



HAL
open science

L'ÉQUIPEMENT PRAXÉOLOGIQUE DE LA CLASSE : UNE RÉFÉRENCE COCONSTRUITE ET PARTAGÉE

Jean-Jacques Salone

► **To cite this version:**

Jean-Jacques Salone. L'ÉQUIPEMENT PRAXÉOLOGIQUE DE LA CLASSE : UNE RÉFÉRENCE COCONSTRUITE ET PARTAGÉE. Revue de didactique des mathématiques, 2015, 35 (1), pp.105. hal-04682946

HAL Id: hal-04682946

<https://hal.science/hal-04682946v1>

Submitted on 5 Sep 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - NoDerivatives 4.0 International License

L'ÉQUIPEMENT PRAXÉOLOGIQUE DE LA CLASSE : UNE RÉFÉRENCE CO-CONSTRUITE ET PARTAGÉE

Jean-Jacques Salone¹

THE PRAXEOLOGICAL EQUIPEMENT OF A CLASS : A CO-CONSTRUCTED AND SHARED REFERENCE

Abstract – In an education system, the construction of knowledge is based on various sources of praxeological references, primarily personal knowledge of students and teachers. But the joint action of these actors also builds a common and shared local reference called the praxeological equipment of the class. The latter occupies a central place in the didactic contract. A theoretical framework is proposed to model the concept of praxeological reference and to describe the construction and the use of the praxeological equipment of a class. This model is then used in a referential analysis of a mathematics teaching session. The analysis will reveal the existence of praxeological sources outside didactic contract that the teacher will manage in order to control the advance of the teaching time.

Key words: didactic system, relations to knowledge, praxeological equipement, praxeological references

EL EQUIPEMENT PRAXEOLÓGICO DE UNA CLASE: UNA REFERENCIA CO-CONSTRUIDO Y COMPARTIDO

Resumen – En un sistema educativo, la construcción del conocimiento se basa en diversas fuentes de referencias praxeológicas, principalmente el conocimiento personal de los estudiantes y profesores. Pero la acción conjunta de estos actores también construye una referencia local común y compartida llamado el equipo praxeológico de la clase. Este último ocupa un lugar central en el contrato didáctico. Se propone un marco teórico para modelar el concepto de referencia praxeológico y describir la construcción y el uso de los equipos praxeológico de una clase. Este modelo se utiliza en un análisis referencial de una sesión de enseñanza de las matemáticas. El análisis revela la existencia de fuentes praxeológicas fuera de contrato didáctico que el profesor gestionará con el fin de controlar el avance del tiempo de enseñanza.

Palabras-claves: sistema didáctico, relaciones con el conocimiento, equipos praxeológico, referencias praxeológicas

L'ÉQUIPEMENT PRAXÉOLOGIQUE DE LA CLASSE: UNE RÉFÉRENCE CO-CONSTRUITE ET PARTÉGÉE

Résumé – Dans un système didactique, la construction des savoirs repose sur diverses sources de références praxéologiques, dont en premier lieu les connaissances personnelles des élèves et des professeurs. Mais l'action conjointe de ces acteurs construit également une référence locale commune et partagée, l'équipement praxéologique de la classe, qui occupe une place centrale dans le contrat didactique. Un cadre théorique est proposé pour modéliser le concept de référence praxéologique puis pour décrire la constitution, la construction et l'usage de l'équipement praxéologique de la classe. Ce modèle est ensuite mis en œuvre dans une analyse dite référentielle d'une séance d'enseignement en mathématiques. L'analyse révélera l'existence de sources praxéologiques hors contrat didactique que le professeur devra gérer pour contrôler l'avancée du temps didactique.

Mots-Clés : Système didactique, équipement praxéologique, rapport aux savoirs, référence praxéologiques.

¹ UMR P3 – ADEF Aix-Marseille Université

INTRODUCTION

À quoi se réfère-t-on dans une classe d'enseignement donnée ? À partir de quelles sources praxéologiques les savoirs co-construits par les professeurs et les élèves émergent-ils ? Une analyse rapide du système didactique qu'est la classe fournit des premières réponses à cette double question : les savoirs proviennent des connaissances personnelles des acteurs et ils sont programmés par les institutions scolaires. Entre ces deux niveaux référentiels, le personnel et l'institutionnel, l'action didactique conjointe construit une référence locale, propre à la classe, le 'cours'. C'est l'équipement praxéologique de l'institution classe. Fortement médiatisé, il joue un rôle prépondérant dans le contrat didactique : c'est une référence officiellement partagée à laquelle professeurs et élèves ont souvent recours, son incorporation aux équipements praxéologiques des apprenants est la mission qui légitime l'existence du système didactique, et le construire est par conséquent un enjeu didactique essentiel. Mais d'autres sources praxéologiques, non officielles, peuvent faire leur apparition dans les classes. Puisées dans des pratiques sociales externes, elles s'immiscent parfois dans les discours publics et peuvent alors influencer sur la construction de l'équipement praxéologique de la classe. Ce sera le cas dans la classe étudiée dans cet article, où le professeur devra gérer des analogies et des technologies 'hors programme' que ses élèves proposeront.

