



**HAL**  
open science

# Modèle statistique de réglage d'un centre d'usinage pour l'obtention de tolérances géométriques au maximum de matière

Justin Favre, Davy Pillet, François Thiebaut, Christophe Tournier, Thomas Muller

## ► To cite this version:

Justin Favre, Davy Pillet, François Thiebaut, Christophe Tournier, Thomas Muller. Modèle statistique de réglage d'un centre d'usinage pour l'obtention de tolérances géométriques au maximum de matière. Manufacturing'21, UGA, Grenoble INP, CNRS, Jun 2024, GRENOBLE, France. hal-04784372

**HAL Id: hal-04784372**

**<https://hal.science/hal-04784372v1>**

Submitted on 15 Nov 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



# Modèle statistique de réglage d'un centre d'usinage pour l'obtention de tolérances géométriques au maximum de matière

Justin FAVRE<sup>(a,b)</sup>, Thomas Muller<sup>(b)</sup>, Davy Pillet<sup>(b)</sup>, Christophe TOURNIER<sup>(a)</sup>, François THIÉBAUT<sup>(a)</sup>

(a) Université Paris-Saclay, ENS Paris-Saclay, LURPA, 91190 Gif-sur-Yvette

(b) Ellistat, Poisy

Mail : [justin.favre@ens-paris-saclay.fr](mailto:justin.favre@ens-paris-saclay.fr)

**Résumé :** Le réglage de productions sur centre d'usinage a pour objectif de renseigner un ensemble de variables de réglages associées à un modèle géométrique de la machine pour produire des pièces respectant les cotes de fabrication. Afin de garantir la conformité des pièces aux exigences fonctionnelles spécifiées, l'exigence du maximum de matière se révèle parfois très utile pour interpréter les besoins fonctionnels, notamment pour garantir l'assemblage de pièces, en liant les tolérances des spécifications dimensionnelles et géométriques. Cependant, le réglage d'un centre d'usinage pour garantir l'obtention de la tolérance géométrique au maximum de matière nécessite de découpler la tolérance géométrique et la (ou les) tolérance dimensionnelle associée. En particulier, la dimension à cibler de la surface tolérancée doit être déterminée en fonction de la performance du moyen de production du point de vue dimensionnel et géométrique.

L'objectif de l'article consiste donc à élaborer un modèle de calcul permettant de régler la dimension cible à usiner, favorisant la production maximale de pièces conformes à une spécification géométrique au maximum de matière. Ce modèle s'appuie sur les distributions statistiques de l'historique de mesures dimensionnelles et géométriques prélevées sur différentes pièces produites par le moyen de production considéré. Une étude de cas est réalisée afin de valider le modèle proposé.

**Mots clés :** Réglage, Centre d'usinage, Exigence au maximum de matière, Distributions statistiques, Analyse de données.

## 1 Introduction

La production sur centre d'usinage doit garantir la conformité des dimensions réalisées aux spécifications de fabrication résultant du traitement des spécifications fonctionnelles du dessin de définition. Ce traitement est donc effectué pour chaque phase d'usinage de la gamme en fonction des opérations d'usinage retenues et des capacités des machines exploitées. L'opération de réglage doit permettre d'obtenir des dimensions fabriquées conformes aux cotes de fabrication et peut être effectuée en jouant sur différents paramètres de correction tels que les jauges outils, les caractéristiques du porte-pièce, les trajectoires d'usinage, etc. Ellistat est une entreprise qui propose une méthode de réglage de productions nommée Automated Process Control (APC) (Muller, 2019). Cette méthode calcule des correcteurs afin d'usiner une pièce au plus près des cotes fournies par son plan. Pour cela, il est nécessaire d'associer une valeur cible à chaque cote. Dans le cas de l'exigence au maximum de matière (ISO, 2021), les tolérances géométriques sont liées aux tolérances dimensionnelles. Ce type de cotation peut s'avérer très utile pour garantir l'assemblage de pièces sous contrainte géométrique. Cependant, cette exigence nécessite de découpler les tolérances dimensionnelles et géométriques afin de pouvoir établir la cotation de fabrication, car les attributs de chaque entité produite dans une phase d'usinage sont indépendants des autres. Classiquement, le bureau des méthodes fait un choix en fonction des performances de la machine : une part plus grande peut être associée à la tolérance dimensionnelle ou à la tolérance géométrique comme représenté Figure 1.

