



**HAL**  
open science

# La structuration du milieu : méthodologie d'analyse des situations didactiques

Claire Margolinas, Annie Bessot

► **To cite this version:**

Claire Margolinas, Annie Bessot. La structuration du milieu : méthodologie d'analyse des situations didactiques. 2024. hal-04749448

**HAL Id: hal-04749448**

**<https://hal.science/hal-04749448v1>**

Preprint submitted on 23 Oct 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## **La structuration du milieu : méthodologie d'analyse des situations didactiques**

Claire Margolinas<sup>1</sup>

Laboratoire ACTé, Université Clermont Auvergne

Maître de conférences HDR

Annie Bessot<sup>2</sup>

Université Grenoble-Alpes

Maître de conférences

### **Résumé**

La théorie des situations (TS) et tout particulièrement la notion de milieu, sont l'objet de contresens fréquents, dans ce chapitre nous cherchons à les dévoiler et à les clarifier. À la fin des années 80, la TS commence à formaliser la structuration du milieu pour rendre compte de « l'épaisseur » des situations. Cette modélisation a été complétée et modifiée par la suite (Margolinas, 1995; Margolinas & Steinbring, 1994) et a révélé une réelle puissance heuristique pour mieux comprendre les points de vue de l'élève et du professeur. Dans ce chapitre, nous développerons d'abord le point de vue de l'élève, puis le point de vue du professeur, avant de nous concentrer sur les niveaux qui considèrent simultanément les situations communes de l'élève et du professeur. Pour montrer le fonctionnement méthodologique de la structuration du milieu, nous revisiterons la situation des feuilles de papier, situation qui initie l'ingénierie didactique « rationnels et décimaux », emblématique de la TS.

**Mots clés :** milieu, structuration du milieu, point de vue de l'élève, point de vue du professeur, objets du monde.

---

<sup>1</sup> claire.margolinas@uca.fr

<sup>2</sup> annie.bessot@gmail.com

## Introduction

Le milieu, comme élément constitutif de toute situation, est présent dans le travail de Guy Brousseau, implicitement ou explicitement, depuis l'origine de son œuvre : « Considérons une situation, c'est-à-dire un certain agencement d'objets (ou de personnes) ayant entre eux certaines relations. » (Brousseau, 1972, p. 57). Brousseau considère ici non seulement les relations entre des personnes (élèves, professeur) mais aussi des relations de ces personnes avec des « objets ». Une partie très importante de la théorie des situations (TS) est consacrée à ces « relations » à des « objets », qui constituent une première approche du milieu. La théorie des situations et tout particulièrement la notion de milieu, sont l'objet de contresens fréquents, nous serons attentives, dans ce chapitre, à les dévoiler et, nous l'espérons, à les clarifier.

À la fin des années 80, Brousseau (1986) cherche à rendre compte de « l'épaisseur » des situations en commençant à formaliser la structuration du milieu. Cette modélisation a été complétée et modifiée par la suite (Margolinas, 1995; Margolinas & Steinbring, 1994). La structuration du milieu ainsi revisitée a révélé une puissance heuristique qui permet de mieux comprendre les points de vue de l'élève et du professeur.

Nous nous appuyons sur la structuration du milieu développée par Margolinas (1995) pour organiser ce chapitre. Dans les paragraphes impairs, nous développerons d'abord le point de vue de l'élève (S-3 à S-1), puis le point de vue du professeur (S+3 à S+1), avant de nous concentrer sur les niveaux qui considèrent simultanément les positions de l'élève et du professeur (P-1, S0, E+1). Dans les paragraphes pairs, nous nous appuyerons sur un document source (Brousseau & Brousseau, 1987), qui a joué un rôle fondamental dans l'œuvre de Nadine et Guy Brousseau ; nous nous servirons de la structuration du milieu pour révéler les choix et la richesse de ce travail majeur.

### 1. La situation de l'élève

Pour le chercheur en didactique des mathématiques, qui est le plus souvent aussi un enseignant et un adulte, la situation de l'élève, souvent un enfant, est difficile à comprendre. Le professeur, quand il choisit une situation d'enseignement, a des intentions relatives à des savoirs à enseigner. Le chercheur s'identifie souvent au professeur et considère alors qu'il y a *une* bonne façon d'investir la situation que le professeur installe, qui correspond à ce que le professeur a prévu et aux façons alternatives plus ou moins contreproductives, ce dont Margolinas (2004) a essayé de rendre compte en introduisant les branches principales et marginales d'une situation didactique.

Pour rendre compte de la situation de l'élève (au sens générique) et aussi de certains élèves ou de groupes d'élèves, il est nécessaire de construire un autre point de vue. C'est tout l'intérêt de la structuration du milieu proposée par Brousseau (1986), que nous numérotions comme Margolinas (1995) en considérant que le niveau didactique est le niveau zéro (0) et en gardant les termes introduits par Brousseau (Figure 1).

M-3: Milieu matériel	E-3: Acteur objectif		S-3: Situation objective
M-2: Milieu objectif	E-2: Acteur particulier de référence		S-2: Situation de référence
M-1: Milieu de référence	E-1: Sujet épistémique résolveur de problèmes		S-1: Situation d'apprentissage a-didactique
M0: Milieu d'apprentissage	E0: Sujet "épistémologue"	P0: Professeur acteur	S0: Situation d'enseignement
M1: Milieu didactique	E1: Elève générique	P1: Professeur préparant son cours	S1: Situation d'analyse de la didactique
M2: Milieu de la recherche en didactique	Sujet Universel		S2

Figure 1.

*Margolinas 1995 : les termes de Brousseau 1986, seule la numérotation a changé*

Nous allons maintenant commenter les niveaux de -3 à -1 de ce tableau de façon à mettre en évidence des caractéristiques essentielles de la situation de l'élève.

### 1.1. Le milieu et sa matérialité (S-3)

Nous avons repris le terme employé par Brousseau pour désigner le milieu de la « situation objective » (S-3), celui de « milieu matériel ». L'emploi du terme « matériel » a sans doute contribué à renforcer un *contresens*, qui est de penser que le milieu est composé d'objets physiques, manipulables, l'objet matériel étant au sens courant une « chose concrète, que l'on peut voir ou toucher »<sup>3</sup>.

Donnons un exemple simple d'une situation connue (Brousseau, 1972) : dans celle-ci, il y a des objets matériels au sens classique du terme : une boîte opaque munie d'un couvercle et des jetons tous identiques. La boîte vide est montrée puis une personne insère publiquement d'abord des jetons dans la boîte (ex : trois), puis d'autres jetons (ex :deux), sans montrer le contenu de la boîte. La boîte est alors fermée puis secouée et une question est posée : « combien y a-t-il de jetons dans cette boîte ? ».

<sup>3</sup> <https://dictionnaire.reverso.net/francais-definition/un+objet+mat%C3%A9riel>

Supposons qu'un parent joue avec son enfant de deux ans au jeu de la boîte, l'enfant sera sans doute ravi de secouer la boîte, d'essayer de l'ouvrir, de sortir les jetons de la boîte puis de les remettre, etc. Supposons qu'un autre parent joue avec son enfant de douze ans au même jeu, l'enfant sera scandalisé que l'on puisse le prendre pour un bébé et refusera sans doute de répondre... Supposons maintenant qu'une enseignante installe le jeu de la boîte dans une classe de fin d'école maternelle (élèves de 5-6 ans), les élèves peuvent investir la situation et chercher à répondre en mettant en place de nombreuses stratégies (utilisation des doigts, surcomptage, schématisation, résultats additifs mémorisés, etc.).

Sortons maintenant de la description de la situation globalement installée pour nous concentrer sur la partie la plus *profonde* de sa structuration : la situation « objective » S-3. Dans S-3, il n'y a pas (encore) d'enjeu, cependant les « objets » du milieu sont déjà installés.

Pour l'enfant de deux ans, les *objets matériels* (boîte qui peut être ouverte ou fermée, jetons) et leurs *usages* montrés par le parent (mettre des jetons dans sa main puis dans la boîte, fermer la boîte et la secouer), constituent les objets du milieu de la situation objective. Les enjeux que l'enfant se donne ne dépendent pas de l'enjeu apparemment assigné par le parent (combien d'objets dans la boîte) mais il peut y en avoir d'autres (mettre des jetons, secouer et écouter le bruit, etc.).

Pour l'élève de 5-6 ans, le milieu est différent : dans le milieu la *quantité* de jetons (deux puis trois) insérés dans la boîte successivement fait partie du milieu objectif, alors que la quantité est un concept et non pas un objet matériel. A ce niveau scolaire, les petits nombres (deux, trois, au moins jusqu'à cinq) sont « naturalisés » (Laparra & Margolinas, 2016; Margolinas & Wozniak, 2012), ils se comportent comme des objets au point que parfois les enseignants considèrent que les élèves « manipulent » des nombres<sup>4</sup>.

La situation objective n'est pas finalisée par un enjeu ce qui fait qu'elle est difficile à concevoir. Pour se la représenter, il faut considérer les « ingrédients » de la situation objective, qui peuvent être par exemple : prendre un petit nombre de jetons, dire combien il y en a, les mettre dans la boîte, prendre un autre petit nombre de jetons, dire combien il y en a, les mettre dans la boîte. Mais cela pourrait être aussi : prendre des jetons, les mettre dans la boîte, recommencer, fermer la boîte, secouer la boîte (à rapprocher de la situation évoquée pour un enfant plus jeune). Ou bien cela pourrait être : se souvenir du nombre de jetons mis en premier dans la boîte puis du deuxième nombre de jetons mis dans la boîte.

---

<sup>4</sup> « Quantifier des collections jusqu'à dix au moins ; les composer et les décomposer par *manipulations* effectives puis mentales. » Programme école maternelle 2021 p.23.

Les usages antérieurs de ces objets, la façon dont le groupe des élèves investit la situation objective, rendent plus ou moins probable l'investissement d'une situation objective ou d'une autre. La façon dont le professeur a installé la situation, par exemple en insistant sur certains mots « Je mets *deux* jetons dans la boîte » « et maintenant j'en mets combien ? je mets *trois* jetons dans la boîte », etc. Autrement dit, le milieu, même dans la situation objective, ne correspond pas à un vécu individuel et solitaire. Tous les élèves investissent collectivement le milieu qui est installé par l'enseignante, même s'ils n'investissent pas nécessairement la même situation.