Plusieurs cadres théoriques issus de la didactique des mathématiques seront utilisés pour préciser le concept de référence praxéologique et ses liens avec d'autres : la Théorie de l'Action Didactique Conjointe [TACD], la Théorie Anthropologique du Didactique [TAD] et, plus occasionnellement, la Théorie des Situations Didactiques [TSD] ou la Théorie des Champs Conceptuels. La TAD en particulier permettra de relier le concept de référence praxéologique à ceux de rapports aux savoirs et d'équipements praxéologiques personnels ou officiels. La TACD quant à elle révélera l'existence d'une référence locale, co-construite par les enseignants et les élèves, et qui sera identifiée à l'équipement praxéologique de la classe.

Le cadre méthodologique adopté, l'observation clinique de classes, aboutira ensuite à l'analyse d'une séance d'enseignement en mathématiques autour de la découverte de la soustraction des nombres négatifs en classe de cinquième. L'importance de la gestion des références dans la construction des équipements praxéologiques des élèves ou de la classe apparaîtra alors, avec en particulier la gestion de références hors contrat didactique car hors programmes officiels ou issues de pratiques sociales.

CADRE THÉORIQUE

1. Les êtres humains et les institutions

Dans l'approche anthropologique de la TAD, chaque être humain peut être mis en relation avec un certain domaine de réalité (Chevallard, 1988, p. 1) qui constitue son univers cognitif (Chevallard 2007a, p.5), c'est-à-dire l'ensemble des objets avec lesquels il est en rapport et dont il fait partie. Une catégorie particulière de rapports concerne ceux qui s'établissent entre les êtres humains, et plus spécialement ceux qui construisent des structures complexes appelées des institutions. Dans une approche anthropologique, Matheron (2009) propose une définition de ce concept d'institution :

[...] « groupement social légitimé » à l'intérieur duquel « les individus ajustent leur action à cet ensemble d'exigences logiques ». (Op. cité, p.40)

La définition proposée par Sensevy (2011) est proche :

[...] une entité sociale qui produit des affects, des percepts, et des concepts, légitimes pour les personnes vivant avec l'institution. (Op. cité, p.63)

Une institution est donc un groupe d'êtres humains caractérisé par une action qui lui est propre et socialement légitimée. Si l'on accepte qu'un groupe puisse être réduit à une seule personne, chaque être humain est alors une institution qui entretient un rapport personnel (Chevallard 2007a, p.4) au monde. Mais dès lors qu'il devient sujet d'une institution plus grande, ce rapport est contraint : l'institution définit ce que doivent être les rapports, institutionnels, de ses sujets idéaux en position p. Les rapports personnels tendent, au moins dans ce qu'ils ont de public au sein de cette institution, vers les rapports institutionnels.

2. Savoirs, actes et discours

Une autre catégorie d'éléments doit être envisagée pour entrer dans le champ de la didactique, celle des savoirs. Qu'est-ce qu'un savoir ? Plusieurs conceptualisations sont proposées en didactique des mathématiques. Vergnaud (1996/2004) considère que le savoir est relié à l'action :

Au début n'est pas le verbe, encore moins la théorie. Au début est l'action, ou mieux encore l'activité adaptative d'un être dans son environnement. C'est par l'action que commence la pensée [...]. (Op. cité, p.275)

Ce lien fort entre savoir et action est développé également par Sensevy, qui, dans le sens du savoir (2011) par exemple, le complète par un rapport au langage :

J'appelle savoir une puissance d'agir, qui comprend une puissance langagière ; un savoir, c'est ce qui permet d'exercer une capacité, qui suppose la construction d'un rapport spécifique au langage (Op. cité, pp.59-60).

Les savoirs sont donc définis à partir des actes et des discours de personnes ou d'institutions. Comment les modéliser ? En TAD le concept de praxéologie est utilisé. Une praxéologie $[\Pi, \Lambda]$, ou organisation praxéologique, désigne :

[...] l'union d'un bloc pratico-technique $\Pi = [T/\tau]$, formé d'un type de tâches T et d'une technique τ pour accomplir les tâches du type T, avec un bloc technologico-théorique $\Lambda = [\theta/\Theta]$, constitué d'une technologie θ justifiant la technique τ et d'une théorie Θ justifiant la technologie θ . (Chevallard 2007a, p.9)

Une praxéologie associe donc sous un même concept les notions de discours (logos) et de pratique (praxis). L'ensemble des rapports aux savoirs d'un être humain donné peut alors être décrit comme un complexe rassemblant des praxéologies et constitue, en TAD, son équipement praxéologique personnel. Sensevy poursuit la modélisation des savoirs un peu plus loin en terme de jeu épistémique :

Avec la notion de jeu épistémique, qui modélise une pratique de savoir, la théorie de l'action conjointe en didactique institue un paradigme stratégique pour la description d'un savoir, et va donc entreprendre de voir tout savoir d'abord comme une pratique de savoir (premier mouvement praxéologique), puis comme un jeu (second mouvement praxéologique) [...]. (Sensevy 2011, p. 124)

Les savoirs étant des objets complexes, leur modélisation amène à s'interroger sur l'existence de savoirs élémentaires. Pour Chevallard, « l'atome praxéologique » (2007a, p.10) est une praxéologie ponctuelle, c'est-à-dire « relative à un unique type de tâches » (1998, p.5). Les praxéologies ponctuelles s'agrègent ensuite en praxéologies locales autour d'une même technologie, puis en praxéologies régionales (autour d'une théorie) et globales (plusieurs théories). « Il y a là un aspect fondamental de l'écologie des organisations praxéologiques. » (2007a, p.10). Matheron (2009) envisage quant à lui un objet élémentaire encore plus petit, le praxème :

