gonflement est considérée comme fixe et ne dépend pas de la déformation de la membrane. Ceci n'est pas compatible avec les conclusions expérimentales de Fox et Goulbourne [5].

Plus récemment, Li *et al.* [10] ont étudié expérimentalement et numériquement les modes propres et les fréquences propres d'un résonateur en élastomère diélectrique. Leur configuration n'est cependant pas conçue pour une utilisation comme haut-parleur. Les effets visqueux sont étudiés dans d'autres travaux [11, 12, 13, 14], mais toujours dans le domaine temporel, ne permettant pas le calcul des fonctions de transfert dans le domaine fréquentiel, nécessaire à l'étude d'une utilisation comme haut-parleur.

Pour pouvoir concevoir des haut-parleurs en élastomère diélectrique réellement utilisables, il est indispensable de disposer d'un modèle théorique complet, prenant en compte tous les phénomènes physiques qui entrent en jeu, et qui soit capable de prédire la pression acoustique rayonnée sous l'action d'une tension électrique. Dans cette étude, un modèle est mis en place dans le domaine fréquentiel pour calculer la dynamique forcée de la membrane gonflée, lorsqu'une tension électrique alternative est appliquée entre ses électrodes. Les modes linéaires autour d'un équilibre statique non-linéaire sont calculés, les forces modales créées par le couplage électro-mécanique sont exprimées, et les fonctions de transfert entre la tension et la dynamique ou la pression acoustique rayonnée sont obtenues. Toutes les étapes sont validées par une étude expérimentale.

## 2 Théorie

### 2.1 Description du système étudié

Le problème d'une membrane gonflée sur une cavité est ici considéré (figure 1). Cette configuration est similaire à celle étudiée par d'autres auteurs [9, 5, 15]. La membrane est pré-étirée pour atteindre un rayon  $a$ , et gonflée à la pression  $P$ . Une tension électrique  $U$  est appliquée entre les électrodes. La cavité sous pression a un volume  $V_s$  quand la membrane n'est pas gonflée. Le rayon est noté  $R$  dans la configuration de référence et  $r$  dans la configuration actuelle. Les elongations radiales et orthoradiales sont notées  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  respectivement. Seul le cas d'une transformation axisymétrique est considéré.

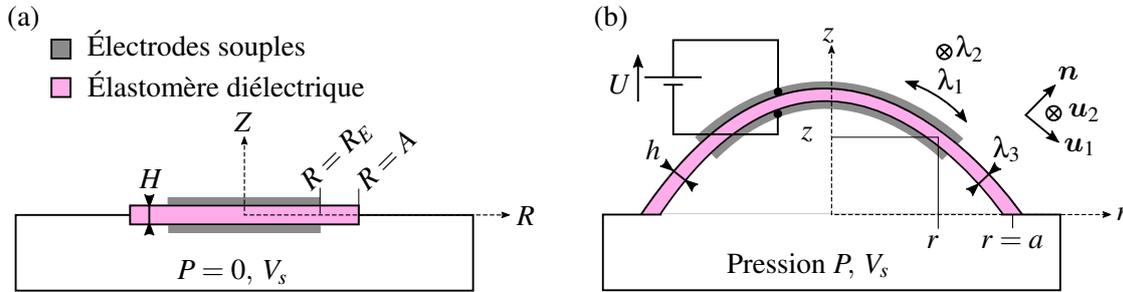


FIGURE 1 – Schéma du système étudié. (a) Configuration de référence. (b) Configuration actuelle : la membrane est étirée puis gonflée.

### 2.2 Couplage électro-mécanique

La méthode de Coleman-Noll, cadre général permettant d'obtenir rigoureusement les lois de comportement multiphysiques [16], est utilisée pour établir les équations couplées entre mécanique et électrostatique. Pour les élastomères diélectriques, en faisant l'hypothèse d'un comportement linéaire pour l'électrostatique, la forme suivante du tenseur des contraintes de Cauchy est obtenue :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\sigma}}_0 + \underline{\underline{\sigma}}_{\text{maxwell}}, \quad \text{avec} \quad \underline{\underline{\sigma}}_0 = 2\rho_0 \underline{\underline{F}} \cdot \frac{\partial \phi_0}{\partial \underline{\underline{C}}} \cdot \underline{\underline{F}}^T - \lambda \underline{\underline{I}}, \quad \text{et} \quad \underline{\underline{\sigma}}_{\text{maxwell}} = \varepsilon \left( \vec{e} \otimes \vec{e} - \frac{1}{2} \vec{e} \cdot \vec{e} \underline{\underline{I}} \right),$$

