



HAL
open science

Indices de prix à utilité constante et substitutions intermensuelles

Patrick Sillard, Lionel Wilner

► **To cite this version:**

Patrick Sillard, Lionel Wilner. Indices de prix à utilité constante et substitutions intermensuelles. Revue Economique, 2015, Vol. 66 (4), pp.755-768. 10.3917/reco.664.0755 . hal-04799413

HAL Id: hal-04799413

<https://hal.science/hal-04799413v1>

Submitted on 22 Nov 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Indices de prix à utilité constante et substitutions infra-annuelles*

Patrick Sillard[†] Lionel Wilner[‡]

Résumé

Cet article propose de micro-fonder un indice de prix à partir d'une utilité CES emboîtée mensuellement afin de rendre compte au mieux des possibilités de substitution d'un consommateur représentatif au cours du temps.

Mots-clés : Indice de prix, utilité CES emboîtée mensuellement, substitution intertemporelle.

Classification JEL : C43, D11, D12.

*Les auteurs remercient deux rapporteurs anonymes pour leurs suggestions, Philippe Choné, Hermann Donfouet, François Gardes, Erwan Gautier, Claire Lelarge, Laurent Linnemer et Michael Visser pour leurs commentaires, ainsi que les audiences du séminaire CREST-LEI, du département des études de l'INSEE et des Journées de Microéconomie Appliquée (Clermont-Ferrand, juin 2014).

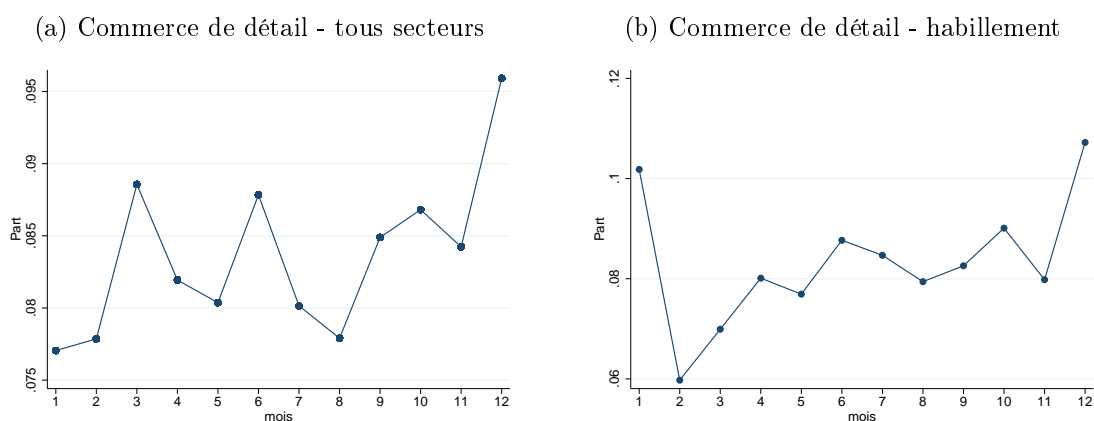
[†]INSEE. Adresse mail : patrick.sillard@insee.fr.

[‡]CREST (INSEE). Adresse mail : lionel.wilner@ensae.fr

1 Introduction

Dans le modèle classique¹ de la théorie du consommateur, le panier mensuel de biens consommés a une composition identique à celle d'un mois de référence, en général le mois de décembre précédant l'année courante. Ce raisonnement conduit à effectuer l'hypothèse implicite selon laquelle la dépense de consommation des ménages est uniformément répartie sur l'ensemble des mois de l'année. Or, cette hypothèse est contredite par les faits. La Figure 1 témoigne d'un profil heurté des dépenses mensuelles des ménages, mesurées par les chiffres d'affaires des entreprises du commerce de détail. L'agrégation sur les secteurs de l'économie (Figure 1a) masque par ailleurs des disparités importantes; les profils spécifiques à chaque branche sont encore plus volatils et témoignent parfois de saisonnalités bien identifiées, comme dans le secteur de l'habillement (Figure 1b).

FIGURE 1 – Répartition des dépenses de consommation au cours de l'année



Source : Déclarations fiscales de TVA.

Note : Moyennes, sur la période 2004-2011, des ratios entre chiffre d'affaires mensuel et chiffre d'affaires annuel (en %).

Les fluctuations mensuelles des dépenses de consommation des ménages proviennent tant de changements de prix (soldes, promotions) que de changements de comportement d'achat tout au long de l'année. Ces raisons nécessitent d'ajuster le calcul de l'indice des prix afin de tenir compte de ces évolutions infra-annuelles. Ce travail vise précisément à proposer une adaptation de la théorie du consommateur représentatif, couramment utilisée pour construire des indices de prix à utilité

1. Ce modèle fixe le cadre microéconomique des indices de prix à la consommation publiés par les instituts nationaux de statistiques.

constante. Le point clé de l'adaptation repose sur la possibilité de rendre compte de l'existence de substitutions intertemporelles dans la consommation des ménages, donc de variations de dépenses d'un mois à l'autre. Ces dernières s'ajustent à l'évolution saisonnière des prix, plus ou moins marquée selon la durabilité des biens consommés, et plus généralement selon le secteur de consommation.

