



**HAL**  
open science

# Analyse statistique des données écologiques. Programmes réalisables sur calculatrices H.P 67/97

Frédéric Lardeux

► **To cite this version:**

Frédéric Lardeux. Analyse statistique des données écologiques. Programmes réalisables sur calculatrices H.P 67/97. ORSTOM-Bouaké n°46, IRD - Institut de recherche pour le développement. 1982, pp.61. hal-04694397

**HAL Id: hal-04694397**

**<https://hal.science/hal-04694397v1>**

Submitted on 11 Sep 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

**ORGANISATION MONDIALE DE LA SANTE  
LUTTE CONTRE L'ONCHOCERCOSE**

**RAPPORT ORSTOM N 46  
DATE DE PARUTION**

**15 JANVIER 1982**

**ANALYSE STATISTIQUE DES  
DONNEES ÉCOLOGIQUES**

**PROGRAMMES RÉALISABLES SUR  
CALCULATRICES H.P. 67/97**

**F. LARDEUX**

**OFFICE DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE OUTRE-MER**

**CENTRE ORSTOM DE BOUAKÉ - Côte d'Ivoire  
B.P. 1434 - BOUAKÉ 01**



ANALYSE STATISTIQUE DES DONNEES ECOLOGIQUES  
PROGRAMMES REALISABLES SUR CALCULATRICES  
HEWLETT-PACKARD H.P. 67/97

-----  
par

F. LARDEUX

S O M M A I R E

1. TESTS STATISTIQUES PARAMETRIQUES - ESTIMATION - page 1
  - 1.1. Sécurité d'une moyenne - Comparaison de 2 moyennes - page 1
    - 1.1.1. Cas où la valeur exacte de l'écart type est connue (ou bien  $n > 30$ ) - page 1
    - 1.1.2. Cas où l'écart type n'est connu que par estimation (ou bien  $n < 30$ ) - page 7
  - 1.2. Comparaison de 2 pourcentages observés dans le cas de petits échantillons (tableau 2 x 2 avec au moins un effectif faible : test exact de Fisher). - page 8
  - 1.3. Tableau de contingence 2 x 2 avec correction de Yates. - page 10
  - 1.4. Tableau de contingence k x l ( $k_{\max} = 9$  ;  $l_{\max} = 9$ ) - page 12
2. TESTS STATISTIQUES NON PARAMETRIQUES - page 14
  - 2.1. Test de Mann - Whitney - page 14
  - 2.2. Test de Kruskal - Wallis - page 15
  - 2.3. Coefficient de corrélation des rangs de Kendall. - page 15
3. ADEQUATION A DES DISTRIBUTIONS THEORIQUES - page 17
  - 3.1. Test d'adéquation à une loi normale - page 18
  - 3.2. Calcul des fréquences théoriques d'une variable observée suivant une loi normale - page 18
  - 3.3. Test d'adéquation à une loi de poisson - page 19
  - 3.4. Test d'adéquation à une loi binominale négative - page 20
    - 3.4.1.  $n < 50$  - il existe des échantillons vides - page 21
    - 3.4.2.  $n < 50$  - il n'existe pas d'échantillons vides - page 21
    - 3.4.3.  $n$  quelconque : test du  $\chi^2$  - page 24

- 4. PROGRAMMES DE REGRESSION - page 26
  - 4.1. Regression linéaire  $Y = a + bx$  et  $\log Y = a + bx$  - page 26
  - 4.2. Test d'identité de 2 modèles linéaires simples. - page 29
  
- 5. MODELISATION : ANALYSE DE LA VARIANCE - page 31
  - 5.1. Test du chi-deux de Bartlett (homogénéité des variances) - page 31
  - 5.2. Analyse de la variance à une voie - page 33
  - 5.3. Analyse de la variance à deux entrées - page 35
  - 5.4. Plan factorial disposé en blocs - page 36
  - 5.5. Dispositif d'analyse de variance en carré - Latin - page 39
  
- 6. PROGRAMMES SIMPLES D'ESTIMATIONS DE PARAMETRES DE POPULATION - page 41
  - 6.1. Estimation de la taille d'une population fermée par marquage et recapture unique (méthode de Petersen). - page 41
  - 6.2. Estimation de la taille d'une population fermée par marquage et recaptures échelonnées (méthode de Palcheimo). - page 43
  
- 7. SERIES DE FOURIER - page 44

-----

- AVANT PROPOS -

---

Ce document, qui se veut tout d'abord pratique, présente une série de programmes d'analyse de données fréquemment utilisés par les écologistes.

Nullement exhaustif, ce recueil n'est qu'un simple complément aux "bibliothèques mathématiques et statistiques" éditées par les constructeurs de calculatrices.

Les programmes proposés, utilisables sur HP 67/97, ne sont ni synthétiques, ni optimaux : ils suivent pas à pas les instructions logiques décrites dans les brefs rappels théoriques, statistiques et mathématiques, précédant les modes d'emploi et les exemples d'application. Les listings des divers programmes sont donnés en fin du document. Il est donc très facile de modifier, d'améliorer, voir de transcrire sur des calculatrices plus puissantes (HP 41....) l'ensemble de ces programmes.

Les rappels théoriques ne sont que des formulaires peu développés qui n'excluent pas un approfondissement ultérieur des méthodes employées.

-----

# 1. TESTS STATISTIQUES PARAMETRIQUES - ESTIMATIONS

## 1.1. Sécurité d'une moyenne - Comparaison de deux moyennes

### Introduction

Une moyenne expérimentale  $m$  obtenue sur un échantillon diffère de la moyenne  $\mu$  de la population qu'elle cherche à traduire, par une erreur d'échantillonnage que l'on cherche à déterminer.

De même, lorsque l'on compare deux moyennes expérimentales  $m_1$  et  $m_2$ , on cherche à estimer dans quelle mesure leur différence a été affectée par les erreurs d'échantillonnage.

Deux cas sont à considérer selon la manière dont on connaît l'écart-type de chaque population : par sa vraie valeur  $\sigma$  (ou quand les échantillons sont grands :  $n > 30$ ) ou par seulement une estimation à partir de l'échantillon considéré (ou quand  $n < 30$ ).

### 1.1.1. Cas où la valeur exacte de l'écart-type est connue

Par exemple, lorsque l'on connaît déjà la loi de distribution ou lorsque la taille des échantillons est suffisamment grande (par ex. :  $n > 30$ ) pour que l'on puisse confondre l'écart type et son estimation.

Pour comparer une moyenne  $m$  observée sur un échantillon de taille  $n$  à une valeur théorique  $\mu$ , on calcule le rapport  $\frac{m - \mu}{s}$  ( $s$  = écart type de l'échantillon). Cette expression fluctue, sous l'hypothèse nulle ( $m = \mu$ ), selon une loi normale réduite ( ) l'intervalle de confiance est donc déterminé par

$$u = m \pm \epsilon \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \text{ au seuil de probabilité choisi.}$$

Pour comparer deux moyennes expérimentales  $m_1$  et  $m_2$  observées, on calcule l'expression

$$\epsilon = \frac{m_2 - m_1}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

qui, sous l'hypothèse nulle  $m_1 = m_2$  (c.a.d. : la population parente est unique) fluctue selon une loi normale réduite. Sous cette hypothèse on a donc aussi l'égalité des écarts-types pour les deux échantillons (soit  $\sigma$  cet écart-type). on a donc

$$\xi = \frac{m_2 - m_1}{\sigma \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

avec 
$$\sigma = \sqrt{\frac{(n_1-1) s_1^2 + (n_2-1) s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

$\xi$  suivant une loi normale réduite, il suffit de comparer sa valeur calculée à celle des tables statistiques, au seuil de probabilité que l'on s'est fixé. La plus petite différence significative est alors :

$$PFDS = \xi_{\alpha} \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

au seuil  $\alpha$  choisit ( $\xi_{\alpha}$  est lu dans la table).



Mode d'emploi du programme PGR 1

N°	INSTRUCTION	DONNEE	TOUCHE	RESULTAT
1	Charger le programme			
2	Initialisation - mise à zéro		D	0.00
3	Si on ne connaît pas $m_1, \sigma_1$ , et $n_1$ ; $m_2, \sigma_2$ et $n_2$ aller en 4 - sinon en 10			
4	Introduire les valeurs $x_i$ observées du 1er échantillon	$x_i$	A	$i$
5	Introduire les valeurs $y_i$ observées du 2è échantillon	$y_i$	B	$i$
6	Test : introduire la valeur $\lambda$ telle que l'on veuille $m_1 - m_2 = \lambda$ ( $\lambda = 0$ si on teste $m_1 = m_2$ )	$\lambda$	C	
7	Intervalle de confiance de $m_1$ (IC)		f.a.	$\frac{m_1}{\sigma_1}$ IC(0.05) IC(0.01)
8	Intervalle de confiance de $m_2$		f.b.	$\frac{m_2}{\sigma_2}$ IC(0.05) IC(0.01)
9	Autres paramètres : $s$ d'une population unique, $\epsilon$ correspondant, PPDS à 0.05 et PPDS à 0.01		f.c.	$s$ $\epsilon$ PPDS 5 % PPDS 1 %
10	Introduire $m_1, \sigma_1, n_1$	$m_1$ 1 $n_1$	$\uparrow$ $\uparrow$ E	
11	Introduire $m_2, \sigma_2, n_2$	$m_2$ 2 $n_2$	$\uparrow$ $\uparrow$ f.e.	
12	Les autres touches : D, C, a, b, c restent fonctionnelles pour les tests			

Exemple :  $n_1 = 160$   $m_1 = 29.1$   $\sigma_1^2 = 25.3$   
 $n_2 = 150$   $m_2 = 30.6$   $\sigma_2^2 = 25.6$   
 pour tester si  $m_1 = m_2$ , on trouve  $\epsilon = 2.67$

1.1.2. Cas où l'écart-type n'est connu que par son estimation

Théorie

Lorsque l'écart-type de la population n'est connu que par l'estimation donnée par l'échantillon lui-même (ce qui est le cas par exemple lorsque  $n < 30$ ), les méthodes précédentes s'appliquent sous réserve que la population parente soit normale.  $\xi$  ne suit alors plus de loi normale mais une loi  $t$  de Student. Soit deux échantillons  $(n_1, m_1, s_1)$  et  $(n_2, m_2, s_2)$  dont on se demande s'ils appartiennent ou non à la même population, autrement dit si la différence  $(m_2 - m_1)$  est due à l'échantillonnage ou si elle est significative.

- Cas où les variances peuvent être considérées comme égales (test  $F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$ ) soit alors  $s$  l'estimation commune de l'écart-type :

$$s = \sqrt{\frac{(n_1 - 1) s_1^2 + (n_2 - 1) s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

sous  $H_0 : \mu_1 = \mu_2$  on a ( $H_0 =$  égalité des moyennes)

$$t = \frac{(m_2 - m_1) - (\mu_2 - \mu_1)}{s \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} = \frac{m_2 - m_1}{s \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

si  $m_1$  et  $m_2$  suivent une loi normale, alors  $t$  suit une loi de Student à  $v = n_1 + n_2 - 2$  degrés de liberté.

- Cas où les variances ne peuvent pas être considérées comme égales

$t$  est encore applicable approximativement à la condition de prendre comme ddl  $v = \frac{1}{\frac{u^2}{n_1 - 1} + \frac{(1 - u)^2}{n_2 - 1}}$

avec  $u = \frac{s_1^2/n_1}{s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2}$

et  $t$  vaut alors  $\frac{|m_2 - m_1|}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$

Mode d'emploi du programme : PGR 2

N°	INSTRUCTION	DONNEE	TOUCHE	RESULTAT
1	Charger le programme			
2	Initialisation - mise à zéro		f.a.	0.00
3	Si on ne connaît pas les $m_i$ , $s_i$ et $n_i$ , aller en 4 sinon aller en 9			
4	Introduire les données $x_i$ du 1er échantillon	$x_i$	A	$i$
5	Introduire les données $y_i$ du 2è échantillon	$y_i$	B	$i$
6	Test F pour savoir si $\sigma_1 = \sigma_2$		C	F
7	Si F significatif : introduire $\lambda$ tel que l'on veuille $m_1 - m_2 = \lambda$ ( $\lambda = 0$ pour $m_1 = m_2$ )	$\lambda$	D R/S	ddl t
8	Si F non significatif : introduire $\lambda$	$\lambda$	f.d. R/S	ddl t
9	Introduire $m_1, \sigma_1, n_1$	$m_1$ $\sigma_1$ $n_1$	↑ ↑ E	ddl puis t
10	Introduire $m_2, \sigma_2, n_2$	$m_2$ $\sigma_2$ $n_2$	↑ ↑ f.e.	ddl puis t
11	Aller en 6 pour les divers tests			

Exemple :  $n_1 = 9$        $m_1 = 2,85$        $s_1 = 0,32$

$n_2 = 8$        $m_2 = 3,12$        $s_2 = 0,40$

pour tester si  $m_1 = m_2$ , on trouve  $t = 1,55$  avec 15 ddl.

Listing PGR 2 : voir page 48

1.2. Comparaison de deux pourcentages observés (tableau 2 x 2) dans le cas d'effectifs théoriques faibles.

Pour que les tests de  $\chi^2$  sur les tableaux de contingence soient valides, il faut que les effectifs théoriques dépassent 10, ou la rigueur 5. Lorsque ces conditions ne sont pas remplies, on peut, si le nombre de degrés de liberté est suffisant, procéder à des regroupements logiques (voir § 1.4), modifiant en cela quelque peu le problème posé, ou bien, si le nombre de degrés de liberté est égal à 1 et les effectifs théoriques supérieur à 3 ou à la rigueur 2, effectuer la correction de YATES qui consiste à diminuer la valeur absolue de  $(O_i - C_i)$  (voir § suivant : 1.3). Si les effectifs théoriques sont encore plus petits, il faut recourir à l'utilisation des lois exactes de fluctuation. C'est ce que nous allons faire dans ce paragraphe.

On calcule donc, dans l'hypothèse de liaison des 2 caractères la probabilité d'obtenir entre les deux groupes une différence supérieure ou égale à celle qu'on a observé. Si cette probabilité est trop faible, on rejette l'hypothèse  $H_0$  de liaison : la différence est significative.

Pour cela, on constitue, outre la configuration de départ (celle observée), toutes les autres qui correspondent à des écarts supérieurs entre les deux séries. A cet effet, on part du plus petit des effectifs inférieurs à la valeur calculée et on le fait décroître unité par unité jusqu'à zéro en maintenant constants les totaux des lignes et des colonnes. On calcule la somme  $p$  des probabilités  $p_i$  de ces configurations. Si  $2p \leq 5\%$ , la différence est significative et  $2p$  fixe le degré de signification. Pour une configuration telle que

A	B	
a	b	$l_1$
c	d	$l_2$
$C_1$	$C_2$	N

on montre que  $p_i = \frac{l_1 \cdot l_2 \cdot C_1 \cdot C_2}{a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot N}$

Mode d'emploi du programme : PGR 3

N°	INSTRUCTION	DONNEE	TOUCHE	RESULTAT
1	Charger le programme			
2	Initialisation - mise à zéro		E	0.00
3	Introduire a (le plus petit des chiffres du tableau 2 x 2)			
	b	a	↑	
	c	b	↑	
	d	c	↑	
		d	A	
4	Résultats			
			Pause	p1
			⋮	p2
			⋮	⋮
			Pause	pn
				$p = \sum p_i$

Exemple :

17	18
4	1

$p_1 = 0,173$   
 $p_2 = 0,031$

$p = 0,204$

$2p < 5\%$  ; la différence est significative entre les 2 séries.  
(17,4) et (18,1)

Listing du programme PGR 3 : voir page 49

### 1.3. Tableau de contingence 2 x 2 avec correction de Yates

#### Théorie

Soit un tableau de contingence entre les caractères A, A', B, B'.