où  $\phi_0$  est l'énergie libre purement mécanique du matériau utilisé (une loi hyperélastique de Gent [17] est considérée pour le reste de l'étude),  $\varepsilon$  la permittivité diélectrique du matériau, et  $\vec{e}$  le champ élec-

trique dans la configuration actuelle. Ainsi, tout le couplage électro-mécanique se résume à un terme supplémentaire dans l'expression du tenseur des contraintes de Cauchy, et à des équations d'équilibre électrostatique à résoudre. De plus, la membrane étant très fine (épaisseur typique de 200  $\mu\text{m}$  pour un rayon de l'ordre de 4 cm), la formulation du problème peut être réduite à des équations membranaires. En faisant l'hypothèse de contraintes planes  $\underline{\underline{\sigma}} \cdot \vec{n} = 0$  et en négligeant les effets de bord pour l'électrostatique (aux bords des électrodes), le champ électrique s'écrit :

$$\vec{e} = F(R) \frac{U}{h} \vec{n},$$

où  $U$  est la tension électrique appliquée,  $h$  l'épaisseur en configuration actuelle,  $\vec{n}$  la normale à la membrane, et  $F(R)$  la fonction de répartition de l'électrode. Les équations de comportement pour le cas membranaire sont alors obtenues. Les contraintes principales adimensionnées en configuration de référence s'écrivent :

$$\bar{s}_1 = \frac{J_m}{J_m - I_1 + 3} \left( \lambda_1 - \lambda_1^{-3} \lambda_2^{-2} \right) - \alpha F(\bar{R}) \lambda_1 \lambda_2^2, \quad \bar{s}_2 = \frac{J_m}{J_m - I_1 + 3} \left( \lambda_2 - \lambda_1^{-2} \lambda_2^{-3} \right) - \alpha F(\bar{R}) \lambda_1^2 \lambda_2,$$

où  $J_m$  est un paramètre de la loi de comportement de Gent,  $I_1$  le premier invariant du tenseur des déformations, et  $\alpha = \varepsilon U^2 / \mu H^2$  un paramètre adimensionné décrivant le chargement électrostatique.

### 2.3 Équations d'équilibre membranaire

En écrivant l'équilibre d'un petit élément de membrane, les deux équations d'équilibre adimensionnées suivantes sont obtenues :

$$\left( \frac{\bar{R} \bar{s}_1 \bar{z}'}{\lambda_1} \right)' + \beta \bar{r} \bar{r}' = \bar{R} (1 + F(\bar{R}) \rho_{\text{ratio}}) \ddot{z}, \quad \left( \frac{\bar{R} \bar{s}_1 \bar{r}'}{\lambda_1} \right)' - \beta \bar{r} \bar{z}' - \bar{s}_2 = \bar{R} (1 + F(\bar{R}) \rho_{\text{ratio}}) \ddot{r}, \quad (1)$$

où  $\beta = AP / \mu H$  est un paramètre adimensionné décrivant le chargement en pression,  $\rho_{\text{ratio}}$  est le rapport des masses surfaciques de la membrane et des électrodes,  $(\cdot)'$  désigne la dérivée par rapport au rayon adimensionné  $\bar{R} = R/A$ , et  $(\cdot)$  désigne la dérivée temporelle.

La membrane est gonflée sur une cavité de volume fini, et les expériences montrent que le volume de cette cavité est un paramètre important [5]. Si l'échelle de temps des phénomènes étudiés est suffisamment faible, l'évolution à l'intérieur de la cavité peut être supposée adiabatique. Aux basses fréquences, la pression peut de plus être considérée comme homogène. L'équation adimensionnée suivante est alors adjointe à la formulation du problème :

$$(\beta_{\text{atm}} + \beta) \left( \bar{V}_s + 2\pi \int \bar{r} \bar{z} \bar{r}' d\bar{R} \right)^\gamma = (\beta_{\text{atm}} + \beta_{\text{ini}}) (\bar{V}_s + \bar{V}_{\text{ini}})^\gamma, \quad (2)$$

où  $\beta_{\text{atm}} = AP_{\text{atm}} / \mu H$  ( $P_{\text{atm}}$  étant la pression atmosphérique),  $\bar{V}_s = V_s / A^3$ ,  $\beta_{\text{ini}}$  est la valeur initiale de  $\beta$ ,  $\bar{V}_{\text{ini}}$  le volume initial sous la membrane, et  $\gamma$  la rapport des capacités calorifiques. L'effet principal de la cavité arrière est une raideur ajoutée dans la dynamique de la membrane.

