

Paris, 26 juin 2024

Journée d'étude « Les sciences mathématiques dans l'Encyclopédie »



**Les articles de D'Alembert sur les courbes dans l'Encyclopédie :  
synthèse et intégration des savoirs vivants**

Thierry JOFFREDO,

membre associé équipe Histoire des sciences mathématiques, IMJ-PRG

# 1 - Délimitation du corpus

**Première étape : rechercher, via l'*ENCCRE*, les articles de l'*Encyclopédie* relatifs à la théorie des courbes planes, signés, attribués ou attribuables à D'Alembert.**

Recherche (courbe\* OU conique\* OU spirale\* OU hyperbole\* OU parabole\* OU ellipse\*)  
parmi les articles signés par D'Alembert ou attribués à D'Alembert

+

Recherche (courbe\* OU conique\* OU spirale\* OU hyperbole\* OU parabole\* OU ellipse\*)  
parmi les articles anonymes et non attribués, dans les domaines Géométrie, Algèbre,  
Mathématiques, Arithmétique, Mécanique, Optique, Trigonométrie...

# 1 - Délimitation du corpus

Recherche plein texte des termes (courbe\* permet de rechercher courbe, courbes)

Articles signés ou attribués à D'Alembert + anonymes

Édition Numérique Collaborative et Critique de l'Encyclopédie (1751-1772)

Volumes Nomenclature Contributeurs Domaines

Recherche plein-texte dans l'Encyclopédie

Documentation

Rechercher

Textes correspondants trouvés : [ 1 .. 100 ] / 189

Volumes	volume	page(s)	Forme(s) explicitée(s)	domaine(s)	contributeur(s)
• Vol. IV (38) • Vol. I (19) • Vol. XI (18) ▶ Plus d'éléments	ABSCISSE	Vol. I p. 39b-40a (-1 p. / 2 cols.)		Géométrie	D'Alembert

Domaines :  
Géométrie  
Algèbre  
Trigonométrie  
Mathématiques  
etc.  
ou non rattachés à un domaine

Liste des résultats et export au format CSV

# 1 - Délimitation du corpus

## Dépouillement et sélection des articles à conserver dans le corpus

Élimination des articles jugés trop éloignés du sujet (théorie mathématique des courbes planes) : ABERRATION, Action (en mécanique), AIR, AJUTAGE, ANAMORPHOSE, ANDROIDE, Ancre, ANGLE, ANSE, ANTIPODES, APPARENT, Arc-en-ciel, Ardent (miroir), ATMOSPHERE, Aube, BALANCE, BALISTIQUE, BAROMETRE, BINOME, CADRAN, CAMBRER, CAPOTAGE, CARTE, CARTE MARINE, CARTÉSIANISME, CARTOUCHE...

Au final, **191 articles retenus dans le corpus**, dont :

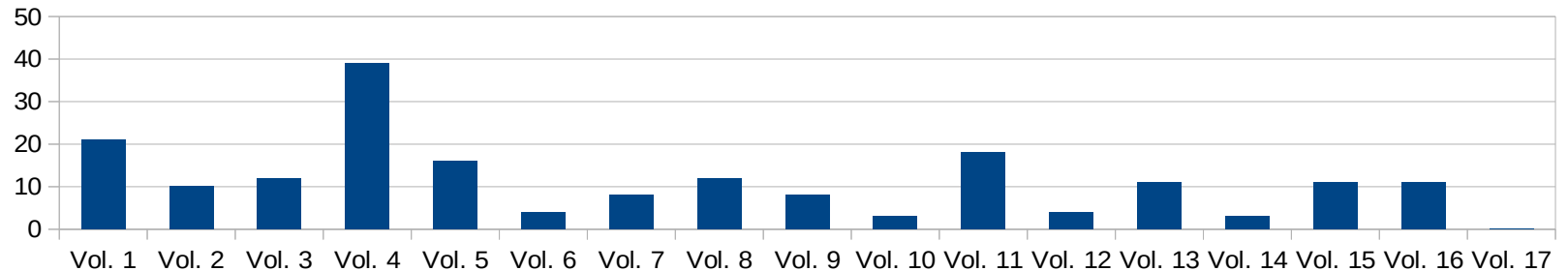
- 181 articles signés ou attribués à D'Alembert (sur les quelque 1700 qui représentent sa contribution à l'*Encyclopédie*) ;
- 10 articles anonymes que l'on peut lui attribuer avec plus ou moins de certitude

## 2 - Description du corpus

### Répartition des 191 articles retenus

**Par domaines** : 149 articles rattachés au domaine Géométrie, 12 au domaine Algèbre (dont 4 communs avec le domaine Géométrie), 6 au domaine Mathématiques, 5 au domaine Mécanique, 4 au domaine Optique (dont 2 communs avec le domaine Géométrie) 3 au domaine Trigonométrie, 3 au domaine Arithmétique (dont 1 commun avec le domaine Géométrie), 3 en Philosophie, 2 en Géographie, 1 en Physique, 1 en Hydraulique, 1 en Jardinage, 1 en Perspective, et 7 articles non rattachés à un domaine.

**Par volumes** :  
Plus de la  
moitié dans  
les 5 premiers  
volumes.



## 3 – Étude d'attribution d'articles non signés

Les dix articles à examiner sont les suivants :

- ASYMPTOTE,
- CONTRE-DIAMÈTRE (article-renvoi vers DIAMÈTRE),
- DIVERGENTE (parabole & hyperbole),
- FAMILLE DE COURBES (article-renvoi vers COURBE),
- PARABOLOIDE DEMI-CUBIQUE,
- REBROUSSEMENT,
- SOUS-NORMALE (article-renvoi vers SOUS-PERPENDICULAIRE),
- SOUS-PERPENDICULAIRE,
- SOUSTANGENTE,
- TOUCHANTE

### 3 – Étude d'attribution d'articles non signés

**ASYMPTOTE** : cet article est un article de mathématiques, suivi d'un article de la même matière signé (O), renvoyant vers des articles signés par D'Alembert, et plusieurs articles de D'Alembert renvoient vers ASYMPTOTE.

**Divergente (Parabole & Hyperbole)** : c'est un article de mathématiques, renvoyant vers des articles signés par D'Alembert.

Dans l'article COURBE de D'Alembert, on trouve : “...*celle dont les branches tendent du même côté, il la nomme hyperbole convergente : celle dont les branches ont des directions contraires, hyperbole divergente...*”.

La proximité avec l'article « Convergent : hyperbole convergente », signé par D'Alembert, est également un indice intéressant.

### 3 – Étude d'attribution d'articles non signés

**PARABOLOÏDE DEMI-CUBIQUE** : cet article est un article de mathématiques, qui **suit** un article (PARABOLOÏDE) de la même matière signé (O), dans un corpus circonscrit d'articles portant sur les coniques et/ou courbes planes. La Chapelle signe un article qui fait doublon :

« *Semi-cubique, adj. en Géométrie, une parabole semi-cubique est une courbe du second genre, dans laquelle les cubes des ordonnées sont comme les quarrés des abscisses. Voyez Parabole. On l'appelle autrement seconde parabole cubique. (E)* »

**REBROUSSEMENT** : Dans la dernière phrase, l'auteur revendique être « *le premier qui ait démontré invinciblement l'existence de ces points, que d'habiles géometres avoient attaquée* », mentionnant la reconnaissance de cette priorité par une publication par Leonhard Euler dans les mémoires de l'Académie de Berlin. De plus, dix parmi les onze articles ou parties d'articles qui contiennent un renvoi vers cet article REBROUSSEMENT sont signés D'Alembert ou lui sont attribués, et il renvoie vers un unique article INFLEXION dont la section *Point d'inflexion d'une courbe* est elle-même de la main de D'Alembert.