	A	A'	
B	i <sub>1</sub>	i' <sub>1</sub>	n <sub>1</sub>
B'	i <sub>2</sub>	i' <sub>2</sub>	n <sub>2</sub>
	n	n'	N

Dans le cas de petits échantillons, lorsque les effectifs sont faibles (en particulier lorsque l'effectif théorique calculé  $c$  est inférieur à 5), le calcul du  $\chi^2 = \sum \frac{(i-c)^2}{c}$  est biaisé, surtout lorsque le nombre de degrés de liberté vaut 1 (c'est le cas dans un tableau 2 x 2). Yates a montré qu'on réduisait l'erreur commise dans ce cas précis en diminuant la valeur absolue de chaque écart  $i-c$  d'une demi-unité. Le  $\chi^2$  corrigé devient donc

$$\chi^2 = \sum \left( \frac{i-c - 0,5}{c} \right)^2$$

la formule de calcul est alors :

$$\chi^2 = \frac{N}{n_1 n_2 n n'} \left( i_1 i_2' - i_2 i_1' - \frac{N}{2} \right)^2$$

Il n'y aurait aucun inconvénient à effectuer la correction de continuité de Yates lorsque les effectifs sont grands et on peut l'introduire systématiquement. Par contre, il est hors de question de l'utiliser quand  $ddl = 1$  (tableaux de contingence autres que 2 x 2) car elle n'est applicable que par suite de la forme très particulière de la loi du chi-deux lorsque  $ddl = 1$

#### Mode d'emploi du programme PGR 4

N°	INSTRUCTION	DONNEE	TOUCHE	RESULTAT
1	Introduire le programme			
2	Mise à zéro des registres		E	
3	Introduire			
	$i_1$	$i_1$	↑	
	$i_1'$	$i_1'$	↑	
	$i_2$	$i_2$	↑	
	$i_2'$	$i_2'$	A	
4	Résultat			$\chi^2 (1)$
5	Pour un autre cas, aller en 2			

Exemple.	10	5
	15	3

$$\chi^2 = 2.31$$

1.4. Tableau de contingence k x l (kmax = 9, lmax = 9)

Théorie

On considère k catégories et l séries. Il s'agit d'apprécier si ces séries peuvent être considérées ou non comme des échantillons d'une même population (test d'homogénéité), soit si les caractères qui les définissent sont indépendants de ceux qui définissent les catégories (test d'indépendance). On dresse un tableau de contingence k x l (k colonnes, l lignes) de la forme suivante :

	$x_1$	.....	$x_i$	.....	$x_k$	effectif marginal lignes
$y_1$	$n_{11}$	.....	$n_{i1}$	.....	$n_{k1}$	$n_{.1}$
$\vdots$						$\vdots$
$y_j$	$n_{1j}$	.....	$n_{ij}$	.....	$n_{kj}$	$n_{.j}$
$\vdots$						$\vdots$
$y_{.l}$	$n_{1l}$	.....	$n_{il}$	.....	$n_{kl}$	$n_{.l}$
effectif marginal colonnes	$n_{1.}$	.....	$n_{i.}$	.....	$n_{k.}$	$n_{..}$ Total

les effectifs théoriques du tableau sont  $C_{ij} = \frac{n_{i.} \times n_{.j}}{n_{..}}$

on calcule le  $\chi^2 = \sum \frac{(n_{ij} - C_{ij})^2}{C_{ij}}$  qui a  $v = (k - 1) (l - 1)$  degrés de liberté, sous réserve que les effectifs soient suffisants ( $C_{ij} > 5$ ). Dans le cas contraire, on peut procéder à des regroupements logiques de catégories afin d'amener les  $C_{ij}$  à un niveau convenable ( $> 5$  au moins)

Mode d'emploi du programme PGR 5

N°	INSTRUCTION	DONNEE	TOUCHE	RESULTAT
1	Introduire le programme			
2	Mise à zéro des registres		f.e.	0.00
3	Introduire k (nb. de colonnes)	k	↑	
	l (nb. de lignes)	l	E	0.00
4	Introduire l'effectif marginal de chaque ligne n.j pour j = 1, ... l (quand 1.00 apparait à l'affichage, introduire l'effectif marginal des colonnes ni.)	n.j	A	n.j
5	Introduire ni. pour i = 1, .... k quand ni k est introduit, il s'affiche le total n..	ni	B	ni n..
6	Introduire les nij pour i = 1, k et 1, k (c.a.d. ligne par ligne)	nij	C R/S R/S	Cij $\chi^2$ partiel nij
7	En fin des introductions faire		R/S R/S	ddl $\chi^2$
8	Pour un autre cas, aller en 2			

Exemple :

	1	2	3
A	203	150	6
B	266	112	1
C	258	126	2
D	196	168	17

$$\chi^2 = 53.7 \text{ avec } 6 \text{ ddl}$$

Listing PGR 5 : voir page 50



## 2. TESTS STATISTIQUES NON PARAMETRIQUES

### 2.1. Test de Mann - Whitney

#### Théorie

On dispose de deux échantillons indépendants de tailles  $n_1$  et  $n_2$  égales ou non. La statistique  $U$  sert pour tester l'hypothèse nulle  $H_0$  : les deux populations sont identiques

$$\text{on a } U = n_1 n_2 + \frac{n_1 (n_1 + 1)}{2} - \sum_{i=1}^{n_1} R_i$$

où  $R_i$  ( $i = 1, \dots, n_1$ ) représenté les rangs attribués à un des deux échantillons lorsque tous les éléments des deux échantillons sont groupés en une seule suite unique et classés par ordre de rang croissant.

En cas d'ex-aequo sur les rangs, il suffit d'attribuer à chaque ex-aequo la moyenne de leurs rangs.

<u>Exemple</u> :	- échantillon 1	1	2	3	4	5
	--rangs	1	2	<u>3,5</u>	5	6
	- échantillon 2	6	8	7	<u>3</u>	9
	- rangs	7	9	8	<u>3,5</u>	10

- si  $n_1$  et  $n_2$  sont petits ( $< 8$ ) le test de Mann-Whitney se fonde sur une distribution exacte de  $U$  et sur des tables spéciales. (p. 61).

- si  $n_1$  et  $n_2$  sont tous les 2 grands ( $> 8$ ), on a

$$z = \frac{U - \frac{n_1 n_2}{2}}{\sqrt{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1) / 12}}$$

qui est distribué approximativement suivant une loi normale réduite.

Mode d'emploi du programme PGR 6

N°	INSTRUCTION	DONNEE	TOUCHE	RESULTAT
1	Charger le programme			
2	Initialisation		E	0.00
3	Introduire les rangs du 1 <sup>e</sup> échan. : Ri	Ri	A	
4	Introduire les tailles n1 et n2	n1	↑	
		n2	B	U
			R/S	z
5	Pour un autre cas, aller en 2			

Exemple :

éch. 1	14.9	11.3	13.2	16.6	17	14.1	15.4	13	16.9	
rangs	7	1	4	12	14	5	10	3	13	
éch. 2	15.2	19.8	14.7	18.3	16.2	21.2	18.9	12.2	15.3	19.4
rangs	8	18	6	15	11	19	16	2	9	17

n1 = 9    n2 = 10    U = 66.00    z = 1.71

Listing PGR 6 : voir page 50

2.2. Test de Kruskal-Wallis

Théorie

Ce test permet de comparer plus de deux échantillons en testant l'hypothèse nulle  $H_0$  que  $k$  échantillons aléatoires indépendants de dimensions  $n_1, n_2, \dots, n_k$  proviennent de la même population.

Pour ce faire, on ordonne toutes les valeurs des  $k$  échantillons ensemble, comme si ils formaient un seul échantillon, suivant un ordre croissant (les ex-aequo ont la moyenne des rangs).

soit  $R_{ij}$  ( $i = 1, 2, \dots, k$  ;  $j = 1, 2, \dots, n_i$ ) le rang de la  $j^{\text{e}}$  valeur dans le  $i^{\text{e}}$  échantillon.

le test H de Kruskal-Mallis peut être utilisé pour tester  $H_0$ , on a :

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^k \left( \sum_{j=1}^{n_i} R_{ij} \right)^2 - 3(N+1)$$

où  $N = \sum_{i=1}^k n_i$

Lorsque les dimensions de tous les échantillons sont grandes ( $> 5$ ), H est distribué approximativement suivant une loi de  $\chi^2$  avec  $k - 1$  degrés de liberté. Pour les petits échantillons, le test est basé sur une table spéciale.

Mode d'emploi du programme : PGR 7

N°	INSTRUCTION	DONNEE	TOUCHE	RESULTAT
1	Charger le programme			
2	Initialiser		E	0.00
3	Effectuer pour $i = 1, \dots, k$ pour $j = 1 \dots n_j$ qd $j = n_j$ , on remet les compteurs à zéro pour une autre série $i$ par :	$R_{ij}$	A B	j 0.00
4	Calcul de H		C	H

Exemple :

A	2.1	2.0	3.0	
rangs	1	2	3	
B	5.2	5.0	6.0	5.5
rangs	5	4	7	6
C	8.0	8.0	8.0	8.8
rangs	9	9	9	11 12

$H = 9.83$

2.3. Coefficient de corrélation des rangs de Kendall

Théorie

Supposons que n individus soient classés de 1 à n par k observateurs selon un critère.

Le coefficient W de corrélation de Kendall mesure l'accord des observateurs sur les rangs attribués (ou la corrélation des rangs)

$$W = \frac{12 \sum_{i=1}^n \left( \sum_{j=1}^k R_{ij} \right)^2}{k^2 n (n^2 - 1)} - \frac{3(n+1)}{n-1}$$

W varie de zéro (pas de préférence commune) à 1 (accord parfait).

On peut tester l'hypothèse nulle que les observateurs n'ont aucune préférence commune à l'aide de tables spéciales ; ou bien si  $n > 7$  en calculant  $\chi^2 = k(n-1)W$  qui suit approximativement une distribution de  $\chi^2$  à  $n-1$  ddl.

Mode d'emploi du programme : PGR 8

N°	INSTRUCTION	DONNEE	TOUCHE	RESULTAT
1	Introduire le programme			
2	Initialiser		E	0.00
3	Introduire $x_{ij}$ pour $i = 1 \dots n$ $j = 1 \dots k$	$x_{ij}$	C	j
	qd $j=k$ , on remet les compteurs à zéro en appuyant sur f.c		f.c	0.00
4	Calcul de W		D R/S R/S	$W$ $\chi^2$ ddl

Exemple :

i \ j	1	2	3
1	6	7	3
2	1	4	2
3	9	3	5
4	2	6	1
5	10	8	9
6	3	2	6
7	5	9	8
8	4	1	4
9	8	10	10
10	7	5	7

$W = 0.69$   
 $\chi^2 = 18.64$   
 ddl = 9

### 3. ADEQUATION A DES DISTRIBUTIONS THEORIQUES

#### 3.1. Test d'adéquation à une loi normale

##### Théorie

Ce programme teste l'ajustement d'une série de données à une loi normale par un test du  $\chi^2$  ; il faut que N (nombre total de données) soit supérieur ou égal à 50 pour que le calcul du  $\chi^2$  soit justifié.

On choisit alors toutes les classes des probabilités égales  $p_i$  et telles que l'on ait un effectif raisonnable pour chacune d'elles.

On découpe alors une distribution normale en 10 parties égales, les limites des 10 classes étant données par  $x = u + \sigma X$  avec pour X les valeurs - 1.28 ; - 0.84 ; - 0.523 ; - 0.253 ; 0 et leurs symétriques. On estime u par m et  $\sigma$  par s (échantillon). On obtient ainsi les limites des classes de la distribution, à l'intérieur desquelles on a  $c = Np_i$

$$\text{d'où } \chi^2 = \frac{(o-c)^2}{c} = \frac{1}{c} \sum (o-c)^2$$

avec N - 3 ddl

##### Mode d'emploi du programme PGR 9

N°	INSTRUCTION	DONNEE	TOUCHE	RESULTAT
1	Introduire le programme			
2	Initialiser		E	0.00
3	Introduire l'effectif de l'échant. la moyenne l'écart type	N m s	↑ ← B	10.00
4	Introduire les données $x_i (i = 1, \dots, N)$	$x_i$	A	
5	Résultats		C	ddl (=N-3) $\chi^2$
6	Pour un autre cas, aller en 2			

sem : au lieu de faire l'étape 4, on peut directement stocker dans les registres 0 à 9 le nombre de données de chaque classe déterminée par la formule  $x = m + sX$ , X prenant les valeurs données (voir théorie)

Listing PGR 9 : voir page 51

3.2. Calcul des fréquences théoriques d'une variable observée suivant une loi normale

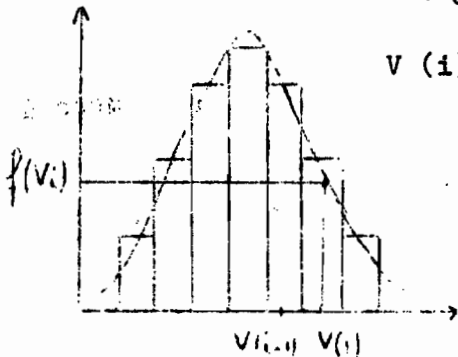
Théorie

- Soit l'histogramme de la variable que l'on peut assimiler à une loi normale ( $m, s^2$ )

- l'intervalle de classe est  $INT = X_{i+1} - X_i = cte$

- le programme donne les valeurs des fréquences théoriques de la loi normale ( $\mu, \sigma^2$ ) pour les valeurs

$$V(i) = \frac{X(i) - X(i-1)}{2}$$



on calcule ainsi la courbe normale théorique s'ajustant à l'histogramme observé.

les fréquences théoriques sont calculées par la formule approchée de Hastings

Mode d'emploi du programme PGR 10

N°	INSTRUCTION	DONNEE	TOUCHE	RESULTAT
1	Introduire le programme			
2	Initialisation		E	0.00
3	Introduire le nbre total d'observations	N		
	la moyenne de l'échantillon	m		
	l'écart type de l'échantillon	s		
	l'intervalle de classe de l'histog.	INT	B	N
4	Pour chaque couple $V(i) V(i-1)$ , les introduire	$V(i)$ $v(i-1)$	↑ A	$f(V(i))$
5	Pour un autre problème, aller en 2			

Listing PGR 10 : voir page 51

### 3.3. Test d'adéquation à une loi de poisson

#### Théorie

- le programme compare une distribution observée à une distribution théorique de poisson par un test de  $\chi^2$ .

- les limites du programme sont imposées à 18 classes, de zéro à 18.

On calcule les diverses probabilités correspondant à chaque classe par la formule

$$p_i = \frac{\mu^{x_i}}{x_i!} e^{-\mu} \quad \mu = \text{moyenne de l'échantillon}$$

l'effectif théorique de chaque classe est donc

$$C_1 = N p_i \text{ où } N = \text{nbre total d'observations}$$

le  $\chi^2$  vaut donc  $\chi^2 = \sum \frac{(o-c)^2}{2}$

#### Mode d'emploi du programme PGR 11

N°	INSTRUCTION	DONNEE	TOUCHE	RESULTAT
1	Charger le programme			
2	Initialisation		E	0.00
3	Introduire les xi successifs	xi	A	
4	Calcul du $\chi^2$		B	n° classe
			pause	eff. observé
			pause	eff. calculé
			pause	ddl

rem : le programme affiche pour chaque classe :

- son n°
- l'effectif observé
- l'effectif calculé

lorsque toutes les classes sont examinées, il s'affiche le nombre de degrés de liberté et la valeur du  $\chi^2$  mesurant le degré d'adéquation.

### 3.4. Test d'adéquation à une loi binominale négative

On envisagera 3 cas :

- 1°/ - le nombre d'observations est inférieur à 50 et il existe une fréquence non nulle de comptes nuls
- 2°/ - le nombre total d'observations est inférieur à 50 et il n'existe pas de comptes nuls
- 3°/ - le nombre total d'observations est supérieur à 50.

Rem : le choix d'un ajustement à une binominale négative peut être justifié par le calcul d'un test de dispersion :  $\chi^2 = \frac{s^2 (n-1)}{\bar{x}}$  qui suit un  $\chi^2$  à (n-1) ddl testant  $s^2 > \bar{x}$ .

#### 3.4.1. n < 50 - il existe des échantillons vides

Le paramètre k de la loi est d'abord estimé de façon grossière par la formule  $\hat{k}_0 = \frac{\bar{x}^2}{s^2 - \bar{x}}$

avec  $\bar{x}$  = moyenne arithmétique de l'échantillon  
 $s^2$  = variance de l'échantillon

puis on utilise une méthode itérative pour résoudre :

$$\text{Log}\left(\frac{n}{f_0}\right) = k \text{Log}\left(1 + \frac{\bar{x}}{k}\right)$$

où n est le nombre total d'échantillons et

$f_0$  le nombre d'échantillons ne contenant aucun individu (fréquence des comptes nuls).

le test d'adéquation utilise la statistique

$U = s^2 - \left(\bar{x} + \frac{\bar{x}^2}{k}\right)$  où k est la valeur trouvée par la méthode précédente.