Il s'agit [...], en recourant au terme de « praxème », de désigner une pratique mathématique de « taille inférieure » ou rarement égale à une technique (Op. cité, p.131)

3. L'institution didactique classe

Parmi les institutions, certaines sont des institutions didactiques. Sensevy (2011) en donne la définition suivante :

une institution didactique, c'est une institution dans laquelle on enseigne et on apprend des savoirs. (Op. cité, p.63)

Les institutions didactiques auxquelles nous nous intéressons plus spécifiquement sont des classes. Une classe est constituée d'un professeur et d'un groupe d'élèves (une classe). Quelle est sa dynamique ? Pour Brousseau (1998), elle repose sur la mise en place de situations didactiques au cours desquelles les élèves interagissent et communiquent sur leurs stratégies, les prouvent et les réfutent. Ils sont les protagonistes d'un jeu défini, dévolué et conduit par le professeur au cours duquel des savoirs émergent et font parfois l'objet de validations et d'institutionnalisations. Ce jeu nécessite pour fonctionner l'existence d'un milieu qui assume

certaines fonctions : initialement adidactique et sans intention, il acquiert d'abord un statut de « contexte cognitif de l'action » (Sensevy 2007, pp.23-24) puis une fonction de « système antagoniste » (Ibid., pp.24-26). Il présente des obstacles dont la résolution déclenche les évolutions praxéologiques des élèves. Le concept de contrat didactique vient compléter celui de milieu. Le contrat didactique, c'est :

ce que chaque partenaire, l'enseignant et l'enseigné, a la responsabilité de gérer et dont il sera d'une manière ou d'une autre, responsable devant l'autre. (Brousseau 1998, p.61)

Le triplet des genèses, chronogenèse, mésogenèse et topogenèse, permet de rendre compte des actions, du professeur et des élèves, sur l'avancée du temps didactique (Mercier 1992, Mercier 2001) et sur le milieu, ainsi que de leurs responsabilités respectives dans l'accomplissement de ces actions.

En TACD, la classe est également vue comme le siège d'une action didactique conjointe entre le professeur et les élèves et est modélisée comme un jeu. Ce jeu comprend : ses enjeux, ses règles définitives, ses règles stratégiques, ses stratégies, le gain qu'il permet d'atteindre, les profits symboliques qu'il permet d'obtenir, etc. (Sensevy 2011, p.124)

Dans ce jeu l'élève doit produire de son propre mouvement des stratégies gagnantes. Le professeur doit l'accompagner en mettant en place des jeux d'apprentissage qui permettent la construction d'une référence locale, « hic et nunc, qui renvoie au procès des transactions, au jeu didactique en tant que tel, et à ses enjeux » (Sensevy et Mercier 2007, p.196). Il gagne si la classe gagne dans son ensemble.

En TAD, la classe est modélisée par un système didactique $S(X, Y ; \heartsuit)$ (Chevallard 2007a, p.20) où X désigne la classe, Y un ensemble « d'aides à l'étude », et \heartsuit l'enjeu didactique. L'étude d'une question Q au sein d'une organisation didactique donnée de \heartsuit conduit alors à une réponse R reconnue en commun. Cette réponse R établit un rapport officiel aux savoirs relatifs à \heartsuit que les élèves devront intégrer dans leurs équipements praxéologiques. Les moments de l'étude (Chevallard 1998) rythment l'avancée du temps didactique : le moment de première rencontre, le moment de l'exploration du type de tâches, le moment de constitution de l'environnement technologico-théorique, le moment du travail de la technique, le moment d'institutionnalisation, le moment d'évaluation. Une attention toute particulière est accordée à l'étude des conditions et contraintes auxquelles le système didactique, nécessairement plongé dans une institution « surplombante », est soumis, et qui sont situées à des niveaux de codétermination (Chevallard 2002) allant du sujet de l'étude à la civilisation.

4. L'équipement praxéologique de la classe.

La dynamique de la classe s'appuie donc sur la construction commune de ce que la TAD nomme des rapports officiels aux savoirs et que la TACD désigne par une référence locale. Mais, même si ces rapports ou cette référence ont pour finalité d'intégrer les équipements praxéologiques personnels de tous les élèves, ce n'est pas forcément le cas et ils demeurent donc ceux d'un collectif. Autrement dit, l'institution didactique classe a un équipement praxéologique qui lui est propre.

Matheron (2009) propose une conceptualisation très proche. La classe ayant la capacité de se souvenir, et d'oublier, des actes et des discours publics, elle fournit aux élèves et aux enseignants une mémoire collective sur laquelle la pratique des savoirs peut s'appuyer. Deux types de mémoires didactiques sont distinguées : une mémoire pratique privée, parfois publique, identifiable à l'équipement praxéologique personnel, et une mémoire officielle du savoir, institutionnelle, identifiable à l'équipement praxéologique de la classe. L'institution classe est ainsi la dépositaire d'une « mémoire commune de connaissances partagées » (Op. cité, p.104). Elle impose à ses membres de s'en servir dans leurs pratiques et de s'en souvenir, parfois lors de rappels explicites. La mémoire officielle devient ainsi ostensive, se montrant et se disant en classe :