### 2.4 Résolution de la déformée statique

En multipliant les équations d'équilibre (1) et (2) par des fonctions test  $v$ ,  $w$  et  $\mathcal{B}$ , et en intégrant par parties, la forme faible suivante est obtenue, valide pour toute fonction test cinématiquement admissible à zéro :

$$\begin{aligned} \mathfrak{R}([\bar{r}, \bar{z}, \beta], [v, w, \mathcal{B}]) &= \int_0^1 v' \frac{\bar{R} \bar{s}_1 \bar{z}'}{\lambda_1} d\bar{R} - \int_0^1 \beta \bar{r} \bar{r}' v d\bar{R} + \int_0^1 w' \frac{\bar{R} \bar{s}_1 \bar{r}'}{\lambda_1} d\bar{R} + \int_0^1 \beta \bar{r} \bar{z}' w d\bar{R} + \int_0^1 \bar{s}_2 w d\bar{R} \\ &+ (\beta_{\text{atm}} + \beta) \mathcal{B} \left( \bar{V}_s + 2\pi \int_0^1 \bar{r} \bar{z} \bar{r}' d\bar{R} \right)^\gamma - (\beta_{\text{atm}} + \beta_{\text{ini}}) \mathcal{B} (\bar{V}_s + \bar{V}_{\text{ini}}) = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

La déformée statique est obtenue en résolvant le problème par éléments finis à l'aide FreeFem++. Les équations d'équilibre étant non linéaires, la méthode itérative de Newton-Raphson est utilisée pour

les résoudre. Le résidu  $\mathfrak{R}$  est linéarisé pour obtenir le gradient de la méthode de Newton-Raphson. Les variables sont écrites sous la forme  $\bar{r} = \bar{r}_0 + x_r$ ,  $\bar{z} = \bar{z}_0 + x_z$  et  $\beta = \beta_0 + x_\beta$ . L'équation résolue à chaque étape de la méthode de gradient en  $[x_r, x_z, x_\beta]$  est :

$$\mathfrak{R}([\bar{r}_0, \bar{z}_0, \beta_0], [v, w, \mathcal{B}]) + \langle \mathfrak{R}'([\bar{r}_0, \bar{z}_0, \beta_0], [v, w, \mathcal{B}]), [x_r, x_z, x_\beta] \rangle = 0 ,$$

soit, sous forme matricielle,

$$\begin{bmatrix} R_{0r} \\ R_{0z} \\ R_{0\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_r \\ K_z \\ K_\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r \\ x_z \\ x_\beta \end{bmatrix} = 0 .$$

## 2.5 Analyse modale

La dynamique linéaire autour de l'équilibre obtenu par la méthode décrite dans le paragraphe précédent est ensuite étudiée. Le signal d'excitation est construit par la somme d'une tension continue et d'une composante alternative. La contrainte de Maxwell est proportionnelle au carré de la tension électrique appliquée aux électrodes. C'est donc la racine carrée du signal d'excitation qui leur est appliquée :

$$U(\bar{r}) = \sqrt{U_c^2 + W_s(\bar{r})} , \quad \text{avec } |U_c^2| > |W_s| ,$$

où  $U_c$  est une tension continue et  $W_s$  une composante alternative (en  $V^2$ ). Les contraintes principales qui en résultent sont :

$$\begin{aligned} \bar{s}_1 &= \frac{J_m}{J_m - I_1 + 3} \left( \lambda_1 - \lambda_1^{-3} \lambda_2^{-2} \right) - \frac{\epsilon U_c^2}{\mu H^2} F(\bar{R}) \lambda_1 \lambda_2^2 - \frac{\epsilon W_s(\bar{r})}{\mu H^2} F(\bar{R}) \lambda_1 \lambda_2^2 , \\ \bar{s}_2 &= \frac{J_m}{J_m - I_1 + 3} \left( \lambda_2 - \lambda_1^{-2} \lambda_2^{-3} \right) - \frac{\epsilon U_c^2}{\mu H^2} F(\bar{R}) \lambda_1^2 \lambda_2 - \frac{\epsilon W_s(\bar{r})}{\mu H^2} F(\bar{R}) \lambda_1^2 \lambda_2 . \end{aligned}$$