Par exemple, le secteur de l'habillement présente une importante concentration de prix bas en janvier et en juillet en raison des soldes. Les baisses des prix correspondantes se traduisent généralement par une hausse sensible des achats. Par ailleurs, certains biens de consommation courante sont dits "de saison" (BIT, FMI, OCDE, CEE-ONU, Eurostat, et la Banque Mondiale, 2004) et sont consommés à certaines périodes de l'année clairement identifiées. Ces biens sont susceptibles de connaître des fluctuations de quantités, et de prix, à un rythme infra-annuel, parfois indépendamment de toute réaction du consommateur, comme dans le cas des légumes et fruits frais qui sont vendus en saison. Même pour un bien non saisonnier, des pics de demande peuvent être observés lors d'événements comme les vacances et les jours fériés, le mois de décembre, etc. L'origine des fluctuations de prix ou/et de quantités peut être climatique, traditionnelle, réglementaire, en lien avec la mode, les pratiques professionnelles, etc. D'autres exemples de biens saisonniers incluent l'eau, le chauffage, l'électricité, les achats de véhicules, les livres, les dépenses d'assurance, les jeux et les activités de tourisme. Enfin, de nouvelles formes de tarification dynamique, issues notamment du *revenue management*, consistent à proposer des prix qui s'ajustent à la demande anticipée ou réalisée. Les entreprises du secteur des transports (transport aérien ou ferroviaire), des loisirs (location de voitures) ou encore les hôtels et même les restaurants ont recours à ces stratégies de prix pour maximiser les revenus, proposant ainsi des prix hauts (resp. bas) lorsque la demande est haute (resp. basse) – contrairement aux périodes de promotions, où les prix sont bas et la demande haute.²

Un problème méthodologique majeur lorsque l'on tente d'intégrer des phénomènes de substitution intertemporelle dans la construction d'un indice de prix tient à la difficulté d'observer les quantités consommées³. La mise à disposition de données de caisse répond dans une large mesure à cette préoccupation, en ce qui concerne les produits de consommation en supermarchés ou en hypermarchés (voir à ce sujet Sillard, 2013).

2. Le BIT estime que les dépenses de biens saisonniers peuvent représenter entre 20% et 33% des dépenses totales, sans compter les pratiques récentes de type *revenue management*.

3. Certaines consommations, telles celles d'électricité ou, dans une moindre mesure, d'alimentation, font exception.

Enfin, ces fluctuations de dépenses sont susceptibles d'être hétérogènes selon les ménages. Une préconisation de la commission Boskin ([Boskin, Dulberger, Gordon, Griliches, et Jorgenson, 1998](#)) incluait par exemple la publication d'un indice des prix à la consommation pour les plus âgés et pour les plus pauvres. TO BE COMPLETED. Biais différents selon les ménages

Afin de rendre compte des possibilités de substitution intertemporelle par les consommateurs, cet article mobilise un modèle stylisé avec un consommateur représentatif soumis à une contrainte de budget annuelle, dont les préférences sont données par une utilité de type CES emboîtée mensuellement. Cet agent optimise ses consommations mensuelles de manière à tirer parti des variations de prix ; ses dépenses mensuelles reflètent ce comportement d'achat. Un indice de prix micro-fondé sur cette utilité est ainsi proposé, qui tient compte des substitutions entre produits et entre mois de l'année, contrairement à la plupart des indices statiques de prix qui négligent ces dimensions et surestiment mécaniquement l'évolution du coût de la vie.

La section [2](#) propose un panorama de la question des substitutions dans les indices de prix usuels. La section [3](#) expose le modèle théorique de comportement d'un consommateur représentatif permettant de paramétrer les substitutions entre produits et les substitutions intertemporelles. La section [4](#) propose un indice micro-fondé sur ces préférences. La section [5](#) conclut.

2 Le biais de substitution des indices de prix usuels

L'objectif des indices de prix est de décrire l'évolution moyenne des prix en séparant soigneusement, dans l'évolution de la dépense de consommation, ce qui relève des évolutions des volumes consommés, de ce qui provient des variations de prix. Les calculs d'indices et les méthodes appliquées dans la plupart des pays développés sont relativement normalisés. Ils reposent sur une approche empirique consistant à suivre un panier fixe représentatif des biens achetés par les consommateurs du territoire concerné. Le cadre théorique de ces approches a été fixé par les travaux de nombreux statisticiens au cours du XX^e siècle. Ces travaux ont débouché sur une axiomatique des indices ([Eichhorn et Voeller, 1976](#)) qui met en lumière les propriétés des indices de Laspeyres et de Paasche et privilégie l'indice de Fisher, moyenne géométrique des précédents (voir [Annexe A](#)).

