



HAL
open science

Une méthode Hydrid High-Order pour les grandes déformations plastiques

Nicolas Pignet, Mickaël Abbas, Alexandre Ern

► **To cite this version:**

Nicolas Pignet, Mickaël Abbas, Alexandre Ern. Une méthode Hydrid High-Order pour les grandes déformations plastiques. 14ème Colloque National en Calcul de Structures (CSMA 2019), CSMA, LEM3, MSME, Université de Lorraine, Arts et Métiers, CNRS, May 2019, Hyères, France. hal-04824562

HAL Id: hal-04824562

<https://hal.science/hal-04824562v1>

Submitted on 7 Dec 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Une méthode Hybrid High-Order pour les grandes déformations plastiques

M. Abbas¹, A. Ern², N. Pignet^{1,2}

¹ EDF R&D, Palaiseau, France and IMSIA, UMR EDF/CNRS/CEA/ENSTA 9219, Palaiseau, France, {mickael.abbas,nicolas.pignet}@edf.fr

² Université Paris-Est, CERMICS (ENPC), Champs-sur-Marne, France and INRIA, France, {alexandre.ern,nicolas.pignet}@enpc.fr

Résumé — Nous développons et évaluons numériquement une méthode Hybrid-High Order (HHO) pour un problème de plasticité incrémentale et associative en grande déformations. Les méthodes HHO utilisent des inconnues polynômiales de degré $k \geq 1$ sur le squelette du maillage, avec des inconnues polynômiales dans les cellules qui peuvent être éliminées par condensation statique. Cette méthode HHO est primale, supporte des maillages polyédriques et est sans verrouillage numérique. On compare cette méthode HHO avec des éléments finis conformes et mixtes d'un code industriel `code_aster`.

Mots clés — Méthodes Hybrid High-Order, Grandes déformations, Plasticité, Maillages polyédriques.

1 Introduction

Les méthodes Hybrid High-Order (HHO) ont été développées initialement, il y a quelques années, pour les problèmes de diffusion [6] et de l'élasticité linéaire [5]. Depuis, les méthodes HHO ont reçu un intérêt important et ont été étendue en mécanique des solides à l'élasticité non-linéaire en petites déformations [3], à l'hyperélasticité en grandes déformations [1] et à la plasticité associative en petites déformations [2].

Les inconnues pour les méthodes HHO sont des inconnues portées par les faces qui sont des polynômes continus par morceaux sur le squelette du maillage. Des inconnues dans les cellules sont également introduites. Ces inconnues supplémentaires sont déterminantes pour la stabilité et les propriétés d'approximation de la méthode et peuvent être éliminées localement en utilisant une condensation statique (ou complément Schur local).

La construction des méthodes HHO s'articule autour de deux idées clés : (i) un opérateur local de reconstruction d'ordre supérieur agissant sur les inconnues des faces et de la cellule ; (ii) un opérateur local de stabilisation qui impose faiblement sur chaque face du maillage l'égalité entre les inconnues des faces et la trace des inconnues de la cellule. Une nouvelle conception de l'opérateur de stabilisation a été proposée dans [5, 6] conduisant à des estimations d'erreur en norme de l'énergie en $O(h^{k+1})$ pour des problèmes linéaires avec des solutions lisses, où h est la taille du maillage et k est l'ordre polynomial des inconnues des faces. Les méthodes HHO offrent plusieurs avantages : (i) la construction est indépendante de la dimension ; (ii) les maillages polyédriques (y compris les interfaces non-conformes) sont supportées ; (iii) une formulation locale utilisant des flux équilibrés est disponible, et (iv) un coût numérique réduit grâce à la condensation statique des inconnues de cellule et aux taux de convergence élevés. En mécanique numérique, une autre caractéristique importante des méthodes HHO est l'absence de verrouillage volumique [5]. La méthode HHO proposée est implémentée dans la bibliothèque `DiSk++`¹ qui offre une implémentation open-source des méthodes HHO et utilise les concepts de programmation générique [4].

Dans ce travail, on développe une méthode HHO pour la plasticité incrémentale en grandes déformations et on la compare à des méthodes éléments finis conformes, primales et mixtes implémentées dans `code_aster` [7].