### 3 – Étude d'attribution d'articles non signés

**SOUS-PERPENDICULAIRE, SOUSTANGENTE** : Ce sont des articles de mathématiques, qui font partie d'un corpus délimité sur les courbes planes, proches sur la forme de l'article RESECTE signé (O). Les articles qui renvoient vers ces deux entrées sont PARABOLE et HYPERBOLE, signés D'Alembert, et ils renvoient vers des articles signés par D'Alembert (COURBE, TANGENTE).

Attention : plusieurs articles de D'Alembert (ELLIPSE, PARABOLE, RESECTE...) parlent de "soûtangente" et/ou renvoient vers SOUTANGENTE, cette graphie étant différente de celle de cette vedette.

**TOUCHANTE** : C'est un article de mathématiques, qui fait partie d'un corpus délimité sur les courbes planes. Dans le domaine des mathématiques et de la géométrie, seuls trois articles attribués à D'Alembert, ou signés par lui, utilisent ce mot (ATTOUCHEMENT, SERPENTEMENT, Point simple d'une courbe)

## 4 - Analyse du corpus

### D'Alembert traducteur :

« Le détail donné par la correspondance est donc essentiel puisque l'académicien nous apprend qu'en avril 1746 il se livre à une activité tranquille, censée ne pas lui attirer d'« ennemis » (lettre 46.03) : la traduction « à la colonne » de parties de la *Cyclopædia* de Chambers, au moins depuis décembre 1745. De ce qu'il écrit dans la lettre 46.04, nous pouvons reconstituer qu'il est rétribué 12 livres tournois pour cinq colonnes et qu'il traduit une colonne par jour (voir I. Passeron, « Quelle(s) édition(s) de la *Cyclopædia* les encyclopédistes ont-ils utilisée(s) ? », p. 288). Comment ce travail est-il organisé, qui répartit les articles et comment, quelle(s) édition(s) de la *Cyclopædia* sont utilisées, nous l'ignorons et ne pouvons en avoir une idée qu'en comparant l'état final des articles de D'Alembert à ces éditions. »

## 4 - Analyse du corpus

### D'Alembert auteur et éditeur d'articles « mathématiques » :

« C'est donc essentiellement les contributions mêmes de D'Alembert qui nous apprennent comment il a travaillé, à partir d'une traduction de la *Cyclopædia* qu'il a nécessairement remaniée, si ce n'est faite (d'après les dates et les montants des rétributions perçues). De nombreuses parties de ses ouvrages scientifiques (Traité de dynamique, 1743 ; Traité des fluides, 1744 ; Précession des équinoxes, 1747 ; Recherches sur le système du monde, 1754-1756, etc.) sont sollicitées, sans que l'ordre de rédaction soit toujours facile à restituer. Et sur un certain nombre de points importants, comme il le déclare lui-même, D'Alembert a fait la synthèse, à la fois des connaissances de l'époque, et de ses propres réflexions épistémologiques. »

## 4 - Analyse du corpus

**Première option méthodologique (grossière) : comparaison des articles sur les courbes planes signés ou attribués à D'Alembert dans l'*Encyclopédie* avec la *Cyclopaedia* de Chambers (5<sup>e</sup> édition, 1741-1743) pour identifier différents régimes d'intégration de savoirs vivants, et essai de typologie de ces articles :**

- a) Nomenclature : identification des nouvelles entrées (environ une soixantaine !)
- b) Traductions simples (très rares) / Reformulations complètes
- c) Traductions avec précisions notionnelles et/ou lexicales, légères corrections
- d) Traductions avec mises à jour historiques et/ou bibliographiques significatives
- e) Le « grain de sel » de D'Alembert : points de vue et jugements personnels, affirmation de priorités

## 4a – Nouvelles entrées / acceptions dans la nomenclature

AFFECTION, ALLEES DE JARDIN, Application de l'Algèbre ou de l'Analyse à la Géométrie, Application de la Géométrie & de l'Algèbre à la Mécanique, Application de la Géométrie à l'Algèbre, Arithmétique universelle, ATTOUCHEMENT, BAISER, BRACHYSTOCHRONE, Branche de courbe, CASCADE, CASSINOIDE, Circulation, Conjuguées (hyperboles), Hyperbole circonscrite, CONTACT, CONTINGENCE, Continuité (Loi de), CONTREDIAMETRE, Convergent (hyperbole convergente), COORDONNÉES, CÔTÉ, Courbe polygone, Courbe des arcs, Courbe des sinus, Cours d'une courbe, Croissant, CRUCIFORME, DÉCOUVERTE, DÉCRIRE, Défectif, Degré de longitude, Équation différentielle, Méthode différentielle, Élastique, Ellipse de M. Cassini, Espèce, ESSIEU, FLUXIO-DIFFÉRENTIEL, FOLIUM, GÉNÉRATEUR, HÉLICOSOPHIE, Identique, LEMNISCATE, LEMNISCEROS, Logarithmique spirale, Multiple, Noeud, Origine, [ORTHOGONAL], OSCULATEUR, Paraboloïde demi-cubique, [PARALLÉLOGRAMME], Point simple d'une courbe, [POLE], RESECTE, SERPENTEMENT, [SINUS], TAUTOCHRONE, TOUCHANTE, TRAJECTOIRE, Transformation des axes.

## 4a – Nouvelles entrées [acceptions] dans la nomenclature

**Mise en valeur de champs de savoir en formation ou en consolidation** : Application de... , Arithmétique universelle, Équation différentielle, Méthode différentielle

**Notions « émergentes » de la théorie des courbes** :

- Branche de courbe, Point simple d'une courbe / Multiple, ORDRE,
- [ORTHOGONAL], [PARALLÉLOGRAMME]
- ATTOUCHEMENT / BAISER / CONTACT / OSCULATEUR
- SERPENTEMENT, LEMNISCEROS, Noeud, COORDONNÉES, Croissant, DÉCRIRE, Degré de longitude, Origine... mais aussi un simple article-renvoi comme CONTREDIAMETRE

**Noms ou qualificatifs de courbes** : BRACHYSTOCHRONE, CASSINOIDE, Conjuguées (hyperboles), Hyperbole circonscrite, CRUCIFORME, Défectif, Élastique, Ellipse de M. Cassini, FOLIUM, LEMNISCATE, LOGARITMIQUE, Logarithmique spirale, Paraboloides demi-cubique, TAUTOCHRONE, TRAJECTOIRE

## 4a – Nouvelles entrées [acceptations] dans la nomenclature mise en valeur de champs de savoir en construction

1 ARITHMÉTIQUE UNIVERSELLE ; c'est ainsi que M. Newton appelle l'Algebre, ou calcul des grandeurs en général ; & ce n'est pas sans raison que cette dénomination lui a été donnée par ce grand homme, dont le génie également lumineux & profond paroît avoir remonté dans toutes les sciences à leurs vrais principes metaphysiques. En effet,

27 M. Newton nous a donné sur l'Algebre un excellent Ouvrage, qu'il a intitulé *Arithmetica universalis*. Il y traite des regles de cette science, & de son application à la Géométrie. Il y donne plusieurs méthodes nouvelles, qui ont été commentées pour la plûpart par M. s'Gravesande dans un petit ouvrage très-utile aux commençans, intitulé *Elementa algebræ*, & par M. Clairaut dans ses élémens d'Algebre, Voyez à l'article [ALGEBRE](#) les noms de plusieurs autres auteurs, qui ont traité de cette science : nous croyons que l'ouvrage de M. s'Gravesande, celui du P. Lamy, la *science du calcul* du P. Reyneau, l'*analyse démontrée* du même auteur, & l'*Algebre* de Saunderson publiée en Anglois, sont en ce genre les ouvrages dont les jeunes gens peuvent le plus profiter ; quoique dans plusieurs de ces traités, & peut-être dans tous, il reste bien des choses à desirer. Sur la maniere d'appliquer l'Algebre à la Géométrie, c'est-à-dire de réduire en équation les questions géométriques : nous ne connoissons rien de meilleur ni de plus lumineux que les regles données par M. Newton, *p. 82. & suiv.* de son *arithm. univ.* édition de Leyde 1732. *jusqu'à la pag. 96.* elles sont trop précieuses pour être abrégées, & trop longues pour être inserées ici dans leur entier ; ainsi nous y renvoyons nos lecteurs. Nous dirons seulement qu'elles peuvent se réduire à ces deux regles.