[...] dès que l'on entre, à propos d'un objet d'étude, dans une phase de « communication sociale », c'est-à-dire essentiellement dès la phase dite de « formulation » dans la théorie des situations didactiques, seule la partie relative aux rapports établis aux objets de la pratique pour le groupe peut s'exprimer au niveau du groupe dans un type de fonctionnement didactique désormais attendu, et désigné « d'actif » ou « par activités ». [...] De tels rapports peuvent se constituer en « mémoire collective », ou mémoire officielle didactique pour la classe, car ce sont à eux seulement que l'on pourra ultérieurement se référer, parce qu'ils sont publics, donc visibles et accessibles à tous. (Op. cité, pp.111-112)

Comment est construit l'équipement praxéologique d'une classe donnée ? En TACD, le principal moteur de la construction de la référence locale est le professeur. Son action particulière est modélisée par un quadruplet définir, dévoluer, réguler et institutionnaliser. Schubauer-Leoni, Leutenegger, Ligozat et Flückiger (2007) complètent cette catégorisation par d'autres actions comme la désignation d'objets du dispositif, la reprise de traits pertinents ou le repérage de contradictions.

C'est ainsi que ces catégories contribuent à décrire comment se construit dynamiquement la référence, soit un monde supposé partagé par les instances de la relation didactique (Leutenegger 2009, p.332).

À la suite de Matheron qui identifie déjà des techniques didactiques professorales de rappels de la mémoire officielle, Araya-Chacon (2008) définit huit types de « gestes mémoriels » sur lesquels « s'appuie le professeur pour guider la réactivation d'objets et des rapports aux objets » (Ibid., p.243) : technologique, technique, de remplacement, chronologique, déstabilisateur, de fixation et de production d'ostensifs détonateurs.

5. Les références praxéologiques

L'équipement praxéologique de la classe est donc co-construit par le professeur et les élèves à partir de rapports aux savoirs partagés et stabilisés. Ces rapports aux savoirs sont eux-mêmes établis via les actes publics qui apparaissent dans le milieu. Mais ces savoirs véhiculés par les actes et les discours ne sont généralement pas de pures créations ex nihilo ; ils dérivent d'autres savoirs produits par d'autres institutions. C'est ce que souligne la TAD, où le concept de transposition (Chevallard 1985) est fondamental. La transposition didactique est le « travail » du double passage d'un « objet de savoir » à un « objet à enseigner » puis à un « objet d'enseignement » (Ibid., p.39). Tout mouvement transpositif commence par un savoir référentiel et se termine par la modification d'un rapport à ce savoir et donc par l'évolution d'un équipement praxéologique. Chevallard (2007a) propose une métaphore :

Selon une image empruntée à l'écologie biologique, se créent – et se rompent, au cours notamment des mouvements transpositifs – des chaînes trophiques, où une praxéologie « se nourrit d'une autre ». (Op. cité, p.10).

Le concept de transposition affirme donc l'existence d'une dynamique référentielle dans l'ensemble des praxéologies. Cette dynamique transparait alors dans les discours par des actes de référencement : tout auteur d'un discours technologique ou théorique évoque des praxéologies qu'il puise dans son propre équipement praxéologique et qui dérivent d'équipements praxéologiques d'autres institutions. Un acte de référencement praxéologique sera donc ici un acte discursif public réunissant à un instant donné deux équipements praxéologiques, qui peuvent être confondus : celui de l'auteur du discours et celui de la source de référence. C'est le concept de référence praxéologique. Par exemple, lorsqu'une personne fait une citation, c'est un acte de référencement mettant en relation son propre équipement praxéologique avec celui de l'auteur source de la citation. Très souvent la source de référence n'est pas explicitée. C'est généralement le cas lorsque l'auteur s'auto-référence. Ainsi un élève rapportant publiquement à la classe le fruit de ses recherches fait référence à son équipement praxéologique personnel sans le dire. En outre, quand les sources de référence ne sont pas explicitées, l'acte de référencement n'est plus un acte réalisé par l'auteur du discours ; il résulte d'une interprétation faite par le chercheur et qui repose donc sur l'équipement praxéologique de ce dernier.

Une hypothèse de recherche est à ce point formulable quant à la dynamique des savoirs qui s'établit dans une classe. Le milieu est d'abord en permanence enrichi par les discours publics des élèves et du professeur au cours desquels diverses sources de référence sont employées. Les actes de référencement contenus dans ces discours établissent de facto des rapports partagés aux savoirs sources. Des parties de ces discours sont ensuite institutionnalisées qui construisent progressivement l'équipement praxéologique de la classe. Seules quelques sources de références praxéologiques sont alors retenues lors de ce processus. Lesquelles ? Cela dépendra en grande partie des choix de l'enseignant qui en validera certaines et en invalidera d'autres.

Quelles sont donc les sources de référence que les élèves et les professeurs peuvent utiliser en plus de leurs propres équipements praxéologiques ou celui de la classe ? Il y a d'abord ceux que l'institution reconnaît :

Une institution didactique relativement à un savoir X reconnaît une ou plusieurs formations épistémologiques de référence, définissant pour elle des savoirs référentiels. Parmi ces savoirs, le savoir de type savant Xs occupe une position dominante dans le système des références. (Chevallard 1988, p.6).

Sensevy (2011) aborde la question de la référence en introduisant les concepts de jeu épistémique source et d'équilibration didactique :

On voit bien que chaque fois, l'activité sera pensée et décrite en référence à ce que je vais appeler un jeu épistémique source. (Op. cité, p.125).