Les termes d'inertie sont ajoutés dans la forme faible, ce qui revient à modifier le membre de droite de l'équation (3) :

$$\mathfrak{R}([\bar{r}, \bar{z}, \beta], [v, w, \mathcal{B}]) = \bar{\omega}^2 \int_0^1 (1 + F(\bar{R}) \rho_{\text{ratio}}) \bar{R} (v x_z + w x_r) d\bar{R} .$$

Sous forme matricielle, l'équation de la dynamique du système s'écrit :

$$\begin{bmatrix} K_r \\ K_z \\ K_\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r \\ x_z \\ x_\beta \end{bmatrix} - \bar{\omega}^2 \begin{bmatrix} M_r \\ M_z \\ M_\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r \\ x_z \\ x_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_r \\ F_z \\ F_\beta \end{bmatrix} .$$

L'écriture de la matrice de raideur obtenue par linéarisation de (3) est non symétrique, les modes propres droits et gauches sont donc calculés :

$$\text{modes droits : } \begin{bmatrix} K_r \\ K_z \\ K_\beta \end{bmatrix} \psi_n^R - \bar{\omega}_n^2 \begin{bmatrix} M_r \\ M_z \\ M_\beta \end{bmatrix} \psi_n^R = 0 , \quad \text{modes gauches : } \psi_n^L \begin{bmatrix} K_r \\ K_z \\ K_\beta \end{bmatrix} - \bar{\omega}_n^2 \psi_n^L \begin{bmatrix} M_r \\ M_z \\ M_\beta \end{bmatrix} = 0 .$$

Toutes les valeurs propres sont simples, car le problème est axisymétrique. Ainsi, on peut développer le déplacement sur les modes droits, et utiliser les propriétés de biorthogonalité entre les modes droits et gauches pour exprimer les amplitudes modales :

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} x_r \\ x_z \\ x_\beta \end{bmatrix} = \sum_{n=1}^{N_{\text{modes}}} c_n \psi_n^R(\bar{R}) , \quad \text{avec } c_n = \frac{F_n}{\mu_n (\bar{\omega}_n^2 - \bar{\omega}^2)} .$$

Les forces et masses modales s'écrivent respectivement :

$$\begin{aligned} F_p &= -\frac{\epsilon W_s}{\mu H^2} \bar{F}_p , \quad \text{où : } \bar{F}_p = \int_{\bar{R}=0}^1 (\bar{R} F(\bar{R}) \lambda_{20}^2 (\psi_{p,z}^L(\bar{R})' \bar{r}'_0 + \psi_{p,r}^L(\bar{R}) \bar{r}'_0) + F(\bar{R}) \lambda_{10}^2 \lambda_{20} \psi_{p,r}^L(\bar{R})) d\bar{R} , \\ \mu_p &= -\int_{\bar{R}=0}^1 \bar{R} (1 + F(\bar{R}) \rho_{\text{ratio}}) (\psi_{p,r}^L(\bar{R}) \psi_{p,r}^R(\bar{R}) + \psi_{p,z}^L(\bar{R}) \psi_{p,z}^R(\bar{R})) d\bar{R} . \end{aligned}$$

La fonction de transfert entre le déplacement de la membrane et le signal d'excitation est finalement calculée :

$$H(\bar{\omega}, \bar{R}) = \frac{\bar{x}}{\bar{W}_s} = -\frac{\varepsilon}{\mu H^2} \sum_{n=1}^{N_{\text{modes}}} \frac{\bar{F}_n \psi_n^R(\bar{R})}{\mu_n (\bar{\omega}_n^2 - \bar{\omega}^2)}.$$

Dans le cas où la membrane est insérée dans un baffle grand devant la longueur d'onde acoustique, une intégrale de Rayleigh modifiée pour prendre en compte la courbure de la source [18] nous permet de calculer la pression rayonnée dans l'axe :

$$H_p(\bar{\omega}) = \frac{P}{W_s} = \frac{\rho_0 \varepsilon}{\rho H^2} \sum_{n=1}^{N_{\text{modes}}} \frac{\bar{\omega}^2 \bar{F}_n R_n(\bar{\omega})}{\mu_n (\bar{\omega}_n^2 + 2i\xi_n \bar{\omega} \bar{\omega}_n - \bar{\omega}^2)},$$

où  $R_n$  est un terme de rayonnement modal :

$$R_n(\bar{\omega}) = \int_0^1 \left( -\Psi_{n,r}^R(\bar{R}) \bar{z}'_0 + \Psi_{n,z}^R(\bar{R}) \bar{r}'_0 \right) \bar{r}_0 \left( \frac{e^{-ikA|\bar{r}_p - \bar{r}_0|}}{2|\bar{r}_p - \bar{r}_0|} + \frac{e^{-ikA|\bar{r}_p - \bar{r}_0|}}{2|\bar{r}_p - \bar{r}_0|} \right) d\bar{R},$$

avec  $\bar{r}_0 = r_0/A$ ,  $\bar{r}_p = r_p/A$ , et  $\bar{r}_0 = \bar{r}_0/A$ ,  $r_0$  un point sur la source,  $\bar{r}_0$  son symétrique par rapport au baffle, et  $r_p$  le récepteur.