Si la théorie classique des indices formulée notamment par [Diewert \(2001\)](#) per-

met de rendre compte de l'évolution de prix de produits dont l'offre et la demande sont relativement stables au cours du temps, il n'en est pas de même avec les produits fortement saisonniers. En effet, pour de tels produits, les quantités et les prix suivent un cycle incompatible avec l'hypothèse de fixité du panier de biens. En outre, l'application des formules d'indices sur ces biens où prix et quantités varient de manière concomitante peut engendrer des problèmes de biais, ou encore de dérive, dans l'estimation de l'évolution des prix (voir Annexe A). Les statisticiens ont donc adapté les indices usuels pour résoudre les difficultés propres au suivi de l'évolution des prix des produits saisonniers.

L'idée fondamentale reste proche de l'esprit fondateur des calculs d'indices de prix : un indice portant sur les produits saisonniers doit abandonner l'hypothèse de fixité du panier qui pose problème, tout en permettant, d'une part, de rendre compte des variations saisonnières de prix observables d'un mois sur l'autre, et d'autre part, de conserver la tendance de long terme. Cette approche empirique prévaut pour l'essentiel dans les formules retenues pour le calcul d'indices de produits à prix volatils (comme les produits frais), ou pour les indices de produits soumis à des phénomènes de soldes. Les spécialistes des indices de prix ont développé de nombreuses méthodes à cette fin mais aucune formule ne domine réellement les autres. Parmi les travaux historiques, on peut citer Rothwell (1958) qui propose une formule de calcul permettant de traiter le cas de produits dont les quantités varient d'un mois sur l'autre, tout en assurant le respect de l'évolution tendancielle caractérisée par l'indice de Laspeyres de l'année : chaque mois est alors pondéré dans cet indice annuel selon sa part dans la dépense annuelle de consommation des ménages (voir Annexe B). Cette technique est utilisée dans l'IPC français pour les fruits, légumes, poissons, crustacés et fleurs.

En parallèle de l'approche empirique et axiomatique, les économistes ont précisé le concept d'indice de prix dans le cadre de la théorie microéconomique du consommateur (Deaton et Muelbauer, 1980). Cette notion s'appuie sur celle d'indice à utilité constante. Un tel indice est censé rendre compte, entre deux périodes, de l'évolution du budget que doit consacrer un consommateur représentatif à ses achats de consommation pour maintenir son utilité au niveau de celui de la période de base. Formellement, depuis Konüs (1924), un indice de prix statique à utilité constante, $I_{\mathcal{U}^c}^t$, est défini pour l'année t par :

$$V(\mathbf{p}^{t-1}, R^{t-1}) = V(\mathbf{p}^t, I_{\mathcal{U}^c}^t R^{t-1}). \quad (1)$$

$V(\mathbf{p}, R)$ désigne l'utilité indirecte d'un consommateur de revenu R et faisant face à un vecteur de prix \mathbf{p} , *i.e.*, l'utilité obtenue lors de la consommation du panier de biens optimal associé au programme de maximisation de l'utilité sous contrainte de budget. Cet indice rend donc le consommateur indifférent entre le panier de l'année précédente et celui de l'année courante, pourvu que son revenu augmente d'un facteur correspondant à l'augmentation du coût de la vie d'une période à l'autre.

La définition précédente nécessite de spécifier la fonction d'utilité du consommateur. De nombreux papiers ont postulé plusieurs spécifications distinctes et cette question ne fait pas l'objet d'un consensus sur une forme souhaitable pour cette utilité. À court terme, une hypothèse de préférences homothétiques, pour lesquelles l'utilité est homogène de degré 1 vis-à-vis du revenu, est le plus souvent retenue (Deaton et Muelbauer, 1980).

L'intérêt de cette approche est le suivant : si les utilités sont estimables à partir des données, alors il est possible de calculer l'indice micro-fondé correspondant, reposant ainsi sur des concepts clairs. Dans le cas des produits saisonniers, il existe vraisemblablement des phénomènes de substitution entre périodes, notamment entre les différents mois de l'année. Des économistes ont proposé de prendre compte les phénomènes de substitution entre périodes en revisitant le concept d'indice à utilité constante. Alchian et Klein (1973) et Pollak (1975) posent les bases théoriques de cette approche. Plus récemment, Reis (2009) propose un indice des prix dynamique, à utilité intertemporelle constante. Néanmoins, cette approche débouche sur une maquette empirique largement conditionnée par le paramétrage du modèle dans lequel l'incertain et les anticipations jouent le rôle prépondérant. Cette maquette repose en particulier sur des *a priori* d'évolution stochastique des prix des produits (comme : les logarithmes des prix suivent des processus auto-régressifs d'ordre 1, des modèles VAR, etc.). Cette maquette a néanmoins le mérite de pointer que l'existence, vraisemblable, de substitutions intertemporelles peut avoir un impact significatif et non négligeable sur la trajectoire mesurée de l'inflation. Cette idée est prolongée plus récemment par les travaux empiriques d'Aoki et Kitahara (2010). Dans les deux cas, les applications numériques proposées reposent sur des simplifications drastiques du modèle présenté dans un cadre général et sur une calibration des paramètres qui ne prétend pas se fonder sur des données observées.