Si les jeux d'apprentissage mis en œuvre retrouvent une certaine forme d'authenticité didactique, c'est-à-dire peuvent être mis en lien avec des jeux épistémiques sources qu'on trouve dans les œuvres humaines, l'équilibration peut s'appuyer sur ce que le professeur connaît de ces jeux épistémiques sources. » (Ibid., p.280)

Mais d'autres sources de références que les savoirs savants sont envisageables. Chevallard (1988, p.5) distingue « cinq grands types de régimes du savoir : quotidien, professionnel, savant, enseigné et culturel ». Sensevy et Mercier (2007) quant à eux remarquent qu'existe, à côté de la référence locale qu'est l'équipement praxéologique de la classe, une référence plus globale :

une référence globale extrascolaire, celle des « pratiques de référence » (Martinand, 1986) qui sont susceptibles de constituer des repères pour le travail didactique, notamment lors du processus d'institutionnalisation. (Op. cité, p.196)

Sensevy distingue également un autre type de référence, l'arrière-plan. C'est un :

cadre de référence de la communication et de l'action, fondamentalement nécessaire à ceux qui communiquent et agissent pour assurer une compréhension mutuelle, et une action raisonnablement concertée. (Op. cité, p.22)

Les actes de référencement, et plus particulièrement ceux qui sont contenus dans les discours publics, sont donc au cœur de l'action didactique conjointe. D'eux découlent des rapports aux savoirs partagés qui, à leur tour, engendrent l'évolution des équipements praxéologiques de la classe et des élèves. Au delà d'un bilan des contributions personnelles de chaque acteur du système didactique à l'équipement praxéologique de la classe, l'analyse des actes de référencement effectués dans une séance d'enseignement donnée a pour objectif de décrire comment le professeur ouvre les savoirs enseignés sur le monde et la société. L'intérêt de la séance analysée ci-après réside dans le fait que des sources de références variées sont évoquées par les élèves et qu'elles ne seront pas toutes intégrées à l'équipement praxéologique de la classe.

CADRE MÉTHODOLOGIQUE

1. Une méthodologie clinique de l'observation

L'élaboration d'un cadre théorique pour observer les actes de référencements praxéologiques dans une classe repose sur un aller-retour jamais vraiment terminé entre des modélisations et des réalités. C'est un rapport à l'empirie qui présente l'intérêt de mettre à l'épreuve les concepts et les hypothèses afin de les faire évoluer. Au cours de la construction théorique, la clinique est alors ce qui émerge peu à peu en produisant « des formes organisatrices, systématiques et structurantes, des observables » (Mercier, Schubauer-Leoni & Sensevy 2002, p.12). Par la clinique, les faits deviennent des phénomènes, ou des « événements » au sens de Leutenegger (2009, pp.12-13), du domaine de réalité qu'il étudie. La clinique doit transformer les « symptômes » en « signes », c'est-à-dire en des « observables choisis par le chercheur » (Ibid.). La méthodologie retenue ici est donc celle de l'observation clinique. Elle consiste à observer des patients avec le souci de minimiser les interférences avec eux afin de confirmer la clinique et d'affiner la symptomatique.

Les patients observés sont des classes de collèges français². Les descriptions de classes particulières, ou d'épisodes donnés des systèmes didactiques qu'elles créent, ne seront pas considérées comme des cas isolés

² du 6^{ème} au 9^{ème} grade.

car la clinique les relie : « elles mettent en œuvre les mêmes orientations interprétatives » (Lahire 1995, p.95) et constituent « des variations sur les mêmes thèmes » (Ibid., p.96). Le terrain de recherche prend alors en compte deux possibilités : des classes directement observées in situ par le chercheur au sein d'une institution scolaire donnée, et des classes indirectement observées via des traces collectées et partagées par des membres de l'équipe de recherche, comme des enregistrements vidéo. C'est cette deuxième possibilité qui sera exploitée ici car elle assure une certaine généralité aux faits interprétés, les patients observés n'étant pas informés de la clinique et des intentions du chercheur.

Les actes de référencement seront les observables. Ne seront retenus ici que des discours oraux ou écrits publics. Seront ainsi écartés d'autres signes qui seraient non langagiers ou non graphiques, comme par exemple des gestes ou des postures corporelles.

2. Catégorisation des sources de références praxéologiques

Par hypothèse, les actes de référencement qui émergent dans le milieu de la classe sont contenus dans des discours, oraux ou écrits, personnels. Leurs sources praxéologiques sont donc a priori des équipements praxéologiques personnels d'élèves ou de professeurs. Mais, de façon explicite ou implicite, ces discours évoquent aussi d'autres sources de références que leurs auteurs reconnaissent à titre personnel ou partagé. Pour pouvoir envisager ce deuxième niveau référentiel, le concept de référence à un équipement praxéologique personnel doit être affiné. Quatre grands types de sources de références praxéologiques seront ainsi distingués ici : l'équipement praxéologique de la classe, des équipements praxéologiques officiels d'élèves, l'équipement praxéologique officiel du professeur, et des sources externes.

L'équipement praxéologique de la classe a déjà été défini comme l'ensemble des discours publics qui auront été institutionnalisés. Cette institutionnalisation des discours est observable via leur mise en texte (Mercier, 1992, 2001) sur des supports matériels, comme ce sera le cas dans la séance analysée ici du tableau de la classe. L'équipement praxéologique d'une classe sera donc essentiellement vu comme un média (au sens de Chevillard, 2007b) rassemblant des praxéologies co-écrites puis, en principe, dupliquées sur des supports médiatiques privés et apprises par les élèves.