### 3 Résultats

#### 3.1 Validation du calcul statique

Le modèle présenté dans la section précédente est validé par une étude expérimentale complète. Le résultat du calcul non-linéaire donnant l'équilibre statique est tout d'abord examiné. La déformation de la membrane sous l'action d'une pression de gonflement mais sans tension électrique est tracée sur la figure 2. On note une très bonne correspondance entre calcul et mesure.

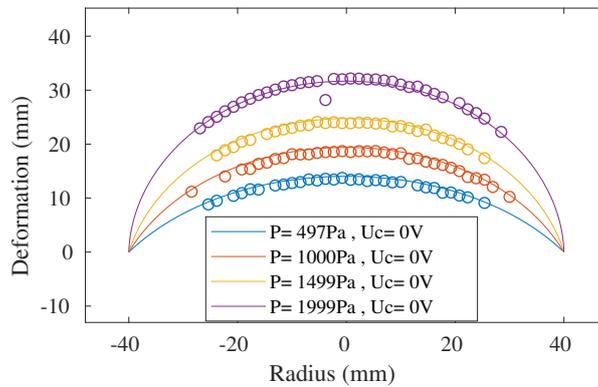


FIGURE 2 – Déflexion de la membrane pour différentes pressions statiques. Traits pleins : calculs ; Cercles : mesures.

Le calcul de la déformation de la membrane créée par une tension électrique continue est ensuite comparé aux mesures. La membrane est gonflée à une pression donnée, la cavité est refermée, et une tension électrique est appliquée entre les électrodes. Lorsque la surface de la membrane augmente, son volume augmente, et par conséquent la pression dans la cavité baisse. La figure 3 montre que le modèle prédit correctement la baisse de pression statique et le déplacement du point au centre de la membrane causés par la tension électrique.

Sur la figure 3, seul le déplacement du centre de la membrane est tracé. Les déplacements de plusieurs points situés à des rayons différents peuvent également être examinés. La figure 4 montre que la membrane fabriquée n'est pas parfaitement axisymétrique, deux points à des rayons identiques ayant des déplacements mesurés différents. Il est probable que cette brisure d'axisymétrie explique une partie des différences entre calcul et mesure dans la suite. Cette non-axisymétrie est plus marquée sous charge électrostatique en raison de la dépendance en épaisseur au carré  $H^2$  du champ électrique, alors que la contrainte mécanique dépend linéairement de  $H$ .

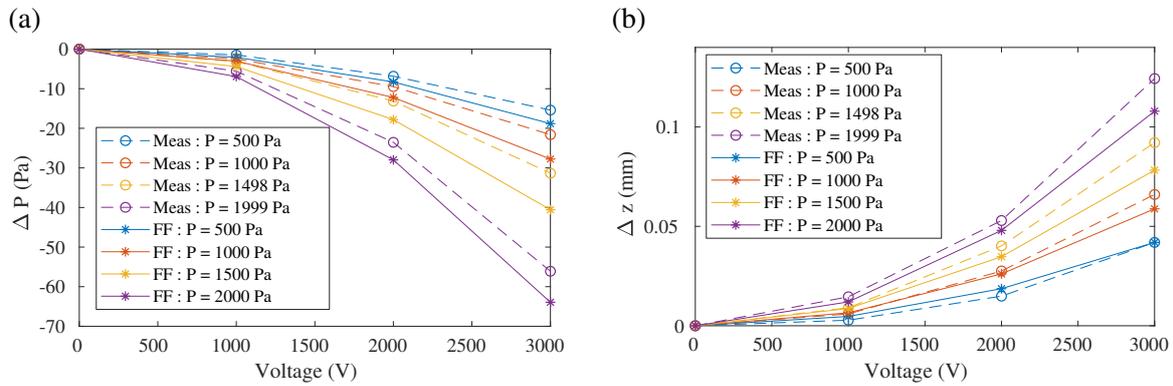


FIGURE 3 – Actionnement de la membrane sous l'effet d'une tension électrique constante. Trait plein : calcul FEM, trait pointillé : mesures. (a) Variation de pression. (b) Déflexion du centre.