L'étude présente adopte une démarche différente puisqu'elle cherche à rendre compte de comportements effectivement observés de substitution intertemporelle,

notamment dans l’habillement. Dans ce secteur, les consommateurs retardent dans une large mesure leurs achats jusqu’aux périodes de soldes pendant lesquelles les prix sont moins élevés. Le formalisme adopté pour le comportement du consommateur incorpore ces phénomènes de substitution en les liant à des paramètres explicites et estimables du modèle. Il suit celui développé par [Balk \(1999\)](#) dans le cas des indices de prix, en le généralisant au croisement de substitutions intertemporelles et de substitutions entre produits, à l’aide des travaux de [Brown et Heien \(1972\)](#) sur les fonctions d’utilités séparables.

[Afriat \(2014\)](#)

[Boskin, Dulberger, Gordon, Griliches, et Jorgenson \(1998\)](#)

[Diewert \(1976\)](#) superlative

3 Modèle de comportement du consommateur

Afin de tenir compte des possibilités de substitution intertemporelle entre produits, on considère une spécification de type CES emboîtée à deux niveaux à la suite des travaux de [Sato \(1967\)](#) (pour une fonction de production) et [Brown et Heien \(1972\)](#) (pour une fonction d’utilité). Un nombre de niveaux d’emboîtement supérieur à deux est possible : on parle alors de fonctions d’utilité CES emboîtées multi-niveaux ([Keller, 1976](#)). L’originalité de l’approche suivante réside dans la définition des niveaux, les mois (niveau supérieur) et les produits (niveau inférieur). En effet, jusqu’à présent, les mois d’une année n’ont pas été considérés par la littérature comme une dimension possible d’un premier choix, d’un point de vue temporel, par opposition à un choix secondaire (les produits, mais également, par extension, des points de vente, des variétés ou encore des agglomérations). Cette spécification autorise en effet un consommateur représentatif, en environnement certain, à optimiser ses consommations mensuelles en tenant compte des variations mensuelles de prix des différents produits. En notant les mois m et les produits i , on définit ainsi l’utilité associée au vecteur \mathbf{x} de biens par :

$$U(\mathbf{x}) = \left\{ \sum_{m=1}^M \left[\sum_{i=1}^{n_m} \alpha_{im} x_{im}^{\rho_m} \right]^{\frac{\rho}{\rho_m}} \right\}^{\frac{1}{\rho}}, \quad (2)$$

où le facteur d’escompte mensuel est implicitement supposé égal à 1, $\rho_m < 1$ est un facteur de substitution entre les produits du mois m , $\rho < 1$ est un facteur de substitution intertemporelle entre les mois et $n_m > 0$ est le nombre de biens

disponibles le mois m . Enfin, par définition, on compte $M = 12$ mois dans une année.

Si $U_m = [\sum_{i=1}^{n_m} \alpha_{im} x_{im}^{\rho_m}]^{\frac{1}{\rho_m}}$ est l'utilité mensuelle du mois m , on remarque que l'utilité annuelle $U = [\sum_{m=1}^M U_m^\rho]^{\frac{1}{\rho}}$ est donnée par une agrégation CES de ces utilités mensuelles. Puisque U est faiblement séparable⁴ en les vecteurs $\mathbf{x}_m = (x_{1m}, \dots, x_{n_m m})$, la maximisation de l'utilité précédente sous la contrainte de budget annuelle

$$\sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^{n_m} p_{im} x_{im} \leq R \quad (3)$$

peut se faire en deux étapes. De manière générale, [Strotz \(1957\)](#) exploite la séparabilité faible afin de conclure que l'optimum du consommateur consiste bien à maximiser de manière indépendante chaque sous-utilité U_m sous une contrainte de budget mensuelle, cette dernière n'impliquant que les prix du mois considéré.