1. <https://github.com/wareHHOuse/diskpp>

2 Problème des grandes déformations plastiques

On s'intéresse ici à trouver l'évolution quasi-statique sur $I = [0, t_F]$ d'un solide élastoplastique Ω_0 dans sa configuration de référence. Cette évolution a lieu sous l'action d'un chargement volumique $\underline{f} : \Omega_0 \times I \rightarrow \mathbb{R}^d$, d'un chargement de Neumann $\underline{t} : \Gamma_N \times I \rightarrow \mathbb{R}^d$ sur Γ_N et par l'imposition d'une condition de Dirichlet $\underline{u}_D : \Gamma_D \times I \rightarrow \mathbb{R}^d$ sur Γ_D . L'opérateur gradient est défini par-rapport aux coordonnées de référence \underline{X} (on utilise la notation X pour l'indiquer). Soit V_D^n , resp. V_0 , l'ensemble des déplacements cinématiquement admissibles qui satisfont les conditions de Dirichlet, resp. un déplacement nul sur le bord Γ_D .

$$V_D^n = \left\{ \underline{v} \in H^1(\Omega_0; \mathbb{R}^d) \mid \underline{v} = \underline{u}_D(t^n) \text{ on } \Gamma_D \right\}, \quad V_0 = \left\{ \underline{v} \in H^1(\Omega_0; \mathbb{R}^d) \mid \underline{v} = \underline{0} \text{ on } \Gamma_D \right\}. \quad (1)$$

et \underline{X} l'espace des variables internes généralisées $\underline{\chi}$

$$\underline{X} := \left\{ \underline{\chi} = (\underline{E}^p, \underline{\alpha}) \in \mathbb{R}_{\text{sym}}^{d \times d} \times \mathbb{R}^m \mid \text{trace}(\underline{E}^p) = 0 \right\}. \quad (2)$$

Pour tout pseudo-pas de temps $1 \leq n \leq N$, où $\underline{u}^{n-1} \in V_D^{n-1}$ et $\underline{\chi}^{n-1} \in L^2(\Omega_0; \underline{X})$ sont connus de l'instant précédent ou de la condition initiale. On cherche $\underline{u}^n \in V_D^n$ et $\underline{\chi}^n \in L^2(\Omega_0; \underline{X})$ tel que

$$\int_{\Omega_0} \underline{P}^n : \nabla_{\underline{X}} \underline{v} d\Omega_0 = \int_{\Omega_0} \underline{f}^n \cdot \underline{v} d\Omega_0 + \int_{\Gamma_N} \underline{t}^n \cdot \underline{v} d\Gamma \text{ for all } \underline{v} \in V_0, \quad (3a)$$

et

$$(\underline{\chi}^n, \underline{P}^n) = \text{FINITE_PLASTICITY}(\underline{\chi}^{n-1}, \underline{F}(\underline{u}^{n-1}), \underline{F}(\underline{u}^n)). \quad (3b)$$

La procédure FINITE_PLASTICITY est un intégrateur générique de la loi de comportement basé sur les déformations logarithmiques et permet de calculer les nouvelles valeurs des variables internes généralisées $\underline{\chi}$ et du tenseur des contraintes de Piola–Kirchhoff \underline{P} . On se place dans le cadre des matériaux standard généralisés [8] et les déformations logarithmiques $\underline{E} = \frac{1}{2} \ln(\underline{F}^T \underline{F}) \in \mathbb{R}_{\text{sym}}^{d \times d}$ sont basées sur l'article [9] avec $\underline{T} \in \mathbb{R}_{\text{sym}}^{d \times d}$ le tenseur des contraintes logarithmiques conjugué. Les déformations plastiques sont mesurées par l'intermédiaire des déformations logarithmiques plastiques $\underline{E}^p \in \mathbb{R}_{\text{sym}}^{d \times d}$ et on suppose une décomposition additive de \underline{E} tel que :

$$\underline{E}^e := \underline{E} - \underline{E}^p. \quad (4)$$

où $\underline{E}^e \in \mathbb{R}_{\text{sym}}^{d \times d}$ est le tenseur des déformations logarithmiques élastiques. Les variables internes généralisées $\underline{\chi} := (\underline{E}^p, \underline{\alpha}) \in \underline{X}$ sont le couple composé des variables internes $\underline{\alpha}$ qui permettent de décrire l'état interne du matériau et des déformations logarithmiques plastiques \underline{E}^p .