## 4a – Nouvelles entrées [acceptations] dans la nomenclature notions « émergentes » dans la théorie des courbes

- 1 BRANCHE *de courbe* (terme de Géométrie). Pour entendre ce que c'est que *branche* de courbe, imaginez une courbe géométrique, dont on ait l'équation en  $x$  & en  $y$ ,  $x$  représentant les abscisses, &  $y$  les ordonnées. (Voyez COURBE, ABSCISSE, ORDONNÉE, &c.) Il est évident,
- 2 1°. Qu'en prenant  $x$  positive,  $y$  aura un certain nombre de valeurs correspondantes à la même valeur de  $x$ .
- 3 2°. Qu'en prenant  $x$  négative,  $y$  aura de même un certain nombre de valeurs correspondantes à la même  $x$ .
- 4 Or la courbe a autant de *branches* que  $y$  a de valeurs répondantes aux  $x$  tant positives que négatives. Voyez à l'article COURBE pourquoi les ordonnées positives se prennent du même côté de l'abscisse, & les négatives du côté opposé.
- 5 Au reste il est bon d'observer que les Géomètres n'ont pas encore bien fixé la signification du mot *branche*. Par exemple, soit une courbe qui ait pour équation  $y = \frac{xx}{6a} + x + \frac{5}{6}a$ , on regarde d'ordinaire cette courbe comme n'ayant qu'une seule *branche*, parce que  $y$  n'a qu'une seule valeur. Cependant cette *branche* est quelquefois comptée pour deux, parce qu'elle s'étend à l'infini du côté des  $x$  positives, & du côté des  $x$  négatives. *Introd. à l'analyse des Lignes courbes par M. Cramer.*
- 6 On appelle *branche infinie* une *branche* de courbe qui s'étend à l'infini.
- 7 L'hyperbole & la parabole ont des *branches* infinies. Mais le cercle & l'ellipse n'en ont point ; ce sont deux courbes qui rentrent en elles-mêmes.
- 8 Les *branches infinies* d'une courbe sont ou *paraboliques* ou *hyperboliques*.



## 4a – Nouvelles entrées [acceptions] dans la nomenclature notions « émergentes » dans la théorie des courbes

24 Quand les Géometres disent qu'un *parallélogramme* est le produit de sa base par sa hauteur, ils ne veulent pas dire par-là, comme quelques-uns se l'imaginent, qu'une surface est le produit de deux lignes droites ; car on ne multiplie point une ligne droite par une ligne droite, parce qu'on ne multiplie jamais deux concrets l'un par l'autre (voyez [CONCRET](#)) ; ce langage des Géometres est une façon de parler abrégée, que j'ai expliquée à la fin de l'*art. ÉQUATION*, tom. V. p. 854. col. 2. (O)

25 *Regle du parallélogramme.* On appelle ainsi une regle imaginée par M. Newton, & dont voici l'usage : supposons qu'on ait une équation algébrique ordonnée en  $x$  & en  $y$ , on demande la valeur de  $y$  en  $x$  lorsque  $x = 0$ , & lorsque  $x = \infty$ . Pour cela on dispose en cette sorte dans un *parallélogramme* tous les / termes de l'équation, &c. on remplit par des \* les

27 termes qui devoient se trouver dans l'équation & qui ne s'y trouvent pas ; & par le moyen d'une regle qu'on applique à ce *parallélogramme*, ensorte qu'elle passe par deux ou plusieurs termes qui sont en ligne droite, & qu'elle laisse tous les autres termes au-dessus ou au-dessous, ou à gauche ou à droite, on trouve la solution du problème. Par exemple, dans le cas présent, si  $x = 0$ , les termes de dessous  $a$ ,  $cy$ ,  $ly^2$ , &c. tous couverts par la regle, donnent la valeur de  $y$ , en faisant  $a + cy + ly^2 + \&c. = 0$ . Si le terme  $a$  manquoit, on auroit à la fois  $bx + cy = 0$ , &  $cy + ly^2 + my^3 = 0$ . Si  $x = \infty$ , les termes supérieurs  $hx^5 + my^3 = 0$ , couverts par la regle, & au-dessous desquels tombent tous les autres, donnent  $y^3 = \frac{hx^5}{m}$ . On peut voir dans les *usages de l'analyse de Descartes* de M. l'abbé de Gua, & dans l'*introduction à l'analyse des lignes courbes* de M. Crammer, la démonstration, les différens usages, & les applications de cette regle, suivant les cas qui peuvent se présenter ; il suffit ici d'en donner l'esprit. Il est bon d'observer que MM. de Gua & Crammer transforment le *parallélogramme* en un triangle qu'ils appellent *analytique*, ce qui ne change rien au fond.

## 4a – Nouvelles entrées [acceptations] dans la nomenclature notions « émergentes » dans la théorie des courbes

- 1 SERPEMENT, s. m. (*Géom.*) partie d'une courbe qui va en serpentant.
  - 2 Le caractere du *serpement* est que la courbe peut être coupée en 4 points, par une même ligne droite ; ainsi les *serpements* ne peuvent se trouver que dans les lignes du quatrieme ordre. Voyez [COURBE](#) & [EQUATION](#).
  - 3 On appelle *serpement* infiniment petit, celui où on peut imaginer une ordonnée, qui étant supposée touchante de la courbe, y ait 4 valeurs égales, ou davantage ; par exemple le courbe qui a pour équation  $y = \sqrt[4]{x}$  a un *serpement* infiniment petit à son origine, puisque si on transporte l'origine à une distance  $=a$ , en conservant toujours les  $x$ , on aura en faisant  $y=2-a$ , l'équation  $\sqrt[4]{2-a^4}$ , qui donne lorsque  $x=0$ , quatre valeurs de 2, toute égales à  $a$ .
  - 4 C'est pourquoi un point d'un courbe sera un *serpement* infiniment petit, si en transportant l'origine en ce point, & rendant les nouvelles ordonnées  $u$  paralleles à la tangente en ce même point, on a en ce point  $u^4 = Az^3$ , 3 étant un nombre impair quelconque  $< 4$ .
  - 5 Si on avoit  $u^5 = Az^3$ , le point de *serpement* seroit avec inflexion, si on avoit  $u^6 = Az^3$ , le point de *serpement* seroit double ; si  $u^7 = Az^3$ , il seroit double avec inflexion, & ainsi de suite. Voyez le *traité des courbes* de M. Cramer. (O)
- 
- 1 LEMNISCEROS, s. m. (*Géom.*) quelques géometres ont donné ce nom à une courbe ou portion de courbe, dont on voit la figure, *Pl. d'analyse, fig. 12, n° 2*. d'autres l'ont appelé *nœud* ou *las d'amour*. (O)

## 4a – Nouvelles entrées [acceptations] dans la nomenclature noms ou qualificatifs de courbes

1 CRUCIFORME, adj. (*Géom.*) hyperbole *cruciforme*, est une hyperbole du troisième ordre, ainsi appelée par M. Newton, parce qu'elle est formée de deux branches qui se coupent en forme de croix. Voyez [COURBE](#). (O)

1 *FOLIUM* de Descartes, ou simplement *FOLIUM*, s. m. (*Géométrie.*) nom latin, & qui signifie *feuille*. On appelle ainsi une courbe du second genre ou ligne du troisième ordre *KAODR*, représentée *fig. 45. Analys.* & dont la partie *AOD* ressemble à-peu-près à une feuille, ce qui lui a fait donner le nom de *folium*.