La *première étape* consiste ainsi à optimiser chaque mois la fonction $U_m(\cdot)$ sous une contrainte de budget mensuelle, soit un programme de type CES : $\forall m$,

$$\max_{(x_{i1}, \dots, x_{in_m})} \left[\sum_{i=1}^{n_m} \alpha_{im} x_{im}^{\rho_m} \right]^{\frac{1}{\rho_m}} \quad \text{s.c.} \quad \sum_{i=1}^{n_m} p_{im} x_{im} \leq R_m. \quad (4)$$

En utilisant les résultats usuels sur les fonctions CES, et en notant $\frac{1}{1-\sigma_m} = 1 - \frac{1}{\rho_m}$, on obtient :

$$x_{im} = R_m \frac{\left(\frac{\alpha_{im}}{p_{im}} \right)^{\sigma_m}}{\sum_{i=1}^{n_m} p_{im} \left(\frac{\alpha_{im}}{p_{im}} \right)^{\sigma_m}}. \quad (5)$$

On désigne par X_m le dénominateur de l'expression (5) élevé à la puissance $\frac{1}{1-\sigma_m}$, soit l'inverse du multiplicateur de Lagrange associé à la contrainte budgétaire dans l'équation (4) :

$$X_m = \frac{R_m}{U_m} = \left(\sum_{i=1}^{n_m} \alpha_{im}^{\sigma_m} p_{im}^{1-\sigma_m} \right)^{\frac{1}{1-\sigma_m}}. \quad (6)$$

X_m est encore égal à l'inverse de l'utilité marginale du revenu du mois m .

La *seconde étape* consiste à déterminer les budgets mensuels R_m optimaux

4. Formellement, $\exists (U_1(\cdot), \dots, U_M(\cdot))$ telles que $U(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_M) = U(U_1(\mathbf{x}_1), \dots, U_M(\mathbf{x}_M))$. Pour une discussion autour des notions de séparabilité faible, forte ou additive, le lecteur pourra suivre les échanges de [Gorman \(1959\)](#) et [Strotz \(1959\)](#) à propos de l'article de [Strotz \(1957\)](#).

de manière à maximiser l'utilité annuelle, ce qui peut encore s'écrire comme un programme de type CES en ces budgets mensuels :

$$\max_{(R_1, \dots, R_M)} \left[\sum_{m=1}^M X_m^{-\rho} R_m^\rho \right]^{\frac{1}{\rho}} \quad \text{s.c.} \quad \sum_{m=1}^M R_m \leq R. \quad (7)$$

Les budgets mensuels optimaux valent :

$$R_m = R \frac{X_m^{1-\sigma}}{\sum_{m=1}^M X_m^{1-\sigma}}. \quad (8)$$

Un aspect essentiel de cette modélisation réside dans le fait que les budgets mensuels font l'objet d'une optimisation du consommateur, et varient en fonction de l'utilité marginale du revenu du mois. Dans le cas où σ , l'élasticité inter-mensuelle de substitution⁵ entre produits est supérieure à 1, ces revenus sont d'autant plus élevés que l'utilité marginale du revenu du mois est élevée.

Au final, en rapprochant les expressions (5) et (8), on obtient :

$$x_{im} = R \frac{\left(\frac{\alpha_{im}}{p_{im}} \right)^{\sigma_m} X_m^{\sigma_m - \sigma}}{\sum_{m=1}^M X_m^{1-\sigma}}. \quad (9)$$

Cette dernière expression fournit une équation estimante pour les paramètres du modèle α_{im} , σ_m et σ , à condition de disposer de données renseignant les prix et les quantités ou les dépenses à une fréquence mensuelle. Ces paramètres mesurent respectivement les préférences pour les produits ainsi que l'intensité des substitutions intra- ou inter-mensuelles.

Ce modèle choisit explicitement l'unité mensuelle comme unité pertinente de décision du consommateur, mais aussi d'observation pour l'économètre. Elle néglige alors des phénomènes de substitution d'ordre infra-mensuelle, entre les jours ou entre les semaines. On peut ainsi penser aux dépenses qui baissent à la fin du mois, notamment pour les individus aux plus faibles rémunérations, qui attendent l'arrivée de la paie. Une modélisation plus fine pourrait donc consister à considérer des durées plus courtes, mais elle ne pourra être confrontée qu'avec des

5. Au sens d'Allen. On fait la distinction (Sato, 1967) entre les élasticités intra- ou inter-mensuelles d'une part, et les élasticités de substitution directes ou d'Allen d'autre part. L'élasticité directe est égale à l'élasticité intra-mensuelle σ_m pour des produits du même mois m , mais à une moyenne harmonique des élasticités intra-mensuelles et de l'élasticité inter-mensuelle pour des produits dans deux mois différents. L'élasticité d'Allen coïncide avec l'élasticité inter-mensuelle pour des produits considérés dans deux mois différents.

données de fréquence supérieure à celles des enquêtes réalisées par les instituts statistiques nationaux. Elle requiert alors des données scannées ou données de caisse, qui contiennent une information hebdomadaire ou journalière. Par ailleurs, le biais associé à ces phénomènes est sans doute d'ampleur plus faible, car ces comportements de report d'achat ne s'accompagnent *a priori* pas d'évolution corrélée des prix, contrairement aux phénomènes que l'on cherche à analyser ici (promotions).