La procédure FINITE_PLASTICITY est décrite dans l'Algorithme 1 et est composée de trois étapes. Premièrement, un pré-traitement géométrique pour calculer les déformations logarithmiques \underline{E}^{n-1} et \underline{E}^n . Ensuite, on utilise un intégrateur de comportement en petites déformations pour calculer les nouvelles valeurs du couple $(\underline{\chi}^n, \underline{T}^n)$. Enfin, un post-traitement géométrique est appliqué pour calculer les nouvelles valeurs du couple $(\underline{\chi}^n, \underline{P}^n)$. L'avantage d'utiliser les déformations logarithmiques est que c'est une mesure objective des grandes déformations et qu'elles permettent de réutiliser les lois de comportement développées dans le cadre des petites déformations plastiques.

Algorithm 1 Calcul de $(\underline{\chi}^n, \underline{P}^n)$

- 1: **procedure** FINITE_PLASTICITY($\underline{\chi}, \underline{F}^{n-1}, \underline{F}^n$)
 - 2: Set $\underline{E}^{n-1} = \frac{1}{2} \ln(\underline{F}^{n-1,T} \underline{F}^{n-1})$, $\underline{E}^n = \frac{1}{2} \ln(\underline{F}^{n,T} \underline{F}^n)$ and $d\underline{E} := \underline{E}^n - \underline{E}^{n-1}$
 - 3: Compute $(\underline{\chi}^n, \underline{T}^n) = \text{SMALL_PLASTICITY}(\underline{\chi}^{n-1}, \underline{E}^{n-1}, d\underline{E})$.
 - 4: Compute $\underline{P}^n = \underline{T}^n : (\partial_{\underline{F}} \underline{E})^n$
 - 5: **return** $(\underline{\chi}^n, \underline{P}^n)$
 - 6: **end procedure**
-

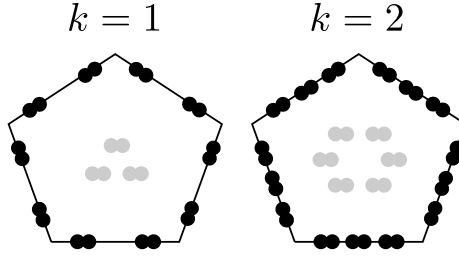


FIGURE 1 – Degrés de liberté des faces (noir) et de la cellule (gris) dans \underline{U}_T^k pour $k = 1$ et $k = 2$ en 2D .

3 Méthode Hybrid High-Order

On considère un maillage polyédrique \mathcal{T}_h de Ω_0 admissible, c.f. [5]. Soit $k \geq 1$ un degré polynomial fixé. Dans chaque cellule du maillage $T \in \mathcal{T}_h$, les inconnues HHO locales consistent en la paire $(\underline{v}_T, \underline{v}_{\partial T})$, où les inconnues de la cellule $\underline{v}_T \in \mathbb{P}_d^k(T; \mathbb{R}^d)$ sont les coefficients d'un polynôme à valeurs vectorielles à d -variables de degré au plus k dans chaque cellule T , et $\underline{v}_{\partial T} \in \mathbb{P}_{d-1}^k(\mathcal{F}_{\partial T}; \mathbb{R}^d) = \times_{F \in \mathcal{F}_{\partial T}} \mathbb{P}_{d-1}^k(F; \mathbb{R}^d)$ un polynôme à valeurs vectorielles à $(d-1)$ -variables de degré au plus k sur chaque face $F \in \mathcal{F}_{\partial T}$ ($\mathcal{F}_{\partial T}$ est l'ensemble des faces de T). On écrit de manière plus concise

$$(\underline{v}_T, \underline{v}_{\partial T}) \in \underline{U}_T^k := \mathbb{P}_d^k(T; \mathbb{R}^d) \times \mathbb{P}_{d-1}^k(\mathcal{F}_{\partial T}; \mathbb{R}^d). \quad (5)$$

Les degrés de liberté sont illustrés sur la Fig. 1, où un point indique un degré de liberté (qui n'est pas nécessairement un point d'évaluation).