2 Soient les coordonnées *AB*, *x*, *BC* ou *BD*, *y*, l'équation de cette courbe sera  $x^3 + y^3 = axy$  ; les axes *AB*, *AF*, touchant la courbe en *A*. Pour donner à cette équation une forme plus commode, qui fasse découvrir aisément la figure de la courbe, je divise en deux également l'angle *FAB* par la ligne *AO*, & j'imagine les nouvelles coordonnées rectangles *AP*, *z* & *PC*, *u*, j'aurai, comme il est très aisé de le prouver,  $x = \frac{z+u}{\sqrt{2}}$ , &  $y = \frac{z-u}{\sqrt{2}}$  (voyez [TRANSFORMATION DES](#)

1 LEMNISCATE, s. f. (*Géomét.*) nom que les Géomètres ont donné à une courbe qui a la forme d'un 8 de chiffre. Voyez *fig. 41.* de l'analyse.

2 Si on nomme *AP*, *x*, & *PM* = *y*, & qu'on prenne une ligne constante *BC* = *a*, la courbe qui aura pour équation  $ay = x\sqrt{aa - xx}$ , sera une *lemniscate*. Cette courbe sera du quatrième degré, comme on le voit aisément en faisant évanouir le radical. Car on aura  $a^2yy = aaxx - x^4$  ; & d'ailleurs il est facile de voir que toute *lemniscate* est nécessairement du quatrième degré au-moins, puisqu'une ligne droite qui passeroit par le point double *A*, couperoit cette courbe en

## 4b – Traductions simples et reformulations complètes

**Rares sont les simples traductions de Chambers, sans intervention ou presque :** CENTRE d'une section conique, ELLIPTOIDE, HÉLICOIDE, HYPERBOLOIDE, LATUS RECTUM, POINT en Géométrie, PUISSANCE en arithmétique, Punctum ex comparatione, RECTIFICATION, Triangle différentiel.

**Quelques reformulations complètes :** FOYER, GÉOMÉTRIE, POINT double, triple, quadruple, ou en général point multiple, REDONDANT, Sommet d'une courbe, SPIRALE, TRANSMUTATION, TRIDENT

## 4b – Traductions simples et reformulations complètes

POINT, en Géométrie (D'Alembert traduit POINT of contrary flexure et POINT, Punctum)

- 7 Ce sont des problèmes fort communs que de tirer une parallèle, une perpendiculaire, une tangente, &c. d'un *point* donné. Voyez [PARALLELE](#), [PERPENDICULAIRE](#), [TANGENTE](#), &c. (E)
- 8 On appelle, dans la haute Géométrie, *point d'inflexion*, celui où une courbe se plie ou se fléchit dans un sens contraire à celui où elle étoit auparavant ; quand elle tourne, par exemple, sa convexité vers son axe ou quelqu'autre *point* fixe du côté duquel elle tournoit sa concavité. Voyez [COURBE](#) & [INFLEXION](#).
- 9 Quand la courbe revient vers le côté d'où elle est partie, le *point* où elle commence ce retour est appelé *point de rebroussement*. Voyez [REBROUSSEMENT](#) & [COURBE](#).
- 10 En Physique, on appelle *point*, *punctum*, le plus petit objet sensible à la vûe : on le marque avec une plume, la pointe d'un compas, &c.
- 11 C'est ce que l'on appelle vulgairement un *point physique*, qui a réellement des parties ; quoique l'on n'y ait pas d'égard, toutes les grandeurs physiques sont composées de ces *points*. Voyez [GRANDEUR](#).
- 12 Ce *point physique* est ce que M. Locke appelle le *point sensible*, & ce qu'il définit la moindre particule de la matiere ou de l'espace, que nous puissions discerner. Voyez [VISION](#). Chambers.

## 4b – Reformulations complètes

### GÉOMÉTRIE

1 GÉOMÉTRIE, s. f. (*Ordre encycl. Entend. Rais. Philosoph. ou Science, Science de la Nat. Mathém. Mathém. pures, Géométrie.*) est la science des propriétés de l'étendue, en tant qu'on la considère comme simplement étendue & figurée.

2 Ce mot est formé de deux mots grecs, γῆ ou γαῖα, *terre*, & μέτρον, *mesure* ; & cette étymologie semble nous indiquer ce qui a donné naissance à la *Géométrie* : imparfaite & obscure dans son origine comme toutes les autres sciences, elle a commencé par une espèce de tâtonnement, par des mesures & des opérations grossières, & s'est élevée peu-à-peu à ce degré d'exactitude & de sublimité où nous la voyons.

20 L'histoire abrégée que nous venons de donner est plus que suffisante dans un ouvrage tel que le nôtre, où nous devons principalement nous attacher à faire connaître les inventeurs, non les inventeurs en détail à qui la *Géométrie* doit quelques propositions particulières & isolées, mais les esprits vraiment créateurs, les inventeurs en grand qui ont ouvert des routes, perfectionné l'instrument des découvertes, & imaginé des méthodes. Au reste en finissant cette histoire, nous ne pouvons nous dispenser de remarquer à l'honneur de notre nation, que si la *Géométrie* nouvelle est principalement dûe aux Anglois & aux Allemands, c'est aux François qu'on est redevable des deux grandes idées qui ont conduit à la trouver. On doit à Descartes l'application de l'Algebre à la *Géométrie*, sur laquelle le calcul différentiel est fondé ; & à Fermat, la première application du calcul aux quantités différentielles, pour trouver les tangentes : la *Géométrie* nouvelle n'est que cette dernière méthode généralisée. Si on ajoute à cela ce que les François actuellement vivans ont fait en *Géométrie*, on conviendra peut-être que cette science ne doit pas moins à notre nation qu'aux autres.

**GÉOMÉTRIE\***, the science, or doctrine of extension, or extended things; that is, of lines, surfaces, and solids. See **LINE, SURFACE, and SOLID.**

γεωμετρία, formed of γη, *terra*, earth, to measure; it being the necessity of measuring the parts and places thereof, that gave the invention of the principles and rules of this science. It has been extended and applied to numerous other sciences, such that *geometry*, with arithmetic, are the foundation of all mathematics. See **MATHE-**

**MATHE-**

divided into four parts, or branches; **arithmetic, astronomy, geometry, and stereometry.** See **ARTICLE, PLANIMETRY, ALTIMETRY, and STEREOMETRY.** It is distinguished into *theoretical*, or *specu-*

## 4b – Reformulations complètes

### DOUBLE Point

DOUBLE Point, in the higher geometry.—When all the right lines tending the same way with the infinite leg of any curve, do cut it in one only point, (as happens in the ordinates of the cartesian, and the cubical parabola, and in the right lines which are parallel to the abscisses of hyperbola's, and parabola's;) then you are to conceive, that those right lines pass through two other points of the curve, placed (as I may say) at an infinite distance. Which coincident intersection, whether it be a finite, or an infinite distance, Sir Isaac Newton calls the *double point*. See CURVE.