L'équipement praxéologique officiel d'un élève en mathématiques au niveau scolaire p et à l'instant t sera la partie de son équipement praxéologique personnel constituée de ses rapports officiels, plus ou moins stabilisés, aux savoirs. Les rapports officiels tendant vers des rapports institutionnels, il est identifiable pour le chercheur par sa ressemblance avec l'équipement praxéologique de sa classe à l'instant t et avec les rapports institutionnels de niveaux inférieurs à p . L'équipement praxéologique officiel est donc spécifique et disciplinaire. Il subit des réactualisations régulières de son contenu et de son organisation, en particulier pour tenir compte des évolutions technologico-théoriques et des obsolescences. Il est circonscrit en partie par les programmes officiels et en partie par ce qui aura été validé par le professeur dans la classe. Par défaut, lorsqu'un élève tient un discours technologico-théorique public, comme rendre compte de ses recherches ou argumenter, c'est son propre équipement praxéologique officiel qui sert de référence. C'est la même source de référence qui est évoquée lorsqu'un professeur demande à un élève de produire un tel discours, ou lorsqu'il le reformule.

L'équipement praxéologique officiel d'un professeur sera quant à lui indépendant de l'équipement praxéologique de la classe. Il sera essentiellement constitué de praxéologies mathématiques savantes, généralement arrêtées par les programmes des concours de recrutement, et de praxéologies didactiques, bien plus partiellement identifiées par l'institution. Par défaut il se réfère lui aussi à son propre équipement praxéologique officiel lorsqu'il discourt publiquement dans la classe.

Toutes les autres sources praxéologiques envisageables autres que les trois précédentes seront dites externes. Dans la séance analysée dans cet article, un cas particulier apparaîtra : des sources de références issues de pratiques de la vie courante, dont une qualifiée de hors contrat didactique car d'un niveau scolaire supérieur à celui de la classe.

3. Codage des sources de référencement et graphiques

Le tableau n°1 le précise le codage (indice entier) qui repèrera les types de sources de références praxéologiques et qui sera utilisé dans les représentations graphiques.

Catégories de sources de références	Codages
Équipement praxéologique de la classe	1
Équipement praxéologique officiel d'un élève	2
Équipement praxéologique officiel du professeur	3
Sources externes	5

Tableau 1. – Catégorisation et codage des sources de références

Sur les graphiques, la valeur 0 pour l'indice de codage indiquera qu'aucune source de référence n'aura été identifiée. L'indice 4 sera non utilisé mais permettra, sur les graphiques, de mieux séparer les sources externes des autres sources.

Dans les retranscriptions des discours publics, les élèves seront désignés par la lettre x suivie d'un numéro, et l'enseignante par la lettre y. Le codage sera précisé entre crochets juste avant le nom de l'auteur comme dans l'exemple ci-après, à t = 00:06 :

- [1]. y : Comment on avait ... On va utiliser le même procédé qu'avec les additions.
- [2]. y : Alors. Est-ce que vous pouvez faire les soustractions suivantes ?
- [3]. y : Je vais vous en donner un certain nombre.

L'évolution, pour une institution donnée, des sources de références qu'elle emploie sera représentée par un chronogramme référentiel comme celui de la figure n°1. Le temps s'y écoule dans le sens inverse de celui des aiguilles d'une montre, en démarrant à la position midi. Les niveaux référentiels codés par les indices de 0 à 5 correspondent à des cercles concentriques, la valeur 0 étant au centre.

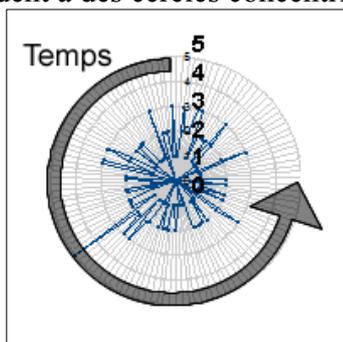


Figure 1 – Chronogramme référentiel d'évolution des sources de références employées par une institution

Ces chronogrammes référentiels seront complétés par des diagrammes en barres, comme celui de la figure n°2, précisant la répartition de ses sources de références. Sur l'axe des abscisses les institutions sont retrouvées avec leurs indices respectifs.

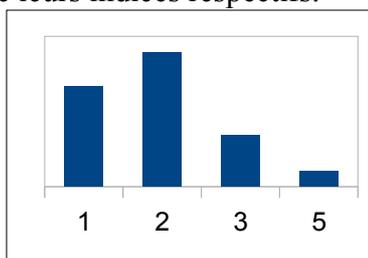


Figure 2 – Diagramme barre de répartition des sources de références employées par une institution

4. Exemples de codages et incertitudes interprétatives

Nous allons dans ce paragraphe préciser les catégories référentielles précédentes en tentant de réduire les incertitudes interprétatives. Pour cela nous donnerons des exemples d'actes de référencements praxéologiques des trois premières catégories qui se voudront être génériques tout en précisant les choix interprétatifs faits.

L'équipement praxéologique de la classe est une source de références majeure. Les rappels mémoriels, les anticipations et les définitions de son contenu sont ainsi fréquents. Ainsi lors d'une dévolution d'un sujet d'étude :

- [1] 00:00:25 Nous avons travaillé...Quel(s) domaine(s) on a travaillé pour l'instant avec ces nombres

relatifs?