On a :  $U = 0$  pour un accord parfait, l'adéquation reste donc si  $U \neq 0$  et plus petit que son erreur standard (pour son calcul, voir l'abaque p. 60)

Remarque : une valeur positive et élevée de U indique que la distribution Log-normale semble plus appropriée.

Une valeur négative et élevée de U indique que des distributions comme celles de Neyman ou de Polya-Aeppli sont plus adaptées.



Mode d'emploi du programme PGR 12

N°	INSTRUCTION	DONNEE	TOUCHE	RESULTAT
1	Charger le programme			
2	Initiation		E	0.00
3	Calcul de $k_0$ Introduire $\bar{x}$ $s^2$	$\bar{x}$ $s^2$	A	$k_0$
4	Calcul exact de k introduire n fo	n fo	B	k
5	Calcul de U		C	U

Exemple :

x	0	1	2	3	7	8	9
f	7	3	4	2	1	2	1

$$n = 20 \quad fo = 7 \quad \bar{x} = 2.45 \quad s^2 = 9.2079$$

$$U = -1.8171 \quad \text{standard erreur de } U \approx 2 \left( \frac{10}{\sqrt{n}} \right) = 4.47$$

Listing PGR 12 : voir page 52

3.4.2.  $n < 50$  - il n'existe pas d'échantillons vides.

Une valeur approchée de k est d'abord calculée par la formule

$k_0 = \frac{\bar{x}^2 - (s^2/n)}{s^2 - \bar{x}}$  le test T d'adéquation à la distribution binominale négative est alors :

$$T = \frac{(\bar{x}^3 - 3\bar{x} \sum x^2 + 2\bar{x}^2 \sum x)}{n} - s^2 \left( \frac{2s^2}{\bar{x}} - 1 \right)$$

un accord parfait entre la distribution théorique et observée est donné par  $T = 0$

L'adéquation reste bonne pour  $T = 0$  et plus petit que son erreur standard (pour son calcul, voir l'abaque p. 60)

Les calculs :

- quand  $\bar{x} < 4$  : on accepte  $k = k_0$  et on calcule T

- quand  $\bar{x} > 4$  : on doit utiliser des transformations des données et des tables pour estimer  $k$ .

- si  $2 \leq k_0 \leq 5$  et  $\bar{x} \geq 15$   
 on utilise  $y = \log \left( x + \frac{k_0}{2} \right)$

- si  $k_0 < 2$  et  $\bar{x} \geq 4$   
 on utilise  $y = \sinh^{-1} \sqrt{\frac{x + 0.375}{k - 0.75}}$

et on compare les variances à des variances théoriques tabulées (voir table p. 60).

Mode d'emploi du programme PGR 13

N°	INSTRUCTION	DONNEE	TOUCHE	RESULTAT
1	Charger le programme			
2	Initialiser		f.e	0.00
3	Introduire les données $x_i$	$x_i$	A	i
4	Calcul de $\bar{x}$ $s^2$ $k_0$ T		B (pause) R/S R/S	$\bar{x}$ $s^2$ $k_0$ T
5	si $\bar{x} \geq 15$ et $2 \leq k_0 \leq 5$ aller en 6 si $\bar{x} \geq 4$ et $k_0 < 2$ aller en 8			
6	Remettre les registres à zéro		E	
7	Introduire les $x_i$	$x_i$	C	i
	Calcul de $\bar{x}$ $s^2$ Utiliser les tables pour calculer $k$ à partir de $s^2$		B (pause)	$\bar{x}$ $s^2$
8	Remettre les registres à zéro		E	
	Introduire les $x_i$	$x_i$	D	i
	Calcul de $\bar{x}$ $s^2$ Utiliser les tables pour calculer $k$ à partir de $s^2$		B (pause)	$\bar{x}$ $s^2$

Exemple : comptage : 4 ; 5 ; 8 ; 14 ; 14 ; 15 ; 15 ; 19 ; 28 ; 36

$$n = 10$$

$$\bar{x} = 15.8$$

$$s^2 = 99.0667 \quad \text{d'où } k_0 = 2.87$$

$$T = -473.133 \quad \text{erreur standard de } T = 320 \left( \frac{10}{n} \right) = 1011.936$$

on a :  $x > 15$  et  $2 < k_0 < 5$ , la transformation appropriée des données est donc  $y = \log \left( x + \frac{k_0}{2} \right)$ . On comparera ensuite la variance obtenue à celles tabulées pour obtenir  $k$ .

Listing PGR 13 : voir page 52

### 3.4.3. $n > 50$ - test d'adéquation par un $\chi^2$ .

On calcule une valeur approchée de  $k$  par la formule

$$k_0 = \frac{\bar{x}^2}{s^2 - \bar{x}}$$

on choisit  $k'$  et  $k''$  tels que  $k' < k_0 < k''$  et on calcule l'équation du maximum de vraisemblance avec  $k'$  et  $k''$

$$n \ln \left( 1 + \frac{\bar{x}}{k} \right) = \sum \frac{A(x)}{k+x}$$

$$\text{soit } z = n \ln \left( 1 + \frac{\bar{x}}{k} \right) - \sum \frac{A(x)}{k+x}$$

(pour la signification de  $A(x)$ , voir l'exemple)

on a donc  $z'$  et  $z''$ .

$$k \text{ est alors calculé par : } k = \frac{k' z'' - k'' z'}{z'' - z'}$$

### Calcul du $\chi^2$ d'ajustement

Les fréquences théoriques  $T$  sont calculés par :

$$- f(x)_1 = \frac{N}{(1 + \frac{\bar{x}}{k})^k} \text{ pour la 1ère classe}$$

$$- f(x)_i = f(x)_{i-1} \frac{\bar{x}}{k+x} \left( \frac{k+i-2}{i-1} \right)$$

$$- \text{pour la dernière classe : } f(x)_d = n - \sum_{i=1}^{d-1} f(x)_i$$

$$\text{et } \chi^2 = \frac{(O - T)^2}{T}$$

avec ddl = nombre de classes pour le calcul du  $\chi^2 - 3$ .

Mode d'emploi du programme PGR 14

N°	INSTRUCTION	DONNEE	TOUCHE	RESULTAT
1	Introduire le programme			
2	Initialisation		f.e	0.00
3	Si on connaît $n, \bar{x}, s$ : aller en 4 sinon, aller en 5			
4	Introduire $n, \bar{x}, s$	$n$ $\bar{x}$ $s$	f.a	$k_0$
5	Introduire les données par $\sum +$ quand toutes les données sont intro- duites, appuyer sur A	$x_i$	$\sum +$ A	$i$ $k_0$
6	Introduire l'intervalle et la fréquence correspondante	$i$ $f_i$	B	$i + 1$
7	qd tous les interv. et freq. sont intro- duits,, appuyer sur C pour le cal- cul de k	C	C	k
8	Calcul du $\chi^2$ introduire la fréquence observée	$f_i$	D	fréquence théorique
9	Introduire la <u>dernière fréquence</u> (ou la somme restante si une fréq théo- rique, atteint un seuil critique (1 par ex)) et appuyer sur E	E		$\chi^2$

Remarque :  $k_0$  doit être supérieur à 0.1 sinon on ne peut pas calculer k

ex :

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
f	3	7	9	12	10	6	7	6	5	4	3	2	2	1	1	1	1
A(x)	77	70	61	49	39	33	26	20	15	11	8	6	4	3	2	1	0

$n = 80$   
 $\bar{x} = 5.3125$   
 $s = 3.6789$

d'où  $k_0 = 3.4$   
on a donc  $k = 3.3588$

Calcul du  $\chi^2$

$P(x=0) = 3.31$   
 $P(x=1) = 6.81$   
 $P(x=2) = 9.09$   
 $\vdots$   
 $P(x = 14) = \dots$

d'où  $\chi^2 = 1.58$  avec ddl = 15 - 3 = 12 (les 3 dernières classes ont été réunies car leurs  $\chi^2$  partiels étaient inférieurs à 1).

Listing PGR 14 : voir page 53

#### 4. PROGRAMMES DE REGRESSION

##### 4.1. Régression linéaire $y = a + bx$ et $\log y = a + bx$

Lorsqu'une liaison entre 2 variables  $x$  et  $y$  est significative (test sur le coefficient de corrélation  $r$ ), on peut tenter de représenter au mieux la courbe de régression  $y = f(x)$  dans la population de mesures d'où viennent les données observées. Souvent, au vu des données, ou pour des raisons à priori, on peut supposer que cette relation est linéaire. On cherchera alors l'équation de la droite représentant le mieux possible la droite de régression vraie et vérifier ensuite la validité de l'ajustement.

##### Test de liaison :

on calcule le coefficient de corrélation  $r$  :

$$r = \frac{\left[ \sum x_i y_i - \frac{\sum x_i \sum y_i}{n} \right]^2}{\left[ \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right] \left[ \sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n} \right]}$$

et la statistique  $t = \frac{r}{\sqrt{1-r^2}} \times \sqrt{n-2}$

où  $n$  = nombre d'observations. La statistique suit un  $t$  de Student à  $n - 2$  ddl et teste  $r = 0$ .

##### Estimation de la droite de régression :

Soit  $y = a + bx$

$$b = \frac{\sum x_i y_i - \frac{\sum x_i \sum y_i}{n}}{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}}$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} \text{ avec } \bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} \text{ et } \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

- l'intervalle de confiance du coefficient de régression r

est donné par  $r_a \leq r \leq r_b$

avec  $r \cdot \frac{a}{b} = \frac{e^{2z_b^a + 1} - e^{-2z_b^a + 1}}{e^{2z_b^a + 1} + e^{-2z_b^a + 1}}$

avec  $r \frac{a}{b} = \frac{1}{2} \text{Log} \frac{1+r}{1-r} \pm \frac{1}{\sqrt{n-3}} \cdot 2$

- intervalle de confiance des coefficients a et b :

soit  $\hat{\sigma}_a = \hat{\sigma} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}}$

$\hat{\sigma}_b = \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2}}$

avec  $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-2} \left[ \sum (y_i - \bar{y})^2 - b^2 \sum (x_i - \bar{x})^2 \right]$

sous réserve que les résidus de la régression suivent une loi normale  $(0, \sigma^2)$ ,

on a  $\begin{cases} a = a \pm \hat{\sigma}_a \cdot t_x \\ b = b \pm \hat{\sigma}_b \cdot t_x \end{cases}$

au seuil  $\alpha$  choisi,  $t_x$  est lu dans une table de Student avec  $(n-2)$  ddl.

- tests sur a et b

soit à tester  $a = a_0$  et  $b = b_0$

on calcule la statistique  $t = \frac{|a - a_0|}{\hat{\sigma}_a}$  ou  $t = \frac{|b - b_0|}{\hat{\sigma}_b}$

qui suit un Student à  $(n-2)$  ddl

Mode d'emploi du programme PGR 15

Il calcule les régressions  $y = a + bx$  et  $\log y = a + bx$  ainsi que les inverses, donne les intervalles de confiance de r, a, b et les valeurs des tests sur ces coefficients.

N°	INSTRUCTION	DONNEE	TOUCHE	RESULTAT
1	Mise à zéro des registres		CL reg P ↔ S CL reg CLX	0.00
2	Introduire les couples (xi,yi) pour i = 1, 2 .... n en cas d'erreur sur (xi, yi), corriger par :	xi yi  yi xi yi  xi	↑ A  ↑ Σ - ↑ LN P ↔ S P ↔ S	i       i - 1
3	Résultats $y = a + bx$		B R/S R/S R/S	r r <sup>2</sup> a b
4	Intervalle de confiance de r		C R/S	ra rb
5	Test r = 0		f.c	t(n-2)
6	Ecart type de a : $\sigma_a$		D	$\sigma_a$
7	Ecart type de b : $\sigma_b$		f.d	$\sigma_b$
8	Test a = a <sub>0</sub>	a <sub>0</sub>	E	t(n-2)
9	Test b = b <sub>0</sub>	b <sub>0</sub>	f.e	t(n-2)
10	Regression Log y = a + bx reprendre en 3			

Remarque : une fois l'instruction 3 effectuée, on peut recommencer autant de fois que l'on veut les instructions suivantes. (touches C ; f.c ; D ; f.d ; E ; f.e) sans changer de type d'ajustement. Une fois ces tests effectués, si on recommence l'instruction 3, on calcule alors la régression en Log et les tests correspondants. Si on désire commencer par l'ajustement en Log sans calculer la régression  $y = a + bx$ , on appuie sur P ↔ S et on continue les instructions (B ; etc...).

#### 4.2. Test d'identité de 2 modèles linéaires simples

##### Théorie

Ce programme teste l'identité de 2 modèles linéaires simples et calcule les coefficients de la régression "commune" ainsi que les statistiques pour tester ces coefficients.

Soit un premier modèle  $y = a_1 + b_1 x$  dont on peut calculer la somme des carrés des écarts  $SCE_1$ , de même un deuxième modèle  $y = a_2 + b_2 x$  donnera  $SCE_2$

- sous l'hypothèse nulle  $H_0$  : égalité des coefficients pour les 2 populations, on calcule  $y = a + bx$  et la somme des carrés des écarts sous  $H_0$  :  $SCE_{H_0}$

- sous l'hypothèse alternative  $H_1$  : les 2 modèles sont différents (2 populations différentes), on a  $SCE_{H_1} = SCE_1 + SCE_2$

le test est alors un F de Fisher à  $(p, n-p)$  où

$p$  = nombre de coefficients (ici  $p = 2$ )

$n$  = nombre de couples  $(x, y)$  dans le modèle "commun"

$$\text{et } F \frac{n-p}{p} = \frac{n-2p}{n} \frac{SCE_{H_0} - SCE_{H_1}}{SCE_{H_1}}$$

si  $F < F_{\text{table}}$ , on accepte  $H_0$  (identité)

si  $F \geq F_{\text{table}}$ , on rejette  $H_0$

Dans le cas d'identité des deux modèles linéaires, on peut donc estimer la régression "commune" (résultante  $y = a + bx$  et estimer  $a$ ,  $b$ ,  $\sqrt{a}$  et  $\sqrt{b}$  (que l'on peut multiplier par  $t_{(n-2)}$  pour avoir un intervalle de confiance de  $a$  et  $b$  au seuil  $\alpha$  choisi) et tester  $a = a_0$  et  $b = b_0$  par un  $t$  de Student à  $n - 2$ .



Mode d'emploi du programme PGR 16

N°	INSTRUCTION	DONNEE	TOUCHE	RESULTAT
1	Initialisation - mise à zéro		f.a	0.00
2	Introduire les couples (xi, yi) du 1er modèle pour i = 1, ..... n1	xi yi	↑ A	i
3	Quand tous ces couples sont entrées, on calcule la 1ère régression		B  R/S R/S R/S R/S	r <sub>1</sub> r <sub>1</sub> <sup>2</sup> a <sub>1</sub> b <sub>1</sub> SCE <sub>1</sub>
4	Introduire les couples (xi, yi) du 2è modèle (i = 1, ..... n2)	xi yi	↑ A	
5	Résultats :		C R/S R/S R/S R/S R/S R/S R/S R/S	r <sub>2</sub> r <sub>2</sub> <sup>2</sup> a <sub>2</sub> b <sub>2</sub> SCE 2 r r <sup>2</sup> a b SCE <sub>Ho</sub>  F <sub>2</sub> <sup>n-2</sup>
6	Tests			
	écart type de a : a		D	$\sqrt{a}$
	écart type de b : b		f.d	$\sqrt{b}$
	test a = a <sub>0</sub>	a <sub>0</sub>	E	t
	test b = b <sub>0</sub>	b <sub>0</sub>	f.e	t

5. MODELISATION : ANALYSE DE LA VARIANCE

5.1. Test du chi-carré de Bartlett

C'est un test d'homogénéité des variances, souvent nécessaire avant d'effectuer les tests classiques de l'analyse de variance. L'analyse de variance repose sur l'estimation de la variance résiduelle qui exprime la variation moyenne à l'intérieur des groupes. Cependant, chaque groupe ou classe possède une variance interne propre et celles-ci sont seulement estimées globalement dans la variance résiduelle (variance intra-groupe moyenne). Si les variances intra-groupes n'étaient pas homogènes, l'estimation de la variance moyenne dans les classes serait biaisée. Aussi, lorsque les classes à comparer présentent une hétérogénéité manifeste et variable, c'est à dire une dispersion plus importante des données dans certaines d'entre elles, le contrôle de l'homogénéité des variances intra-classes peut être nécessaire. Toutefois, les tests de l'analyse de variance sont robustes et on peut admettre un certain écart à l'additivité des variances, de même qu'à la normalité des distributions. L'homogénéité des variances peut être contrôlée par le test de Bartlett.