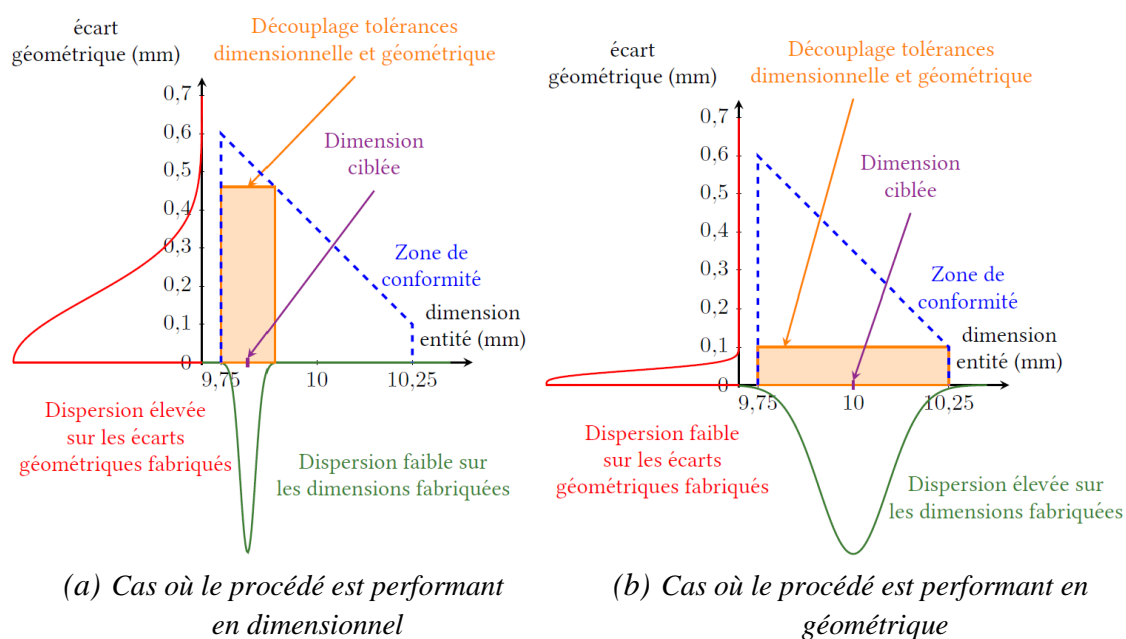


Figure 1: Représentation de cas extrêmes où le procédé est très performant soit en dimensionnel soit en géométrique

Ce découplage a pour effet de restreindre grandement la zone de conformité rendue disponible par l'exigence au maximum de matière. Aussi, Diplaris & Sfantsikopoulos (Diplaris, 2006) ont montré qu'un calcul de capacité adapté à l'exigence au maximum de matière pouvait être pris en compte dès la planification du processus afin de pouvoir réduire le coût global de production.

D'un point de vue du réglage, cela implique également de fixer la dimension à cibler lors du réglage qui n'est pas nécessairement la dimension nominale ou moyenne du dessin de définition pour optimiser le taux de pièces produites conformes.

Dans cet article, un modèle de calcul optimal de la dimension à cibler à partir de l'historique de mesure des pièces produites par la machine est proposé. Pour mettre en œuvre ce modèle, les performances du moyen de production pour une spécification géométrique ou dimensionnelle donnée doivent être estimées à partir de l'historique de mesure. Deux cas de figure distincts peuvent être considérés : soit on dispose de l'historique de mesures de la pièce à régler, soit il s'agit de produire une nouvelle pièce et on ne peut disposer au mieux que d'historique de mesures d'entités produites sur d'autres pièces par le moyen de production étudié avec le même outillage. Cet article a donc pour objectif de proposer une méthode de calcul de la dimension optimale à cibler à partir d'un historique de mesure de la pièce et s'articule de la manière suivante : le modèle de réglage sera présenté dans la section 2, puis une étude de cas sera abordée dans la section 3 avant les conclusions et perspectives de ce travail.