3.1 Reconstruction du gradient discret et opérateur de stabilisation

Le premier ingrédient pour développer les méthodes HHO est la reconstruction d'un gradient discret localement à la cellule $T \in \mathcal{T}_h$. Cette reconstruction est matérialisée par un opérateur $\mathbf{G}_T^k : \underline{U}_T^k \rightarrow \mathbb{P}_d^k(T; \mathbb{R}^{d \times d})$ défini dans l'espace composé des polynômes à valeurs dans $\mathbb{P}_d^k(T; \mathbb{R}^{d \times d})$. Pour tout $(\underline{v}_T, \underline{v}_{\partial T}) \in \underline{U}_T^k$, le gradient discret reconstruit $\mathbf{G}_T^k(\underline{v}_T, \underline{v}_{\partial T}) \in \mathbb{P}_d^k(T; \mathbb{R}^{d \times d})$ est obtenu en résolvant le problème local suivant : Pour tout $\boldsymbol{\tau} \in \mathbb{P}_d^k(T; \mathbb{R}^{d \times d})$,

$$(\mathbf{G}_T^k(\underline{v}_T, \underline{v}_{\partial T}), \boldsymbol{\tau})_{L^2(T)} = (\nabla_X \underline{v}_T, \boldsymbol{\tau})_{L^2(T)} + (\underline{v}_{\partial T} - \underline{v}_T|_{\partial T}, \boldsymbol{\tau} \underline{n}_T)_{L^2(\partial T)}. \quad (6)$$

On définit également $\mathbf{F}_T^k(\underline{v}_T, \underline{v}_{\partial T}) = \mathbf{G}_T^k(\underline{v}_T, \underline{v}_{\partial T}) + \mathbf{I}_d$. Le second ingrédient des méthodes HHO est la définition d'un opérateur de stabilisation local qui impose faiblement l'égalité entre les inconnues des faces et la trace des inconnues de la cellule. Suivant [6, 5], l'opérateur de stabilisation $\underline{S}_{\partial T}^k : \mathbb{P}_{d-1}^k(\mathcal{F}_{\partial T}; \mathbb{R}^d) \rightarrow \mathbb{P}_{d-1}^k(\mathcal{F}_{\partial T}; \mathbb{R}^d)$ agit sur la différence $\underline{\boldsymbol{\theta}} = \underline{v}_{\partial T} - \underline{v}_T|_{\partial T} \in \mathbb{P}_{d-1}^k(\mathcal{F}_{\partial T}; \mathbb{R}^d)$ et est tel que, pour tout $\underline{\boldsymbol{\theta}} \in \mathbb{P}_{d-1}^k(\mathcal{F}_{\partial T}; \mathbb{R}^d)$,

$$\underline{S}_{\partial T}^k(\underline{\boldsymbol{\theta}}) = \underline{\Pi}_{\partial T}^k(\underline{\boldsymbol{\theta}} - (\mathbf{I} - \underline{\Pi}_T^k) \underline{D}_T^{k+1}(\underline{0}, \underline{\boldsymbol{\theta}})|_{\partial T}), \quad (7)$$

où $\underline{\Pi}_T^k$ et $\underline{\Pi}_{\partial T}^k$ sont, respectivement, les projecteurs L^2 -orthogonaux sur $\mathbb{P}_d^k(T; \mathbb{R}^d)$ et $\mathbb{P}_{d-1}^k(\mathcal{F}_{\partial T}; \mathbb{R}^d)$. L'opérateur de reconstruction local du déplacement $\underline{D}_T^{k+1} : \underline{U}_T^k \rightarrow \mathbb{P}_d^{k+1}(T; \mathbb{R}^d)$ est tel que, pour tout $(\underline{v}_T, \underline{v}_{\partial T}) \in \underline{U}_T^k$, $\underline{D}_T^{k+1}(\underline{v}_T, \underline{v}_{\partial T}) \in \mathbb{P}_d^{k+1}(T; \mathbb{R}^d)$ est obtenu en résolvant le problème de Neumann local suivant : Pour tout $\underline{w} \in \mathbb{P}_d^{k+1}(T; \mathbb{R}^d)$,

$$(\nabla_X \underline{D}_T^{k+1}(\underline{v}_T, \underline{v}_{\partial T}), \nabla_X \underline{w})_{L^2(T)} = (\nabla_X \underline{v}_T, \nabla_X \underline{w})_{L^2(T)} + (\underline{v}_{\partial T} - \underline{v}_T|_{\partial T}, \nabla^s \underline{w} \underline{n}_T)_{L^2(\partial T)}, \quad (8)$$

avec la condition suivante sur la moyenne $\int_T \underline{D}_T^{k+1}(\underline{v}_T, \underline{v}_{\partial T}) dT = \int_T \underline{v}_T dT$. On peut démontrer dans le cas de l'élasticité linéaire l'absence de verrouillage et la converge à l'ordre h^{k+1} en norme de l'énergie pour des solutions régulières (voir [5]).