- la statistique calculée est :

$$\chi^2 = \frac{f \cdot \ln \bar{s}^2 - \sum_{i=1}^k f_i \ln s_i^2}{1 + \frac{1}{3(k+1)} \left( \sum_{i=1}^k \frac{1}{f_i} - \frac{1}{f} \right)}$$

- avec  $s_i^2$  = variance du 1<sup>e</sup> échantillon
- $f_i$  = ddl relatifs à  $s_i^2$
- $i$  = 1, 2 ..... k . k = nombre d'échantillons.

$$\bar{s}^2 = \frac{\sum_{i=1}^k f_i s_i^2}{f}, \quad f = \sum_{i=1}^k f_i$$

le  $\chi^2$  calculé suit approximativement une distribution de chi-deux avec  $(k-1)$  ddl, pouvant être utilisé pour tester l'hypothèse nulle  $H_0 : \sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_k^2$  sont des estimations de la variance  $\sigma^2$  d'une même population.

Mode d'emploi du programme PGR 17

N°	INSTRUCTION	DONNEE	TOUCHE	RESULTAT
1	Charger le programme			
2	Initialiser		E	0.00
3	Si on connaît tous les couples $(s_i^2, f_i)$ , aller en 4. Si on ne dispose que des échantillons aller en 6.			
4	Introduire pour $i = 1 \dots K$ : $s_i^2$ $f_i$	$s_i^2$ $f_i$	$\uparrow$ A	$i$
5	Calcul du $\chi^2$		R/S	$\chi^2$ ddl
6	Pour chaque échantillon : $i = 1 \dots k$ - introduire $x_{ij} \quad j = 1 \dots n_i$ - à chaque dernier $x_{ij}$ faire: et reprendre un autre échantillon	$x_{ij}$	$\sigma$ f.c	$j$ $i$
7	Calcul du $\chi^2$		B R/S	$\chi^2$ ddl

Listing PGR 17 : voir page 55

## 5.2. Analyse de variance à une voie

### Théorie

L'analyse de variance à une voie est un test d'homogénéité qui permet la comparaison simultanée de plusieurs moyennes d'un nombre  $k$  de groupes de traitements. On teste si les différences observées entre les moyennes sont dues au hasard ou sont représentatives des différences entre les moyennes réelles des populations. Pour ce faire, on calcule plusieurs séries de paramètres :

- La variance totale, à partir de l'ensemble des mesures
- la variance factorielle, à partir des moyennes des groupes
- la variance résiduelle, à partir des mesures de chaque groupe.

Ces variances sont estimées par  $\frac{SCE}{ddl}$  (SCE = somme des carrés des écarts ; ddl = degré de liberté correspondant). Le programme génère le tableau d'analyse de variance suivant :

On dispose de  $n$  observations réparties sur  $p$  modalités (le nombre d'observation peut être différent d'une modalité à l'autre).

Source de variation	ddl	SCE	Test
Factorielle (inter-modalité)	$p - 1$	$S_1$	$F = \frac{S_1}{S_2} \cdot \frac{n-p}{p-1}$
Résiduelle (intra-modalité)	$n - p$	$S_2$	
Totale	$n - 1$	$S$	

on rejette l'hypothèse  $H_0$  : homogénéité des traitements si le test  $F$  est supérieur à la valeur  $f_0$  de la table de Fisher, au seuil choisi.

Dans le cas de rejet de  $H_0$ , on admet alors que les traitements ne sont pas identiques. Pour savoir si 2 traitements  $i$  et  $i'$  sont entre eux significativement différents, on calcule la statistique suivante (critère de test) :

$$\sqrt{(p-1) \cdot f_0 \cdot \left( \frac{1}{r_i} + \frac{1}{r_{i'}} \right) \cdot \chi}$$

avec

$$\chi = \sum_{ij} \frac{(y_{ij} - \bar{y}_i)^2}{n-p}$$

$r_i$  = nombre d'observations du traitement  $i$   
 $r_{i'}$  = nombre d'observations du traitement  $i'$   
 $y_{ij}$  =  $j^e$  valeur observée dans le traitement  $i$   
 $\bar{y}_i$  = moyenne du traitement  $i$

on considère alors que les 2 traitements  $i$  et  $i'$  sont différents si la valeur expérimentale  $|\bar{y}_i - \bar{y}_{i'}|$  est supérieure à la statistique calculé.

Mode d'emploi du programme PGR 18

N°	INSTRUCTIONS	DONNEE	TOUCHE	RESULTAT
1	Introduire le programme			
2	Initialisation		E	0.00
3	Introduire les observations de chaque modalité une à une	$y_{ij}$	A	
4	Une fois toutes les données d'une même modalité introduites, faire :		f.a	
5	Reprendre à 3 pour une autre modalité			
6	Résultats		B	SCE factoriel
			R/S	SCE résiduel
			R/S	SCE total
			R/S	ddl factoriel
			R/S	ddl résiduel
			R/S	test F
7	Tests de classement des modalités			
	introduire le numéro de la modalité (la modalité $i$ porte le n° $i - 1$ )	$i - 1$	↑	
	- introduire le nbre d'observations de cette modalité	$p_i$	↑	
	- introduire le n° de la 2 <sup>e</sup> modalité	$j - 1$	↑	
	- le nbre d'observations dans cette modalité	$p_{j'}$	C	$\bar{y}_i - \bar{y}_{j'}$
	- introduire $f_0$ (table de Fisher)	$f_0$	f.c	critère de test

Remarque : on peut introduire autant de modalités qu'on le désire (instructions 3 à 5). Cependant, si on désire effectuer des tests de classement, le nombre de modalités est limité à 14. Si on désire comparer plus de 14 modalités, on doit impérativement supprimer les pas 29 à 31 inclus. Dans ce cas, on ne peut plus faire les tests de classement.

Exemple :

Modalité							
1	88	99	96	68	85		
2	78	62	98	83	61	88	
3	80	61	74	92	78	54	77
4	71	65	90	46			

Tableau d'analyse :

Variation	SCE	ddl	F
factorielle	930.44	3	
résiduelle	3599.56	18	1.55
totale	4530.00	21	

Listing PGR18 : voir page 56

### 5.3. Analyse de la variance à 2 entrées

(deux variables, sans duplication)

L'analyse de la variance à 2 entrées teste indépendamment l'effet ligne et l'effet colonne. Ce programme génère un tableau d'analyse de variance classique dans le cas où :

- chaque case n'a qu'une seule observation
- et les effets des lignes et des colonnes sont sans interaction

le programme génère le tableau d'analyse de variance suivant à partir d'un tableau à q lignes et p colonnes.

Variation	SCE	ddl	tes
entre les lignes	SCE l	ddl = p-1	$F_{(p-1)(q-1)}$
entre les colonnes	SCE c	ddl = q-1	$F_{(q-1)(p-1)}$
résiduelle	SCE r	ddl = (p-1)(q-1)	
Total	SCE T		

Mode d'emploi du programme PGR 19

N°	INSTRUCTIONS	DONNEE	TOUCHE	RÉSULTAT
1	Introduire le programme			
2	Initialiser		E	0.00
3	Introduire les valeurs de la colonne i pour i = 1, ..... n	x <sub>j</sub>	A	
4	Quand i = n (toute la colonne est introduite), faire f.a recommencer en 3 pour une nouvelle colonne		f.a	
5	Entrer le total de chaque ligne pour l = 1 .... p	T <sub>l</sub>	B	
6	Résultats :		C	SCE Total
			R/S	SCE colonnes
			R/S	ddl colonnes
			R/S	SCE lignes
			R/S	ddl lignes
			R/S	SCE résiduels
			R/S	ddl résiduels
			R/S	test F colonnes
			R/S	ddl associés
			R/S	test F ligne
			R/S	2 ddl associés

Listing PGR19 : voir page 56

5.4. Plan factoriel disposé en blocs

Dispositif expérimental :

On dispose de  $t_a$  niveaux de traitement A ;  $t_b$  niveaux de traitements B et r répétitions. Soit, pour la commodité de l'exposé  $t_a = 3$  et  $t_b = 2$ . On a donc le dispositif suivant :

Traitements	BLOCS						
	1	2	3	...	...	...	r
A <sub>1</sub>	B <sub>1</sub>	x <sub>11</sub>	x <sub>12</sub>				
	B <sub>2</sub>						
A <sub>2</sub>	B <sub>1</sub>						
	B <sub>2</sub>						
A <sub>3</sub>	B <sub>1</sub>						
	B <sub>2</sub>						

et le tableau simplifié :

i	j	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>
A <sub>1</sub>		Y <sub>11</sub>	Y <sub>12</sub>
A <sub>2</sub>		Y <sub>21</sub>	Y <sub>22</sub>
A <sub>3</sub>		Y <sub>31</sub>	Y <sub>32</sub>
		Y <sub>ij</sub>	Y <sub>ij</sub>

le programme génère le tableau d'analyse de variance suivant :

Variation	SCE	ddl	Variance	F
Totale	SCE.T	r.ta.tb-1		
entre blocs	SCE.b	r-1	$\frac{SCE.b}{r-1} = 1$	1/6 = F1
entre trait.	SCE.t	ta.tb-1	$\frac{SCE.t}{ta*tb-1} = 2$	2/6 = F2
Traitement A	SCE.A	ta - 1	$\frac{SCE.A}{ta-1} = 3$	3/6 = F3
Traitement B	SCE.B	tb - 1	$\frac{SCE.B}{tb-1} = 4$	4/6 = F4
Interaction AxB	SCE (AxB)	(ta-1)(tb-1)	$\frac{SCE(AxB)}{(ta-1)(tb-1)} = 5$	5/6 = F5
résiduelle	SCE.R	(r-1)(ta-tb-1)	$\frac{SCE.R}{ddl} = 6$	



Mode d'emploi du programme PGR 20

N°	INSTRUCTION	DONNEE	TOUCHE	RESULTAT
1	Introduire le programme			
2	Initialisation :			
	Introduire r	r	↑	
	ta	ta	↑	
	tb	tb	E	r
3	Introduire pour chaque bloc : x <sub>ij</sub> (pour i = 1, r ; j = 1 ....)	x <sub>ij</sub>	A	j
4	Quand toutes les données sont introduites, introduire y <sub>ij</sub> pour i = 1 ... r j = 1...	y <sub>ij</sub>	B	j
5	Puis introduire les $\sum y_{ij} \quad j = 1 \dots$	$\sum y_{ij}$	C	j -
6	Résultats :			
	Résiduelle		D R/S R/S	SCE.R ddl variance R1
	Totale		R/S R/S	SCE.T ddl.T
	Blocs		R/S R/S R/S R/S	SCE.b ddl.b variance b F1
	entre traitements		R/S R/S R/S R/S	SCE (t) ddl. t variance F2
	Traitement A		R/S R/S R/S R/S	SCE.A ddl variance F3
	Traitement B		R/S R/S R/S R/S	SCE.B ddl variance F4
	Interaction traitement AxB		R/S R/S R/S R/S	SCE AxB ddl variance F5

5.5. Dispositif d'analyse de variance en carré Latin

Théorie

C'est un dispositif qui comporte autant de répétitions que de traitements.

Chaque ligne et chaque colonne renferme tous les traitements pris une seule fois.

Exemple : carré Latin à 5 traitements : A - B - C - D - E.

B	E	C	A	D
C	A	E	D	B
E	D	B	C	A
D	C	A	B	E
A	B	D	E	C

les traitements sont affectés au hasard.

Remarque : au dessous de 5 traitements, ce dispositif manque de précisions.

Calculs : Soit le tableau (lignes x colonnes) où sont disposés les traitements x, y.....z selon un dispositif en carré Latin

Col	1	2	3	Sommes Li
Lig				
1	x1	y1..... z1		L1
2	y2	z2.....		L2
3				⋮
⋮				⋮
⋮				⋮
N	zn	x3	y4	En
Sommes Ci	C1	C2..... Cn		$\sum x$

on dispose aussi du tableau (traitement x répétitions)

Répétition →	1	2	.....	n	Somme Ti
↓ Traitement					
X	$x_1$	$x_2$	.....	$x_n$	$T_x$
Y	$y_1$	$y_2$	.....	$y_n$	$T_y$
⋮					
Z	$z_1$	$z_2$	.....	$z_n$	$T_z$

Le programme génère le tableau d'analyse de variance suivant :

Variation	ddl	SCE	Variance	Test
Lignes	$n - 1$	$L^2$	$V_L^2 (1)$	$F_1 = 1/4$
Colonnes	$n - 1$	$C^2$	$V_C^2 (2)$	$F_2 = 2/4$
Traitement	$n - 1$	$T^2$	$V_T^2 (3)$	$F_3 = 3/4$
erreur	$(n-2)(n-1)$	$E^2$	$V_E^2 (4)$	
Totale		$W^2$		

Mode d'emploi du programme PGR 21

N°	INSTRUCTION	DONNEE	TOUCHE	RESULTAT
1	Introduire le programme			
2	Introduire le nombre de traitement : n	n	E	n
3	Introduire les $x_i$ ..... $z_i$ ..... ligne par ligne	$x_i$	B	
4	Introduire $L_i$ ( $i = 1$ ..... $n$ )	$L_i$	C	$i$
5	Introduire $C_i$ ( $i = 1$ ..... $n$ )	$C_i$	C	$i$
6	Introduire $T_i$ ( $i = 1$ ..... $n$ )	$T_i$	C	$i$
7	Résultats :		A	SCE totale
			R/S	SCE ligne
			R/S	ddl
			R/S	variance
			R/S	SCE colonne
			R/S	ddl
			R/S	variance
			R/S	SCE traitement
			R/S	ddl
			R/S	variance
			R/S	$F_1$ ligne
			R/S	$F_2$ colonne
			R/S	$F_3$ traitement

Listing PGR 21 : voir page 58

6. PROGRAMMES SIMPLES D'ESTIMATIONS DE PARAMETRES DE POPULATION

6.1. Méthode de Petersen : estimation  $N$  de la taille d'une population

Principe :

On prélève dans une population (taille  $N$ ) un échantillon aléatoire de  $c$  individus qui sont alors marqués et remis dans la population. On prélève un deuxième échantillon de taille  $n$  et on désigne par  $m$  le nombre d'individus marqués recapturés.

- A priori :
- population fermée (effectif constant)
  - tous les animaux ont la même probabilité d'être capturés dans le 1er échantillon
  - le marquage n'affecte pas la vulnérabilité
  - tout individu marqué recapturé est reconnu comme ayant été marqué.

1er cas : sondage direct :

La taille du 2è échantillon est fixée, le nombre de marqués recapturés est aléatoire.

- tirage exhaustif : (le tirage modifie les probabilités au cours des épreuves ; par exemple, le nombre de capturés est grand devant la taille de la population)

l'estimation de Chapman donne :

$$\hat{N} = \frac{(n+1)(c+1)}{n+1} - 1 \text{ (sans biais)}$$

(taille - variance)

$$\hat{V}_N = \frac{(c+1)(n+1)(c-m)(n-m)}{(m+1)^2 (m+2)}$$

- tirage non exhaustif :

estimateur de Bailey

$$\hat{N} = \frac{c(n+1)}{m+1}$$

$$\hat{V}_N = \frac{c^2 (n+1)(n-m)}{(m+1)^2 (m+2)}$$

2è cas : sondage inverse :

La taille du 2è échantillon est aléatoire, le nombre de recapturés marqués est fixe.