## 2 Modèle de réglage de la dimension à cibler

### 2.1 Lois de probabilité

Le cas retenu pour cette étude est celui d'un historique de mesures effectuées sur la pièce que l'on souhaite régler, c'est-à-dire que le montage d'usinage, le programme d'usinage et les outils utilisés sont strictement identiques au cas à régler. Dans ce cas, on peut alors associer une loi de probabilité pour modéliser les écarts de chaque spécification contrôlée. Les méthodes d'association de lois de probabilité théoriques à partir des différentes mesures ne seront pas approfondies dans cet article. Cependant, on restreindra dans la suite l'étude de trois lois présentées Figure 2 et décrites par Pillet (Pillet, 1995) :

1. La loi normale pour modéliser les écarts dimensionnels des tolérances bilatérales notamment. En effet, cette loi permet de modéliser assez fidèlement ces types d'écart, car ces derniers sont issus de la combinaison de nombreux événements que l'on peut considérer comme indépendants. Sa densité de probabilité est la suivante :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad (1)$$

2. La loi normale repliée, appelée aussi loi de défaut de forme pour modéliser les écarts de perpendicularité et parallélisme notamment. Cette loi correspond à la valeur absolue d'une loi normale. En effet, on peut considérer dans ces cas que c'est l'angle entre l'élément tolérancé et sa référence, représenté par  $\theta$  Figure 3, qui suit une loi normale. En considérant de petits angles, l'écart algébrique de perpendicularité ou de parallélisme est alors proportionnel à cet angle et suit donc également une loi normale. Or comme les écarts de perpendicularité et de parallélisme correspondent à la valeur absolue de cet écart algébrique, on retrouve bien la loi normale repliée. Sa densité de probabilité est la suivante :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \left( e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{-x-\mu}{\sigma}\right)^2} + e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \right), & x \geq 0 \\ 0, & \text{sinon} \end{cases} \quad (2)$$

3. La loi Rayleigh décentrée pour modéliser les écarts en concentricité ou coaxialité notamment. Cette loi correspond à la norme d'un vecteur bi-dimensionnel gaussien de coordonnées indépendantes et de même variance. Cette loi est en fait un cas particulier de la loi du  $\chi$  décentrée en prenant un degré de liberté  $k = 2$ .

Pour les spécifications de coaxialité, on peut représenter par des lois normales indépendantes de même variance les deux écarts angulaires projetés dans deux plans perpendiculaires contenant l'élément de référence, représentés par  $\theta_{\pi_1}$  et  $\theta_{\pi_2}$  sur la Figure 4. Comme précédemment,  $\vec{e}_{\pi_1}$  et  $\vec{e}_{\pi_2}$ , les écarts algébriques projetés dans ces deux plans, sont proportionnels à ces angles dans l'approximation de petits angles et suivent donc également une loi normale. L'écart de concentricité s'exprimant alors comme la norme du vecteur somme des écarts algébriques projetés, il correspond à la définition de la loi de Rayleigh décentrée. Sa densité de probabilité est la suivante :

$$j(x) = \frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{1}{2}\left(\left(\frac{x}{\sigma}\right)^2 + \lambda^2\right)} I_0\left(\frac{\lambda x}{\sigma}\right) \quad (3)$$

Avec  $\lambda$  le paramètre de décentrage et  $I_0$  la fonction de Bessel modifiée du premier type (Bowman, 2012).

Si d'autres lois de probabilité se révèlent pertinentes pour modéliser les écarts mesurés, il sera possible de choisir d'utiliser ces nouvelles lois en conservant la méthode présentée ci-après.