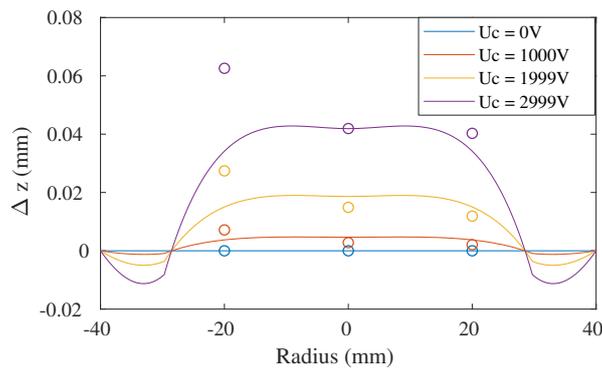


FIGURE 4 – Déflexion de la membrane sous l'action d'une tension électrique statique.  $P = 500$  Pa. Traits pleins : calcul, cercles : mesures.

### 3.2 Validation du calcul dynamique

La dynamique de la membrane autour de l'état d'équilibre non linéaire précédemment calculé est maintenant considérée. Une analyse modale expérimentale est réalisée à l'aide d'un vibromètre laser à balayage. Les fréquences propres et les modes propres obtenus peuvent alors être comparés au calcul. Les résultats sont présentés sur les figures 5 et 6.

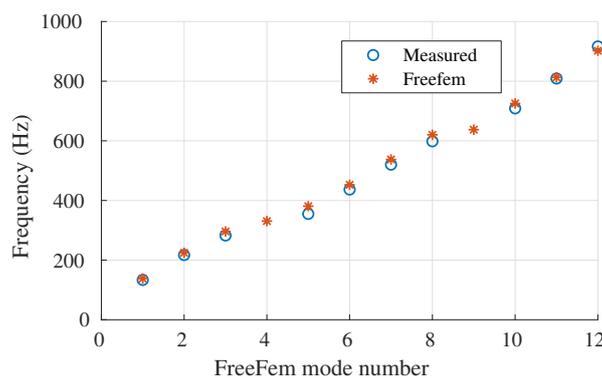


FIGURE 5 – Fréquences propres mesurées (cercles) et calculées (étoiles).

Une très bonne correspondance des fréquences propres et des modes calculés et mesurés est obtenue. L'erreur sur les fréquences propres est inférieure à 7 %. Certains modes n'ont pas été mesurés, probablement parce qu'en raison de la forme de l'électrode, les force modales correspondantes sont faibles, et qu'ils ne sont donc pas excités.

Enfin, les fonctions de transfert synthétisées et mesurées sont comparées, pour la vitesse d'un point de la membrane et pour la pression acoustique rayonnée (figure 7).