- tirage exhaustif :

$$\hat{N} = \frac{n(c+1)}{m} - 1 \text{ (sans biais)}$$

$$\hat{V}_N = \frac{(c-m+1)(\hat{N}+1)(\hat{N}-c)}{m(c+2)} \text{ (biaisé)}$$

- tirage non exhaustif :

$$\hat{N} = \frac{n \cdot c}{m} \text{ (sans biais)}$$

$$\hat{V}_N = \frac{n \cdot c^2 (n-m)}{m^2 (m+1)} \text{ (sans biais)}$$

Mode d'emploi du programme PGR 22

N°	INSTRUCTION	DONNEE	TOUCHE	RESULTAT
1	Charger le programme			
2	Initialisation		CLR P ↔ S CLR	
3	Introduire les données :			
	- taille du 1er échantil.	c	↑	
	- taille du 2è échantillon	n	↑	
	- nbre de marqués recapt.	m	A	0.00
4	Sondage direct :			
	- tirage exhaustif		B R/S	$\hat{N}$ V
	- tirage non exhaustif		C R/S	$\hat{N}$ V $\hat{N}$
5	Sondage indirect			
	- tirage exhaustif		D R/S	$\hat{N}$ V $\hat{N}$
	- tirage non exhaustif		E R/S	$\hat{N}$ V $\hat{N}$

Listing PGR 22 : voir page 58

6.2. Taille  $\hat{N}$  d'une population. Méthode de Paloheimo

On utilise les mêmes à priori que pour la méthode de Petersen sauf que la "recapture" est ici une série de recaptures successives.

- on a :
- No = effectif de la population au début de l'expérience
  - Mo = nombre de marqués initial
  - s = nombre de recaptures
  - ni = taille du  $i^e$  échantillon ( $i^e$  recapture)
  - mi = nombre de marqués dans la  $i^e$  recapture.

l'intervalle de confiance de  $\mu_0$  est donné par :

$$\frac{\mu_0 \sum n_i}{\sum m_i} \pm t_{(s-1, \alpha/2)} (\hat{\sigma}^2 \sum n_i)^{1/2}$$

avec  $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{s-1} \left[ \sum \frac{m_i^2}{n_i} - \frac{(\sum m_i)^2}{\sum n_i} \right]$

et  $t_{(s-1, \alpha/2)}$  est le  $t$  de Student à  $(s-1)$  ddl et au seuil  $\alpha/2$  (on admet une approximation Gaussienne).

Mode d'emploi du programme PGR 23

N°	INSTRUCTION	DONNEE	TOUCHE	RESULTAT
1	Charger le programme			
2	Initialisation		E	0.00
3	Introduire les couples $n_i, m_i$ pour $i = 1, \dots, s.$	$n_i$ $m_i$	$\uparrow$ A	$i$
4	Résultats :		B R/S	No inf. No sup.

Listing PGR 23 : voir page 58

7. SERIES DE FOURIER

Théorie

Une façon de calculer le périodogramme d'une série de données est de développer ses composantes cycliques en une somme de termes périodiques impliquant la combinaison de sinus et de cosinus. Toute oscillation périodique peut donc s'écrire sous la forme d'une somme de sinus et cosinus, qui forment une suite harmonique.

La série, dite de Fourier, s'écrit :

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left( a_k \cos \frac{2\pi t k}{T} + b_k \sin \frac{2\pi t k}{T} \right)$$

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} c_k \cos \left( \frac{2\pi t k}{T} - \theta_k \right)$$

$$\text{d'où : } a_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos \frac{2\pi t k}{T} dt ; k = 0, 1, 2, \dots$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin \frac{2\pi t k}{T} dt ; k = 1, 2, \dots$$

$$c_k = (a_k^2 + b_k^2)^{1/2}$$

$$\theta_k = \tan^{-1} \left( \frac{b_k}{a_k} \right)$$

avec  $T$  = période de  $f(t)$

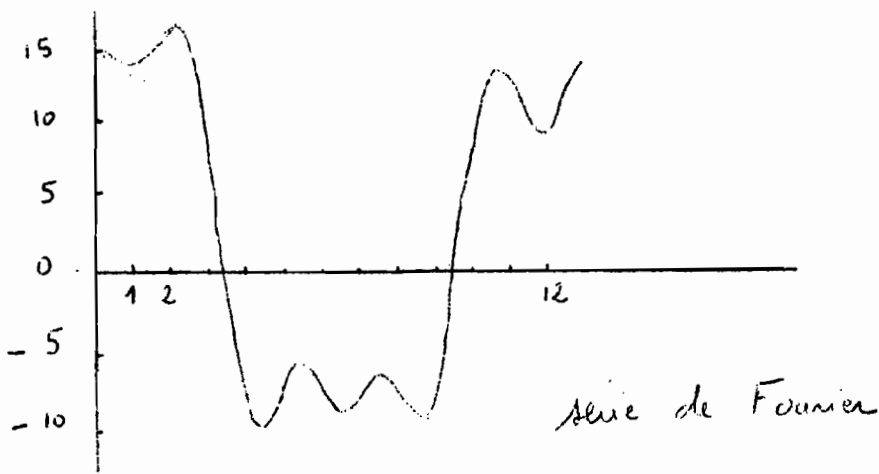
Connaissant un nombre  $N$  suffisamment élevé de valeurs d'une fonction périodique. ce programme, calcule les coefficients de Fourier à partir de versions discrètes des formules ci-dessus. Dix paires consécutives de coefficients peuvent être calculés à partir de points équi-distants. Les coefficients sont affichables soit sous forme rectangulaire  $(a_k, b_k)$ , soit sous forme polaire  $(c_k, \theta_k)$ . La valeur de  $N$  doit être choisie supérieure au double du plus grand multiple prévu de la fréquence fondamentale.



Mode d'emploi du programme PGR 24

N°	INSTRUCTION	DONNEE	TOUCHE	RESULTAT
1	Initialisation et choix de représentation : - coordonnées rectangulaires - coordonnées polaires		D f.d	0.00 0.00
2	Introduire : - nbre de valeurs de f(t) observées - nbre de fréquences - ordre du 1er coefficient	ni nf no	↑ ↑ C	
3	Introduire f(t) pour t=1, ... N	f(t)	R/S	t + 1
4	Quand t = N, il s'affiche SOL (solution) puis les coefficients :  ou $(a_k, b_k (k = 1 .. nf-1))$ $(c_k, \theta_k$		R/S R/S R/S etc..	SOL a <sub>0</sub> b <sub>0</sub> a <sub>1</sub> b <sub>1</sub>
5	Pour connaître la valeur de f(t) à l'instant t, introduire t	t	E	f(t)

Exemple : calcul d'une représentation discrète en série de Fourier pour la forme d'onde représentée ci-après. Il y a 12 intervalles. On choisit donc 7 fréquences (fondamentale plus 6 harmoniques). L'ordre du 1er coefficient est 0.



on a les valeurs suivantes :

t	1	2	3	4	5	6	7
f(t)	14.758	17.732	2	-12	-7.758	-11	-9.026

t	8	9	10	11	12
f(t)	-12	2	14.268	10.026	15

le programme calcule les coefficients :  
(représentation rectangulaire)

$a_0 =$	4.0000	$b_0 =$	0.0000
$a_1 =$	14.9998	$b_1 =$	1.0000
$a_2 =$	$3 \cdot 10^{-8}$	$b_2 =$	1.0000
$a_3 =$	-5.0000	$b_3 =$	1.0000
$a_4 =$	$3.333 \cdot 10^{-9}$	$b_4 =$	$3.200 \cdot 10^{-9}$
$a_5 =$	3.0002	$b_5 =$	$1.4673 \cdot 10^{-5}$
$a_6 =$	0.0000	$b_6 =$	$2.359 \cdot 10^{-8}$

$$\text{soit } f(t) = 2 + 15 \cos \frac{2\pi t}{12} + \sin \frac{2\pi t}{12} + \sin \frac{4\pi t}{12} \\ - 5 \cos \frac{6\pi t}{12} + \sin \frac{6\pi t}{12} + 3 \cos \frac{10\pi t}{12}$$

listing du PGR 24 : voir page 59

COMPARAISON DE 2 MOYENNES - N INFERIEUR A 30

001 LBLA	037 PSE	073 P S	109 $\bar{X}$	145 ST05	181 GSB5
002 +	038 RCL2	074 GSB3	110 STO 0	146 P S	182 P S
003 LSTX	039 PSE	075 P S	111 9	147 RCL1	183 +
004 SFO	040 X V?	076 +	112 STO1	148 <sup>2</sup>	184 X
005 RTN	041 GSB2	077 RCL3	113 RTN	149 RCL9	185 1/X
006 LBLB	042 RCL1	078 ♦	114 LBL3	150 ♦	186 ST05
007 P S	043 <sup>2</sup>	079 X	115 RCL9	151 P S	187 RCL0
008 +	044 ST03	080 ST05	116 1	152 RCL5	188 P S
009 LSTX	045 P S	081 RCL9	117 -	153 +	189 RCL0
010 P S	046 RCL1	082 1/X	118 RCL1	154 1/X	190 P S
011 SFO	047 <sup>2</sup>	083 P S	119 <sup>2</sup>	155 RCL5	191 -
012 RTN	048 P S	084 RCL9	120 X	156 X	192 ABS
013 LBLC	049 ST02	085 1/X	121 RTN	157 ST05	193 RCL8
014 FO?	050 RCL3	086 P S	122 LBL4	158 <sup>2</sup>	194 -
015 GSB5	051 X Y?	087 +	123 ST09	159 RCL9	195 RCL5
016 GSB8	052 X Y	088 X	124 R	160 1	196 X
017 RTN	053 ♦	089 RCL5	125 ST01	161 -	197 ABS
018 LBL5	054 R/S	090 X	126 R	162 ♦	198 RTN
019 GSB1	055 LBL2	091 1/X	127 ST00	163 ST06	199 RTN
020 P S	056 X Y	092 ST05	128 RTN	164 1	200 LBLa
021 GSB1	057 PSE	093 RCL0	129 LBLE	165 RCL5	201 CLRG
022 P S	058 RTN	094 P S	130 GSB4	166 -	202 P S
023 RTN	059 LBLD	095 RCL0	131 0	167 <sup>2</sup>	203 CLRG
024 LBL8	060 ST08	096 P S	132 RTN	168 P S	204 CLX
025 RCL9	061 RCL9	097 -	133 LBLe	169 RCL9	205 RTN
026 1	062 P S	098 RCL8	134 P S	170 P S	206 LBL5
027 -	063 RCL9	099 -	135 GSB4	171 1	207 RCL1
028 ST03	064 P S	100 ABS	136 P S	172 -	208 <sup>2</sup>
029 P S	065 +	101 RCL5	137 CFO	173 ♦	209 RCL9
030 RCL9	066 2	102 X	138 RTN	174 RCL6	210 1
031 1	067 -	103 ST08	139 LBLd	175 +	211 -
032 -	068 ST03	104 RCL3	140 ST08	176 1/X	212 ♦
033 P S	069 GT07	105 R/S	141 RCL1	177 INT	213 RTN
034 ST02	070 RTN	106 RCL8	142 <sup>2</sup>	178 R/S	214 R/S
035 RCL3	071 LBL7	107 RTN	143 RCL9	179 GSB5	
036 X Y?	072 GSB3	108 LBL1	144 ♦	180 P S	

COMPARAISON DE 2 MOYENNES - N SUPERIEUR A 30

001	LBLA	033	X	065	GSB3	097	.	129	R↓	161	LBLa
002	$\Sigma +$	034	STO3	066	P↔S	098	9	130	STO1	162	FO?
003	LSTX	035	RCL2	067	GSB3	099	6	131	R↓	163	GSB1
004	SFO	036	2	068	P↔S	100	X	132	STO0	164	GTO2
005	RTN	037	.	069	+	101	R/S	133	RCL1	165	RTN
006	LBLB	038	5	070	RCL5	102	2	134	RCL9	166	LBLb
007	P↔S	039	8	071	↓	103	.	135	$\sqrt{X}$	167	P↔S
008	$\Sigma +$	040	X	072	$\sqrt{X}$	104	5	136	+	168	FO?
009	LSTX	041	STO4	073	STO5	105	8	137	STO2	169	GSB1
010	P↔S	042	0	074	R/S	106	RCL5	138	GSB8	170	GSB2
011	SFO	043	RTN	075	RCL9	107	X	139	RTN	171	P↔S
012	RTN	044	LBLC	076	1/X	108	RTN	140	LBL6	172	RTN
013	LBL1	045	STO8	077	P↔S	109	LBL3	141	RCL2	173	LBL2
014	X	046	FO?	078	RCL9	110	RCL9	142	X <sup>2</sup>	174	RCL0
015	STO0	047	GSB5	079	P↔S	111	1	143	P↔S	175	R/S
016	9	048	GSB6	080	1/X	112	-	144	RCL2	176	RCL1
017	STO1	049	RTN	081	+	113	RCL1	145	P↔S	177	R/S
018	P↔S	050	LBL5	082	$\sqrt{X}$	114	X <sup>2</sup>	146	X <sup>2</sup>	178	RCL3
019	RCL9	051	GSB1	083	RCL5	115	X	147	+	179	R/S
020	$\sqrt{X}$	052	P↔S	084	X	116	RTN	148	$\sqrt{X}$	180	RCL4
021	1/X	053	GSB1	085	STO5	117	LBL5	149	STO6	181	R/S
022	X	054	P↔S	086	RCL0	118	CFO	150	RCL0	182	LBLD
023	P↔S	055	RTN	087	P↔S	119	GSB4	151	P↔S	183	CLRG
024	STO2	056	LBLa	088	RCL0	120	RTN	152	RCL0	184	P↔S
025	GSB8	057	RCL9	089	P↔S	121	LBLa	153	P↔S	185	CLRG
026	RTN	058	P↔S	090	-	122	CFO	154	-	186	CLX
027	LBL8	059	RCL9	091	ABS	123	P↔S	155	RCL8	187	CFO
028	RCL2	060	P↔S	092	RCL5	124	GSB4	156	-	188	RTN
029	1	061	4	093	+	125	P↔S	157	ABS		
030	.	062	2	094	R/S	126	RTN	158	RCL6		
031	9	063	-	095	RCL5	127	LBL4	159	+		
032	6	064	STO5	096	1	128	STO9	160	RTN		

COMPARAISON DE 2 POURCENTAGES OBSERVES PAR LE CALCUL DE LA  
PROBABILITE EXACTE DU TABLEAU 2 X 2 (UN DES EFFECTIFS AU MOINS  
EST FAIBLE)

001	LBLA	024	STO7	048	RCL1	071	RCL1	094	9	117	STOA
002	STO3	025	RCL6	049	GSB1	072	1	095	X↔Y	118	RTN
003	R ↓	026	+	050	RCL2	073	+	096	X < Y?	119	LBL2
004	STO2	027	STO8	051	GSB1	074	STO1	097	GTO2	120	RCL9
005	R ↓	028	GSB9	052	RCL3	075	RCL2	098	X↔Y	121	N !
006	STO1	029	GSB8	053	GSB1	076	1	099	2	122	LOG
007	R ↓	030	R/S	054	RCL8	077	+	100	X	123	RCLA
008	STO0	031	LBL9	055	GSB1	078	STO2	101	P1	124	+
009	RCL1	032	RCL4	056	RCLB	079	RCL3	102	X	125	STOA
010	+	033	GSB1	057	RCLA	080	1	103	$\sqrt{X}$	126	RTN
011	STO4	034	RCL5	058	-	081	-	104	LOG	127	LBL5
012	RCL2	036	RCL6	059	10 <sup>x</sup>	082	STO3	105	STOC	128	CLRG
013	RCL3	037	GSB1	060	PSE	083	RCL0	106	RCL9	129	P↔S
014	+	038	RCL7	061	RCLD	084	X < O?	107	1	130	CLRG
015	STO5	039	GSB1	062	+	085	GTOC	108	e <sup>x</sup>	131	CLX
016	0	040	RCLA	063	STOD	086	GSB8	109	÷	132	ENT↑
017	RCL0	041	STOB	064	GSB7	087	RTN	110	LOG	133	ENT↑
018	RCL2	042	RTN	065	RTN	088	LBLC	111	RCL9	134	ENT↑
019	+	043	LBL8	066	LBL7	089	RCLD	112	X	135	R/S
020	STO6	044	0	067	RCL0	090	R/S	113	RCL0		
021	RCL1	045	STOA	068	1	091	LBL1	114	+		
022	RCL3	046	RCL0	069	-	092	STO9	115	RCLA		
023	+	047	GSB1	070	STO0	093	6	116	+		