- 1 DOUBLE, (*Point*) est un terme fort en usage dans la *haute Géométrie*. Lorsqu'une courbe a deux branches qui se coupent, le point où se coupent ces branches est appelé *point-double*. On trouve des *points doubles* dans les lignes du troisième ordre & dans les courbes d'un genre plus élevé. Il n'y en a point dans les sections coniques. Voyez COURBE.
- 2 Si on cherche la tangente d'une courbe au point *double*, par la méthode que l'on verra à l'art. TANGENTE, l'expression de la sous-tangente devient alors  $\frac{0}{0}$ . On trouvera dans la *section neuvième des infiniment petits* de M. de l'Hôpital, ce qu'il faut faire alors pour déterminer la position de la tangente ; & on peut voir aussi plusieurs remarques importantes sur cette matière dans *les mém. de l'acad. de 1716 & 1723*, ainsi que dans *les usages de l'analyse de Descartes*, par M. l'abbé de Gua, & dans *les mém. de l'académie de 1747*. Nous parlerons de tout cela plus au long au mot TANGENTE, où nous expliquerons en peu de mots la méthode des tangentes aux points multiples. En attendant, voyez les ouvrages cités. (O)

## 4c - Traductions avec précisions notionnelles et/ou lexicales,

**D'Alembert traduit Chambers mais précise une notion, indique la désuétude d'un terme et donne des synonymes, apporte une correction légère :**

ABSCISSE, AFFECTION, APPLIQUÉE, APPROCHE, ASYMPTOTE, AXE, CERCLE, DEMI-ORDONNÉES, DIACAUSTIQUE, DIAMÈTRE, EFFECTION, EQUILATÉRAL ou ÉQUILATÈRE, ESSIEU, FORMATION, GENRE, HÉLICE, HYPERBOLE, Latus transversum, LOCAL, ORDONNÉE, OSCULATION, Ovale, PARABOLE, PARABOLIQUE, PARABOLOIDE, PARAMÈTRE, POINT SIMPLE, QUADRATRICE, QUADRATURE, Quadrature du cercle, RADIAL, ROBERVALLIENNES Lignes, SOUS-PERPENDICULAIRE, SOUSTANGENTE, TOUCHANTE



## 4c – Renouveau du lexique, synonymes

1 AFFECTION, terme qu'on employoit autrefois en Géométrie, pour désigner une propriété de quelque courbe. *Cette courbe a telle affection, est la même chose que cette courbe a telle propriété.* V. COURBE. (O)

1 DEMI-ORDONNÉES, s. f. pl. en Géométrie ; ce sont les moitiés des ordonnées ou des appliquées.

2 Les *demi-ordonnées* sont terminées d'un côté à la courbe, & de l'autre à l'axe de la courbe, ou à son diamètre, ou à quelque autre ligne droite. On les appelle souvent *ordonnées* tout court. Voyez ORDONNÉES. (O)

1 HÉLICE, est la même chose que *spirale* ; mais ce dernier mot est plus usité. Voyez SPIRALE. (O)

6 On se sert encore du mot *degré* en parlant des courbes. On dit qu'une courbe est du second *degré*, lorsque la plus haute dimension des deux inconnues ou d'une seule, est 2 ; du troisième *degré*, lorsque cette plus haute dimension est 3. Voyez COURBE. Au lieu du mot *degré*, on se sert quelquefois de celui de *genre* ; courbe du second genre est la même chose que courbe du second *degré*.

1 ESSIEU, s. m. (*Méchan.*) appelé aussi chez les anciens *cathete*, est la même chose qu'*axe*. Voyez AXE & CATHETE.

2 On ne se sert plus de ce terme qu'en parlant des roues, pour désigner la ligne autour de laquelle elles tournent ou sont censées tourner. Voyez ROUE.

3 *Essieu dans le tour*, est la même chose qu'*axe dans le tambour*. Voyez ce mot. Voyez aussi TOUR, TREUIL, CABESTAN.

4 Les anciens Géomètres François, par exemple Descartes dans sa Géométrie, donnent le nom d'*essieu* à l'*axe des courbes*. Voyez AXE & COURBE. (O)

## 4c – Précision d'une notion

- 1 ASYMPTOTE, *Asymptotus*, s. f. terme de Géométrie. Quelques auteurs définissent l'*asymptote* une ligne indéfiniment prolongée, qui va en s'approchant de plus en plus d'une autre ligne qu'elle ne rencontrera jamais. Voyez [LIGNE](#).
- 2 Mais cette définition générale de l'*asymptote* n'est pas exacte, car elle peut être appliquée à des lignes qui ne sont pas des *asymptotes*. Soit (*fig. 20. n°. 2. sect. con.*) l'hyperbole *KSL* ; son axe *CM* ; son axe conjugué *AB*. On sait que si du centre *C*, on mène les droites indéfinies *CD*, *CE*, parallèles aux lignes *BS*, *AS*, tirées du sommet *S* de l'hyperbole, aux extrémités de son axe conjugué : ces lignes *CD*, *CE*, seront les *asymptotes* de l'hyperbole *KSL*.
- 3 Soient tirées les parallèles *fg*, *hi*, &c. à l'*asymptote* *CD* ; il est évident que ces parallèles indéfiniment prolongées, vont en s'approchant continuellement de l'hyperbole qu'elles ne rencontreront jamais. La définition précédente de l'*asymptote* convient donc à ces lignes ; elle n'est donc pas exacte.
- 4 Qu'est-ce donc qu'une *asymptote* en général ? C'est une ligne, qui étant indéfiniment prolongée s'approche continuellement d'une autre ligne aussi indéfiniment prolongée, de manière que sa distance à cette ligne ne devient jamais zéro absolu, mais peut toujours être trouvée plus petite qu'aucune grandeur donnée.

## 4c – Précision d'une notion

- 1 OVALE, (*Géom.*) est une figure curviligne oblongue, dont les deux diamètres sont inégaux, ou une figure renfermée par une seule ligne courbe, d'une rondeur non uniforme, & qui est plus longue que large, à-peu-près comme un œuf, *ovum*, d'où lui est venu le nom d'*ovale*. Voyez ALLONGÉ.
- 5 Voici une manière de décrire une espèce d'*ovale*. Ayant décrit (*fig. 25 sect. con.*) les deux cercles *AC*, soient tirées deux lignes *AE*, *CE*, telles que  $CE = AE + AB - CD$ . Il est constant que  $AE + AB$ , sera  $= CE + CD$  ; & qu'ainsi du centre *E*, & du rayon *ED*, on pourra décrire un arc *BD*, qui touchera les deux cercles en *B* & en *D*. Si on en fait autant de l'autre côté, on aura l'*ovale* complete *BDdb*.
- 6 Si les deux cercles *A*, *C*, sont inégaux, alors l'*ovale* sera plus large à une extrémité qu'à l'autre. S'ils sont égaux, elle sera également large à ses deux extrémités. Il y a des géomètres qui, dans ce dernier cas, regardent l'*ovale* ainsi décrite, comme une ellipse ; mais il est aisé de prouver qu'ils se trompent, car l'ellipse n'est point composée d'arcs, de cercles. Voyez ELLIPSE. (*O*)

1 PARABOLE, s. f. en *Géométrie* ; est une figure qui naît de la section du cône, quand il est coupé par un plan parallèle à un de ses côtés. Voyez SECTION & CONIQUE, voyez aussi la *fig. 10 des coniques*.

2 M. Wolf définit la *parabole*, une courbe dans laquelle  $ax = y^2$ , c'est-à-dire, dans laquelle le carré de l'ordonnée est égal au rectangle de l'abscisse & d'une ligne droite donnée, qu'on appelle *paramètre de l'axe*, ou *latus rectum*. Voyez PARAMÈTRE.