C'est sans doute le milieu de S-3 (milieu « matériel ») qui est à la fois le plus important pour comprendre la situation de l'élève (des élèves, voire de chaque élève) et en même temps le plus difficile pour le chercheur. En effet les objets (au sens large) qui sont investis dans le milieu sont aussi, le plus souvent des « objets du monde » (Laparra & Margolinas, 2016 ; Margolinas, 2021) c'est-à-dire des objets qui appellent des usages qui orientent le sens qui est donné par les sujets. Par exemple « une boîte c'est fait pour ranger » est un usage qui peut être associé à l'objet matériel « boîte ». La première fois que la situation est présentée, ces interprétations alternatives que transportent avec eux les objets du monde sont très présentes, c'est une des raisons pour lesquelles il est très coûteux voire contreproductif de changer les objets du milieu pour faire évoluer une situation et que les situations développées par Guy Brousseau et toute l'équipe du COREM consistent en des changements de conditions d'accès au milieu, de modification de l'enjeu (voir ci-dessous) en gardant le même « socle » de milieu « matériel ». La boîte, cette boîte-là, associée au jeton, n'est plus une boîte pour ranger, elle se transforme en une boîte pour compter, plus ou moins rapidement selon les élèves.

## **1.2. Milieu et enjeu (S-2)**

Si nous continuons notre exploration en abordant le niveau -2 qui est celui de la situation de référence. La présentation en tableau (Figure 1) a un inconvénient : elle masque le *caractère récursif de la structuration du milieu* (Figure 2) : la situation objective devient le milieu objectif de la situation de référence.

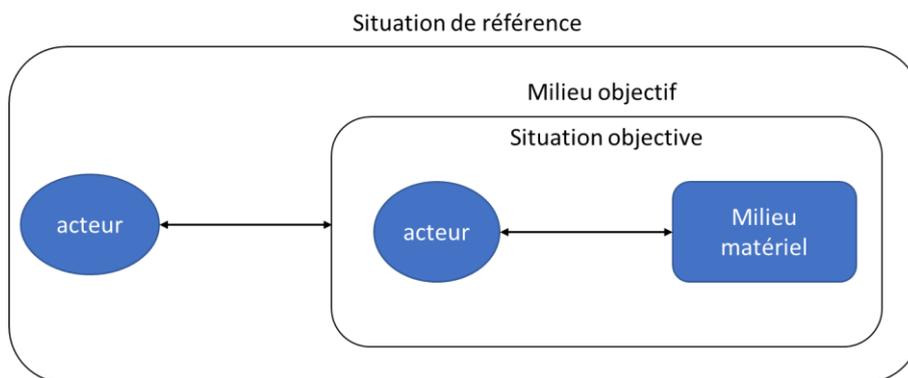


Figure 2.

*Les premières situations emboîtées de la structuration du milieu*

C'est dans la situation de référence que l'enjeu installé par le professeur et investi par les élèves devient un élément de la situation. Dans S-2 il y a un milieu, qui résulte de la situation objective et un enjeu, qui prend son sens par rapport au milieu objectif.

L'acteur « particulier de référence », dans les termes de Brousseau 1986, investit donc *un milieu objectif et un enjeu*, qui peuvent être ceux que le professeur cherche à installer ou pas. Le terme « enjeu » *n'est pas une façon moderne de parler de la « consigne »* donnée par l'enseignant. Dans l'exemple précédent, l'enseignante souhaite que l'élève se demande combien il y a de jetons dans la boîte une fois les actions d'ajouts de jetons effectuées. Les élèves qui ont considérés que le nombre de jetons successivement ajoutés faisait partie du milieu M-3 sont en mesure d'investir cet enjeu (ce qui ne veut pas dire qu'ils savent répondre sans erreur, c'est-à-dire réaliser complètement l'enjeu) : ils savent qu'il faut trouver le nombre total de jetons dans la boîte fermée. Au contraire, les élèves qui ont considéré que ce qui leur était montré était une boîte pour ranger des jetons ne pourront pas investir cet enjeu. La consigne, une fois donnée, peut modifier leur milieu matériel en introduisant le nombre de jetons comme élément du milieu matériel, cependant, si l'action qui consiste à montrer les jetons introduits successivement voire à nommer leur nombre n'est pas recommencée, ces élèves ne seront pas en mesure d'essayer de réaliser l'enjeu cette fois-là (mais peut-être vont-ils considérer autrement le milieu « matériel » si le « jeu de la boîte » est réitéré).

Cette description détaillée montre la différence qu'il y a entre consigne et enjeu, la consigne cherche à faire investir un enjeu, mais cette consigne et cet enjeu n'existe que dans leur relation à un milieu objectif, qui résulte de la relation de l'élève au milieu matériel. Cette relation dépend de ce que le milieu matériel induit comme usages possibles, usages qui peuvent être scolaires ou bien extra-scolaires, pour un élève donné. Mais elle dépend aussi de la

manifestation de l'investissement de la situation par d'autres élèves puisque la TS ne considère pas l'apprentissage « individuel » de l'élève mais bien un apprentissage collectif.

Ainsi, « donner la consigne », qui est un geste professionnel complexe bien connu de la profession, dépend à la fois de sa formulation linguistique mais aussi du milieu « matériel » et de son investissement, ce qui n'est pas vraiment considéré comme central dans les travaux qui s'intéressent à la question de la consigne (Zakhartchouk, 2000; Zerbato-Poudou, 2001).

### **1.3. Milieu et situation mathématique (S-1)**

Une composante essentielle de la théorie des situations est la théorie des situations mathématiques (TSM)<sup>5</sup>. Il s'agit de modéliser des situations fondamentales qui permettent de rendre compte des significations des savoirs mathématiques considérés. Les situations mathématiques qui représentent des instanciations d'une situation fondamentale ont été désignées par le terme de « situations adidactiques ». Le « a privatif » dans « adidactique<sup>6</sup> » signifie que le professeur, pour un temps, délègue aux élèves la responsabilité de leurs interactions dans la situation (adidactique) : c'est le processus de dévolution, que Brousseau (1998a), définit ainsi dans son glossaire :

Processus par lequel l'enseignant parvient dans une situation didactique à placer l'élève comme simple actant dans une situation a-didactique (à modèle non didactique). Il cherche par là à ce que l'action de l'élève ne soit produite et justifiée que par les nécessités du milieu et par ses connaissances, et non par l'interprétation des procédés didactiques du professeur. La dévolution consiste pour l'enseignant, non seulement, à proposer à l'élève une situation qui doit susciter chez lui une activité non convenue, mais aussi à faire en sorte qu'il se sente responsable de l'obtention du résultat proposé, et qu'il accepte l'idée que la solution ne dépend que de l'exercice des connaissances qu'il possède déjà. L'élève accepte une responsabilité dans des conditions qu'un adulte refuserait puisque s'il y a problème puis création de connaissance, c'est parce qu'il d'abord doute et ignorance. C'est pourquoi la dévolution crée une responsabilité mais pas une culpabilité en cas d'échec. (voir paradoxe de la dévolution). » (Brousseau, 1998a article 13 Dévolution)

La situation adidactique et son intervention dans l'enseignement a été parfois considéré à tort comme relevant du « constructivisme » (Bessot, 2011). L'un des enjeux annoncés de notre chapitre étant d'essayer de rectifier les contre-sens les plus courants relatifs à la théorie des situations et à la place du milieu dans cette théorie, nous allons nous emparer de cette question

---

<sup>5</sup> Voir chapitre « Les situations fondamentales au cœur de la théorie des situations mathématiques » dans l'ouvrage et projet AMOR <https://www.mathunion.org/icmi/awards/amor/guy-brousseau-unit>

<sup>6</sup> Souvent écrit a-didactique, notamment par Brousseau lui-même, qui tend maintenant à s'écrire adidactique, ce qui correspond à une normalisation orthographique de ce qualificatif (comme dans « anormal », etc.).

du constructivisme, en nous référant au glossaire : « [...] l'institutionnalisation non didactique d'une connaissance ne peut pas déterminer *a priori* sa valeur scientifique et sa portée à partir d'un processus personnel et local. [...] Cette observation condamne le constructivisme radical comme modèle didactique. » (Brousseau, 1998a article 12. Constructivisme radical).

De plus, la TS n'est pas une théorie qui s'appuie spécifiquement sur des théories issues de la psychologie. La TS, comme la théorie anthropologique du didactique (Chevallard, 1999), cherche à fonder une science du didactique à part entière, dont les liens, au plan théorique, sont tout autant, voire plus, des liens avec les théories anthropologiques et sociologiques qu'avec des théories psychologiques.

Cependant, Guy Brousseau accorde une place très importante à la possibilité, pour l'élève, *d'agir par moment* de son propre chef (*proprio motu* comme le dit Gérard Sensevy (2011)), de façon libre et responsable, dans une situation dans laquelle il peut oublier un temps qu'elle a été construite pour lui faire apprendre quelque chose qu'il ne connaît pas encore. Autrement dit, il considère la possibilité pour l'élève de faire l'apprentissage de cette liberté et donc d'agir dans une situation incertaine, dans un contexte protecteur lui garantissant qu'il peut trouver une solution au problème qui lui a été dévolu. Il s'agit d'un point de vue profondément humaniste, qui vise à donner un pouvoir d'agir aux élèves.

## **2. Méthodologie de la structuration du milieu du point de vue de l'élève : l'exemple de la situation des feuilles de papier (séance 1)**

La Figure 2 montre le début des emboîtements entre le cœur de la situation représentée par S-3 et la situation suivante (S-2). Cependant rien n'indique comment il est possible, au plan méthodologique, de penser cet emboîtement.

Pour montrer le fonctionnement méthodologique de la structuration du milieu, revisitons l'une des situations bien connues de la séquence de (Brousseau & Brousseau, 1987)<sup>7</sup>, également disponible en anglais (Brousseau et al., 2014), voir également (Margolinas & Bessot, 2024, Module 10). Il s'agit de la première séance (1.1 épaisseur d'une feuille de papier) du premier module (module 1 : les nombres rationnels : construction, 3 séances). Remarquons que l'épaisseur des feuilles de papier intervient dans toutes les séances du module 1 et du module 2 (8 séances).