CHI-DEUX D'UN TABLEAU 2 X 2 AVEC CORRECTION DE YATES

001 LBLA	011 ST04	021 RCL3	031 RCL1	041 RCL4	051 CLRG
002 ST03	012 RCL2	022 +	032 X	042 ÷	052 P↔S
003 R ↓	013 RCL3	023 ST07	033 -	043 RCL5	053 CLRG
004 ST02	014 +	024 RCL6	034 RCL8	044 ÷	054 CLX
005 R ↓	015 ST05	025 +	035 2	045 RCL6	055 R/S
006 ST01	016 RCL0	026 ST08	036 ÷	046 ÷	
007 R ↓	017 RCL2	027 RCL0	037 -	047 RCL7	
008 ST00	018 +	028 RCL3	038 X <sup>2</sup>	048 ÷	
009 RCL1	019 ST06	029 X	039 RCL8	049 R/S	
010 +	020 RCL1	030 RCL2	040 X	050 LBLE	

CHI-DEUX D'UN TABLEAU K x L

001 LBLA	026 P↔S	051 RCL0	076 GSB9	101 R/S	126 RCLD
002 ST01	027 DSZI	052 P↔S	077 RTN	102 CHS	127 RCLE
003 ISZI	028 RCL1	053 RTN	078 LBL2	103 RCLC	128 RCL0
004 RCLE	029 ISZI	054 LBLE	079 1	104 +	129 X>Y?
005 RCL1	030 P↔S	055 ST0E	080 ST00	105 X <sup>2</sup>	130 GTOd
006 X>Y?	031 RTN	056 R ↓	081 RTN	106 RCL1	131 RCL1
007 GTO1	032 LBLD	057 ST0D	082 LBL8	107 ÷	132 RTN
008 DSZI	033 GSB1	058 1	083 RCL0	108 R/S	133 LBLd
009 RCL1	034 GTOc	059 ST0I	084 ST0I	109 RCLA	134 RCLC
010 ISZI	035 RTN	060 CLX	085 CFO	110 +	135 R/S
011 RTN	036 LBLc	061 ENT↑	086 RCL1	111 ST0A	136 RCLD
012 LBL1	037 SF2	062 ENT↑	087 ST0B	112 ISZI	137 1
013 1	038 RCL1	063 ENT↑	088 1	113 RCLD	138 -
014 ST0I	039 P↔S	064 RTN	089 ST0I	114 RCL1	139 RCLE
015 SFO	040 ST+0	065 LBLc	090 GSB9	115 X>Y?	140 1
016 RTN	041 P↔S	066 CLRG	091 RTN	116 GTOa	141 -
017 LBLB	042 ISZI	067 P↔S	092 LBL9	117 RCLC	142 X
018 P↔S	043 RCLE	068 CLRG	093 RCLB	118 RTN	143 R/S
019 ST01	044 RCL1	069 RTN	094 P↔S	119 LBLa	144 RCLA
020 ISZI	045 X>Y?	070 LBLC	095 RCL1	120 1	145 R/S
021 P↔S	046 GTO7	071 ST0C	096 X	121 ST+0	
022 RCLD	047 GTOc	072 F2?	097 RCL0	122 SFO	
023 RCL1	048 RTN	073 GSB2	098 ÷	123 RCLE	
024 X>Y?	049 LBL7	074 FO?	099 P↔S	124 RCLD	
025 GTOd	050 P↔S	075 GTO8	100 ST01	125 X>Y?	

TEST DE MANN WHITNEY

001 LBLB	011 X	021 RCL1	031 RCL2	041 ÷	051 CLX
002 ST02	012 2	022 RCL2	032 +	042 V $\bar{X}$	052 R/S
003 R ↓	013 ÷	023 X	033 1	043 1/X	053 LBLA
004 ST01	014 +	024 2	034 +	044 RCL5	054 Σ +
005 RCL2	015 P↔S	025 ÷	035 RCL2	045 X	055 R/S
006 X	016 RCL4	026 CHS	036 X	046 R/S	
007 RCL1	017 P↔S	027 RCL4	037 RCL1	047 LBLE	
008 1	018 -	028 +	038 X	048 CLRG	
009 +	019 ST04	029 ST05	039 1	049 P↔S	
010 RCL1	020 R/S	030 RCL1	040 2	050 CLRG	

TEST DE KRUSKAL-WALLIS

001 LBLA	009 ÷	017 CLRG	025 ÷	033 1	041 P↔S
002 Σ +	010 P↔S	018 P↔S	026 RCL1	034 +	042 CLRG
003 R/S	011 ST+0	019 0	027 1	035 3	043 CLX
004 LBLB	012 P↔S	020 R/S	028 +	036 X	044 R/S
005 P↔S	013 RCL9	021 LBLC	029 ÷	037 -	
006 RCL4	014 P↔S	022 1	030 RCL0	038 R/S	
007 X <sup>2</sup>	015 ST+1	023 2	031 X	039 LBLE	
008 RCL9	016 P↔S	024 RCL1	032 RCL1	040 CLRG	

COEFFICIENT DE CORRELATION DES RANGS DE KENDALL

001 LBLc	012 P↔S	023 X <sup>2</sup>	034 1	045 R/S	056 -
002 Σ+	013 CLRG	024 ÷	035 +	046 RCL0	057 R/S
003 R/S	014 P↔S	025 RCL9	036 RCL9	047 X	059 LBLE
004 LBLc	015 0	026 ÷	037 1	048 RCL9	059 CLRG
005 P↔S	016 R/S	027 RCL9	038 -	049 1	060 P↔S
006 RCL4	016 LBLD	028 X <sup>2</sup>	039 ÷	050 -	061 CLRG
007 X <sup>2</sup>	018 RCL4	029 1	040 3	051 X	062 CLX
008 Σ+	019 1	030 -	041 X	052 X	063 R/S
009 RCL9	020 2	031 ÷	042 CHS	053 R/S	
010 P↔S	021 X	032 ST01	043 RCL1	054 RCL9	
011 ST00	022 RCL0	033 RCL9	044 +	055 1	

TEST D'ADEQUATION A UNE LOI NORMALE

001 LBLB	022 2	043 GTOb	064 ENT ↑	085 RTN	106 -
002 ST0A	023 3	044 RTN	065 ENT ↑	086 LBLa	107 X <sup>2</sup>
003 R ↓	024 ST07	045 LBLb	066 ENT ↑	087 RCLI	108 P↔S
004 ST0B	025 CHS	046 RCLA	067 RTN	088 P↔S	109 ST+0
005 R ↓	026 ST03	047 RCL1	068 LBLA	089 1	110 ISZI
006 ST0E	027 .	048 X	069 STOC	090 ST+1	111 9
007 1	028 2	049 RCLB	070 9	091 P↔S	112 RCLI
008 .	029 5	050 +	071 ST0I	092 1	113 X>Y?
009 2	030 3	051 ST01	072 GTOo	093 ST+0	114 GTOa
010 8	031 ST06	052 ISZI	073 RTN	094 RCL0	115 GTOe
011 ST09	032 CHS	053 9	074 LBLc	095 R/S	116 RTN
012 CHS	033 ST04	054 RCLI	075 RCL1	096 LBLc	117 LBLa
013 ST01	034 0	055 X>Y?	076 RCL0	097 0	118 7
014 .	035 ST03	056 R/S	077 X>Y?	098 ST00	119 PSE
015 8	036 1	057 GTOb	078 GTOd	099 ST0I	120 RCL0
016 4	037 ST0I	058 RTN	079 DSZI	100 GTOe	121 RCLD
017 ST08	038 RCLE	059 LBLE	080 RCLI	101 RTN	122 ÷
018 CHS	039 1	060 CLRG	081 RCL1	102 LBLc	123 R/S
019 ST02	040 0	061 P↔S	082 X=0?	103 P↔S	
020 .	041 ÷	062 CLRG	083 GTOd	104 RCL1	
021 5	042 ST0D	063 CLX	084 GTOc	105 RCLD	

FREQUENCES THEORIQUES D'UNE VARIABLE OBSERVEE NORMALE

001 LBLA	027 ST08	053 6	079 1	105 7	131 X
002 ST07	028 RCL7	054 4	080 .	106 8	132 RCL2
003 R ↓	029 GSB1	055 1	081 3	107 +	133 X
004 ST09	030 ST07	056 9	082 3	108 RCL1	134 ST02
005 RCL6	031 RCL8	057 X	083 0	109 X	135 1
006 3	032 RCL7	058 1	084 2	110 .	136 RCL2
007 ÷	033 -	059 +	085 7	111 3	137 -
008 RCL9	034 RCL5	060 1/X	086 4	112 5	138 ST02
009 +	035 X	061 ST01	087 X	113 6	139 RCL0
010 RCL3	036 RTN	062 RCL0	088 1	114 5	140 X<0?
011 -	037 LBLB	063 X <sup>2</sup>	089 .	115 6	141 GSB2
012 RCL4	038 ST06	064 CHS	090 8	116 3	142 RCL2
013 ÷	039 R ↓	065 2	091 2	117 8	143 RTN
014 ST09	040 ST04	066 ÷	092 1	118 -	144 R/S
015 RCL6	041 R ↓	067 e <sup>x</sup>	093 2	119 RCL1	145 LBL2
016 2	042 ST03	068 .	094 5	120 X	146 1
017 -	043 R ↓	069 3	095 6	121 .	147 RCL2
018 RCL7	044 ST05	070 9	096 -	122 3	148 -
019 +	045 RTN	071 8	097 RCL1	123 1	149 ST02
020 RCL3	046 LBL1	072 9	098 X	124 9	150 RTN
021 -	047 ST00	073 4	099 1	125 3	151 LBLE
022 RCL4	048 ABS	074 2	100 .	126 8	152 CLRG
023 ÷	049 .	075 3	101 7	127 1	153 P↔S
024 ST07	050 2	076 X	102 8	128 5	154 CLRG
025 RCL9	051 3	077 ST02	103 1	129 +	155 CLX
026 GSB1	052 1	078 RCL1	104 4	130 RCL1	156 R/S

TEST D'ADEQUATION A UNE LOI DE POISSON

001	LBLA	017	ISZI	033	P↔S	049	e <sup>x</sup>	065	CHS	081	LBL3
002	STOA	018	GSB1	034	RCL9	050	X	066	RCL1	082	RCL1
003	P↔S	019	RTN	035	RCL8	051	RCL1	067	+	083	1
004	ST+9	020	LBLa	036	÷	052	NI	068	X <sup>2</sup>	084	-
005	1	021	1	037	STOB	053	÷	069	RCLD	085	PSE
006	ST+8	022	ST+1	038	0	054	P↔S	070	÷	086	P↔S
007	P↔S	023	RCL1	039	STO9	055	RCL6	071	P↔S	087	RCL9
008	0	024	RCLC	040	P↔S	056	X	072	ST+9	088	R/S
009	STOI	025	X<Y?	041	GSB2	057	P↔S	073	P↔S	089	LBLÉ
010	GTO1	026	RCL1	042	RTN	058	STOD	074	ISZI	090	CLRG
011	RTN	027	STOC	043	LBL2	059	RCL1	075	RCLC	091	P↔S
012	LBL1	028	RCLA	044	RCLB	060	PSE	076	RCL1	092	CLRG
013	RCL1	029	R/S	045	RCL1	061	RCL1	077	X>Y?	093	0
014	RCLA	030	LBLB	046	Y <sup>X</sup>	062	PSE	078	GTO3	094	R/S
015	X<Y?	031	0	047	RCLB	063	RCLD	079	GSB2		
016	GTOa	032	STOI	048	CHS	064	PSE	080	RTN		

ADEQUATION A UNE LOI BINOMINALE NEGATIVE  
(n < 50 AVEC ECHANTILLONS VIDES)

001	LBLA	018	LBLB	035	RCL6	052	2	069	.	086	RCL6
002	STO4	019	STO8	036	X	053	÷	070	0	087	÷
003	R ↓	020	R ↓	037	STO5	054	STO6	071	0	088	RCL2
004	STO2	021	STO7	038	RCL3	055	GTOb	072	0	089	+
005	CHS	022	RCL8	039	RCL5	056	R/S	073	1	090	CHS
006	RCL4	023	÷	040	-	057	LBLd	074	RCL9	091	RCL4
007	+	024	LOG	041	STO9	058	GSB1	075	ABS	092	+
008	1/X	025	STO3	042	X<O?	059	RCL6	076	X<Y?	093	R/S
009	RCL2	026	GTOb	043	GTOc	060	STO0	077	GTOe'	094	LBLÉ
010	X <sup>2</sup>	027	R/S	044	GTOd	061	RCL1	078	RTN	095	CLRG
011	X	028	LBLb	045	R/S	062	+	079	R/S	096	P↔S
012	STO1	029	RCL2	046	LBLc	063	2	080	LBLÉ	097	CLRG
013	STO6	030	RCL6	047	GSB1	064	÷	081	RCL6	098	CLX
014	0	031	÷	048	RCL6	065	STO6	082	R/S	099	R/S
015	STO0	032	1	049	STO1	066	GTOb	083	LBLC		
016	RCL6	033	+	050	RCL0	067	R/S	084	RCL2		
017	R/S	034	LOG	051	+	068	LBL1	085	X <sup>2</sup>		

ADEQUATION A UNE LOI BINOMINALE NEGATIVE  
(n < 50 - PAS D'ECHANTILLONS VIDES)

001	LBLA	020	R/S	039	P↔S	058	RCL2	077	R/S	096	√X
002	STO0	021	P↔S	040	RCL3	059	X <sup>2</sup>	078	LBLD	097	RCL2
003	3	022	STO3	041	2	060	X	079	STO1	098	+
004	Y <sup>X</sup>	023	RCL9	042	X	061	2	080	.	099	LN
005	P↔S	024	÷	043	RCL2	062	X	081	3	100	PSE
006	ST+1	025	CHS	044	÷	063	+	082	7	101	Σ+
007	P↔S	026	RCL2	045	1	064	RCL9	083	5	102	R/S
008	RCL0	027	X <sup>2</sup>	046	-	065	÷	084	+	103	LBLÉ
009	Σ+	028	+	047	RCL3	066	RCL8	085	RCL0	104	P↔S
010	R/S	029	STO8	048	X	067	-	086	.	105	CLRG
011	LBLB	030	RCL3	049	STO8	068	R/S	087	7	106	P↔S
012	DSP4	031	RCL2	050	RCL1	069	LBLC	088	5	107	R/S
013	X	032	-	051	RCL5	070	RCL0	089	-	108	LBLÉ
014	P↔S	033	1/X	052	RCL2	071	2	090	÷	109	CLX
015	STO2	034	RCL8	053	X	072	÷	091	√X	110	CLRG
016	P↔S	035	X	054	3	073	+	092	STO2	111	GTOE
017	PSE	036	P↔S	055	X	074	LOG	093	X <sup>2</sup>	112	R/S
018	S	037	STO0	056	-	075	PSE	094	1		
019	X <sup>2</sup>	038	R/S	057	RCL4	076	Σ+	095	+		