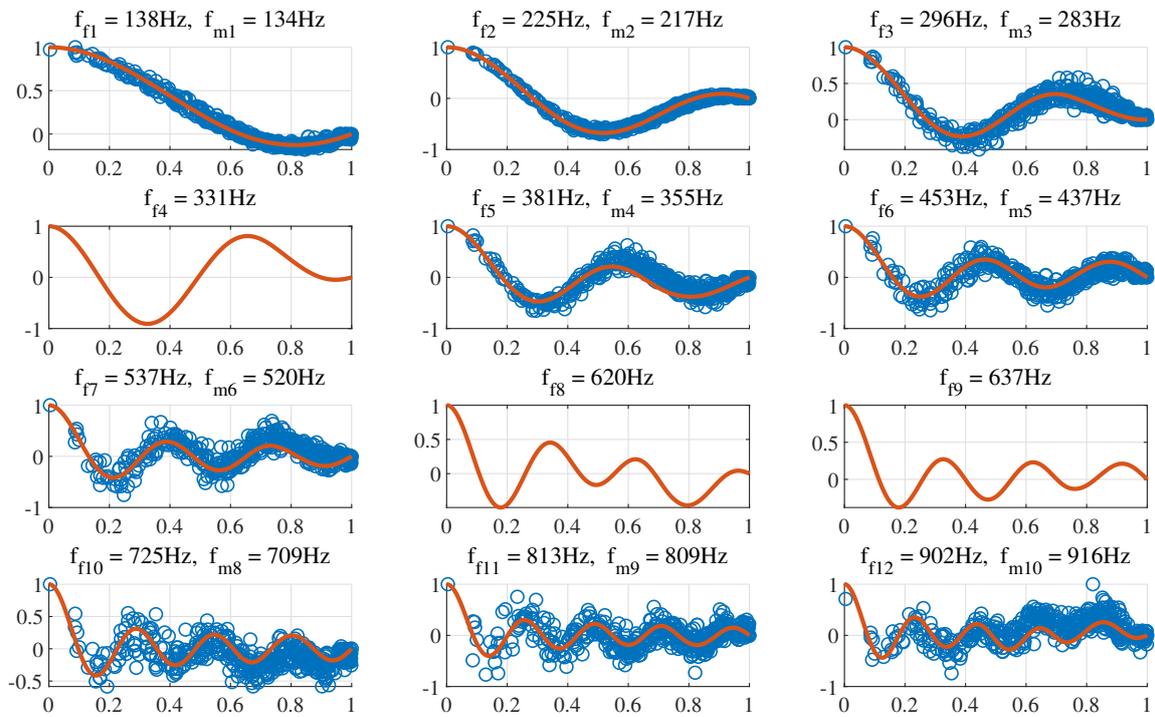


FIGURE 6 – Modes normalisés de la membrane gonflée à 500 Pa. Trait plein : calcul ; Cercles : mesures. L'axe des abscisses est le rayon adimensionné  $\bar{R}$ .  $f_{fi}$  est la  $i^{\text{ème}}$  fréquence calculée,  $f_{mj}$  la  $j^{\text{ème}}$  fréquence mesurée.

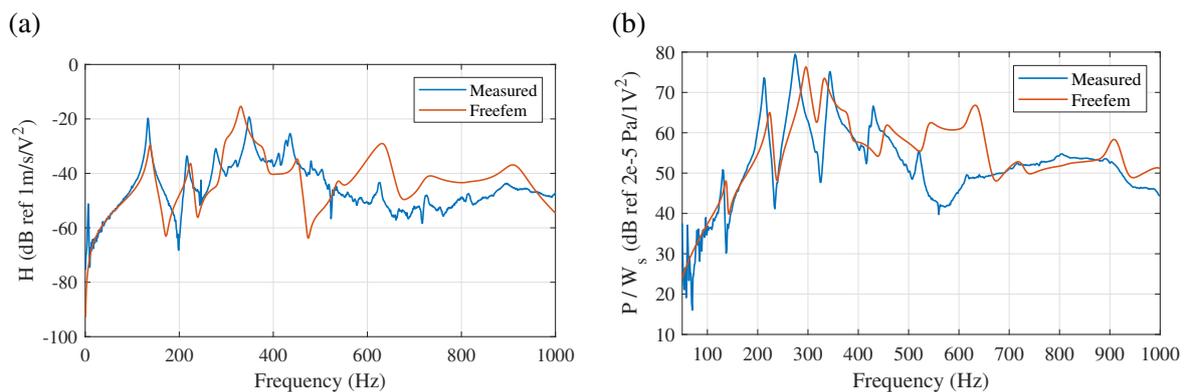


FIGURE 7 – (a) Fonction de transfert entre  $\dot{z}$  la vitesse selon  $z$  de la membrane et le signal d'excitation  $W_s$ . Moyenne de 28 points autour du rayon  $\bar{R} = 0.3$ . (b) Fonction de transfert entre la pression rayonnée à 1 m dans l'axe et le signal d'excitation  $W_s$ .

Aux basses fréquences, en dessous de 500 Hz, une très bonne correspondance est obtenue entre le modèle et les mesures, aussi bien pour la vitesse d'un point au rayon  $\bar{R} = 0.3$  que pour la pression acoustique à 1 m dans l'axe. Aux plus hautes fréquences, des erreurs apparaissent. La raison principale est sûrement liée au comportement électrique de la membrane : les électrodes séparées par le matériau diélectrique forment un condensateur, mais dont la résistivité est grande. Ainsi le circuit peut-être approximé par un circuit  $RC$ , qui se comporte comme un filtre passe bas. Il y a donc une fréquence de coupure au delà de laquelle les charges n'ont plus le temps de se répartir sur les électrodes. Le modèle utilisé prend comme hypothèse l'uniformité de la tension sur les électrodes, et il n'est donc plus valable au voisinage de cette fréquence de coupure. Pour la membrane actuelle, elle a été mesurée et vaut  $f_{cut} = 996$  Hz.