[1] 00:00:38 Qu'est-ce qu'on va faire maintenant ?

Ils le sont également pour faire le point sur les rapports officiels aux savoirs ou sur le contrat didactique :

[1] 00:12:04 On ne connaît pas encore de règle.

[1] 00:05:51 Je vous ai demandé de justifier vos résultats, on est bien d'accord

Ils sont enfin essentiels pour orienter l'activité conjointe :

[1] 00:01:45 On va utiliser le même procédé qu'avec les additions.

Pour pouvoir distinguer plusieurs niveaux de référencements, les équipements praxéologiques personnels des élèves et des professeurs sont restreints à leurs parties disciplinaires officielles. Pour les élèves, ce sont des praxéologies qu'ils reconnaissent comme faisant partie de ce qui est à savoir. Généralement, elles sont exprimées en mathématiques par des discours technologico-théoriques, comme :

[2] 00:08:34 Mais ce n'est pas cinq, parce que c'est moins sept moins deux

Ces discours peuvent être oraux et publics, comme dans l'exemple précédent, mais ils peuvent être aussi écrits, comme lorsqu'un élève est envoyé au tableau pour recopier son travail.

Pour les professeurs, l'auto-référencement de leurs propres équipements praxéologiques officiels est également exprimé dans des discours disciplinaires qui demeurent au niveau scolaire de la classe. Par exemple :

[3] 00:32:24 Je reprends les explications. Donc vous êtes d'accord, ce zéro je l'ai écrit sous la forme deux plus moins deux.

Seront également considérés comme des auto-référencements les éléments disciplinaires des consignes de travail qu'énonce un professeur.

Dans les dialogues au sein d'une classe, professeurs et élèves se référencent aussi les uns les autres. La source ne sera plus alors considérée comme étant l'auteur du discours. Ce sera la personne dont la praxéologie est évoquée. Par exemple, un élève peut critiquer ou commenter la production d'un autre :

[2] 00:11:51 Comme elle a écrit plus sept moins deux ça fait plus moins plus deux.

Dans cet exemple, le codage [2] ne permet pas de distinguer les deux élèves entre eux. Ce n'est plus le cas lorsque c'est le professeur qui est auteur :

[2] 00:07:17 Donc je voudrais que vous réfléchissiez à ce que Romain vient d'écrire.

Dans cette consigne, l'élève est explicitement nommé. Mais il arrive aussi que le professeur s'adresse à tous les élèves de façon générique pour leur demander par exemple de produire un travail :

[2] 00:02:43 Voilà, là j'ai écrit quatre soustractions, regardez ce que vous pouvez faire, facilement, regardez celles qui vous posent problème.

Cet élément discursif n'exprime pas un contenu de l'équipement praxéologique officiel du professeur. Nous considérerons donc que les praxéologies référencées sont celles des élèves.

Une difficulté interprétative apparaît lorsque les discours deviennent axiologiques. Ainsi, lors d'une validation d'un élément praxéologique, on pourrait considérer que la source de référence est l'auteur puisque le jugement qu'il exprime est bien fondé sur son équipement praxéologique personnel. Mais ce n'est pas le choix que nous ferons pour deux raisons. Premièrement un tel jugement n'est pas exclusivement construit à partir de son équipement officiel, il implique aussi des éléments non disciplinaires et doxiques. Deuxièmement, si l'on situe l'analyse au niveau du discours et plus au niveau de son auteur, conformément à la définition d'une référence praxéologique, la relation entre le discours validant et le discours validé est bien plus évidente. Lors d'une validation, nous considérerons donc que c'est l'institution validée et non l'auteur qui est référencé. Ainsi :

[2] 00:05:37 Oui, ça c'est justifié ce que tu as écrit là.

Il arrive aussi que ce soit un élève qui critique, juge ou valide le travail d'un de ses pairs, voire qui commente un discours de professeur :

[2] 00:07:53 Moi j'ai trouvé pareil mais c'est faux parce que sept moins deux et moins sept moins

Malgré ces précautions pour minimiser l'incertitude interprétative, le concept de référence praxéologique s'accommode difficilement de disjonctions catégorielles. Certains discours seront en effet toujours à la frontière de deux ou plusieurs catégories, et leur codage pourra donc fluctuer d'une analyse à l'autre. Par conséquent, le concept de référence praxéologique est un concept statistique. Il permet de s'intéresser à des répartitions de référencements plutôt qu'à des actes isolés, et de faire ainsi apparaître des modalités ou des saillances discursives.

UNE ANALYSE RÉFÉRENTIELLE EN CINQUIÈME

Le matériel exploité dans cet article est constitué d'une bande vidéo enregistrée en 2010 par les membres de l'équipe (CD)AMPERES, Conception et Diffusion d'Activités Mathématiques et de Parcours d'Étude et de Recherche dans l'Enseignement Secondaire (educmath.ens-lyon.fr/Educmath/ressources/documents/cdamperes/). Cette équipe, qui regroupe plusieurs professeurs issus de diverses académies et des didacticiens, a pour objectif de produire des documents utilisables afin de conduire des Activités et des Parcours d'Étude et de Recherche dans des classes de mathématiques ordinaires.