17 C'est une erreur que de regarder (comme l'ont fait quelques géomètres) l'équation  $a^m x^n = y^t$ , comme l'équation d'une seule & unique *parabole*, lorsque *n* & *t* sont tous deux pairs. Car, par exemple, soit  $y^4 = a^2 x^2$ , cette équation se décompose en ces deux-ci  $y^2 = ax$  &  $y^2 = -ax$  ; ce qui donne le système de deux *paraboles* apolloniennes, qui ont des directions opposées, & qui se touchent par leur sommet, en tournant leur convexités l'une vers l'autre. En général l'équation d'une courbe n'appartient proprement à une seule & même courbe que quand on ne peut pas la décomposer en deux ou plusieurs autres équations, sur quoi voyez l'article COURBE ; voyez aussi CONJUGUÉ.

## 4d – Traductions avec mises à jour historiques et bibliographiques

**D'Alembert traduit Chambers mais apporte des compléments historiques et bibliographiques :**

ALGEBRE, ALLEES DE JARDIN, AMBIGENE, ANALYSE, ANGUINÉE, ANACLASTIQUE, APOLLONIEN, CENTRE d'une courbe de genre plus élevé, CISOÏDE, CONIQUE (section conique), COURBE / Courbe polygone, CYCLOÏDE, DÉVELOPPÉES et Développée imparfaite, Méthode différentielle, DOUBLE (Point), DUPLICATION, EPICYCLOIDE, INFINI, Inflexion, INTÉGRAL, ISOCHRONE, ISOPÉRIMÈTRE, Lieu géométrique, MAXIMUM, Ombre en perspective, PARACENTRIQUE, SÉRIE ou SUITE, TANGENTE, TRISECTION, TROCHOIDE

## 4d – Traductions avec mises à jour historiques et bibliographiques

- 1 ALGEBRE, s. f. (*Ordre Encyclopédique : Entendement, Raison, Science de la Nature, Science des êtres réels, des êtres abstraits, de la quantité ou Mathématiques, Mathématiques pures, Arithmétique, Arithmétique numérique & Algebre.*) c'est la méthode de faire en général le calcul de toutes sortes de quantités, en les représentant par des signes très-universels. On a choisi pour ces signes les lettres de l'alphabet, comme étant d'un usage plus facile & plus commode qu'aucune autre sorte de signes. Ménage dérive ce mot de l'Arabe *Algiabarat*, qui signifie le
- 43 Voilà tout ce que nous dirons sur le progrès de l'Algebre. Les élémens de cet Art furent compilés & publiés par Kersey en 1671 : l'Arithmétique spécieuse & la nature des équations y sont amplement expliquées & éclaircies par un grand nombre d'exemples différens : on y trouve toute la substance de Diophante. On y a ajouté plusieurs choses qui regardent la composition & la résolution mathématique tirée de Ghetaldus. La même chose a été exécutée depuis par Prestet en 1694, & par Ozanam en 1703. Mais ces Auteurs ne parlent point ou ne parlent que fort brièvement de l'application de l'Algebre à la Géométrie. Guinée y a suppléé dans un traité écrit en François, qu'il a composé exprès sur ce sujet, & qui a été publié en 1705 : aussi-bien que le Marquis de l'Hopital dans son traité analytique des Sections coniques, 1707. Le *traité de la grandeur* du P. Lamy de l'Oratoire ; le premier volume de l'*Analyse démontrée* du P. Reyneau, & *la Science du calcul* du même Auteur, sont aussi des ouvrages où l'on peut s'instruire de l'Algebre : enfin M. Saunderson, Professeur en Mathématique à Cambridge, & membre de la So-ciété Royale de Londres, a publié un excellent traité sur cette matiere, en Anglois & en deux vol. in-4°. intitulé *Elémens d'Algebre*. Nous avons aussi des élémens d'Algebre de M. Clairaut, dont la réputation de l'Auteur assure le succès & le mérite.
- 44 On a appliqué aussi l'Algebre à la considération & au calcul des infinis ; ce qui a donné naissance à une nouvelle branche fort étendue du calcul algébrique : c'est ce que l'on appelle *la doctrine des fluxions* ou *le calcul différentiel*. Voyez [FLUXIONS](#) & [DIFFÉRENTIEL](#). On peut voir à l'*article* [ANALYSE](#) les principaux Auteurs qui ont écrit sur ce sujet
- 45 Je me suis contenté dans cet article de donner l'idée générale de l'Algebre, telle à peu près qu'on la donne communément, & j'y ai joint, d'après M. l'Abbé de Gua, l'histoire de ses progrès. Les Savans trouveront à l'*art* [ARITHMÉTIQUE UNIVERSELLE](#). des réflexions plus profondes sur cette Science ; & à l'*article* [APPLICATION](#), des observations
- 4a sur l'*application de l'Algebre à la Géométrie*. (O)

## 4d – Traductions avec mises à jour historiques et bibliographiques

1 ANALYSE (*Ordre encyclop. Entend. Raison. Philosoph. ou Science, Science de la Nature, Mathématiques pures, Arithmétique littérale, ou Algèbre, Analyse.*) est proprement la méthode de résoudre les problèmes mathématiques, en les réduisant à des équations. Voyez [PROBLÈME](#) & [EQUATION](#).

2 L'*Analyse*, pour résoudre les problèmes, employe le secours de l'Algebre, ou calcul des grandeurs en général : aussi ces deux mots, *Analyse, Algebre*, sont souvent regardés comme synonymes.

10 Les principaux Auteurs sur l'*Analyse* des infinis, sont Wallis, dans son *Arithmétique des infinis* ; Newton, dans son *Analysis per quantitatum series, fluxiones, & differentias*, & dans son excellent Traité qui a pour titre *de quadraturâ curvarum* : Leibnitz, *act. eruditor.* an. 1684. le marquis de l'Hopital, en son *Analyse des infiniment petits*, 1696. Carré, en sa *méthode pour la mesure des surfaces, la dimension des solides, &c. par l'application du calcul intégral*, 1700. G. Manfred, dans son ouvrage *de constructione equationum differentialium primi gradûs*, 1707. Nic. Mercator, dans sa *Logarithmotechnia*, 1668. Cheyne, dans sa *Methodus fluxionum inversa*, 1703. Craig, *Methodus figurarum lineis rectis & curvis comprehensarum, quadraturas determinandi*, 1685. & *de quadraturis figurarum curvilinearum & locis*, &c. 1693. Dav. Grégory, dans son *Exercitatio geometrica de dimensione figurarum*, 1684. & Nieuwentijt, dans ses *Considerationes circa Analyseos ad quantitates infini è parvas applicatæ, principia*, 1695.

## 4d – Traductions avec mises à jour historiques et bibliographiques

1 COURBE POLYGONE. On appelle ainsi une *courbe* considérée non comme rigoureusement *courbe*, mais comme un polygone d'une infinité de côtés. C'est ainsi que dans la géométrie de l'infini on considère les *courbes* ; ce qui ne signifie autre chose, rigoureusement parlant, sinon qu'une *courbe* est la limite des polygones, tant inscrits que circonscrits. Voyez LIMITE, EXHAUSTION, INFINI, DIFFÉRENTIEL, &c. & POLYGONE.

14 Les meilleurs ouvrages dans lesquels on puisse s'instruire de la théorie des *courbes*, sont, 1° l'*enumeratio linearum tertii ordinis* de M. Newton, d'où une partie de cet article COURBE est tirée : 2° l'ouvrage de M. Stirling sur le même sujet, & *Geometria organica* de M. Maclaurin, dont nous avons parlé : 3° les *usages de l'analyse* de Descartes par M. l'abbé de Gua, déjà cités ; ouvrage original & plein d'excellentes choses, mais qu'il faut lire avec précaution (Voyez BRANCHE & REBROUSSEMENT.) : 4° l'*introduction / à l'analyse des lignes courbes*, par M. Cramer ; ouvrage très-complet, très-clair & très-instructif, & dans lequel on trouve d'ailleurs plusieurs méthodes nouvelles : 5° l'ouvrage de M. Euler, qui a pour titre, *introductio in analys. infinitorum*, Lausan. 1748.