---

<sup>7</sup> Nous appellerons ce texte « document source », celui-ci sera reproduit dans sa version d'origine au fur et à mesure de notre analyse.

## 2.1. Situation S-3

Dans cette séance, le matériel et les lieux sont préparés (Figure 3).

MODULE 1. Activité 1 Séance 1 2

1.1 - EPAISSEUR D'UNE FEUILLE DE PAPIER

1.1.1 - Préparation du matériel et des lieux

L'enseignant a disposé :

- sur une table devant les enfants : 5 tas d'environ 200 feuilles de même format, de même couleur, mais d'épaisseurs différentes (par exemple, des feuilles de polycopie, de bristol etc...) placés dans un ordre quelconque. Certaines différences d'épaisseur ne doivent pas pouvoir être appréciées au simple toucher. L'enseignant ne cherche pas à "savoir" ces épaisseurs à l'avance : il n'y a pas de "bonne mesure" à découvrir.
- sur une autre table au fond de la classe 5 autres tas de 200 feuilles des mêmes types de papier placés dans un ordre différent qui servira pendant la phase 2.
- 10 pieds à coulisse en plastique (2 par groupe de 5 enfants)
- Un rideau ou un paravent permet de partager la classe en 2.

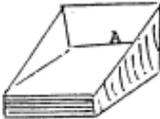


Figure 3.

*Préparation du matériel et des lieux (Brousseau & Brousseau 1987, p.2)*

Le début de la consigne indique que les auteurs prennent en compte l'installation du milieu « matériel » M-3.

- "Voyez ces feuilles que j'ai préparées dans ces boîtes A, B, C, D, E. Dans un même tas, toutes les feuilles ont la même épaisseur mais d'un tas à l'autre, les épaisseurs ne sont peut-être pas les mêmes. Pouvez-vous sentir ces différences ?"

Quelques feuilles de chaque tas circulent dans la classe - les enfants les touchent, les comparent.

Figure 4.

*Présentation de la situation (Brousseau & Brousseau 1987, p.2)*

Contrairement à ce que le mot « matériel » pourrait laisser penser, il s'agit de l'élément le plus difficile à comprendre dans la structuration du milieu, mais aussi le plus crucial puisque c'est à partir de ce milieu que se construisent les situations successives, M-3 étant toujours au cœur de cette construction. Comme déjà dit dans le §1.1, il faut toujours penser que S-3 n'est pas une situation finalisée par un enjeu (contrairement au cas de S-2), c'est pourquoi nous ne considérons ici que les éléments qui ne dévoilent aucun enjeu.

Quand les élèves prennent connaissance du matériel qui est à leur disposition, les feuilles de papier de différentes épaisseurs, ils peuvent, quand elles circulent, se persuader de leurs caractéristiques : dans un tas déposé dans une boîte identifiée par une lettre, toutes les feuilles sont identiques (et en particulier ont la même épaisseur, mais aussi le même format la même couleur, etc. ), d'un tas à l'autre les épaisseurs semblent différentes mais ce n'est pas toujours vraiment perceptible car ces épaisseurs sont très petites. Les élèves savent (c'est une des clauses du contrat didactique) que dans la situation didactique (S0) ils devront donner une réponse à une question qu'ils ne connaissent pas encore, ils *peuvent* donc chercher à anticiper cette question, en se demandant par exemple comment l'épaisseur des feuilles de papier sont identifiées dans le commerce, *certain*s savent qu'il y a écrit des nombres associés à des g (grammes) et parfois des m (mètres) sur les paquets de certaines feuilles ce qu'ils ne comprennent sans doute pas vraiment.



Figure 5.

*Indications trouvées sur des paquets de feuilles du commerce*

C'est en effet à ce niveau que les connaissances sociales, externes à l'école et donc plutôt imprévisibles, sont véhiculées par les « objets du monde » (Laparra & Margolinas, 2016; Margolinas, 2021; Margolinas & Laparra, 2017).

Dans le cas de l'épaisseur des feuilles de papier, les connaissances sociales sont sans doute peut connues des élèves, cependant elles sont prises en compte dans la suite de la présentation de la situation (Figure 6).

"Comment fait-on dans le commerce pour distinguer les différentes qualités de papiers ? (d'après le poids)"

Figure 6.

*Prise en compte de pratiques sociales (Brousseau & Brousseau 1987, p.2*

En introduisant ainsi le « poids » (comme dans la troisième image de la Figure 5), la consigne indique qu'une grandeur plutôt inattendue (le poids) peut être impliquée dans la détermination de l'épaisseur, sans mentionner qu'il pourrait s'agir en fait d'une grandeur quotient ( $g/m^2$ ). Cela aurait été plus exact mais aurait ouvert à des digressions inopportunes du point de vue du but visé (installation de la situation mathématique : niveau -1).

Les résultats qui émergent de la situation S-3 et qui résultent des interactions non finalisées entre E-3 et M-3 sont donc les suivants :

- les feuilles de papiers dans chaque bac repéré par une lettre ont des épaisseurs différentes,
- ces épaisseurs ne sont pas toutes distinguables facilement,
- ces épaisseurs sont très petites,
- il existe des moyens de distinguer les épaisseurs de feuilles de papier.

Ces résultats, qui sont des connaissances, sont les composantes du milieu M-2 de la situation de référence (Figure 7).

## 2.2. Situation S-2

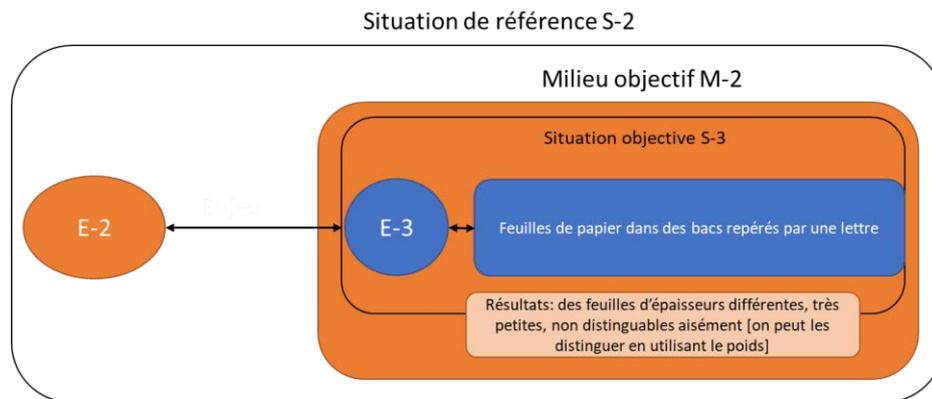


Figure 7.

*Composantes du milieu M-2 dans le cas de la situation des feuilles de papier*

C'est par rapport à ce milieu qu'est défini un enjeu. Nous ne considérons pour l'instant qu'une partie de la consigne (Figure 8).

"Vous allez essayer d'inventer un autre moyen pour  
[...] reconnaître ces différents types de papier, et  
pour les distinguer seulement d'après leur épaisseur."

Figure 8.

*Enjeu partiel de la situation des feuilles de papier (Brousseau & Brousseau 1987, p.2)*

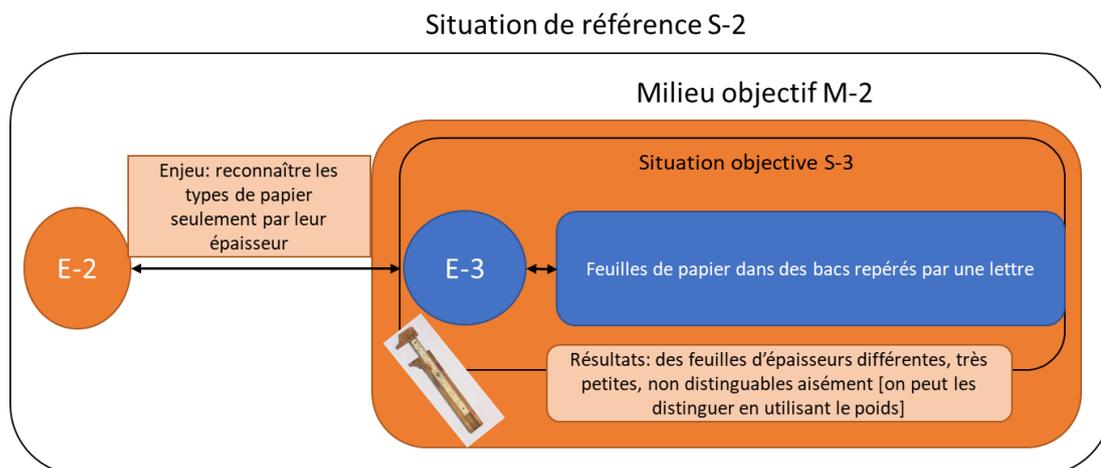
Un nouvel élément du milieu (le pied à coulisse) est alors introduit, bien qu'il s'agisse d'un objet matériel, il est introduit au moment où un enjeu est déjà présent et donc dans le milieu objectif M-2 (Figure 9).

Vous pouvez faire des essais avec le papier et ces instruments appelés "pieds à coulisse" (les doubles décimètres suffiraient mais le pied à coulisse a été déjà utilisé).

Figure 9.

*Ajout d'un objet dans le milieu M-2 (Brousseau & Brousseau 1987, p.3)*

Nous pouvons maintenant considérer tous les éléments de la situation de référence S-2 (Figure 10).



#### *Composantes de la situation S-2 dans le cas de la situation des feuilles de papier*

Nous allons maintenant nous interroger sur les résultats possibles de cette situation S-2. Même avec le pied à coulisse (spécimen dont la précision ne dépasse pas le millimètre), il n'est pas possible de mesurer l'épaisseur d'une seule feuille de papier : pour reconnaître les types de papier seulement par leur épaisseur, en utilisant le matériel à disposition, il faut donc mesurer l'épaisseur d'un tas de plusieurs feuilles pour arriver au moins au millimètre.