## 4 Conclusion

Un modèle de la dynamique linéaire forcée d'une membrane d'élastomère diélectrique a été présenté et validé expérimentalement. Il permet de décrire les principales caractéristiques des haut-parleurs en élastomère diélectrique, et pourra donc être utilisé pour en améliorer le comportement. La comparaison avec l'expérience a également mis en évidence certaines limites du modèle, et suggère que certains phénomènes physiques non pris en compte jouent un rôle clef. La surestimation des fréquences propres autour de 500 Hz par exemple pourrait être due à un couplage fort entre la membrane et l'acoustique. En effet, en raison de la faible masse de la membrane, on est dans une situation de "fluide lourd". L'influence de la viscosité de la membrane sur la dynamique doit aussi être étudiée.

## Références

- [1] R. Heydt, R. Kornbluh, R. Pelrine, and V. Mason. Design and performance of an electrostrictive polymer-film acoustic actuator. *Journal of Sound and Vibration*, 215(2) :297–311, August 1998.
- [2] Richard Heydt, Ron Pelrine, Jose Joseph, Joseph Eckerle, and Roy Kornbluh. Acoustical performance of an electrostrictive polymer film loudspeaker. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 107(2) :833–839, 2000.
- [3] J. W. Fox and N. C. Goulbourne. On the dynamic electromechanical loading of dielectric elastomer membranes. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 56(8) :2669–2686, August 2008.
- [4] Richard Heydt, Roy Kornbluh, Joseph Eckerle, and Ron Pelrine. Sound radiation properties of dielectric elastomer electroactive polymer loudspeakers. In *Smart Structures and Materials 2006 : Electroactive Polymer Actuators and Devices (EAPAD)*, volume 6168, page 61681M. International Society for Optics and Photonics, March 2006.
- [5] J. W. Fox and N. C. Goulbourne. Electric field-induced surface transformations and experimental dynamic characteristics of dielectric elastomer membranes. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 57(8) :1417–1435, August 2009.
- [6] Naoki Hosoya, Shun Baba, and Shingo Maeda. Hemispherical breathing mode speaker using a dielectric elastomer actuator. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 138(4) :EL424–EL428, October 2015.
- [7] Eric M. Mockensturm and Nakhiah Goulbourne. Dynamic response of dielectric elastomers. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 41(3) :388–395, April 2006.
- [8] Jian Zhu, Shengqiang Cai, and Zhigang Suo. Nonlinear oscillation of a dielectric elastomer balloon. *Polymer International*, 59(3) :378–383, March 2010.
- [9] Jian Zhu, Shengqiang Cai, and Zhigang Suo. Resonant behavior of a membrane of a dielectric elastomer. *International Journal of Solids and Structures*, 47(24) :3254–3262, December 2010.
- [10] Yunlong Li, Inkyu Oh, Jiehao Chen, and Yuhang Hu. A new design of dielectric elastomer membrane resonator with tunable resonant frequencies and mode shapes. *Smart Materials and Structures*, March 2018.
- [11] Wei Hong. Modeling viscoelastic dielectrics. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 59(3) :637–650, March 2011.
- [12] Huiming Wang, Ming Lei, and Shengqiang Cai. Viscoelastic deformation of a dielectric elastomer membrane subject to electromechanical loads. *Journal of Applied Physics*, 113(21) :213508, June 2013.
- [13] Zhengang Wang and Tianhu He. Electro-viscoelastic behaviors of circular dielectric elastomer membrane actuator containing concentric rigid inclusion. *Applied Mathematics and Mechanics*, 39(4) :547–560, April 2018.
- [14] Yunlong Li, Inkyu Oh, Jiehao Chen, Haohui Zhang, and Yuhang Hu. Nonlinear dynamic analysis and active control of visco-hyperelastic dielectric elastomer membrane. *International Journal of Solids and Structures*, May 2018.
- [15] John Edmiston and David Steigmann. Analysis of Nonlinear Electrostatic Membranes. In *Mechanics and Electrodynamics of Magneto- and Electro-Elastic Materials*, CISM International Centre for Mechanical Sciences, pages 153–180. Springer, Vienna, 2011.
- [16] A. Kovetz. *Electromagnetic Theory*. Oxford University Press, Oxford, New York, March 2000.
- [17] A. N. Gent. A New Constitutive Relation for Rubber. *Rubber Chemistry and Technology*, 69(1) :59–61, March 1996.
- [18] Nicolas Quaegebeur, Antoine Chaigne, and Guy Lemarquand. Transient modal radiation of axisymmetric sources : Application to loudspeakers. *Applied Acoustics*, 71(4) :335–350, April 2010.