3.2 Problème discret

Nous allons maintenant définir le problème discret global. On définit $\mathbb{P}_d^k(\mathcal{T}_h; \mathbb{R}^d) := \times_{T \in \mathcal{T}_h} \mathbb{P}_d^k(T; \mathbb{R}^d)$ et $\mathbb{P}_{d-1}^k(\mathcal{F}_h; \mathbb{R}^d) := \times_{F \in \mathcal{F}_h} \mathbb{P}_{d-1}^k(F; \mathbb{R}^d)$. L'espace global des inconnues HHO est le suivant :

$$\underline{U}_h^k := \mathbb{P}_d^k(\mathcal{T}_h; \mathbb{R}^d) \times \mathbb{P}_{d-1}^k(\mathcal{F}_h; \mathbb{R}^d). \quad (9)$$

La condition de Dirichlet sur Γ_D est imposée fortement aux inconnues des faces sur Γ_D .

$$\underline{U}_{h,D}^{k,n} := \left\{ (v_{\mathcal{T}_h}, v_{\mathcal{F}_h}) \in \underline{U}_h^k \mid v_F = \underline{\Pi}_F^k(\underline{u}_D(t^n)), \forall F \in \mathcal{F}_h^{b,D} \right\}, \quad (10a)$$

$$\underline{U}_{h,0}^k := \left\{ (v_{\mathcal{T}_h}, v_{\mathcal{F}_h}) \in \underline{U}_h^k \mid v_F = 0, \forall F \in \mathcal{F}_h^{b,D} \right\}. \quad (10b)$$

où $\underline{\Pi}_F^k$ est le projecteur L^2 -orthogonal sur $\mathbb{P}_{d-1}^k(F; \mathbb{R}^d)$. On définit également l'espace discret $\tilde{\chi}_{\mathcal{T}_h}^{k_Q}$ pour les variables internes généralisées qui consiste en un ensemble de points de quadrature d'ordre au moins k_Q sur chaque cellule $T \in \mathcal{T}_h$. Les variables internes généralisées discrètes seront évaluées et connues uniquement en ces points.

Le problème discret global consiste à chercher pour chaque pas de temps $1 \leq n \leq$, la paire composée du déplacement discret $(\underline{u}_{\mathcal{T}_h}^n, \underline{u}_{\mathcal{F}_h}^n) \in \underline{U}_{h,D}^{k,n}$ et des variables internes généralisées discrètes $\tilde{\chi}_{\mathcal{T}_h}^n \in \tilde{\chi}_{\mathcal{T}_h}^{k_Q}$ tel que, pour tout $(\delta v_{\mathcal{T}_h}, \delta v_{\mathcal{F}_h}) \in \underline{U}_{h,0}^k$,

$$\begin{aligned} & \sum_{T \in \mathcal{T}_h} (\tilde{P}^n, G_T^k(\delta v_T, \delta v_{\partial T}))_{L^2(T)} + \sum_{T \in \mathcal{T}_h} \beta (\gamma_{\partial T} \underline{S}_{\partial T}^k(\underline{u}_{\partial T}^n - \underline{u}_T^n|_{\partial T}), \underline{S}_{\partial T}^k(\delta v_{\partial T} - \delta v_T|_{\partial T}))_{L^2(\partial T)} \\ & = \sum_{T \in \mathcal{T}_h} (\underline{f}^n, \delta v_T)_{L^2(T)} + \sum_{F \in \mathcal{F}_h^{b,N}} (\underline{t}^n, \delta v_F)_{L^2(F)}, \end{aligned} \quad (11)$$

et pour tout point de quadrature $\underline{\xi}_{T,j} \in \mathbb{R}^d$,

$$\begin{aligned} & (\tilde{\chi}_{\mathcal{T}_h}^n(\underline{\xi}_{T,j}), \tilde{P}^n(\underline{\xi}_{T,j}), \tilde{\mathbb{A}}_{ep}^n(\underline{\xi}_{T,j})) = \\ & \text{FINITE_PLASTICITY}(\tilde{\chi}_{\mathcal{T}_h}^{n-1}(\underline{\xi}_{T,j}), \mathbf{F}_T^k(\underline{u}_T^{n-1}, \underline{u}_{\partial T}^{n-1})(\underline{\xi}_{T,j}), \mathbf{F}_T^k(\underline{u}_T^n, \underline{u}_{\partial T}^n)(\underline{\xi}_{T,j})), \end{aligned} \quad (12)$$