Remarquons que dans le document source (Figure 11) ce niveau de la situation (S-2) appelle un travail pour essayer de réaliser l'enjeu : reconnaître les feuilles de papier seulement par leur épaisseur.

D) Déroulement et remarques.

Les enfants essaient presque tous de mesurer l'épaisseur d'une seule feuille afin d'obtenir immédiatement la désignation cherchée.

Ils font des remarques du genre : "c'est beaucoup trop fin, une feuille n'a pas d'épaisseur" ou "c'est beaucoup plus petit qu'un millimètre", ou "ce n'est pas possible de mesurer une feuille !"

Il y a souvent à ce moment-là une phase de désarroi, de découragement même des enfants. Puis ils demandent à la l'enseignant s'ils peuvent prendre plusieurs feuilles. Très vite alors, ils font des essais de mesure avec 5 feuilles, 10 feuilles, jusqu'à ce qu'ils obtiennent une épaisseur suffisante pour la mesurer au pied à coulisse ou avec le double décimètre.

Figure 11.

*Description d'actions d'élèves dans la situation des feuilles de papier (Brousseau & Brousseau 1987, p.3)*

Il y a donc deux grandeurs en jeu : une quantité (nombre de feuilles) et une longueur (épaisseur du tas). Ces résultats de la situation S-2, sont donc des composantes de la situation mathématique S-1.

### 2.3. Situation S-1

C'est dans cette situation mathématique (adidactique) S-1 que notre analyse considère l'enjeu complet et la structure de la situation (Figure 12).

"Vous allez essayer d'inventer un autre moyen pour désigner et reconnaître ces différents types de papier, et pour les distinguer seulement d'après leur épaisseur.  
Vous êtes groupés par équipes concurrentes.  
Chaque équipe va réfléchir pour trouver un moyen de désigner les épaisseurs des feuilles. Dès que vous en aurez trouvé un, vous l'essaieriez dans un jeu de communication.

Figure 12.

*Enjeu et structure de la situation des feuilles de papier (Brousseau & Brousseau 1987, p.2)*

Dans une situation de communication entre équipes concurrentes, il faut trouver un moyen de désigner les épaisseurs des feuilles de papier. Dans le document source, la situation de communication est d'abord anticipée à l'intérieur de chaque équipe puis elle est réalisée dans un jeu effectif de communication. Un nouvel objet matériel est ajouté dans le milieu mathématique : le rideau, qui permet de séparer les groupes d'émetteur des groupes de récepteurs. Cependant, du point de vue de l'emboîtement des situations, *il s'agit pour nous d'une seule situation mathématique (S-1)* dans laquelle se réalise à la fois une anticipation (comment communiquer) et une action (écrire pour envoyer le message à l'équipe de récepteur). Le document source présente plusieurs phases car, s'appuyant sur les notes de terrain de Nadine Brousseau, il décrit la réalisation en classe, et pas seulement son analyse didactique. Ainsi, introduire un rideau débute la phase d'échanges de messages de la situation de communication à autrui d'une information, ce qui doit être présenté de manière précise aux élèves. Cependant, au plan de l'analyse, la situation n'a pas changé de structure. Ceci atteste du double statut du document source : informer des enseignants ou des formateurs d'une façon de faire dans la classe ; contribuer à la modélisation et à l'implémentation expérimentale de situations mathématiques.

b) Déroulement

. Les enfants d'une même équipe vont se séparer en 2 groupes (de 2 émetteurs et de 3 récepteurs) suivant qu'ils sont 4 ou 5 dans l'équipe) : 1 groupe d'émetteurs et un groupe de récepteurs.

. Tous les groupes émetteurs vont se placer d'un même côté du rideau. Tous les groupes récepteurs de l'autre.

. Les émetteurs vont choisir un des types de papier placés sur la première table (A ou B, ou C ou D ou E) (que les récepteurs ne voient pas grâce au rideau). Ils vont envoyer à leurs récepteurs un message qui devra permettre à ceux-ci de trouver le type de papier choisi. Les récepteurs utilisent les tas de papier disposés sur la deuxième table au fond de la classe pour trouver le type de papier choisi par les récepteurs.

Quand les récepteurs ont trouvé, ils deviennent émetteurs (après vérification avec les émetteurs). Des points seront attribués aux équipes dont les récepteurs auront bien trouvé le type de papier choisi par les émetteurs".

Figure 13.

*Déroulement de la communication du message (Brousseau & Brousseau 1987, p.4)*

Cette situation mathématique est une situation de formulation avec communication à autrui dont la structure est classique en TS : les émetteurs ne peuvent pas agir directement sur les éléments « intérieurs » du milieu, leur message est transmis à des récepteur qui, eux, peuvent agir, c'est-à-dire déterminer de quelles feuilles il s'agit (dans quel bac elles se trouvent) en se basant sur le message des émetteurs. Le rideau joue donc un double rôle : il permet que les récepteurs ne voient pas dans quel bac les émetteurs ont pris les feuilles dont ils désignent l'épaisseur ; il permet de matérialiser les deux rôles dans la situation de communication. Cette action des récepteurs permet une rétroaction du milieu M-1 sur l'action (message) des émetteurs. Le jeu se déroule en équipe : dans chaque équipe se trouve un groupe émetteur et un groupe récepteur<sup>8</sup>.

---

<sup>8</sup> D'une certaine manière ce groupe, qui comprend plusieurs élèves jouant des rôles différents : il pourrait être considéré comme un actant dans la situation S-1, ce dont nous ne tiendrons pas compte dans la schématisation proposée dans le texte pour ne pas compliquer cette modélisation.

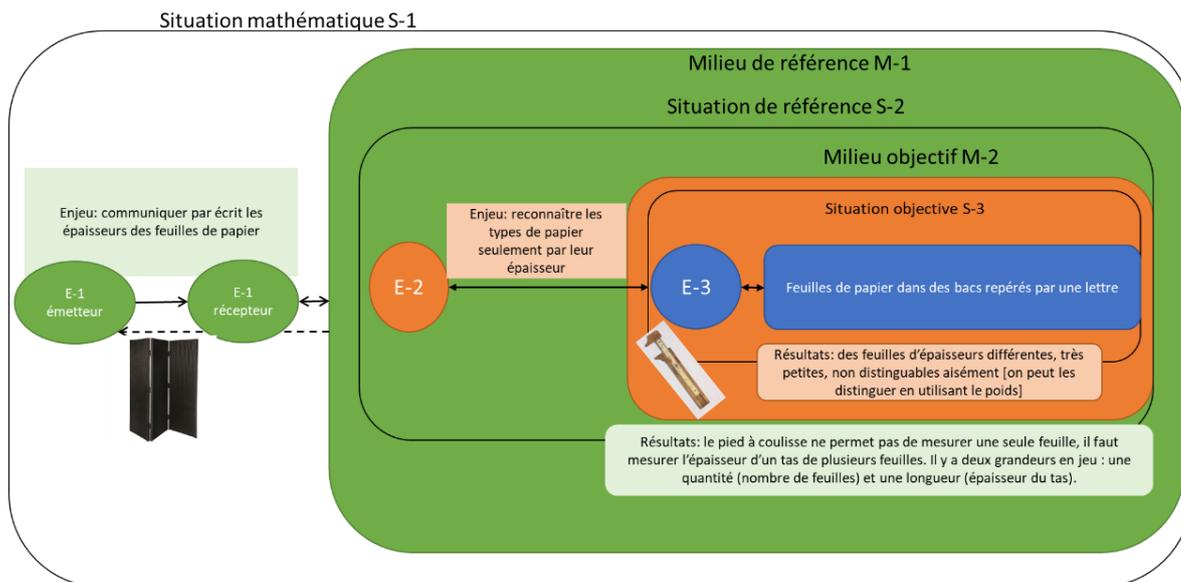


Figure 14.

*Composantes de la situation mathématique S-1 dans la situation des feuilles de papier*

Dans le document source (pp.4-5) il est précisé qu'il y a plusieurs essais successifs qui peuvent porter sur des épaisseurs de feuilles différentes, suivis à chaque fois d'une rétroaction. Pour considérer les résultats de cette situation, nous allons nous intéresser à la description de la mémoire écrite de ces essais et rétroactions dans le texte source (Figure 15) : le « carnet de message ».

Tous les messages sont écrits sur une même feuille - que nous pourrions appeler ici "carnet de messages" - qui circule entre les émetteurs et les récepteurs d'une même équipe

(1)	I
N° de l'équipe	E : 10 = 1 mm
1er jeu : message émis	R : D réussi
Réponse	E : 21 = 1 mm
2ème jeu : message émis	R : B réussi
Réponse	E : 8 = 2 mm
3ème jeu : message émis	R : A réussi

"carnet de messages"

Figure 15.

*Le carnet de message (Brousseau & Brousseau 1987, p.5)*

Les carnets de messages de chaque groupe émetteur-récepteur sont donc les résultats de la situation mathématique S-1.

### 3. Éléments d'un point de vue du professeur

Dans cette partie, nous allons nous intéresser au point de vue du professeur, en nous appuyant sur la structuration envisagée par Margolinas (1995). Nous nous interrogerons d'abord sur la situation que peut avoir un professeur (3.1), puis nous considérerons un processus déterminant pour le professeur : l'institutionnalisation (3.2), avant de reprendre l'étude de la première séance consacrée à l'épaisseur d'une feuille de papier, en étudiant les niveaux +3 à +1 (3.3), situations communes à l'élève et au professeur.

#### 3.1. Structuration du milieu et point de vue du professeur : le professeur a-t-il une situation ?

Dans la suite de travaux concernant un point de vue du professeur (Margolinas, 1992b), la structuration du milieu proposée par Brousseau 1986 a été complétée, pour des raisons détaillées dans Margolinas (1995) (Figure 16).

Dans la partie précédente, nous nous sommes donc intéressés aux niveaux adidactiques concernant l'élève, symétriquement, nous allons maintenant nous intéresser aux niveaux surdidactiques qui concernent le professeur.