En l'absence de substitution, $\rho_m = \rho = -\infty$: cas Leontief (indice moyenne arithmétique Laspeyres). Cas particulier d'une substitution avec $\sigma = 1$: cas Cobb-Douglas (moyenne géométrique ou indice de Jevons). En pratique, [Melser \(2006\)](#) pour ρ_m et on ne sait pas trop pour ρ .

Ces paramètres de substitution sont ici les mêmes quels que soient les produits considérés, ce qui constitue une limite de cette modélisation. Toutefois, il est envisageable de faire dépendre du produit dans une spécification économétrique.

4 Indice de prix

L'indice de prix mensuel du mois m micro-fondé sur les préférences précédentes est égal au rapport des deux utilités marginales du revenu évaluées en les deux vecteurs de prix mensuels \mathbf{p}_m^t (date courante : t) et \mathbf{p}_m^0 (date de référence : 0), soit

$$I_m^t(\mathbf{p}_m^0, \mathbf{p}_m^t) = \frac{X_m(\mathbf{p}_m^t)}{X_m(\mathbf{p}_m^0)}. \quad (10)$$

Ce résultat découle directement de la définition (1) en invoquant la linéarité de la fonction d'utilité indirecte associée à une utilité CES, dont la pente vaut précisément l'utilité marginale du revenu. [Lloyd \(1975\)](#)[Moulton \(1996\)](#)[Shapiro et Wilcox \(1997\)](#)

Par ailleurs, cet indice rend compte des possibilités de substitution intramensuelles, entre produits, contrairement à la plupart des indices usuels. L'indice de Laspeyres (voir [Annexe A](#)) correspond ainsi à un cas limite où les biens ne sont pas substituables, soit $\sigma_m \rightarrow 0$.

L'indice annuel comparant les vecteurs annuels $\mathbf{p}^t = [\mathbf{p}_1^t, \dots, \mathbf{p}_M^t]$ et $\mathbf{p}^0 = [\mathbf{p}_1^0, \dots, \mathbf{p}_M^0]$ agrège alors les indices mensuels précédents conformément au comportement de substitution intertemporelle décrit par la fonction CES emboîtée

mensuellement :

$$I^t(\mathbf{p}^0, \mathbf{p}^t) = \left[\sum_{m=1}^M w_m^t I_m^t(\mathbf{p}_m^0, \mathbf{p}_m^t)^{1-\sigma} \right]^{\frac{1}{1-\sigma}} \quad (11)$$

où

$$w_m^t = \frac{R_m}{R} = \frac{X_m(\mathbf{p}_m^t)^{1-\sigma}}{\sum_{m=1}^M X_m(\mathbf{p}_m^t)^{1-\sigma}} \quad (12)$$

représente le poids du mois m dans le budget annuel de l'année t . Cet indice rend cette fois compte des possibilités de substitution, non seulement au sein d'un mois, entre produits, mais aussi entre les mois d'une année, contrairement à la plupart des indices usuels.

Simulations Manser et McDonald (1988) Magnien et Pognard (2000) Melser (2006) Ivancic, Diewert, et Fox (2010) pondérations mensuelles Diewert (2001) Boskin, Dulberger, Gordon, Griliches, et Jorgenson (1998)

5 Conclusion

Cet article propose un indice des prix à la consommation qui intègre deux dimensions d'optimisation supplémentaires : la possibilité, pour les consommateurs, de substituer entre les biens et entre les mois afin de tirer profit de la variabilité constatée des prix. L'indice envisagé correspond à une agrégation CES d'indices mensuels calculés comme les rapports des utilités marginales du revenu à deux dates différentes et eux-mêmes micro-fondés par des fonctions d'utilité CES : au final, l'indice proposé est dérivé d'une utilité CES emboîtée mensuellement.

Un prolongement naturel de cette étude consiste à estimer les paramètres structurels du modèle sur données de prix et de dépenses mensuelles afin de documenter ces substitutions, de les quantifier, de calibrer l'indice correspondant et de mesurer finalement le biais dû à l'omission de la dimension intermensuelle des achats.

Empiriquement, un travail en cours consiste à estimer les paramètres de cette fonction d'utilité afin d'évaluer l'ampleur de ces substitutions aussi bien intramensuelles qu'intermensuelles. Pour cela, des données détaillées renseignant les prix et les consommations, ou les dépenses, à une fréquence mensuelle, sont nécessaires. Une fois ces paramètres structurels récupérés, il est possible de calibrer cet indice de prix et de le comparer aux indices usuels, afin de quantifier combien l'omission de ces possibilités de substitution pèse sur le calcul du coût de la vie et de son évolution.