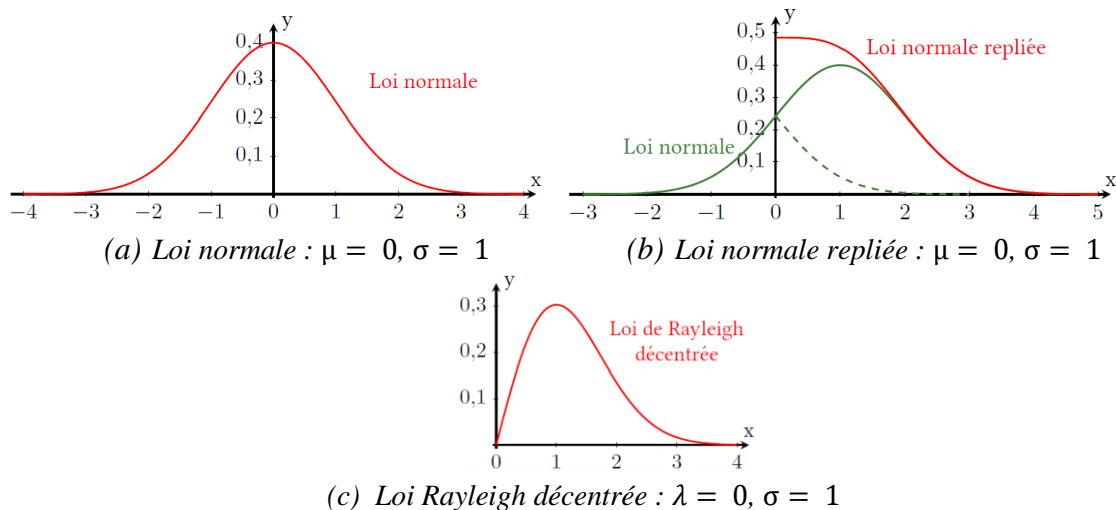


Figure 2 : Les lois de probabilité considérées

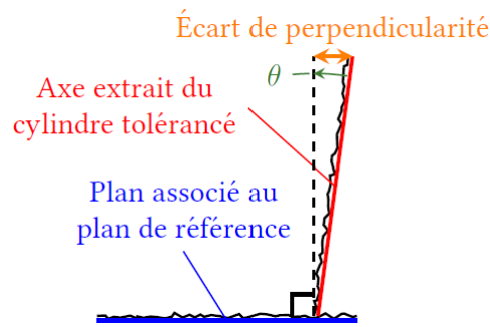


Figure 3 : Spécification de perpendicularité d'un axe par rapport à un plan

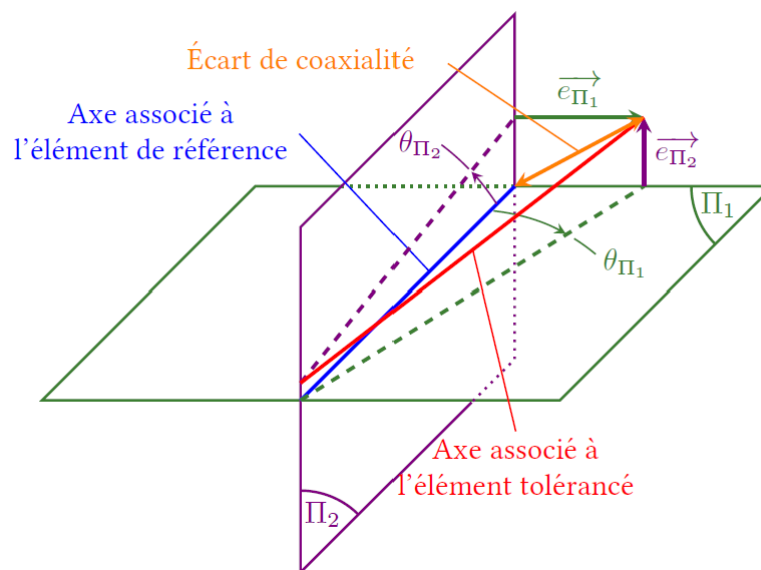


Figure 4 : Spécification de coaxialité de deux axes

Dans le cas où on ne dispose pas d'historique de mesure de la pièce sur le moyen de production, par exemple lorsqu'une nouvelle pièce est mise en production, on devra alors estimer les lois de probabilité des écarts de notre pièce à l'aide d'historiques de mesure de pièces différentes produites sur le même moyen de production. Le but ici est donc d'identifier quelles caractéristiques mesurées sur une pièce différente seront les supports d'identifications des lois de probabilité des spécifications de la pièce à régler. Les surfaces mesurées doivent donc représenter au mieux les surfaces qui seront réalisées sur la pièce à régler. On sera donc attentif à l'opération d'usinage qui engendre la surface et on recherchera l'opération la plus similaire avec le cas à régler. Les outils utilisés et à la position de la pièce dans la machine lors de l'usinage seront aussi d'autres facteurs à étudier. Cette étude représentant une problématique à part entière, elle ne sera pas abordée dans la suite de l'article.