M-3: M-matériel	E-3: E-objectif		S-3: situation objective	Adidac- tique
M-2: M-objectif	E-2: E-agissant		S-2: situation de référence	
M-1: M-de référence	E-1: E-apprenant	P-1: P-observateur	S-1: situation d'apprentissage	
<b>M0: M-d'apprentissage</b>	<b>E0: Elève</b>	<b>P0: Professeur</b>	<b>S0: situation didactique</b>	
M1: M-didactique	E1: E-réflexif	P1: P-projeteur	S1: situation de projet	Surdidac- tique
M2: M-de projet		P2: P-constructeur	S2: situation de construction	
M3: M-de construction		P3: P-noosphérique	S3: situation noosphérique	

Figure 16.

*Structuration du milieu (Margolinas, 1995, p. 96)*

Nous tenons tout d'abord à soulever une question délicate : le professeur a-t-il une situation et si oui quelle est la nature d'une telle situation ? Nous pouvons nous référer de nouveau à Brousseau (1972) : « Considérons une situation, c'est-à-dire un certain agencement d'objets (ou de personnes) ayant entre eux certaines relations. » (Brousseau, 1972, p. 57). Cette définition très générale nous permet d'affirmer que tout sujet a une situation à un instant donné. Cependant, le sujet en position d'élève dans la situation didactique (S0) a une situation en partie déterminée par un autre sujet est en position de professeur dans la situation didactique. Ce dernier est-il lui-aussi dans une situation qui est (en partie) déterminée par d'autres sujets ou institutions ?

En considérant que le professeur (P+3) est un sujet de l'institution « noosphère » (Chevallard, 1985), le professeur dans cette position intègre des contraintes et des ressources qui proviennent de cette institution. Mais il s'agit par nature d'une institution très floue. Par exemple, pour un sujet donné, des demandes de parents d'élève auront un poids déterminant. Pour un autre ce serait plutôt les attentes de la hiérarchie du ministère de l'éducation nationale. Pour un troisième, ce serait principalement la considération de ses collègues, etc.

Par contre, le professeur en position P+2 se trouve dans une situation dans laquelle les déterminants sont ceux qui peuvent fonder l'enseignement d'un savoir ou d'un ensemble cohérent de savoirs dans un curriculum donné. Une partie de la détermination de cette situation (contraintes et ressources) se trouve donc contenue dans une épistémologie plus ou moins implicite des mathématiques elles-mêmes. Certains travaux tendent à montrer que ce niveau n'est pas toujours très investi par les professeurs (Margolinas & Wozniak, 2015), ce qui, dans les termes de la théorie anthropologique du didactique, peut être interprété en termes de praxéologie muette (Wozniak, 2019).

Enfin, le professeur en position P+1 se trouve dans une situation dans laquelle il doit produire un projet pour une ou plusieurs interventions en situation d'enseignement. Dans cette position les ressources et les contraintes sont à la fois liées aux ressources et contraintes des interventions d'enseignement (en position P0 : par exemple matériel disponible dans la classe, temps alloué, etc.) et aux ressources et contraintes concernant la planification (en position P+2 : les programmes, les ressources documentaires, etc.).

Ce modèle ne décrit en rien la chronologie du travail du professeur, il cherche à caractériser les composantes d'une situation qui est bien entendu complexe et lié à une cohérence (au moins locale) (Robert & Rogalski, 2002).

### **3.2. Processus d'institutionnalisation : un déterminant d'une situation du professeur**

Le processus d'institutionnalisation décrit la transformation progressive de connaissances en situation en savoirs d'une institution. Dans une école (au sens large), il s'agit de savoirs d'une institution scolairement et le plus souvent socialement reconnue.

Il ne s'agit pas d'une méthode particulière d'enseignement, mais bien d'un processus qui est *nécessairement* à l'œuvre, que celui-ci soit reconnu ou non. En effet, quelle que soit la méthode d'enseignement, les élèves rencontrent des connaissances, parfois inattendues, dans les situations qui leur sont proposées, notamment dans les exemples et exercices.

Par exemple, pour rester dans le contexte mathématique ayant servi aux exemples, alors que personne ne leur a bien entendu enseigné une telle connaissance, il est inévitable que les

élèves pensent, une fois l'écriture fractionnaire introduite, que  $\frac{4}{5} + \frac{1}{10} = \frac{5}{15}$ , parce que les connaissances antérieures sur les nombres entiers et sur la lecture ligne à ligne font qu'ils lisent la ligne supérieure  $4+1=5$  et ligne inférieure  $5+10=15$ .

Les élèves rencontrent cette connaissance (fausse) quand ils rencontrent le calcul des fractions, quelle que soit la méthode d'enseignement.

#### **4. Méthodologie de la structuration du milieu du point de vue du professeur : l'exemple des feuilles de papier (séance 1), le COREM**

Dans le document source, ce type de fausse anticipation et la façon dont une rétroaction du milieu et une conclusion sont organisées est en page 21-23. Dans ce document, Brousseau & Brousseau considèrent la question « pourquoi les dénominateurs de s'ajoutent-ils pas » comme une « question pertinente » (p. 22). Les auteurs concluent la discussion sur ce point par une remarque très intéressante : « Or, ici tous les enfants peuvent concevoir la solution et étayer leur représentation par des essais, des tentatives et des vérifications ce qui rend inutile tout apprentissage formel intentionnel. Il y a parfois intérêt à retarder les algorithmisations pour favoriser la conceptualisation » (p. 23).

Revenons au processus d'institutionnalisation : dès la conception de la première séance du module 1 (dont nous avons parlé dans le paragraphe 2), le milieu « matériel » des feuilles de papier a été conçu pour qu'ultérieurement, dans la première séance du module 2, un milieu dérivé du premier (un carton de plusieurs feuilles éventuellement d'épaisseurs différentes) permettent une rétroaction à propos de l'erreur courante dont nous parlons. Dans le module 2, il s'agit non seulement de savoir que l'addition erronée est fausse, mais aussi (surtout) de construire une réponse à la question de l'épaisseur du carton qui soit basée sur des raisons et pas seulement une soumission à l'autorité du professeur<sup>9</sup>. Autrement dit, le processus d'institutionnalisation des savoirs concernant les rationnels mesures (à la fin du module 2, voir Margolinas & Bessot, 2024) commence dès la première séance car il repose sur les potentialités du milieu matériel introduit.

---

<sup>9</sup> Voir chapitre « Les situations fondamentales au cœur de la théorie des situations mathématiques » paragraphe 3 dans l'ouvrage

### **4.1. Situation S+3**

Dans l'ingénierie didactique du document source, le niveau +3 est très fortement porté par l'institution du COREM<sup>10</sup> fondée par Guy Brousseau : l'équipe des chercheurs, des formateurs d'enseignants et des enseignants, collaborent en effet étroitement à la création des ingénieries didactiques. Le professeur n'est donc jamais seul dans cette « aventure » (terme utilisé plusieurs fois dans (Brousseau et al., 2014)), il fait partie d'une institution qui a une façon singulière et puissante de penser l'enseignement des mathématiques, dans laquelle les raisons sont plus importantes que les résultats.

### **4.2. Situation S+2**

Cependant le COREM repose aussi sur le partage explicite et régulier des raisons mathématiques (niveau +2) qui fondent une épistémologie souvent en décalage avec les façons de concevoir l'enseignement dans l'institution scolaire. C'est le cas notamment en ce qui concerne l'approche des nombres rationnels (ratio, commensuration) et non pas de fractions (fractionnement), ce qui a été justifié à la fois théoriquement et expérimentalement (Ratsimba-Rajohn, 1982). Il s'agit non seulement d'un point de vue éthique sur les relations entre chercheurs, formateurs et enseignants, mais aussi d'une nécessité pragmatique : si l'enseignant pense en termes de fractionnement et non par de commensuration, cela transparaîtra nécessairement dans ses interactions avec les élèves.

### **4.3. Situation S+1**

Dans le dispositif du COREM, les enseignants, quand ils participent à une expérimentation, sont co-responsables du projet de séance (niveau +1) et de la mise en œuvre (niveau 0) : le risque que suppose toute recherche, car comportant une part d'incertitude, devient acceptable, car les enseignants n'assument pas seuls sa mise en œuvre et ses conséquences. Cependant, à l'école Jules Michelet, les enseignants sont aussi, même en mathématiques, responsables de leur enseignement non expérimental, c'est alors sous leur responsabilité qu'ils choisissent ou non de s'appuyer sur des processus antérieurement conçus dans le cadre de la recherche au COREM et éventuellement de les modifier. La déontologie au COREM ne permettait pas d'étudier cette pratique « ordinaire », même si le travail de Julia Centeno s'en est approché (Brousseau & Centeno, 1991; Centeno, 1995).

---

<sup>10</sup> Centre pour l'Observation et la Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, 1973-1999, voir Centro de Recursos en Didáctica Guy Brousseau <https://archivos-imac.uji.es/CRDM/index.php>

## 5. Situations de rencontres entre le professeur et l'élève

Dans la version initiale de la structuration du milieu (avec les numérotations adoptées par la suite par Margolinas, 1995), Brousseau (1986) avait considéré (Figure 1) un « élève générique » (E+1) et un « professeur préparant son cours » (P+1) dans la situation « d'analyse de la didactique » (S+1), puis un « milieu de la recherche en didactique » (M+2), dans lequel les colonnes concernant « l'élève » et le « professeur » sont fusionnées en une seule dans laquelle se trouve un « sujet universel » (sujet+2).

Nous proposons de considérer que la modélisation de Brousseau (1986) reflète la situation de la recherche en didactique telle que menée par Brousseau dans ses interactions avec le COREM. Dans cette institution qui joue un rôle déterminant dans l'œuvre de Brousseau, la situation « d'analyse de la didactique » S+1 qui « prépare le cours » est partagée par une équipe de recherche. « Le » professeur est une entité multiple, notamment parce que plusieurs professeurs interviennent, au COREM, auprès de la même classe (Brousseau, 1998b, p. 359-366; Salin & Greslard, 1998). « L'élève » y est nécessairement générique car l'enjeu de l'analyse de la didactique n'est pas un enjeu local déterminé par une classe donnée. Le milieu de la recherche en didactique (M+2) nous semble révéler ce qui est pour Brousseau le moteur possiblement antagoniste et non pas allié (Fregona, 1994). Il ne s'agissait pas au COREM de faire réussir les élèves mieux qu'ailleurs : le COREM n'est pas une école expérimentale mais une école pour l'observation, de plus « le curriculum n'a pas été choisi de façon à produire les effets scolaire maxima » (Brousseau, 1981, p. 78). Il s'agissait de permettre à la recherche en didactique des mathématiques de se confronter à un milieu adéquat.