Références

- AFRIAT, S. (2014) : *The Price Index*. Cambridge University Press.
- ALCHIAN, A. A., ET B. KLEIN (1973) : “On a Correct Measure of Inflation,” *Journal of Money, Credit and Banking*, 5(1), 173–191.
- AOKI, S., ET M. KITAHARA (2010) : “Measuring a Dynamic Price Index Using Consumption Data,” *Journal of Money, Credit and Banking*, 42(5), 959–964.
- BALK, B. (1999) : “On culling the CPI’s Substitution and New Goods bias,” The Ottawa Group.
- BIT, FMI, OCDE, CEE-ONU, EUROSTAT, ET LA BANQUE MONDIALE (2004) : *Consumer price index manual : Theory and Practice*.
- BOSKIN, M. J., E. R. DULBERGER, R. J. GORDON, Z. GRILICHES, ET D. W. JORGENSON (1998) : “Consumer Prices, the Consumer Price Index, and the Cost of Living,” *The Journal of Economic Perspectives*, 12(1), 3–26.
- BROWN, M., ET D. HEIEN (1972) : “The S-branch utility tree : a generalization of the linear expenditure system,” *Econometrica*, 40(4), 737–747.
- DEATON, A., ET J. MUELBAUER (1980) : *Economics and consumer behavior*. Cambridge University Press.
- DIEWERT, W. E. (1976) : “Exact and Superlative Index Numbers,” *Journal of Econometrics*, 4, 115–145.
- DIEWERT, W. E. (2001) : “The consumer price index and index number theory : a survey,” Department of Economics Univ. of British Columbia discussion paper.
- EICHHORN, W., ET J. VOELLER (1976) : *Theory of the Price Index*. Springer-Verlag.
- GORMAN, W. (1959) : “Separable utility and aggregation,” *Econometrica*, 27(3), 469–481.
- IVANCIC, L., W. E. DIEWERT, ET K. J. FOX (2010) : “Using a Constant Elasticity of Substitution Index to Estimate a Cost-of-Living Index : from Theory to Practice,” Working paper.

- KELLER, W. J. (1976) : “A Nested CES-Type Utility Function and Its Demand and Price Index Functions,” *European Economic Review*, 7, 175–186.
- KONÜS, A. A. (1924) : “The Problem of the True Index of the Cost of Living,” *Translated in Econometrica (1939)*, 7, 10–29.
- LLOYD, P. (1975) : “Substitution Effects and Biases in Nontrue Price Indices : What is the Evidence?,” *The American Economic Review*, 65(3), 301–313.
- MAGNIEN, F., ET J. POUGNARD (2000) : “Les indices à utilité constante : une référence pour mesurer l’évolution des prix,” *Economie et Statistique*, 335(5), 81–94.
- MANSER, M. E., ET R. J. MCDONALD (1988) : “An Analysis of Substitution Bias in Measuring Inflation, 1959-85,” *Econometrica*, 56(4), 909–930.
- MELSER, D. (2006) : “Accounting for the effects of new and disappearing goods using scanner data,” *Review of Income and Wealth*, 52(4), 547–568.
- MOULTON, B. R. (1996) : “Bias in the Consumer Price Index : What is the Evidence?,” *The Journal of Economic Perspectives*, 10(4), 159–177.
- POLLAK, R. A. (1975) : “The Intertemporal Cost-of-Living Index,” *Annals of Economic and Social Management*, 4, 179–195.
- REIS, R. (2009) : “A Dynamic Measure of Inflation,” NBER Working paper.
- ROTHWELL, D. P. (1958) : “Use of Varying Seasonal Weights in Price index Construction,” *Journal of the American Statistical Association*, 53(281), 66–77.
- SATO, K. (1967) : “A two-level constant-elasticity-of-substitution production function,” *The Review of Economic Studies*, 34(2), 201–218.
- SHAPIRO, M. D., ET D. W. WILCOX (1997) : “Alternative Strategies for Aggregating Prices in the CPI,” Federal Reserve Bank of Saint Louis Review.
- SILLARD, P. (2013) : “Les données de caisse : vers des indices de prix à utilité constante,” Document de travail INSEE F2013/05.
- STROTZ, R. (1957) : “The empirical implications of a utility tree,” *Econometrica*, 25(2), 269–280.

——— (1959) : “The Utility Tree—A Correction and Further Appraisal,” *Econometrica*, 27(3), 482–488.

Annexes

A Les indices de prix usuels

Les indices classiques s’appuient sur un panier de biens suivis au cours du temps. Chaque bien du panier est repéré par $i \in \{1, \dots, n\}$ et le panier est défini comme un vecteur \mathbf{q}^t de quantités consommées pendant une période t . Soit \mathbf{p}^t le vecteur de prix des biens du panier à la période t .