15 Sur les propriétés, la génération, &c. des différentes *courbes* mécaniques particulières ; par exemple, de la cycloïde, de la logarithmique, de la spirale, de la quadratrice, &c. Voy. les articles CYCLOÏDE, LOGARITHMIQUE, &c.

16 On peut voir aussi la dernière section de l'application de l'Algebre à la Géométrie, de M. Guisnée, où l'on trouvera quelques principes généraux sur les *courbes* mécaniques. Voyez aussi MECHANIQUE & TRANSCENDANT.

## 4d – Traductions avec mises à jour historiques et bibliographiques

1 ISOPÉRIMÈTRE, adj. (*Géom.*) les figures *isopérimètres*, sont celles dont les circonférences sont égales. Voyez [CIRCONFÉRENCE](#).

0 M. Euler a aussi publié sur cette matière plusieurs morceaux très-profonds dans les *Mémoires de l'Académie de Pétersbourg*, & on a imprimé à Lausanne en 1744 un ouvrage fort étendu du même auteur sur ce sujet. Il a pour titre : *Methodus inveniendi lineas curvas, maximi minimive proprietate gaudentes. Sive solutio problematis isoperimetrici in latissimo sensu accepti*. On peut lire dans les *tomes I. & II. des œuvres* de M. Jean Bernoulli, les différens écrits publiés par lui & par son frere sur ce problème. M. Jean Bernoulli dans son premier écrit n'avoit considéré que deux petits côtés consécutifs de la courbe ; au lieu que la vraie méthode de résoudre ce problème en général demande qu'on considère trois petits côtés, comme on peut s'en assurer en examinant les deux solutions. Voyez [MAXIMUM](#).

1 On trouve aussi dans les *Mém. de Berlin de 1752*, un mémoire de M. Cramer qui mérite d'être lu, & dans lequel il se propose de démontrer en général ce / qu'on ne démontre dans les élémens de Géométrie que pour les seules figures régulières, savoir que le cercle est la plus grande de toutes les figures *isopérimètres* rectilignes régulières ou non. (O)



## 4d – Traductions avec mises à jour historiques et bibliographiques

### Auteurs et textes les plus cités par D'Alembert dans ces mises à jour bibliographiques

- Newton (*Enumeratio*, 1704),
- L'Hopital (*Sections coniques*, 1707 et 1720, et *Infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes*, 1696 et 1716),
- De Gua de Malves (*Usages de l'analyse de Descartes*, 1740),
- Cramer (*Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques*, 1750),
- Guisnée (*Application de l'Algèbre à la Géométrie*, 1705 et 1733),
- La Chapelle (*Traité des sections coniques*, 1750)
- mémoires des académies (Paris, Pétersbourg, Berlin, Leipzig...)
- ...

## 4e – Points de vue et jugements personnels

### Articles dans lesquels D'Alembert apporte son « grain de sel »

CASCADE, COMPAS ELLIPTIQUES, CONIQUE (section conique), CONJUGUÉ, CONTINUITÉ (Loi de), COURBE Polygone, DEMI-PARABOLE, Description, ELLIPSE, NÉGATIF, Parallélisme des rangées d'arbres, REBROUSSEMENT

6 *Méthode des cascades, (Algebre.)* est le nom que M. Rolle, géometre de l'Académie des Sciences, a donné autrefois à une méthode qu'il avoit imaginée pour résoudre les équations. Il la publia en 1690 dans son *traité d'Algebre*. Par cette méthode on ap-/proche toujours de la valeur de l'inconnue, par des équations successives qui vont toujours en baissant ou en tombant d'un degré ; & de-là est venu le nom de *cascades*. Voyez [EQUATION](#).

9 En voilà assez pour faire sentir comment on parvient à trouver au moins par approximation les racines d'une équation, en changeant cette équation en une autre d'un degré inférieur. On trouve *dans le livre VI. du P. Reyneau*, tout le détail de cette méthode, qui est extrêmement pénible, peu commode, & très-imparfaite dans la pratique, surtout lorsqu'il y a des racines imaginaires. Voyez [LIMITE](#). (O)

## 4e – Points de vue et jugements personnels

- 11 L'*Analyse* démontrée du P. Reyneau de l'Oratoire, imprimée pour la première fois à Paris en 1708, en 2 volumes in-4°. est un livre auquel ceux qui veulent étudier cette science ne peuvent se dispenser d'avoir recours. Quoiqu'il s'y soit glissé quelques erreurs, c'est cependant jusqu'à présent l'ouvrage le plus complet que nous ayons sur l'*Analyse*. Il seroit à souhaiter que quelqu'habile Géometre nous donnât sur cette matière un traité encore plus exact & plus étendu à certains égards, & moins étendu à d'autres que celui du P. Reyneau. On pourroit abrégier le premier volume, qui contient sur la théorie des équations beaucoup de choses assez inutiles, & augmenter ce qui concerne le calcul intégral, en se servant pour cela des différens ouvrages qui en ont été publiés, & des morceaux répandus dans les Mémoires des Académies des Sciences de Paris, de Berlin, de Londres, & de Petersbourg, dans les Actes de Leipsic, dans les ouvrages de MM. Bernoulli, Euler, Maclaurin, &c. Voyez [CALCUL INTÉGRAL](#).
- 12 Cet article *Analyse* est destiné au commun des lecteurs, & c'est pour cela que nous l'avons fait assez court : on trouvera à l'article [ARITHMÉTIQUE UNIVERSELLE](#) un détail plus approfondi ; & à l'article [APPLICATION](#), on traitera de celle de l'*Analyse* à la Géométrie. L'article [ALGÈBRE](#) contient l'histoire de l'*Analyse*. (O)

## 4e – Points de vue et jugements personnels

- 1 NÉGATIF, adj. (*Algeb.*) quantités *negatives*, en *Algebre*, sont celles qui sont affectées du signe  $-$ , & qui sont regardées par plusieurs mathématiciens, comme plus petites que zéro. Cette dernière idée n'est cependant pas juste, comme on le verra dans un moment. Voyez [QUANTITÉ](#).
- 2 Les quantités *negatives* sont le contraire des positives : où le positif finit, le négatif commence. Voyez [POSITIF](#).
- 3 Il faut avouer qu'il n'est pas facile de fixer l'idée des quantités négatives, & que quelques habiles gens ont même contribué à l'embrouiller par les notions peu exactes qu'ils en ont données. Dire que la quantité *negative* est au-dessous du rien, c'est avancer une chose qui ne se peut pas concevoir. Ceux qui prétendent que 1 n'est pas comparable à  $-1$ , & que le rapport entre 1 &  $-1$  est différent du rapport entre  $-1$  & 1, sont dans une double erreur : 1°. parce qu'on divise tous les jours dans les opérations algébriques, 1 par  $-1$  : 2°. l'égalité du produit de  $-1$  par  $-1$ , & de  $+1$  par  $+1$ , fait voir que 1 est à  $-1$  comme  $-1$  à 1.

## 4e – Points de vue et jugements personnels

10 Ceux qui ont peu réfléchi sur la nature des lignes courbes, entant qu'elle est représentée par des équations, trouveront d'abord fort extraordinaires ces ovals & ces points *conjugués*, isolés & séparés du reste de la courbe. Comme les courbes les plus familières & les plus connues n'en ont point, savoir le cercle, les sections coniques, la conchoïde, &c. & que ces différentes courbes se décrivent ou peuvent se décrire par un mouvement continu ; ces autres courbes dont les parties sont pour ainsi dire détachées, paroissent d'abord fort singulieres ; cependant on pourroit observer que l'hyperbole nous fournit en quelque maniere un exemple de ces courbes, dont les parties sont détachées ; car les deux hyperboles opposées paroissent n'avoir entr'elles rien de commun, & appartiennent pourtant à une seule & même courbe.