Quand Margolinas (1995) reprend la modélisation de la structuration du milieu, c'est avec un autre projet, qui est celui de s'intéresser au rôle du professeur dans des *situations ordinaires* (non organisées dans le cadre d'une ingénierie didactique) (Margolinas, 1992b). Lors de la transformation du modèle de la structuration du milieu (Figure 16), Margolinas (1995) considère donc la position de professeur avec une autre point de vue que celui de Brousseau. Elle a adopté un principe heuristique de symétrie qui permet d'interroger les places du professeur et de l'élève, avec 5 niveaux (de -3 à +1) pour la structuration de la place de l'élève et 5 niveaux (de +3 à -1) pour la structuration de la place du professeur. Dans ce modèle, les places du professeur et de l'élève sont conjointement présentes dans les trois niveaux centraux de +1 à -1, qui constituent en quelque sorte une « rencontre » entre les points de vue du professeur et de l'élève dont le centre est la situation didactique (S0) (Margolinas 2004, 2021).

En ce qui concerne la situation didactique (S0) nous avons déjà introduit le processus d'institutionnalisation, et le contrat didactique, qui sont des déterminants essentiels de la situation didactique, cependant nous n'avons pas encore évoqué un troisième déterminant : les phases de conclusion.

### **5.1. Le milieu, le contrat, le processus d'institutionnalisation (S 0)**

La situation didactique est le niveau de base de toute situation d'enseignement, raison pour laquelle Margolinas (1995) a proposé de lui attribuer le numéro 0 correspondant à l'origine d'un repère. C'est la situation dans laquelle les places de l'élève, du professeur et du savoir sont déterminées, et c'est dans cette situation qu'apparaît la nécessité du contrat didactique :

Le contrat didactique est le résultat d'une « négociation » souvent implicite des modalités d'établissement des rapports entre un élève ou un groupe d'élèves, un certain milieu et un système éducatif. On peut considérer que les obligations du professeur vis à vis de la société qui lui délègue sa légitimité didactique sont aussi une partie déterminante du contrat didactique. (Brousseau, 1998a article 14. Contrat didactique).

La situation didactique correspond à un aboutissement (souvent partiel) d'un processus d'institutionnalisation, c'est-à-dire de transformation de connaissance en situation en savoir culturel et institutionnel. Un tel processus, pour qu'il ait une chance de se dérouler sans reposer exclusivement sur le contrat, commence dès le choix par le professeur (S+3 à S+1) des éléments de la situation que l'élève investit (S-3 à S-1). C'est en effet dans ces niveaux adidactiques que l'élève investit des connaissances, nouvelles ou non, dans une situation dans laquelle ces connaissances sont utiles.

L'enjeu de l'institutionnalisation est d'établir un lien entre ces connaissances et les savoirs qui sont rendus explicites sous la responsabilité du professeur. Cependant il n'y a pas toujours de liens entre les connaissances investies en situation et les savoirs institués par le professeur et dans ce cas, il peut se produire des bifurcations qui, pour certains élèves, représentent des ruptures de contrat : ils ne voient pas le lien entre les savoirs explicités et les connaissances qu'ils ont investies (Clivaz, 2012; Margolinas, 2005).

### **5.2. Phase de conclusion : un déterminant d'une situation de l'élève et du professeur (E+1, S0, P-1)**

Les phases de conclusion ont été mise en évidence par Margolinas (1992) suite à son travail de thèse qui portait initialement sur la vérification, ce qui l'a amenée à s'intéresser au travail de l'élève et du professeur une fois que l'élève propose un résultat. Lors de cette phase, le professeur doit fournir une information à chaque élève qui permette à celui-ci de connaître la

validité (vrai/faux) de son résultat. Cette information peut être délivrée de façon collective, mais elle doit permettre à chaque élève de clarifier le statut de son résultat.

Cependant, cette conclusion peut prendre différentes formes suivant la nature des situations investies dans les situations S-3 à S-1. Dans certains cas, la conclusion est accessible à l'élève grâce à la rétroaction d'un milieu : le professeur doit officialiser cette conclusion qui est déjà proposée. Dans d'autres cas, il n'y a pas de rétroaction possible d'un milieu et le professeur doit donc rendre publique la réponse correcte et parfois l'écart entre les résultats des élèves et cette réponse. Les travaux de Vignon Fitoussi (2024) montrent qu'il pourrait s'agir d'un véritable processus de conclusion, qui orienterait alors fortement le travail du professeur, non seulement dans une phase « finale » mais aussi dans l'installation de situations destinées à permettre une conclusion publique dans une situation didactique.

Si nous parlons de « déterminant », c'est parce que le caractère public d'un résultat et de la conclusion liée à celui-ci sont des nécessités dans la situation S0. En effet, en mathématiques, l'élève doit avoir une information claire sur la validité de son résultat. Les résultats, qui pouvaient rester dans la part privée du travail de l'élève dans les niveaux didactiques (S-3 à S-1), deviennent publics dans la situation didactique S0.

Il en est tout différemment du processus d'institutionnalisation, qui n'est pas lié à une situation didactique S0 installée mais à un processus d'enseignement (projet : S+2) qui se déroule pendant un temps qui peut être très long et qui donne lieu à des phases au cours desquelles une partie des savoirs sont rendus publics et structurés. Ainsi, même si une phase de conclusion peut faire partie d'une phase d'institutionnalisation ou bien y contribuer, il n'y a pas de lien de nécessité entre les deux et ces phases ou processus ne remplissent pas la même fonction.

Par ailleurs, au moment où il rend son résultat public (pour le professeur), l'élève peut s'interroger sur la façon dont le professeur peut l'interpréter : l'élève est alors fugitivement en position E+1, ce qui peut l'amener à modifier la présentation du résultat pour le rendre plus lisible ou à le commenter en direction du professeur. Symétriquement, pour mener la phase de conclusion dans la situation S0, le professeur peut ressentir le besoin de prendre des informations pendant la situation d'apprentissage didactique : le professeur est alors fugitivement en position P-1. Ces deux positions symétriques déplacent l'élève et le professeur dans des places qui tendent à les rapprocher : l'élève cherche alors à mieux comprendre le point de vue du professeur et ce dernier prend des informations qui lui permettent de mieux reconstruire le point de vue de l'élève, à partir d'une information lacunaire (Vignon Fitoussi, 2024).

## 6. Méthodologie de la structuration du milieu du point de vue didactique : l'exemple des feuilles de papier (séance 1)

### 6.1. Position P-1

Dans la situation des feuilles de papier, le « carnet de message » demandé par le professeur (Figure 15) est une façon de structurer le résultat présenté par le groupe d'élève. Dans le document source, une remarque est signalée (Figure 17).

c) Remarque : Il est clair que l'enseignant n'a pas introduit de vocabulaire superflu comme "carnet de messages""fiche de contrôle... ni d'exigences formelles à propos de la présentation des messages - que les enfants devraient apprendre à respecter. Il n'y a pas eu de consigne générale à ce sujet, seulement des aides et des corrections particulières auprès des enfants mal inspirés.

Figure 17.

*Remarque sur le carnet de message Brousseau & Brousseau (1987, p. 5)*

Cette remarque montre bien que l'enseignant et plus exactement l'équipe de recherche du COREM considère que ce carnet de message fait partie du travail de l'élève, dans la situation S-1 et que des interférences trop appuyées du professeur dans cette situation pourraient détourner les élèves du but qui est de produire un code et non pas de remplir un carnet à l'attention du professeur.

Le carnet de message est introduit dans un paragraphe que nous interprétons comme des actions du professeur dans la situation S-1 (Figure 18).

Dès le début du jeu, l'enseignant met en place le rideau qui sépare émetteurs et récepteurs.

Il

- fait passer les messages des émetteurs au récepteurs
- reçoit les réponses des récepteurs
- va contrôler que cette réponse est conforme au choix des émetteurs et constate, avec toute l'équipe, l'échec ou la réussite.

Tous les messages sont écrits sur une même feuille - que nous pourrions appeler ici "carnet de messages" (fig. 1) - qui circule entre les émetteurs et les récepteurs d'une même équipe - cette feuille porte le numéro de l'équipe. De plus, les émetteurs notent sur une autre feuille - que nous pourrions appeler "fiche de contrôle" - et qu'ils gardent, le type de papier qu'ils ont choisi à chaque jeu afin que la maîtresse puisse constater la réussite ou l'échec.

Figure 18.

*Description précédent l'introduction du carnet de message Brousseau & Brousseau (1987, p. 4-5)*

Le « carnet de message » est donc associé à une « feuille de contrôle » (Figure 19).

(1)		
N° de l'équipe	I	
1er jeu : message émis	E : 10 = 1 mn	1er jeu 1 D
Réponse	R : D réussi	
2ème jeu : message émis	E : 21 = 1 mn	3ème jeu 3 A
Réponse	R : B réussi	
3ème jeu : message émis	E : 8 = 2 mn	
	R : A réussi	
	"carnet de messages"	"feuille de contrôle"

Figure 19.

*Carnet de message et feuille de contrôle Brousseau & Brousseau (1987, p. 5)*

Les actions de l'enseignant visent donc à la fois à assurer la dévolution de la situation S-1 (exemple : rideau) mais aussi à construire les données d'observation qui permettront à la situation S0 de se tenir : résultats (carnet de message) et rétroaction du milieu des récepteurs (feuille de contrôle). De cette manière l'observation n'est pas uniquement celle que le professeur peut mettre en place au moment de l'action de l'élève mais aussi après, quand le travail est terminé.

## 6.2. Situation S0

Lors de la situation S0 l'enseignant organise une phase de conclusion basée à la fois sur les rétroactions des émetteurs et sur une situation dont le milieu est constitué d'un tableau à double entrée constitué par l'enseignant (Figure 20). Du point de vue de la TS il s'agit d'une situation de validation (Margolinas & Bessot, 2024, Module 6), mais cela n'est pas indiqué dans le document source, nous y reviendrons en conclusion.