ADEQUATION A UNE LOI BINOMINALE NEGATIVE (n QUELCONQUE) PAR UN TEST DE  $\chi^2$

001 LBLa	032 -	063 R/S	094 X	125 LBLD	156 LBL2
002 STOC	033 STO1	064 LBLC	095 RCL2	126 STO8	157 RCL8
003 R ↓	034 RCLC	065 RCLB	096 RCL1	127 ISZI	158 RCL2
004 STOB	035 .	066 RCL1	097 -	128 RCLI	159 -
005 R ↓	036 1	067 ÷	098 X	129 1	160 $X^2$
006 STOA	037 +	068 1	099 RCL1	130 X=Y?	161 RCL2
007 STOD	038 STO2	069 +	100 +	131 GTO2	162 ÷
008 GTO1	039 RCLC	070 LN	101 STOO	132 RCLI	163 ST+7
009 R/S	040 R/S	071 RCLA	102 RCLB	133 RCL0	164 RCL2
010 LBLA	041 LBLB	072 X	103 RCL0	134 +	165 ST+3
011 $\bar{X}$	042 STO3	073 RCL9	104 ÷	135 2	166 R/S
012 STOB	043 R ↓	074 -	105 1	136 -	167 LBLc
013 s	044 STO4	075 STO5	106 +	137 RCLI	168 CLRG
014 STOC	045 RCLD	076 RCLB	107 RCL0	138 1	169 $P \rightarrow S$
015 $P \rightarrow S$	046 RCL3	077 RCL2	108 $Y^X$	139 -	167 CLRG
016 RCL9	047 -	078 ÷	109 1/X	140 ÷	171 CLX
017 $P \rightarrow S$	048 STOD	079 1	110 RCLA	141 RCL1	172 R/S
018 STOA	049 RCL1	080 +	111 X	142 X	173 LBLE
019 STOD	050 RCL4	081 LN	112 STO2	143 RCL2	174 STO8
020 LBL1	051 +	082 RCLA	113 0	144 X	175 RCLA
021 RCLC	052 ÷	083 X	114 STO1	145 STO2	176 RCL3
022 $X^2$	053 ST+9	084 RCL8	115 STO3	146 ST+3	177 -
023 RCLB	054 RCLD	085 -	116 RCLB	147 RCL8	178 ABS
024 -	055 RCL2	086 STO6	117 RCL0	148 RCL2	179 STO4
025 1/X	056 RCL4	087 ABS	118 +	149 -	180 RCL8
026 RCLB	057 +	088 RCL5	119 1/X	150 $X^2$	181 -
027 $X^2$	058 ÷	089 ABS	120 RCLB	151 RCL2	182 $X^2$
028 X	059 ST+8	090 +	121 X	152 ÷	183 RCL4
029 STOE	060 RCL4	091 1/X	122 STO1	153 ST+7	184 ÷
030 .	061 1	092 RCL5	123 RCL0	154 RCL2	185 ST+7
031 1	062 +	093 ABS	124 R/S	155 RTN	186 RCL7
					187 R/S



REGRESSION LINEAIRE  $Y = a + bx$  Log  $Y = a + bx$

001	LBLA	039	X <sup>2</sup>	077	LBL4	115	X <sup>2</sup>	153	GSB6	195	0
002	STO1	040	RCL9	078	RCLD	116	RCLD	154	V $\bar{X}$	196	STOI
003	X $\leftrightarrow$ Y	041	÷	079	1	117	X <sup>2</sup>	155	RCLE	197	GSB5
004	STO0	042	CHS	080	+	118	CHS	156	÷	198	1/X
005	$\Sigma$ +	043	RCL7	081	RCLD	119	1	157	RTN-	199	RCLA
006	RCL1	044	+	082	CHS	120	+	158	LBL5	200	X
007	LN	045	÷	083	1	121	÷	159	RCL1	201	STOA
008	RCL0	046	STOC	084	+	122	RCL9	160	ISZI	202	RCL9
009	P $\leftrightarrow$ S	047	V $\bar{X}$	085	÷	123	2	161	ISZI	203	1/X
010	$\Sigma$ +	048	STOD	086	LN	124	-	162	ISZI	204	+
011	P $\leftrightarrow$ S	049	RCL3	087	2	125	X	163	ISZI	205	V $\bar{X}$
012	RTN	050	X<0?	088	÷	126	V $\bar{X}$	164	RCL1	206	RTN
013	LBLB	051	GSB1	089	STOA	127	RTN	169	+	207	LBLB
014	X	052	RCLD	090	RCL9	128	LBLD	170	RTN	208	RCL1
015	P $\leftrightarrow$ S	053	R/S	091	3	129	RCL4	171	LBL6	209	-
016	STO0	054	RCLC	092	-	130	X <sup>2</sup>	172	0	210	ABS
017	X $\leftrightarrow$ Y	055	R/S	093	V $\bar{X}$	131	RCL9	173	STOI	211	STOB
018	STO2	056	RCL6	094	1/X	132	÷	174	GSB5	212	GSBD
019	RCL8	057	RCL4	095	2	133	CHS	175	RCL3	213	LBLB
020	RCL4	058	RCL3	096	X	134	RCL5	176	X <sup>2</sup>	214	1/X
021	RCL6	059	X	097	F2?	135	+	177	X	215	RCLB
022	X	060	-	098	CHS	136	RCL9	178	STOA	216	X
023	RCL9	061	RCL9	099	RGLA	137	X	179	2	217	R/S
024	÷	062	÷	100	+	138	1/X	180	STOI	218	LBLB
025	-	063	STO1	101	2	139	RCL5	181	GSB5	219	RCL3
026	ENT↑	064	R/S	102	X	140	X	182	RCLA	220	-
027	ENT↑	065	RCL3	103	e <sup>X</sup>	141	STOE	183	-	221	ABS
028	RCL4	066	R/S	104	STOA	142	GSB6	184	RCL9	222	STOB
029	X <sup>2</sup>	067	LBL1	105	1	143	RCLE	185	2	223	GTOb
030	RCL9	068	RCLD	106	-	144	X	186	-		
031	÷	069	CHS	107	RCLA	145	V $\bar{X}$	187	÷		
032	RCL5	070	STOD	108	1	146	RTN	188	RTN		
033	X $\leftrightarrow$ Y	071	RTN	109	+	147	LBLd	189	LBL7		
034	-	072	LBLC	110	÷	148	0	190	RCLO		
035	÷	073	SF2	111	R/S	149	STOI	191	X <sup>2</sup>		
036	STO3	074	GSB4	112	RTN	150	GSB5	192	RCL9		
037	X	075	GSB4	113	LBLc	151	V $\bar{X}$	193	X		
038	RCL6	076	RTN	114	RCLD	152	STOE	194	STOA		

TEST D'IDENTITE DE 2 MODELES LINEAIRES SIMPLES

001 LBLA	036 RCL6	071 RCL6	106 RCLi	141 RCLE	176 $\sqrt{X}$
002 ST01	037 X	072 RCL4	107 X	142 X	177 ST0A
003 $X \rightleftharpoons Y$	038 RCL9	073 RCL3	108 CHS	143 R/S	178 GSB6
004 ST00	039 $\div$	074 X	109 ISZI	144 $P \rightleftharpoons S$	179 RCL9
005 $\Sigma +$	040 -	075 -	110 RCLi	145 R/S	180 2
006 FO?	041 ENT $\uparrow$	076 RCL9	111 +	146 LBLD	181 -
007 GTOb	042 ENT $\uparrow$	077 $\div$	112 RTN	147 $P \rightleftharpoons S$	182 $\div$
008 RTN	043 RCL4	078 ST01	113 LBL1	148 RCL4	183 $\sqrt{X}$
009 LBLb	044 $X^2$	079 R/S	114 RCLD	149 $X^2$	184 RCLA
010 RCL1	045 RCL9	080 RCL3	115 CHS	150 RCL9	185 $\div$
011 RCL0	046 $\div$	081 R/S	116 STOD	151 $\div$	186 $P \rightleftharpoons S$
012 $P \rightleftharpoons S$	047 RCL5	082 GSB6	117 RTN-	152 CHS	187 RTN
013 $\Sigma +$	048 $X \rightleftharpoons Y$	083 R/S	118 LBLC	153 RCL5	188 LBLE
014 $P \rightleftharpoons S$	049 -	084 $P \rightleftharpoons S$	119 $P \rightleftharpoons S$	154 +	189 $P \rightleftharpoons S$
015 RTN	050 $\div$	085 RTN	120 GSB4	155 RCL9	190 RCL1
016 LBLa	051 ST03	086 LBL6	121 STOB	156 X	191 $P \rightleftharpoons S$
017 CFO	052 X	087 0	122 $P \rightleftharpoons S$	157 1/X	192 -
018 CLX	053 RCL6	088 STOI	123 GSB4	158 RCL5	193 ABS
019 CLRG	054 $X^2$	089 GSB5	124 STOC	159 X	194 STOB
020 $P \rightleftharpoons S$	055 RCL9	090 RCL3	125 RCLB	160 STOA	195 GSBd
021 CLRG	056 $\div$	091 $X^2$	126 RCLA	161 GSB6	196 LBLc
022 RTN	057 CHS	092 X	127 +	162 RCL9	197 1/X
023 LBLB	058 RCL7	093 STOE	128 STOE	163 2	198 RCLB
024 GSB4	059 +	094 2	129 CHS	164 -	199 X
025 STOA	060 $\div$	095 STOI	130 RCLC	165 $\div$	200 R/S
026 SFO	061 STOC	096 GSB5	131 +	166 RCLA	201 LBLc
027 RTN	062 $\sqrt{X}$	097 RCLE	132 RCLE	167 X	202 $P \rightleftharpoons S$
028 LBL4	063 STOD	098 -	133 $\div$	168 $\sqrt{X}$	203 RCL3
029 $\bar{X}$	064 RCL3	099 RTN	134 STOE	169 $P \rightleftharpoons S$	204 $P \rightleftharpoons S$
030 $P \rightleftharpoons S$	065 $X < 0?$	100 LBL5	135 $P \rightleftharpoons S$	170 RTN	205 -
031 ST00	066 GSB1	101 RCLi	136 RCL9	171 LBLd	206 ABS
032 $X \rightleftharpoons Y$	067 RCLD	102 ISZI	137 4	172 $P \rightleftharpoons S$	207 STOB
033 ST02	068 R/S	103 ISZI	138 -	173 0	208 GSBd
034 RCL8	069 RCLC	104 ISZI	139 2	174 STOI	209 CTOc
035 RCL4	070 R/S	105 ISZI	140 $\div$	175 GSB5	210 R/S

TEST DE  $X^2$  DE BARTLETT

001 LBLA	016 RCL1	031 LBLB	046 RCL9	061 R/S	076 RCL0
002 ST01	017 X	032 RCL6	047 1	062 LBLC	077 X
003 $X \rightleftharpoons Y$	018 $P \rightleftharpoons S$	033 RCL2	048 -	063 $\Sigma +$	078 ST05
004 ST00	019 +	034 $\div$	049 3	064 R/S	079 GTOa
005 X	020 $P \rightleftharpoons S$	035 LN	050 X	065 LBLc	080 R/S
006 ST05	021 RCL1	036 RCL2	051 $\div$	066 s	081 LBLE
007 GTOa	022 ST+2	037 X	052 1	067 $X^2$	082 CLRG
008 R/S	023 RCL1	038 RCL4	053 +	068 PSE	083 $P \rightleftharpoons S$
009 LBLa	024 1/X	039 -	054 1/X	069 ST00	084 CLRG
010 RCL5	025 ST+3	040 ST05	055 RCL5	070 $P \rightleftharpoons S$	085 CLX
011 $P \rightleftharpoons S$	026 $P \rightleftharpoons S$	041 RCL2	056 X	071 RCL9	086 R/S
012 ST+6	027 CLRG	042 1/X	057 R/S	072 $P \rightleftharpoons S$	
013 $P \rightleftharpoons S$	028 $P \rightleftharpoons S$	043 CHS	058 RCL9	073 1	
014 RCL0	029 RCL9	044 RCL3	059 1	074 -	
015 LN	030 R/S	045 +	060 -	075 ST01	

ANALYSE DE VARIANCE A UNE VOIE

001 LBLA	022 X <sup>2</sup>	043 P↔S	064 +	085 R/S	106 RCL8
002 ST01	023 RCL9	044 RCLD	065 ST07	086 LBLC	107 1/X
003 Σ+	024 ÷	045 X <sup>2</sup>	066 R/S	087 ST0A	108 +
004 RCL1	025 RCLA	046 RCLE	067 RCLE	088 R↓	109 RCLB
005 RCLD	026 +	047 ÷	068 RCLB	089 ST0B	110 X
006 +	027 ST0A	048 CHS	069 -	090 R↓	111 RCL9
007 ST0D	028 P↔S	049 RCLA	070 ST08	091 ST0C	112 X
008 RCLE	029 X̄	050 +	071 RCLB	092 R↓	113 RCL6
009 1	030 ST01	051 ST04	072 1	093 ST0D	114 RCL8
010 +	031 ISZI	052 R/S	073 -	094 ST0I	115 ÷
011 ST0E	032 P↔S	053 RCLC	074 ST09	095 RCL1	116 X̄
012 RCL1	033 0	054 RCLA	075 ÷	096 X↔Y	117 √X
013 X <sup>2</sup>	034 ST04	055 -	076 RCL5	097 R↓	118 R/S
014 RCLC	035 ST09	056 ST06	077 X	098 -	119 LBLE
015 +	036 P↔S	057 R/S	078 ST05	099 ABS	120 CLRG
016 ST0C	037 RCLB	058 1/X	079 RCL9	100 R/S	121 P↔S
017 RCLE	038 1	059 RCL4	080 R/S	101 LBL8	122 CLRG
018 RTN	039 +	060 X	081 RCL8	102 ST0B	123 CLX
019 LBLa	040 ST0B	061 ST05	082 R/S	103 P↔S	124 R/S
020 P↔S	041 RTN	062 RCL4	083 RCL5	104 RCLA	
021 RCL4	042 LBLB	063 RCL6	084 P↔S	105 1/X	

ANALYSE DE LA VARIANCE A 2 VOIES

001 LBLA	021 RTN	041 P↔S	061 -	081 ST07	101 RCL4
002 ST00	022 LBLB	042 RCL2	062 ST04	082 R/S	102 RCL2
003 Σ+	023 X <sup>2</sup>	043 ÷	063 R/S	083 RCL6	103 ÷
004 RCLO	024 ST+1	044 RCLO	064 RCL2	084 RCL7	104 RCL8
005 P↔S	025 1	045 -	065 1	085 ÷	105 ÷
006 Σ+	026 ST+2	046 ST03	066 -	086 ST08	106 R/S
007 P↔S	027 RTN	047 R/S	067 ST02	087 RCL3	107 RCL7
008 RTN	028 LBLC	048 P↔S	068 R/S	088 P↔S	108 R/S
009 LBLa	029 RCL4	049 RCLO	069 RCL5	089 RCL8	109 RCL2
010 P↔S	030 X <sup>2</sup>	050 1	070 RCL3	090 P↔S	110 R/S
011 RCL4	031 RCL9	051 -	071 -	091 ÷	111 LBLE
012 X <sup>2</sup>	032 ÷	052 ST08	072 RCL4	092 RCL8	112 CLRG
013 ST+3	033 ST00	053 P↔S	073 -	093 ÷	113 P↔S
014 1	034 RCL5	054 R/S	074 R/S	094 R/S	114 CLRG
015 ST+0	035 RCLO	055 RCL1	075 ST06	095 RCL7	115 CLX
016 ST08	036 -	056 P↔S	076 RCL2	096 R/S	116 R/S
017 0	037 ST05	057 RCLO	077 P↔S	097 P↔S	
018 ST09	038 R/S	058 P↔S	078 RCL8	098 RCL8	
019 ST04	039 P↔S	059 ÷	079 P↔S	099 P↔S	
020 P↔S	040 RCL3	060 RCLO	080 X	100 R/S	

ANALYSE DE LA VARIANCE : PLAN FACTORIEL DISPOSE EN BLOCS (CAS GENERAL)

001	LBLA	038	STO3	075	CLRG	112	÷	149	RCL2	186	-
002	STOE	039	X <sup>2</sup>	076	STO2	113	RCL2	150	X	187	GSB3
003	RCLA	040	RCLE	077	R ↓	114	÷	151	1	188	P↔S
004	+	041	+	078	STO1	115	RCL8	152	-	189	RCL1
005	STOA	042	STOE	079	R ↓	116	-	153	X	190	P↔S
006	RCLE	043	RCL3	080	STO0	117	STO4	154	R/S	191	R/S
007	RCLB	044	RCL4	081	R/S	118	RCL8	155	÷	192	RCL2
008	+	045	+	082	LBLD	119	RCLO	156	STOI	193	1
009	STOB	046	STO4	083	RCLA	120	÷	157	R/S	194	-
010	RCLE	047	ISZI	084	X <sup>2</sup>	121	RCL1	158	RCL7	195	GSB3
011	X <sup>2</sup>	048	RCL1	085	RCLO	122	÷	159	R/S	196	P↔S
012	RCLC	049	RCLI	086	÷	123	RCL8	160	RCLO	197	RCLO
013	+	050	X=Y?	087	RCL1	124	-	161	RCL1	198	P↔S
014	STOC	051	GTO2	088	÷	125	P↔S	162	X	199	R/S
015	ISZI	052	RTN	089	RCL2	126	STO1	163	RCL2	200	RCL1
016	RCL2	053	LBL2	090	÷	127	P↔S	164	X	201	1
017	RCL1	054	RCL4	091	STO8	128	RCL5	165	1	202	-
018	X	055	X <sup>2</sup>	092	RCLC	129	RCL4	166	-	203	RCL2
019	RCLI	056	RCLB	093	RCL8	130	-	167	R/S	204	1
020	X=Y?	057	+	094	-	131	P↔S	168	RCL6	205	-
021	GTO1	058	STOB	095	STO7	132	RCL1	169	R/S	206	X
022	RTN	059	0	096	RCLD	133	P↔S	170	RCLO	207	GSB3
023	LBL1	060	STOI	097	RCL1	134	-	171	1	208	R/S
024	RCLB	061	STO4	098	÷	135	P↔S	172	-	209	LBL3
025	X <sup>2</sup>	062	RCL1	099	RCL2	136	STO0	173	GSB3	210	R/S
026	RCLD	063	R/S	100	÷	137	P↔S	174	RCL5	211	÷
027	+	064	LBLC	101	RCL8	138	RCL7	175	R/S	212	R/S
028	STOD	065	X <sup>2</sup>	102	-	139	RCL6	176	RCL1	213	RCLI
029	0	066	RCL9	103	STO6	140	-	177	RCL2	214	÷
030	STOI	067	+	104	RCLE	141	RCL5	178	X	215	R/S
031	STOB	068	STO9	105	RCLO	142	-	179	1		
032	STOE	069	ISZI	106	÷	143	STO3	180	-		
033	RCL1	070	RCLI	107	RCL8	144	R/S	181	GSB3		
034	RCL2	071	R/S	108	-	145	RCLO	182	RCL4		
035	X	072	LBLC	109	STO5	146	1	183	R/S		
036	RTN	073	CLRG	110	RCL9	147	-	184	RCL1		
037	LBLB	074	P↔S	111	RCLO	148	RCL1	185	1		