11 Tout ce mystere prétendu disparoitra, si on fait réflexion qu'une courbe représentée par une équation, n'est proprement que le lieu des différens points qui peuvent servir à résoudre un problème indéterminé ; que les ordonnés qui répondent aux différentes valeurs de  $x$ , ne sont autre chose que les valeurs de  $y$ , qu'on auroit en résolvant séparément cette équation par chaque valeur de  $x$  ; & que si la valeur de  $x$  est telle que l' $y$  correspondante soit imaginaire, l'ordonnée sera imaginaire ; qu'ainsi un point *conjugué* dans une courbe ne signifie autre chose sinon que la valeur de  $x$  qui répond à ce point *conjugué*, donne une valeur réelle pour  $y$ , & que si on prend  $x$  un peu plus grande ou un peu plus petite, la valeur de  $y$  sera imaginaire ; ce qui n'a plus rien de merveilleux. C'est ainsi qu'avec des idées nettes & précises, on peut ôter à bien des vérités certain air paradoxe que quelques savans ne sont pas fâchés de leur donner, & qui en fait souvent tout le mérite. (O)

## 4e – Points de vue et jugements personnels

- 1 DESCRIPTION, *terme de Géométrie*, est l'action de tracer une ligne, une surface, &c. Décrire un cercle, une ellipse, une parabole, &c. c'est construire ou tracer ces figures.
- 2 On *décrit* les courbes en Géométrie de deux manières, ou par un mouvement continu, ou par plusieurs points. On les décrit par un mouvement continu lorsqu'un point qu'on fait mouvoir suivant une certaine loi, trace de suite & immédiatement tous les points de la courbe. C'est ainsi qu'on trace un cercle par le moyen de la pointe d'un compas ; c'est presque la seule courbe qu'on trace commodément par un mouvement continu : ce n'est pas que nous n'ayons des méthodes pour en tracer beaucoup d'autres par un mouvement continu ; par exemple, les sections coniques : M. Maclaurin nous a même donné un savant ouvrage intitulé, *Geometria organica*, dans lequel il donne des moyens fort ingénieux de tracer ainsi plusieurs courbes. Voyez-en un léger essai à l'article [COURBE](#). Mais toutes ces méthodes sont plus curieuses qu'utiles & commodes. La *description* par plusieurs points est plus simple, & revient au même dans la pratique. On trouve par des opérations géométriques différens points de la courbe assez près les uns des autres ; on y joint ces points par de petites lignes droites à vûe d'œil, & l'assemblage de ces petites lignes forme sensiblement & suffisamment pour la pratique la courbe que l'on veut tracer. (O)

## 4e – Points de vue et jugements personnels

38

On objectera peut-être que ces deux démonstrations sont tirées de la considération des quantités infiniment petites, c'est-à-dire d'une géométrie transcendante supérieure à celle des sections coniques. Je / répons que les principes de cette géométrie sont simples & clairs, & qu'ils doivent être préférés dès qu'ils fournissent le moyen de démontrer plus aisément. Voy. [INFINI](#) & [DIFFÉRENTIEL](#). En effet, pourquoi ne mettra-t-on pas à la tête d'un traité des sections coniques des principes de calcul différentiel, lorsque ces principes simplifieront & abrégeront les démonstrations ? J'ose dire que l'opinion contraire ne seroit qu'un préjugé mal fondé. Il y a cent raisons pour la détruire, & pas une pour la soutenir. Les principes de la géométrie de l'infini étant applicables à tout, on ne sauroit les donner trop tôt ; & il est bien aisé de les expliquer nettement. On doit traiter le problème des tangentes d'une courbe par le calcul différentiel, celui de la quadrature & de sa rectification par le calcul intégral, & ainsi du reste, parce que ces méthodes sont les plus simples & les plus aisées à retenir. Voyez [ELÉMENTS](#) & [MATHÉMATIQUES](#).

Ellipse

Courbe

mécaniques ; le calcul différentiel & même extrêmement cette interprétation, & les avantages qu'on pourra en tirer. V. [MECHANIQUE](#). Revenons aux *courbes* algébriques ou géométriques, qui sont celles dont il sera principalement mention dans cet article, parce que le caractère de leurs équations qui consiste à être exprimées en termes finis, nous met à portée d'établir sur ces *courbes* des propositions générales, qui n'ont pas lieu dans les *courbes* mécaniques. C'est principalement la Géométrie des *courbes* mécaniques, qu'on appelle *Géométrie transcendante*, parce qu'elle emploie nécessairement le calcul infinitésimal ; au lieu que la Géométrie des *courbes* algébriques n'emploie point, du moins nécessairement, ce calcul pour la découverte des propriétés de ces *courbes*, si on en excepte leurs rectifications & leurs quadratures ; car on peut déterminer, par exemple, leurs tangentes, leurs asymptotes, leurs branches, &c. & toutes les autres propriétés de cette espèce par le secours du seul calcul algébrique ordinaire. Voyez les ouvrages de MM. Euler & de Gua, déjà cités, & l'ouvrage de M. Cramer, qui a pour titre *introduction à l'analyse des lignes courbes*, Genev. 1750. in-4°.

## 4e – Affirmation de priorité

- 3 *Rebroussement de la seconde espece* est un point  $A$  (*fig. 7. Analys.*), où les deux branches  $PM, pm$ , du *rebroussement* ne sont pas convexes l'une vers l'autre comme dans le *rebroussement* ordinaire, mais placées de maniere que la concavité de l'une regarde la convexité de l'autre. Soit une courbe qui ait pour équation  $y^2 - 2x^2y + x^4 - n^5 = 0$ . ( $AP=x, PM=y$ ). Cette courbe aura à son origine en  $A$  un point de *rebroussement de la seconde espece* ; car on aura  $y = x^2 \pm \sqrt{x^5}$  ; d'où l'on voit 1°. que  $x$  positive donne deux valeurs de  $y$ , lesquelles lorsque  $x$  est infiniment petite, sont toutes deux positives : 2°.  $dy = 2xdx \pm \frac{5}{2}x^{\frac{2}{3}}dx$  ; d'où l'on voit que  $dy=0$  dans les deux branches, lorsque  $x=0$ , & qu'ainsi les deux branches  $AM, Am$ , tournent toutes deux à leur origine leur convexité vers l'axe  $AP$  ; 3°. que  $x$  négative donne  $y$  imaginaire, & qu'ainsi la courbe n'a que les deux branches  $AM, Am$ , & par conséquent doit avoir en  $A$  un point de *rebroussement* de la seconde espece, puisque ces deux branches à l'origine  $A$ , tournent toutes deux leurs convexités vers le même côté. Voyez à ce sujet les *recherches sur le calcul intégral*, imprimées dans le second volume en françois des mém. de l'acad. des Sciences de Prusse.
- 4 Je suis le premier qui ait démontré invinciblement l'existence de ces points, que d'habiles géometres avoient attaquée, comme le savant M. Euler l'a reconnu dans les mém. de l'acad. de Berlin de 1750, *pag. 112*.



## 5 – Perspectives

**Affiner les critères de sélection des articles du corpus**, notamment en essayant de travailler sur les réseaux d'articles établis par le jeu des renvois.

**Relever de manière précise et exhaustive les références bibliographiques ajoutées par D'Alembert** aux articles qu'il a traduits, rédigés et/ou édités

**Travailler le lien avec les autres écrits de D'Alembert**

*In fine*, **rédigier un dossier transversal** qui pourra éclairer le lecteur de l'*ENCCRE* sur la manufacture et la postérité des articles de ce corpus.

**Merci pour votre attention !**