<p><u>1.1.4 - 3ème phase - Résultat des jeux et confrontation des codes - (20 à 25 mn)</u></p> <p>a) <u>Présentation de la situation et consigne.</u></p> <p>Pour cette phase, les enfants reprennent leur place en équipes de 5 comme pour la 1ère phase de la séance.</p> <p>L'enseignant annonce une comparaison des résultats et prépare le tableau à double entrée : - (équipes) X (types de papier) dans lequel il inscrira les messages échangés et les points obtenus par les équipes (voir tableau I CM<sub>2</sub> b 1977) au fur et à mesure de leur compte rendu.</p>
---

Figure 20.

*Résultat des jeux et confrontation des codes Brousseau & Brousseau (1987, p. 6)*

Le tableau de résultat des jeux est une sorte de synthèse du carnet de message et de la feuille de contrôle, cependant, comme dans toute situation de communication à autrui, la rétroaction obtenue par les récepteurs est un élément pas toujours fiable au plan de la raison mathématique (Mathé et al., 2021), par exemple : dans la situation des feuilles de papier, s'il y a 6 types de feuilles, les récepteurs peuvent avoir choisi le bon paquet de feuilles avec un message ne comportant pas les bons indices (1 chance sur 6) ; ou encore, les récepteurs peuvent avoir mal interprété le message ou bien commis une erreur matérielle (en comptant les feuilles ou en mesurant le tas) conduisant à un choix non conforme au message. La situation de preuve est donc à la fois une solution au problème didactique posé mais aussi une façon d'avancer dans le processus d'institutionnalisation, comme nous allons le voir (Figure 21).

b) Déroulement et remarques.  
 A tour de rôle, chaque équipe envoie un "représentant" qui lit les messages à haute voix, explique le code choisi et indique le résultat du jeu.  
 Les différents messages sont comparés et discutés par les enfants. Comme ils sont souvent très différents, l'enseignant leur demande d'adopter un code commun.  
 Exemple : 10 = 1 mm  
 TF  
 60 feuilles 7 mm  
 Après discussion, la classe entière a décidé de marquer :  
 10 f ; 1 mm  
 60 f ; 7 mm

Figure 21.

*Adoption d'un code commun Brousseau & Brousseau (1987, p. 7)*

L'adoption d'un code commun est une étape décisive dans le processus d'institutionnalisation : remarquons que ce code n'est pas encore le code social sous forme fractionnaire, qui n'intervient que lors de la séance 3 (*Ibid. p.12*), après que les résultats concernant les couples (nombre de feuilles ; épaisseur) seront stabilisés, notamment en ce qui concerne l'équivalence des couples. En effet, l'écriture fractionnaire n'est pas une simple référence à la culture mathématique, car les élèves connaissent certains des usages des fractions « simples » (un demi, un quart, etc.) : ces usages ne sont pas du tout en accord avec la sens de commensuration (3 millimètre *pour* 19 feuilles) qui est introduit dans la situation des feuilles de papier, pour des raisons épistémologiques et didactiques (Brousseau, 1980, 1981).

Revenons à la séance 1, dont nous montrons ici (Figure 22) le tableau de mesures non corrigé auquel se réfère la copie du document source de la (Figure 20).

TABLEAU CM, b				
Type des feuilles	équipe 1	équipe 2	équipe 3	équipe 4
A	19 f ; 3 mm	10 f ; 2 mm	20 f ; 4 mm	
B	19 f ; 3 mm		4 f ; 1 mm	15 f ; 2 mm
C	19 f ; 2 mm	30 f ; 2 mm	100 f ; 8 mm	30 f ; 3 mm 15 f ; 1 mm 20 f ; 2 mm
D	19 f ; 2 mm 12 f ; 1 mm		100 f ; 9 mm	
E			9 f ; 4 mm	13 f ; 5 mm 7 f ; 3 mm

Figure 22.

*Exemple de 1<sup>er</sup> tableau de mesures non corrigé Brousseau & Brousseau (1987, p. 11)*

L'organisation adoptée par l'enseignant met en avant le type de feuilles, ce qui, grâce au code commun, permet de se concentrer implicitement sur les couples de mesures (nombre de feuille ; épaisseur en mm). Dans ce tableau, nous comprenons la difficulté du travail de conclusion de l'enseignant face aux résultats d'une situation de communication incluant une mesure et donc des approximations, seuls deux résultats (feuille A équipes 2 et 3) étant mathématiquement équivalents.

Sans que ce soit écrit explicitement dans le document source, une situation de preuve est implicitement amorcée, qui a pour moteur la nécessité de conclure sur les désignations formulées par les élèves (Figure 23).

Lorsque tous les messages sont inscrits, les enfants observent le tableau et font spontanément des remarques du type : "ça, ça ne va pas" ou "ici, c'est bien" etc...

Ces remarques pourraient être classées en 4 catégories :

1<sup>ère</sup> catégorie :

Si les feuilles sont de type différent, à un même nombre de feuilles doivent correspondre des épaisseurs différentes.

Exemples du tableau I :

19 f ; 3 mm	→	Type A	} "ça ne va pas"
19 f ; 3 mm	→	Type B	
19 f ; 2 mm	-	Type C	} "ça ne va pas"
19 f ; 2 mm	-	Type D	

Figure 23.

*1<sup>es</sup> observations concernant les désignations Brousseau & Brousseau (1987, p. 6)*

La première catégorie est directement liée au milieu installé, ainsi que la seconde : « pour un même type de feuilles, au même nombre de feuilles correspond la même épaisseur » (document source p.6, exemple Figure 24).

<u>Exemple du tableau I :</u>			
30 f ; 2 mm	+	Type C	} "ça ne va pas"
30 f ; 3 mm	+	Type C	

Figure 24.

*Exemple de la 2<sup>e</sup> catégorie Brousseau & Brousseau (1987, p. 7)*

Cependant les catégories suivantes relèvent de connaissances mathématiques qui portent en germe la suite du processus (Figure 25 et Figure 26).

<u>3<sup>ème</sup> catégorie :</u>			
S'il y a 2 fois plus de feuilles, l'épaisseur est 2 fois plus grande.			
<u>Exemple du tableau I :</u>			
30 f ; 3 mm	+	Type C	} "ça ne va pas" et les enfants rajoutent
15 f ; 1 mm	+	Type C	
"on aurait dû trouver" :			
30 f ; 2 mm	parce que	x2	$\left( \begin{array}{l} 15 \text{ f ; } 1 \text{ mm} \\ 30 \text{ f ; } 2 \text{ mm} \end{array} \right) \times 2$
15 f ; 1 mm			

Figure 25.

*3<sup>e</sup> catégorie Brousseau & Brousseau (1987, p. 7)*

<u>4<sup>ème</sup> catégorie :</u>			
Des différences sur le nombre de feuilles ne doivent pas correspondre à des différences égales de mesures :			
<u>Exemple :</u>	19 f ; 3 mm	} "ça ne va pas parce qu'une feuille ne peut pas mesurer 1 mm"	
	20 f ; 4 mm		
A la fin de la séance, l'enseignant propose aux enfants de reprendre l'examen de ce tableau à la prochaine séance de vérifier collectivement les mesures par la manipulation et de les rectifier si c'est nécessaire.			

Figure 26.

*4<sup>e</sup> catégorie Brousseau & Brousseau (1987, p. 7)*

La situation suivante (séance 2) est entièrement dédiée à l'examen du tableau et de son évolution, ainsi qu'à une recherche de désignation pour les feuilles non choisies, voici les résultats de cette deuxième séance décrits dans le document source (Figure 27).

#### 1.2.5 - Résultats didactiques.

Ces enfants savent adapter le nombre des feuilles choisies aux besoins de la discrimination de leurs épaisseurs (augmenter le nombre de feuilles lorsque les épaisseurs sont très voisines). Ils savent trouver par le calcul, des couples correspondants au même type de papier. Tous savent maintenant utiliser le modèle linéaire pour analyser un tableau. Une partie d'entre eux est capable d'utiliser des relations de voisinage entre les couples. Un grand nombre d'enfants a été conduit à juger des déclarations et à argumenter lui-même.

Figure 27.

*Résultats de la deuxième séance (1987, p. 10)*

### **6.3. Position E+1**

Ces résultats nous informent sur le processus d'institutionnalisation en cours, ce que chacun sait désormais. Ils nous indiquent aussi que certains élèves ont adopté une position qui est d'ordinaire réservé à l'enseignant (E+1) : « juger des déclarations et argumenter ». La formulation adoptée pour parler de ces résultats montrent que Nadine et Guy Brousseau sont extrêmement attentifs à ce qui est atteint et visé pour tous les élèves par rapport à ce qui ne concerne, à un moment donné du processus, que certains d'entre eux.

Remarquons qu'il y a aussi bien : des résultats liés à l'investissement des particularités du milieu, notamment de la stratégie à mettre en œuvre pour disposer d'une approximation raisonnable (augmenter le nombre de feuilles) ; des résultats mathématiques concernant l'équivalence des couples et la linéarité ; des résultats sur le travail mathématique (preuve, raisonnement).

### **Conclusion**

La structuration du milieu cherche à rendre compte de l'épaisseur des situations suivant plusieurs points de vue : le point de vue de l'élève et celui du professeur. Il s'agit d'un instrument méthodologique au fort pouvoir heuristique, plus que d'un modèle à proprement parler. Par exemple, rien n'empêche qu'il puisse y avoir des positions qui ne sont pas prévues dans le tableau de la figure 16, comme par exemple P-2 et P-3 (Bloch, 1999), cependant cela permet de s'interroger sur les conditions dans lesquelles un professeur peut occuper ces positions qui demande d'investir la situation de l'élève de façon très fine, comme cela peut être le cas d'un chercheur qui est aussi professeur. Symétriquement, il est possible de s'interroger

sur les positions E+2 et E+3, qui seraient celles d'un élève qui se questionnerait sur les conditions d'exercices du métier (ressources et contraintes) de son professeur.