avec $(\underline{u}_{\mathcal{T}_h}^{n-1}, \underline{u}_{\mathcal{F}_h}^{n-1}) \in \underline{U}_{h,D}^{k,n-1}$ et $\tilde{\chi}_{\mathcal{T}_h}^{n-1} \in \tilde{\chi}_{\mathcal{T}_h}^{k_Q}$ donnés à partir du pas de temps précédent ou de la condition initiale. De plus, à la deuxième ligne de (11), la stabilisation utilise un poids de la forme $\beta = 2\mu\beta_0$ avec $\beta_0 > 0$ et où la fonction $\gamma_{\partial T}$ constante par morceaux est telle que $\gamma_{\partial T|F} = h_F^{-1}$ pour tout $F \in \mathcal{F}_{\partial T}$, avec h_F le diamètre de la face F . Ce problème non-linéaire est résolu par une méthode de Newton.

3.3 Implémentation

Comme c'est classique avec les méthodes HHO [5, 6], et plus généralement avec les méthodes d'approximation hybrides, les inconnues de cellules \underline{u}_T peuvent être éliminées localement en utilisant une condensation statique (ou complément Schur). Le système réduit concerne uniquement les inconnues sur les faces du maillage et est de taille $N_{\mathcal{F}_h} \times d \binom{k+d-1}{d-1}$, où $N_{\mathcal{F}_h}$ indique le nombre de faces du maillage.

L'implémentation des méthodes HHO est réalisée dans la bibliothèque open-source `DiSk++` [4] qui fournit des outils de programmation générique pour faciliter l'implémentation des méthodes HHO et est disponible en ligne². De plus, pour limiter les coûts de calcul lors de la résolution du problème par la méthode de Newton, le gradient reconstruit discret (6) et l'opérateur de stabilisation (7) sont calculés une fois pour toute avant la résolution et sont ensuite réutilisés à chaque itération de Newton.

4 Résultat numérique

On évalue les performances de la méthode HHO étudiée ici, noté HHO(1), resp. HHO(2), suivant l'ordre k des faces sur le problème d'un barreau en traction uniaxiale. On compare les résultats obtenus avec ceux de méthodes conformes linéaire Q1 et quadratique Q2, ainsi qu'une méthode mixte à 3 champs notée UPG (approximation quadratique en déplacement et linéaire en pression et gonflement) provenant de `code_aster`.

2. <https://github.com/wareHHOuse/diskpp>

4.1 Barreau en traction

Dans cet exemple, nous considérons une barre rectangulaire avec une imperfection géométrique initiale soumise à une extension uniaxiale. Cet exemple a été étudié précédemment par de nombreux auteurs comme un problème de striction (voir par exemple [10]) et peut être utilisé pour tester la robustesse des différentes méthodes. La barre a une longueur de 53.334 mm et une largeur variable d'une valeur initiale de 12.826 mm en haut à une largeur de 12.595 mm au centre de la barre pour créer un défaut géométrique. Un déplacement horizontal $\underline{u} = 5$ mm est imposé aux deux extrémités, comme le montre la Fig. 2a. Pour des raisons de symétrie, seul un quart de la barre est discrétisé avec un maillage composé de 400 quadrangles, voir Fig. 2b. La courbe force-déplacement est tracée sur la Fig. 2c, et nous pouvons observer qu'excepter pour Q1, les autres méthodes donnent des résultats très similaires. De plus, on visualise la trace du tenseur des contraintes de Cauchy σ sur la Fig. 3. Les formulations primales conformes Q1 et Q2 présentent des oscillations ce qui confirme la présence d'un verrouillage volumétrique, contrairement aux méthodes HHO et UPG qui donnent des résultats similaires et sans oscillations. Nous remarquons que les résultats pour HHO(1) sont légèrement moins précis que pour HHO(2) et UPG car HHO(1) a moins de points de quadrature pour le même maillage mais le calcul est moins coûteux (HHO(2) et UPG ont le même nombre de points de quadrature). Il suffit d'augmenter le nombre d'éléments du maillage pour obtenir des résultats similaires.