## 2.2 Modèle d'optimisation de la dimension à cibler

A partir des lois de probabilité définies précédemment et identifiées, et d'une loi de probabilité donnée pour la tolérance géométrique, on cherche à optimiser la moyenne de la loi normale associée à la spécification dimensionnelle de l'élément tolérancé et de

référence qui maximise le taux de pièces produites conformes vis-à-vis de l'exigence au maximum de matière. En effet, l'expérience montre que les paramètres de position et de dispersion de la loi de probabilité d'une spécification géométrique sont relativement stables dans le temps en fonction des choix d'industrialisation et il est donc difficile de corriger ces paramètres dans des conditions d'industrialisation établies.

Il existe deux cas de figure selon que l'élément de référence soit également considéré au maximum de matière ou non. Dans le premier cas, la référence n'est pas spécifiée au maximum de matière, il s'agit donc d'un problème à deux dimensions. En considérant les deux lois de probabilité associées aux deux spécifications comme indépendantes, on peut calculer la loi de probabilité jointe engendrée par le produit de ces deux lois. Puisqu'on veut maximiser la proportion de pièces conformes, la fonction objectif est donc l'intégrale de la loi de probabilité jointe sur la zone de conformité définie par le diagramme de tolérancement dynamique :

$$F_{objectif}(\mu_X) = \iint_A X(x)Y(y)dx dy \quad (4)$$

où  $X$  est la variable modélisant les écarts dimensionnels suivant une loi normale,  $Y$  est la variable modélisant les écarts géométrique suivant une loi normale repliée ou une loi de Rayleigh,  $A$  est la zone 2D de conformité des pièces au sens de l'exigence au maximum de matière et  $\mu_X$  est la moyenne de  $X$  correspondant à la dimension à cibler à optimiser. On peut représenter le résultat de l'optimisation graphiquement dans le diagramme dynamique comme indiqué sur l'exemple présenté Figure 5b.

Dans le second cas, la référence est spécifiée au maximum de matière, il s'agit donc d'un problème à trois dimensions (deux tolérances dimensionnelles et une tolérance géométrique). La fonction objectif est donc définie par :

$$F_{objectif}(\mu_X, \mu_Z) = \iiint_V X(x)Y(y)Z(z)dx dydz \quad (5)$$

où  $Z$  est la variable modélisant les écarts dimensionnels de la référence suivant une loi normale et  $V$  est le volume 3D de conformité des pièces au sens de l'exigence au maximum de matière. Ici, on a donc 2 variables à optimiser simultanément : d'une part  $\mu_X$ , la moyenne de  $X$  correspondant à la dimension cible de l'élément tolérancé, et d'autre part  $\mu_Z$ , la moyenne de  $Z$  correspondant à la dimension cible de l'élément de référence.

S'agissant d'un problème d'optimisation non linéaire sans contraintes, l'algorithme d'optimisation retenu s'appuie sur une descente de gradient et plus particulièrement sur la méthode de quasi-Newton de Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS) à mémoire limitée. Cela consiste en une approximation de la matrice hessienne au pas  $i$  en fonction de la matrice au pas précédent et de différents termes calculés à chaque itération. La méthode L-BFGS limite le nombre de termes stockés pour approximer la matrice hessienne au pas suivant.

La méthode proposée peut s'adapter à différents cas à condition de connaître la zone de conformité issue de la spécification au maximum de matière, les lois de probabilité associés aux écarts mesurés et les paramètres à optimiser.

### 3 Application

Afin de présenter une application de la méthode nous nous intéressons à l'optimisation de la dimension à cibler d'un arbre dont sa coaxialité est spécifiée au maximum de matière comme présenté Figure 5a. Nous distinguons deux cas. Tout d'abord, seul l'élément tolérancé est spécifié au maximum de matière et on réalise une étude en 2D décrite par l'équation 4. Ensuite une étude en 3D décrite par l'équation 5 en considérant également la référence spécifiée au maximum de matière sera présentée. Les paramètres des lois de probabilité ont été choisis afin de bien illustrer la méthode :