Cependant, pour étudier des classes ordinaires, les positions décrites dans la figure 16 semblent suffire pragmatiquement pour analyser de façon déjà très fine les différentes situations que les élèves peuvent investir (Margolinas, 2004), quand cela semble nécessaire (car une telle analyse est coûteuse).

Une des difficultés est de faire l'erreur de comprendre cette modélisation d'une façon temporelle, comme si l'élève investissait d'abord les positions de -3 à -1 puis 0 et symétriquement comme si le professeur investissait d'abord les positions de +3 à +1 puis 0. Le chercheur peut avoir besoin de cette chronologie dans son analyse, mais celle-ci ne reflète pas bien le fait qu'il s'agit *d'une seule situation*, donc *l'épaisseur* du milieu est décrite par la structuration du milieu. La question de la chronologie du déroulé d'une séance d'enseignement ou d'une séquence (plusieurs séances coordonnées) n'est pas représentée par la structuration du milieu.

Comme nous l'avons dit, les chercheurs sont souvent eux aussi des professeurs et il est plus facile pour eux de comprendre que la situation du professeur n'est pas représenté chronologiquement par la structuration : un enseignant, pendant la situation didactique, dans laquelle la position P0 est investie au moins partiellement, peut simultanément prévoir la suite de son projet (P+1) en fonction de ce qu'il est en train d'observer (P-1).

Le document source sur lequel nous nous sommes appuyées montre que la rédaction d'un document de référence sur une ingénierie didactique peut osciller entre la description des situations et de leur nature (par exemple, situation d'action, de formulation et de validation) et la description des différentes phases d'avancée du travail dans la classe, comme nous l'avons montré pour la communication à autrui. Par ailleurs, un document produit et publié à un moment donné de l'avancée de la théorisation ne peut prendre en compte ce qui est conçu ensuite, ce qui peut donner lieu à plusieurs analyses successives (Margolinas, 1992a). Ainsi, en étudiant l'épaisseur de la situation de la leçon 1 de l'ingénierie de Nadine et Guy Brousseau (1987), nous prenons conscience de dimensions à la fois pratiques et théoriques qui ne sont pas explicitées par les auteurs. Nous invitons les lecteurs de ce chapitre à s'engager dans une lecture du document source, non pas seulement pour la richesse du développement de l'implémentation de deux situations fondamentales majeures concernant les nombres rationnels (et décimaux) mais aussi pour la profondeur de ce qui est sous-jacent à cette construction collective qui a été réalisée sur une vingtaine d'année au COREM.

## Références

- Bessot, A. (2011). L'ingénierie didactique au coeur de la théorie des situations. In C. Margolinas, M. Abboud-Blanchard, L. Bueno-Ravel, N. Douek, A. Fluckiger, P. Gibel, F. Vandebrouck, & F. Wozniak (Éds.), *En amont et en aval des ingénieries didactiques* (p. 29-56). La pensée sauvage.
- Bloch, I. (1999). L'articulation du travail mathématique du professeur et de l'élève dans l'enseignement de l'analyse en Première scientifique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), 135-193.
- Brousseau, G. (1972). Processus de mathématisation. *Bulletin de l'APMEP*, 282(La mathématique à l'Ecole Élémentaire), 57-84.
- Brousseau, G. (1980). Problèmes de didactique des décimaux : Première partie. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 1(1), 11-59.
- Brousseau, G. (1981). Problèmes de didactique des décimaux : Deuxième partie. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 2(1), 37-127.
- Brousseau, G. (1986). La relation didactique : Le milieu. In *4e école d'été de didactique des mathématiques* (p. 54-68). IREM de Paris 7. [http://math.unipa.it/~grim/brousseau\\_03\\_milieu.pdf](http://math.unipa.it/~grim/brousseau_03_milieu.pdf)
- Brousseau, G. (1998a). *Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques*. [http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2010/09/Glossaire\\_V5.pdf](http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2010/09/Glossaire_V5.pdf)
- Brousseau, G. (1998b). *Théorie des situations didactiques*. La pensée sauvage.
- Brousseau, G., & Brousseau, N. (1987). *Rationnels et décimaux dans la scolarité obligatoire*. IREM. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00610769/fr/>
- Brousseau, G., Brousseau, N., & Warfield, G. (2014). *Teaching Fractions through Situations : A Fundamental Experiment*. Springer.
- Brousseau, G., & Centeno, J. (1991). Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 11(2/3), 309-336.
- Centeno, J. (1995). *La mémoire didactique de l'enseignant (Textes établis par Claire Margolinas, préface et notes de Guy Brousseau)*. LADIST.
- Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*. La pensée sauvage.
- Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), 221-266.
- Clivaz, S. (2012). Connaissances didactiques de l'enseignant et bifurcations didactiques : Analyse d'un épisode. *Recherches en didactique*, 14, 29-46.
- Fregona, D. (1994). *Les figures planes comme « milieu » dans l'enseignement de la géométrie : Interactions, contrats et transpositions didactiques*. Université de Bordeaux I, Didactique des mathématiques.
- Laparra, M., & Margolinas, C. (2016). *Les premiers apprentissages scolaires à la loupe. Des liens entre énumération, oralité et littératie*. De Boeck.
- Margolinas, C. (1992a). *Analyse de situation et analyse du rôle du maître sur un cas particulier*. 185-205. <https://shs.hal.science/halshs-00418328/document>
- Margolinas, C. (1992b). Eléments pour l'analyse du rôle du maître : Les phases de conclusion. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12(1), 113-158.
- Margolinas, C. (1995). La structuration du milieu et ses apports dans l'analyse a posteriori des situations. In C. Margolinas (Éd.), *Les débats de didactique des mathématiques* (p. 89-102). La Pensée Sauvage. <https://hal.science/halshs-00418815v1>

- Margolinas, C. (2004). *Points de vue de l'élève et du professeur : Essai de développement de la théorie des situations didactiques* [Université de Provence,]. <http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00429580/fr/>
- Margolinas, C. (2005). Les situations à bifurcations multiples : Indices de dysfonctionnement ou de cohérence. In A. Mercier & C. Margolinas (Éds.), *Balises en didactique des mathématiques* (p. Cédérom). La Pensée Sauvage. <http://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-00432229/fr/>
- Margolinas, C. (2021). Construire des points de vue d'élèves : Des défis théoriques et méthodologiques pour la recherche en didactique des mathématiques. In H. Chaachoua, A. Bessot, B. Barquero, L. Coulange, G. Cirade, P. Job, A.-C. Mathé, A. Pressiat, M. Schneider, & F. Vandebrouck (Éds.), *Nouvelles perspectives en didactique : Le point de vue de l'élève, questions curriculaires, grandeur et mesure: Vol. XXe école d'été de didactique des mathématiques* (p. 19-48). La Pensée Sauvage. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03824848>
- Margolinas, C., & Bessot, A. (2024). *Module 10: In search of a fundamental situation concerning rational numbers*. ICMI AMOR Guy Brousseau Unit. <https://www.mathunion.org/icmi/awards/amor/guy-brousseau-unit>
- Margolinas, C., & Laparra, M. (2017). Quand le point de vue des élèves sur les situations scolaires bouleverse les disciplines scolaires. *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques, année 2017*, 194-216. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02001693/document>
- Margolinas, C., & Steinbring, H. (1994). Double analyse d'un épisode : Cercle épistémologique et structuration du milieu. In M. Artigue, R. Gras, C. Laborde, P. Tavnignot, & N. Balacheff (Éds.), *Vingt ans de didactique des mathématiques en France. Hommage à Guy Brousseau et Gérard Vergnaud*. (p. 250-258). La pensée sauvage.
- Margolinas, C., & Wozniak, F. (2012). *Le nombre à l'école maternelle. Une approche didactique* ((publication chez academia prévue 2024)). De Boeck.
- Margolinas, C., & Wozniak, F. (2015). Les besoins praxéologiques du professeur : Le nombre ordinal. In D. Butlen, I. Bloch, M. Bosch, C. Chambris, G. Cirade, S. Clivaz, S. Gobert, C. Hache, M. Hersant, & C. Mangiante-Orsola (Éds.), *Rôles et places de la didactique et des didacticiens des mathématiques dans la société et dans le système éducatif* (p. 123-152). La pensée sauvage.
- Mathé, A.-C., Maillot, V., & Ribennes, J. (2021). Enjeux langagiers, situations de formulation et de validation en géométrie—Un exemple de travail autour du cercle en CE2. *Grand N*, 108, 22-57.
- Ratsimba-Rajohn, H. (1982). Eléments d'étude de deux méthodes de mesures rationnelles. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 3(1), 65-113.
- Robert, A., & Rogalski, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : Une double approche. *Revue Canadienne de l'Enseignement des Sciences, des Mathématiques et des Technologies*, 2(4), 505-528.
- Salin, M.-H., & Greslard, D. (1998). *La collaboration entre chercheurs et enseignants dans un dispositif original d'observation de classes, et lors de la préparation d'une séquence de classe, le Centre d'Observation et de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques (COREM)*. Les liens entre la pratique de la classe et la recherche en didactique des mathématiques, 50e Rencontre de la CIEAM. <http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2010/08/Collaboration-entre-chercheurs-et-enseignants.pdf>
- Sensevy, G. (2011). *Le sens du savoir*. De Boeck.
- Vignon Fitoussi, S. (2024). *Évolution des connaissances didactiques du professeur en lien avec ses observations du travail des élèves : Études de situations d'énumération lors*

- d'ateliers en maternelle* [Thèse de doctorat en sciences de l'éducation]. Université Clermont-Auvergne,.
- Wozniak, F. (2019). Fondements du travail épistémologique du professeur. *Recherche en Didactique des Mathématiques*, 39(1), 15-50.
- Zakhartchouk, J.-M. (2000). . Les consignes au cœur de la classe : Geste pédagogique et geste didactique. *Repères. Recherches en didactique du français langue maternelle* ., 22, 61-81. <https://doi.org/10.3406/reper.2000.2343>
- Zerbato-Poudou, M.-T. (2001). Spécificités de la consigne à l'école maternelle et définition de la tâche. *Pratiques*, 111-112(Les consignes dans et hors l'école), 115-129. <https://doi.org/10.3406/prati.2001.2427>