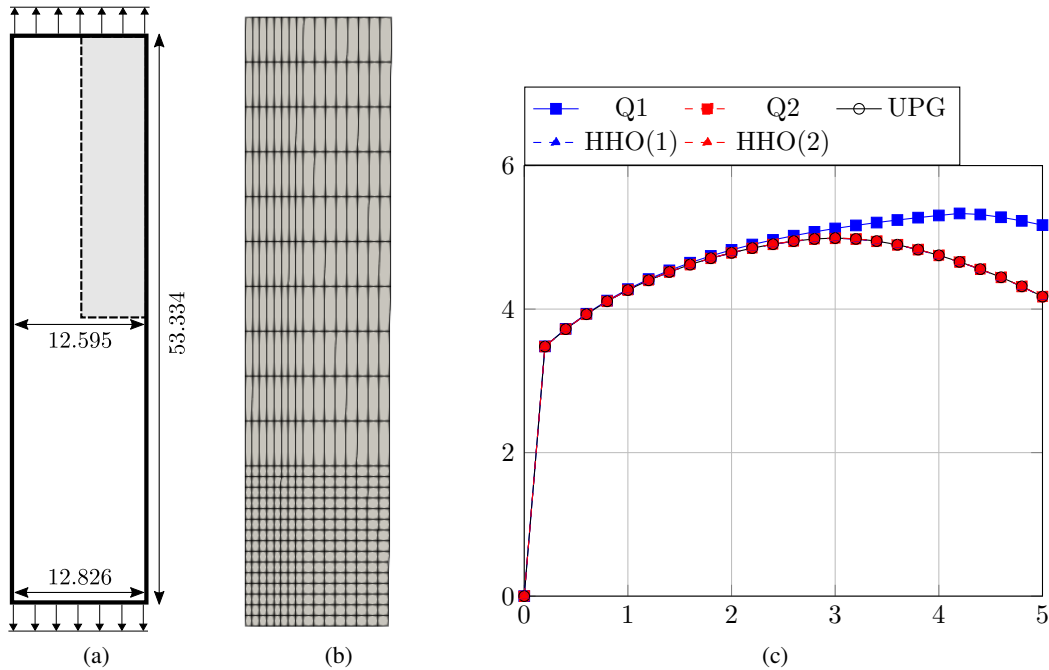


FIGURE 2 – Barreau en traction : (a) Géométrie et conditions aux limites (dimensions en mm) (b) Maillage composé de 400 quadrangles. (c) Courbes force-déplacement pour les différentes méthodes.

5 Conclusion

Nous avons développé et évalué numériquement une méthode Hybrid High-Order pour les problèmes de plasticité associative en grandes déformations. La méthode montre un comportement robuste et produit des solutions précises avec un nombre modéré de degrés de liberté. En particulier, comme les méthodes mixtes, la méthode HHO ne présente pas de verrouillage numérique dû à l'incompressibilité plastique, mais en étant purement primale. De plus, la méthode HHO supporte les maillages généraux avec des interfaces éventuellement non conformes. Finalement, l'implémentation de cette méthode HHO est en cours dans `code_aster`.