— L’indice de Laspeyres entre la période t comparée à la période de base (0) vaut :

$$I_{\mathcal{L}} = \frac{\mathbf{q}^0 \cdot \mathbf{p}^t}{\mathbf{q}^0 \cdot \mathbf{p}^0}.$$

— L’indice de Paasche entre la période t comparée à la période (0) vaut :

$$I_{\mathcal{P}} = \frac{\mathbf{q}^t \cdot \mathbf{p}^t}{\mathbf{q}^t \cdot \mathbf{p}^0}.$$

— L’indice de Fisher entre la période t comparée à la période (0) vaut :

$$I_{\mathcal{F}} = \sqrt{\frac{\mathbf{q}^0 \cdot \mathbf{p}^t}{\mathbf{q}^0 \cdot \mathbf{p}^0} \cdot \frac{\mathbf{q}^t \cdot \mathbf{p}^t}{\mathbf{q}^t \cdot \mathbf{p}^0}}.$$

On note classiquement que l’indice de Laspeyres peut aussi s’écrire comme une moyenne de rapports de prix, pondérée par la dépense associée à chacun des biens du panier lors de la période de base :

$$I_{\mathcal{L}} = \sum_{i=1}^n s_i \frac{p_i^t}{p_i^0},$$

où $s_i = \frac{q_i^0 p_i^0}{\mathbf{q}^0 \cdot \mathbf{p}^0}$. Dans la pratique, et dans le cas des indices mensuels traditionnellement calculés en Europe, les quantités de base \mathbf{q}^0 sont celles observées sur l’intégralité de l’année précédente. En revanche, les prix de base \mathbf{p}^0 sont ceux observés au mois de décembre de l’année précédente.

B L'indice de Rothwell : un indice à dépenses mensuelles variables

En notant m un mois de l'année t et 0 une année de référence, l'indice de Rothwell est un indice *mensuel* défini par :

$$I_{\mathcal{R}}^{t,m} = \frac{\sum_i q_i^{0,m} p_i^{t,m}}{\sum_i q_i^{0,m} \bar{p}^0}$$

où \bar{p}^0 est le prix moyen de l'ensemble des biens i de la nomenclature observés au cours de l'année de base, soit :

$$\bar{p}^0 = \frac{\sum_{m=1}^{12} \sum_i q_i^{0,m} p_i^{0,m}}{\sum_m \sum_i q_i^{0,m}}$$

Dans ce schéma, rien ne s'oppose à ce que $q_i^{0,m} = 0$ pour certains mois lorsque le produit i est hors saison. L'indice $I_{\mathcal{R}}^{t,m}$ peut aussi se décomposer de la manière suivante :

$$I_{\mathcal{R}}^{t,m} = \underbrace{\frac{\sum_i q_i^{0,m} p_i^{t,m}}{\sum_i q_i^{0,m} p_i^{0,m}}}_{\text{Laspeyres tournant}} \times \underbrace{\frac{\sum_i q_i^{0,m} p_i^{0,m}}{\sum_i q_i^{0,m} \bar{p}^0}}_{I_{\mathcal{R}}^{0,m}}$$

[Rothwell \(1958\)](#) propose de déduire un indice annuel de l'indice mensuel en procédant de la manière suivante :

$$\mathcal{I}_{\mathcal{R}}^t = \sum_{m=1}^{12} \bar{s}^{0,m} I_{\mathcal{R}}^{t,m}$$

où $\bar{s}^{0,m}$ est le poids en dépense du mois m lors de l'année de base, calculé à l'aide du prix moyen \bar{p}^0 affecté à chacun des biens élémentaires. Avec les notations précédentes, nous avons :

$$\bar{s}^{0,m} = \frac{\sum_i q_i^{0,m} \bar{p}^0}{\sum_m \sum_i q_i^{0,m} \bar{p}^0}$$

Il en découle que :

$$\mathcal{I}_{\mathcal{R}}^t = \frac{\sum_m \sum_i q_i^{0,m} p_i^{t,m}}{\sum_m \sum_i q_i^{0,m} \bar{p}^0}$$

Enfin, en sortant \bar{p}^0 de la sommation du dénominateur et en utilisant la deuxième formule de cette annexe,

$$\mathcal{I}_{\mathcal{R}}^t = \frac{\sum_m \sum_i q_i^{0,m} p_i^{t,m}}{\sum_m \sum_i q_i^{0,m} p_i^{0,m}},$$

qui n'est autre que l'indice de Laspeyres annuel dans lequel chaque produit composant le panier est un couple (bien, mois). En d'autres termes, cet indice est fondé sur un comportement du consommateur représentatif pour lequel les biens du panier sont non substituables, tant au sein d'un mois qu'entre les différents mois composant l'année.