ANALYSE DE VARIANCE : CARRE-LATIN

001 LBLA	020 -	039 0	058 RCL9	077 RCLI	096 LBLC
002 RCL4	021 ST01	040 ST01	059 2	078 3	097 X <sup>2</sup>
003 X <sup>2</sup>	022 R/S	041 LBL3	060 -	079 X≠Y?	098 ST+1
004 RCL9	023 RCL9	042 LBL1	061 X	080 GT05	099 1
005 X <sup>2</sup>	024 1	043 ST+7	062 R/S	081 RCL0	100 ST+8
006 ÷	025 -	044 ISZI	063 ÷	082 R/S	101 RCL9
007 ST05	026 R/S	045 RCLI	064 R/S	083 LBLE	102 RCL8
008 CHS	027 ÷	046 3	065 ST08	084 CLRG	103 X=Y?
009 RCL3	028 R/S	047 X=Y?	066 0	085 P↔S	104 GT00
010 +	029 P↔S	048 GSB4	067 ST01	086 CLRG	105 R/S
011 ST06	030 ST01	049 GSB3	068 LBL5	087 ST09	106 LBL0
012 R/S	031 P↔S	050 LBL4	069 P↔S	088 R/S	107 ISZI
013 0	032 ISZI	051 RCL6	070 RCL1	089 LBLB	108 0
014 ST01	033 RCLI	052 RCL7	071 P↔S	090 ST0A	109 ST08
015 LBL1	034 3	053 -	072 RCL8	091 X <sup>2</sup>	110 RCL9
016 RCL1	035 X=Y?	054 R/S	073 ÷	092 ST+3	111 R/S
017 RCL9	036 GSB2	055 RCL9	074 R/S	093 RCLA	
018 ÷	037 GSB1	056 1	075 ST00	094 ST+4	
019 RCL5	038 LBL2	057 -	076 ISZI	095 R/S	

ESTIMATION DE LA TAILLE D'UNE POPULATION PAR LA METHODE DE PALOHEIMO

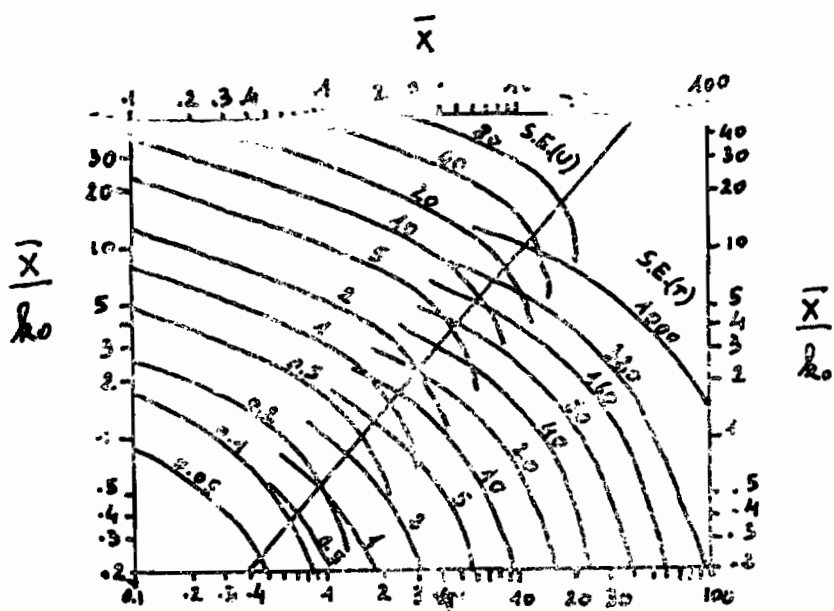
001 LBLA	011 RCL1	021 RCL4	031 RCL6	041 RCL7	051 RCL7
002 ST00	012 ÷	022 X <sup>2</sup>	032 X	042 -	052 RCL1
003 R ↓	013 ST+2	023 RCL6	033 √X	043 ST01	053 ÷
004 ST01	014 RCL9	024 ÷	034 RCL8	044 RCL3	054 R/S
005 RCL0	015 R/S	025 -	035 X	045 RCL6	055 LBLE
006 P↔S	016 LBLB	026 RCL9	036 ST07	046 X	056 CLRG
007 Σ+	017 ST08	027 1	037 RCL4	047 ST07	057 P↔S
008 P↔S	018 R ↓	028 -	038 +	048 RCL0	058 CLRG
009 RCL0	019 ST03	029 ÷	039 ST00	049 ÷	059 CLX
010 X <sup>2</sup>	020 RCL2	030 ST05	040 RCL4	050 R/S	060 R/S

ESTIMATION DE LA TAILLE D'UNE POPULATION PAR LA METHODE DE PETERSEN

001 LBLA	021 1	041 RCL3	061 X	081 RCL8	101 ÷
002 ST03	022 +	042 -	062 X	082 1	102 ST09
003 R ↓	023 RCL6	043 RCL9	063 RCL0	083 +	103 R/S
004 ST02	024 X <sup>2</sup>	044 X	064 ÷	084 X	104 RCL9
005 R ↓	025 X	045 RCL7	065 RTN	085 RCL8	105 RCL1
006 ST01	026 ST00	046 X	066 LBLD	086 RCL1	106 X
007 1	027 RCL2	047 RCL0	067 RCL2	087 -	107 RCL7
008 +	028 RCL3	048 ÷	068 RCL5	088 X	108 X
009 ST05	029 -	049 RTN	069 X	089 RCL3	109 RCL3
010 RCL2	030 ST07	050 LBLC	070 RCL3	090 ÷	110 ÷
011 1	031 0	051 RCL4	071 ÷	091 RCL1	111 RCL6
012 +	032 R/S	052 RCL1	072 1	092 2	112 ÷
013 ST04	033 LBLB	053 X	073 -	093 +	113 R/S
014 RCL5	034 RCL9	054 RCL6	074 ST08	094 ÷	
015 X	035 RCL6	055 ÷	075 R/S	095 RTN	
016 ST09	036 ÷	056 R/S	076 RCL1	096 LBLE	
017 RCL3	037 1	057 RCL1	077 RCL3	097 RCL2	
018 1	038 -	058 X <sup>2</sup>	078 -	098 RCL1	
019 +	039 R/S	059 RCL4	079 1	099 X	
020 ST06	040 RCL1	060 RCL7	080 +	100 RCL3	

SERIES DE FOURIER

001 LBLC	029 $X \rightleftharpoons Y$	057 2	085 DSZI	113 PI	141 5
002 STOD	030 $P \rightarrow R$	058 CHS	086 GT02	114 X	142 RTN
003 R ↓	031 $ST+i$	059 ÷	087 RTN	115 RCLO	143 LBLD
004 STOB	032 $X \rightleftharpoons Y$	060 RCLD	088 LBL3	116 X	144 CF1
005 2	033 DSZI	061 +	089 $X \rightleftharpoons Y$	117 RCLE	145 LBLO
006 X	034 $ST+i$	062 RTN	090 $R \rightarrow P$	118 ÷	146 CLRG
007 STOB	035 RCLC	063 LBLA	091 2	119 1	147 $P \rightleftharpoons S$
008 R ↓	036 ENT↑	064 DSP4	092 RCLE	120 FO?	148 CLRG
009 STOE	037 DSZI	065 CF1	093 ÷	121 GSB8	149 CLX
010 1	038 GT01	066 RCLB	094 X	122 $P \rightarrow R$	150 RAD
011 ST00	039 1	067 STOI	095 R/S	123 RCLi	151 R/S
012 LBL5	040 $STO+0$	068 LBL2	096 $X \rightleftharpoons Y$	124 X	152 LBLd
013 RCLO	041 RCLE	069 RCLi	097 R/S	125 $X \rightleftharpoons Y$	153 SF1
014 R/S	042 RCLO	070 DSZI	098 DSZI	126 DSZI	154 GT00
015 STOC	043 $X \leq Y?$	071 RCLi	099 GT02	127 RCLi	155 R/S
016 RCLB	044 GT05	072 F1?	100 RTN	128 X	156 LBL9
017 STOI	045 GT09	073 GT03	101 LBLE	129 +	157 5
018 LBL1	046 R/S	074 2	102 CFO	130 RCLE	158 0
019 CLX	047 LBLB	075 RCLE	103 ST00	131 ÷	159 I
020 RCLO	048 DSP4	076 ÷	104 RCLB	132 2	160 $f \rightarrow x$
021 GSB7	049 SF1	077 X	105 STOI	133 X	161 F1?
022 RCLE	050 RCLB	078 $X \rightleftharpoons Y$	106 CLX	134 +	162 GTOB
023 ÷	051 STOI	079 LastX	107 LBL6	135 DSZI	163 GTOA
024 X	052 GT02	080 X	108 GSB7	136 GT06	164 R/S
025 2	053 LBL7	081 LBL4	109 $X=0?$	137 R/S	
026 X	054 RCLi	082 R/S	110 SFO	138 R/S	
027 PI	055 RCLB	083 $X \rightleftharpoons Y$	111 2	139 LBL8	
028 X	056 -	084 R/S	112 X	140 •	



Erreurs standart (S.E.) de  $\bar{X}$  T et U pour  $n=100$ . Pour d'autres valeurs de  $n$ , multiplier le S.E. de l'abaque par  $\frac{10}{\sqrt{n}}$

EXPECTED VARIANCE OF TRANSFORMED COUNTS FROM A NEGATIVE BINOMIAL

0.1886 trigamma k for $k \geq 15$		0.25 trigamma k for $k \geq 4$			
k		k	k	k	k
2.0	0.1516	2.0	0.1612	6.5	0.0416
2.1	0.1145	2.1	0.1517	6.6	0.0409
2.2	0.1081	2.2	0.1432	6.7	0.0402
2.3	0.1023	2.3	0.1356	6.8	0.0396
2.4	0.0972	2.4	0.1288	6.9	0.0390
2.5	0.0925	2.5	0.1226	7.0	0.0384
2.6	0.0882	2.6	0.1170	7.1	0.0378
2.7	0.0843	2.7	0.1118	7.2	0.0373
2.8	0.0808	2.8	0.1071	7.3	0.0367
2.9	0.0775	2.9	0.1028	7.4	0.0362
3.0	0.0745	3.0	0.0987	7.5	0.0357
3.1	0.0717	3.1	0.0950	7.6	0.0352
3.2	0.0691	3.2	0.0916	7.7	0.0347
3.3	0.0667	3.3	0.0884	7.8	0.0342
3.4	0.0644	3.4	0.0854	7.9	0.0338
3.5	0.0623	3.5	0.0826	8.0	0.0334
3.6	0.0603	3.6	0.0800	8.1	0.0330
3.7	0.0585	3.7	0.0775	8.2	0.0327
3.8	0.0567	3.8	0.0752	8.3	0.0324
3.9	0.0551	3.9	0.0730	8.4	0.0321
4.0	0.0535	4.0	0.0710	8.5	0.0317
4.1	0.0521	4.1	0.0690	8.6	0.0314
4.2	0.0507	4.2	0.0672	8.7	0.0311
4.3	0.0494	4.3	0.0654	8.8	0.0308
4.4	0.0481	4.4	0.0638	8.9	0.0305
4.5	0.0469	4.5	0.0622	9.0	0.0302
4.6	0.0458	4.6	0.0607	9.1	0.0299
4.7	0.0447	4.7	0.0593	9.2	0.0297
4.8	0.0437	4.8	0.0579	9.3	0.0294
4.9	0.0427	4.9	0.0566	9.4	0.0291
5.0	0.0417	5.0	0.0553	9.5	0.0288
		5.1	0.0542	9.6	0.0287
		5.2	0.0530	9.7	0.0287
		5.3	0.0519	9.8	0.0287
		5.4	0.0509	9.9	0.0286
		5.5	0.0498	10.0	0.0286
		5.6	0.0489	10.2	0.0285
		5.7	0.0479	10.4	0.0284
		5.8	0.0470	10.6	0.0283
		5.9	0.0462	10.8	0.0282
		6.0	0.0453	11.0	0.0281
		6.1	0.0445	11.2	0.0280
		6.2	0.0438	11.4	0.0279
		6.3	0.0430	11.6	0.0278
		6.4	0.0423	11.8	0.0277

VALEURS DE LA STATISTIQUE U DE MANN-WHITNEY AU SEUIL DE  
SIGNIFICATION 5 %

- n1 et n2 sont les tailles de chaque échantillon
- Remarque : les faibles valeurs de U entraînent le rejet de  $H_0$  au seuil 5 % ( $H_0$  = les 2 échantillons proviennent de la même population parente).
- si le U calculé est plus petit ou égal à la valeur tabulée,  $H_0$  est rejetée au seuil 5 %.

n1	n2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2								0	0	0	0	1	1	1	1	1	2	2	2	2
3					0	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8
4				0	1	2	3	4	4	5	6	7	8	9	10	11	11	12	13	13
5			0	1	2	3	5	6	7	8	9	11	12	13	14	15	17	18	19	20
6			1	2	3	5	6	8	10	11	13	14	16	17	19	21	22	24	25	27
7			1	3	5	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34
8	0		2	4	6	8	10	13	15	17	19	22	24	26	29	31	34	36	38	41
9	0		2	4	7	10	12	15	17	20	23	26	28	31	34	37	39	42	45	48
10	0		3	5	8	11	14	17	20	23	26	29	33	36	39	42	45	48	52	55
11	0		3	6	9	13	16	19	23	26	30	33	37	40	44	47	51	55	58	62
12	1		4	7	11	14	18	22	26	29	33	37	41	45	49	53	57	61	65	69
13	1		4	8	12	16	20	24	28	33	37	41	45	50	54	59	63	67	72	76
14	1		5	9	13	17	22	26	31	36	40	45	50	55	59	64	67	74	78	83
15	1		5	10	14	19	24	29	34	39	44	49	54	59	64	70	75	80	85	90
16	1		6	11	15	21	26	31	37	42	47	53	59	64	70	75	81	86	92	98
17	2		6	11	17	22	28	34	39	45	51	57	63	67	75	81	87	93	99	105
18	2		7	12	18	24	30	36	42	48	55	61	67	74	80	86	93	99	106	112
19	2		7	13	19	25	32	38	45	52	58	65	72	78	85	92	99	106	113	119
20	2		8	13	20	27	34	41	48	55	62	69	76	83	90	98	105	112	119	127



**O.R.S.T.O.M.**

*Direction générale :*

24, rue Bayard - 75008 PARIS

*Service des Publications :*

70-74, route d'Aulnay - 93140 BONDY

*Laboratoire d'Hydrobiologie :*

B.P. 1434 - BOUAKÉ (Côte-d'Ivoire)

---

Imp. S.S.C. Bondy  
O.R.S.T.O.M. Éditeur  
Dépôt légal :