- Pour les spécifications dimensionnelles, celles-ci suivent une loi normale  $X$  de paramètre  $\sigma_X = 0,017$  mm et  $Z$  de paramètre  $\sigma_Z = 0,025$  mm qui correspond donc à une capabilité  $C_p = 2$ .
- Pour la spécification géométrique, il s'agit d'une loi de Rayleigh décentrée  $Y$  de décentrage  $\lambda_Y = 1,5$ , image d'une erreur systématique des pièces produites en coaxialité pouvant par exemple être causée par la mise en position de la pièce. Pour le paramètre  $\sigma_Y$  représentant une dispersion autour du décentrage, une valeur numérique différente est renseignée dans le cas où l'on considère la référence spécifiée au maximum de matière ou non. En effet, considérer la référence spécifiée au maximum de matière permet d'agrandir la zone de conformité en augmentant la tolérance géométrique au minimum de matière : il est donc nécessaire que le  $\sigma_Y$  associé soit plus grand dans les cas 3D par rapport au cas 2D afin de mettre en évidence l'intérêt de la méthode. On aura donc  $\sigma_Y = 0,06$  mm pour le 2D et  $\sigma_Y = 0,11$  mm pour le 3D.

Tout d'abord, en ne considérant pas la référence comme spécifiée au maximum de matière, la méthode d'optimisation fournit  $\mu_X = 9,95$  mm ce qui induit une proportion de pièces conformes de 98,9 %. La représentation de la loi jointe dans la Figure 5b en deux dimensions est réalisée avec des lignes de niveau. Ce résultat est considéré comme optimal car si on choisit d'usiner un diamètre plus petit une part supplémentaire des pièces sera rejetée du point de vue de la tolérance dimensionnelle et si on augmente ce diamètre c'est alors la tolérance géométrique qui exclura certaines pièces. Cibler le diamètre 9,95 mm constitue le juste milieu entre ces deux phénomènes ce qui en fait la dimension à cibler optimale.

Si on avait choisi d'usiner le diamètre à 10 mm, la dimension moyenne de l'intervalle de tolérance, la proportion de pièces conformes n'aurait alors été que de 93,8 %.

Dans le second cas où la référence est spécifiée au maximum de matière, la méthode d'optimisation fournit  $\mu_X = 9,95$  mm et  $\mu_Z = 19,93$  mm ce qui induit une proportion de pièces conformes de 99,1 %. Si on avait choisi d'usiner les deux diamètres à 10 mm et 20 mm, les dimensions moyennes de leurs intervalles de tolérance respectifs, la proportion de pièces conformes n'aurait alors été que de 91,8 %. Comme ce cas-ci nécessiterait de représenter une loi de probabilité jointe en 4D, il n'est pas représenté graphiquement.