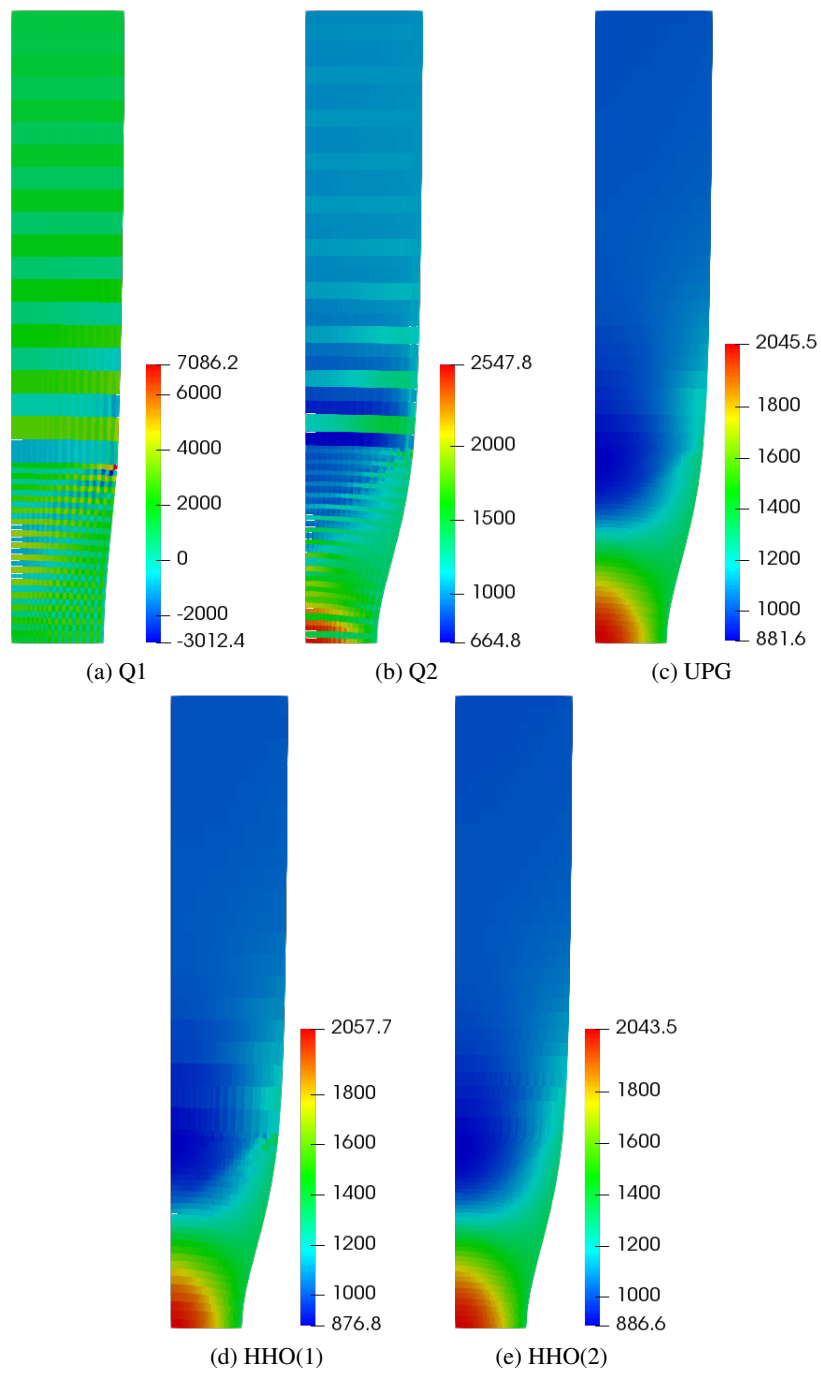


FIGURE 3 – Barreau en traction : trace du tenseur des contraintes de Cauchy σ (en MPa) aux points de quadrature sur la configuration déformée.

Références

- [1] M. Abbas, A. Ern, and N. Pignet. Hybrid High-Order methods for finite deformations of hyperelastic materials. *Comput. Mech.*, 62(4) :909–928, 2018.
- [2] M. Abbas, A. Ern, and N. Pignet. A Hybrid High-Order method for incremental associative plasticity with small deformations. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 2018. Published online <https://doi.org/10.1016/j.cma.2018.08.037>.
- [3] M. Botti, D. A. Di Pietro, and P. Sochala. A Hybrid High-Order Method for Nonlinear Elasticity. *SIAM J. Numer. Anal.*, 55(6) :2687–2717, 2017.
- [4] M. Cicuttin, D. A. Di Pietro, and A. Ern. Implementation of Discontinuous Skeletal methods on arbitrary-dimensional, polytopal meshes using generic programming. *J. Comput. Appl. Math.*, 344 :852–874, 2018.
- [5] D. A. Di Pietro and A. Ern. A Hybrid High-Order locking-free method for linear elasticity on general meshes. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 283 :1–21, 2015.
- [6] D. A. Di Pietro, A. Ern, and S. Lemaire. An arbitrary-order and compact-stencil discretization of diffusion on general meshes based on local reconstruction operators. *Comput. Methods Appl. Math.*, 14(4) :461–472, 2014.
- [7] Electricité de France. Finite element *code_aster*, structures and thermomechanics analysis for studies and research. Open source on www.code-aster.org, 1989–2018.
- [8] B. Halphen and Q. Son Nguyen. Sur les matériaux standard généralisés. *J. Mécanique.*, 14 :39–63, 1975.
- [9] C. Miehe, N. Apel, and M. Lambrecht. Anisotropic additive plasticity in the logarithmic strain space : modular kinematic formulation and implementation based on incremental minimization principles for standard materials. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 191(47-48) :5383–5425, 2002.
- [10] J. C. Simo and F. Armero. Geometrically nonlinear enhanced strain mixed methods and the method of incompatible modes. *Internat. J. Numer. Methods Engrg.* 33(7) : 1413–1449, 1992.