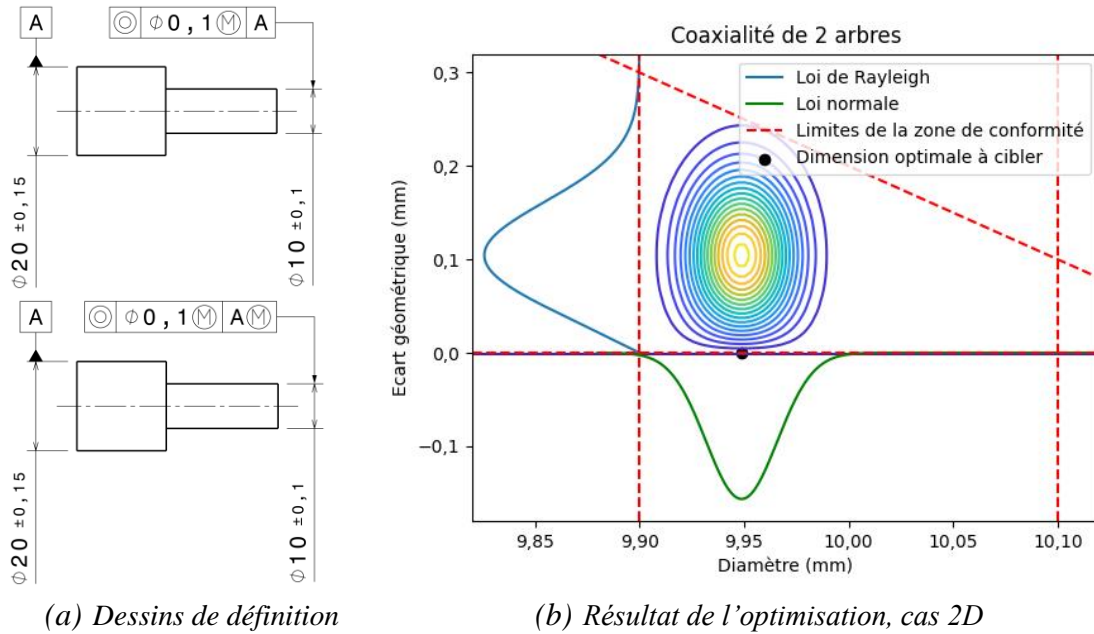


Figure 5 : Cas d'application

Par ailleurs la méthode peut présenter des limitations en termes de temps de calcul. En effet, des valeurs indicatives réalisées sur un ensemble de 200 tests différents dont les paramètres ont été générés aléatoirement sont données dans le tableau 1. C'est l'intégrale de la fonction objectif qui représente plus de 99,5 % du temps de calcul. De plus, plus la dimension de l'intégrale augmente, plus le calcul est long. Pour approximer localement le gradient de la fonction, la méthode conduit à évaluer l'intégrale de la fonction objectif  $n + 1$  fois à chaque pas de la méthode d'optimisation où  $n$  représente le nombre de variables optimisées.

Pour des cas plus complexes où le nombre de variables à optimiser augmente, l'estimation du gradient nécessite d'évaluer un plus grand nombre de fois la fonction objectif à chaque pas d'optimisation ce qui peut augmenter le temps de calcul.

Tableau 1 : Performances de l'algorithme

Dimension de l'intégrale de la fonction objectif	2	2	3
Loi de probabilité sur la spécification géométrique	Normale repliée	Rayleigh décentré	
Temps de résolution moyen de l'algorithme (s)	1,44	0,40	75,78
Nombre de pas d'optimisation moyen	6,20	4,54	6,24
Temps de résolution moyen de l'intégrale (s)	0,12	0,04	4,05

#### 4 Conclusions et perspectives

Dans cet article nous avons proposé une méthode pour déterminer les dimensions à cibler dans le cadre du réglage d'un centre d'usinage pour respecter une spécification géométrique au maximum de matière. Celle-ci permet d'optimiser les dimensions à cibler

afin de maximiser la proportion de pièces conformes produites. La méthode s'appuie sur la modélisation des performances du moyen de production considéré à l'aide de fonctions de probabilité adaptées et issues d'historiques de mesures. D'un point de vue numérique, elle utilise la méthode de quasi-Newton L-BFGS, une méthode d'optimisation non linéaire. Deux cas différents sont présentés dans cette étude permettant de montrer la validité de la méthode avec des lois de probabilités différentes.

Ce travail ouvre également quelques perspectives. La première, concernant le temps de calcul, serait de trouver un moyen d'évaluer la proportion de pièces conformes en s'affranchissant de l'étape d'intégration numérique qui constitue le facteur le plus coûteux de l'algorithme. Une seconde solution serait d'établir un modèle de machine learning (équation polynomiale ou réseau de neurones par exemple) entraîné à partir d'un jeu de données aléatoires résolues au préalable par la méthode décrite dans cet article. On obtiendrait alors un modèle d'optimisation rapide à exécuter et image de la méthode décrite dans cet article. Ce modèle pourrait alors être utilisé dans un contexte industriel quel que soit le nombre de dimensions du problème. Enfin, comme évoquées en introduction, de futures études pourraient s'intéresser à l'estimation des lois de probabilités à partir de l'historique de mesure de pièces différentes produites sur ce même moyen de production.

## Références

- (Bowman, 2012) *F. Bowman (2012) Introduction to Bessel functions, Courier Corporation.*
- (Diplaris, 2006) *S. Diplaris, M. Sfantsikopoulos (2006) The theory of plasticity applied to a problem of machining, Journal of Engineering Manufacture 220.10, p. 1629-1634.*
- (ISO, 2021) *ISO 2692:2021 - Spécification géométrique des produits (GPS) - Tolérancement géométrique - Exigence du maximum de matière (MMR), exigence du minimum de matière (LMR) et exigence de réciprocité (RPR)*
- (Muller, 2019) *Muller, T., Pillet, M., Maire, J. L., & Pillet, D. (2020). Why and how to move from SPC (statistical process control) to APC (automated process control). In Design and Modeling of Mechanical Systems-IV: Proceedings of the 8th Conference on Design and Modeling of Mechanical Systems, CMSM'2019, March 18–20, Hammamet, Tunisia.*
- (Pillet, 1995) *M. Pillet (1995) Appliquer la maîtrise statistique des processus (MSP/SPC), Éditions d'Organisation.*