De par la nature des sources de données, les classes étudiées ne sont donc pas en relation directe avec le chercheur auteur de cet article. Le concept de référence tel qu'il est développé et analysé ici n'est pas connu par l'enseignant, qui en ignore donc même les observables. Cette indépendance des institutions observées et observatrices apporte un caractère générique aux actes de référencement qui seront par la suite identifiés.

1. La classe

La classe observée est constituée d'une trentaine d'élèves et est conduite par une professeure y. C'est une classe de mathématiques de niveau cinquième³ du collège. La salle de classe est dépouillée et disposée classiquement : murs blancs avec un panneau d'affichage décoré de dessins, une armoire et un tableau noir à craies au devant de la scène ; les élèves sont rangés parallèlement à celui-ci, et en sont séparés partiellement par le bureau de l'enseignante. Sur leurs bureaux respectifs, l'enseignante et les élèves disposent également d'autres objets constitutifs du milieu matériel, dont : des supports papiers de textes privés, cahiers ou classeurs, des manuels scolaires, des calculatrices, ...

La séance observée s'inscrit dans une séquence d'enseignement sur le thème « Addition et soustraction de nombres relatifs » (Ministère de l'Éducation Nationale, 2008) au cours de laquelle des techniques de calcul sont rencontrées et travaillées. Ces techniques s'appuient sur celles relatives à l'addition ou à la soustraction de deux nombres décimaux positifs, rencontrées à l'école primaire³ et en sixième⁴. Dans la classe observée, et à ce stade d'évolution des équipements praxéologiques, des techniques à propos de l'addition d'un relatif ou de la soustraction d'un nombre positif ont déjà fait l'objet d'une co-construction et sont dans l'équipement praxéologique de la classe. L'enjeu de ce système didactique est donc la seule question restante :
Q : comment soustraire un nombre négatif ?

2. L'enjeu dans les textes officiels

Le programme officiel (Ministère de l'Éducation Nationale, 2008) ne précise pas la technique à utiliser. Le document d'accompagnement pour le collège Le calcul numérique au collège (Ministère de l'Éducation Nationale 2007), qui semble se référer implicitement aux travaux de Glaeser (1983, p. 338) sur l'épistémologie des nombres relatifs, utilise l'écriture $\text{Opp}(a)$ pour désigner l'opposé d'un nombre décimal positif. Glaeser a en effet montré que l'usage de la notation signée $(-a)$ déclenche de nombreux obstacles cognitifs qu'ont rencontrés les mathématiciens. Les élèves y sont eux aussi confrontés. Dans le document d'accompagnement, une technique est proposée en réponse à Q :

Si a et b désignent deux décimaux relatifs, montrons qu'il existe un nombre d qui ajouté à b , donne a . [...] Ainsi, le seul nombre qui peut convenir est $a + \text{opp}(b)$. [...] On le note encore $a - b$. Ainsi, quels que soient les nombres relatifs a et b , $a - b = a + \text{opp}(b)$. Soustraire un nombre, c'est ajouter son opposé. (Op. cité)

³ 7^{ème} grade.

Cette technique τ_0 se situe donc dans un contexte savant algébriste qui réinvestit le concept de nombres relatifs opposés (structure de groupe additif) pour résoudre, de façon générale, les équations du premier degré à une inconnue avec second membre numérique. En termes algébriques, le semi-groupe additif des décimaux positifs est symétrisé : les nombres négatifs sont les opposés, par rapport à l'élément neutre 0, des nombres positifs. Au bout du compte, l'opération de soustraction devient une opération interne qui se ramène à l'addition d'un opposé. Aux cours de ce passage des décimaux positifs aux décimaux relatifs, des propriétés de l'addition sont conservées. Dans les discours généralement observables au collège, comme ceux de la séance ci-après, ces propriétés structurelles de l'addition sont tacites et praxémiques. Reprenons pas à pas la technique τ_0 pour les identifier. Soit b un nombre décimal positif ou nul. On définit le nombre $Opp(b)$ comme l'unique solution de $b + X = 0$:

$$\text{définition : } \forall b \geq 0, b + Opp(b) = 0$$

Un tel nombre $Opp(b)$, appelé aussi 'nombre négatif', est supposé être unique. En outre l'addition doit pouvoir s'étendre à ces nombres nouveaux en conservant trois praxèmes : elle est associative, commutative et admet zéro pour élément neutre.

Puisque la soustraction dans les décimaux positifs était initialement définie par complémentation :

$$\forall a \geq b \geq 0, c = a - b : b + c = a, \text{ avec } c \geq 0$$

et que par définition la solution de $b + X = 0$ est unique et est $Opp(b)$, deux solutions sont alors parfois possibles pour l'équation $b + X = a$: le nombre $c = a - b$ et le nouveau nombre $a + Opp(b)$. Pour conserver l'unicité de la solution, on est ainsi amené à redéfinir la soustraction dans les décimaux positifs comme l'addition d'un opposé et à l'étendre à tous les décimaux relatifs :

$$\forall a, \forall b, a - b = a + Opp(b)$$

Enfin, après avoir remarqué que prendre l'opposé d'un nombre est une opération involutive, la théorie savante donne donc une réponse τ_0 à l'enjeu didactique : soustraire un nombre négatif, c'est ajouter son opposé, qui lui est positif. Ainsi :

$$\forall a, \forall b, a - Opp(b) = a + Opp(Opp(b)) = a + b$$

La technique τ_0 se ramène ainsi à n'utiliser dans l'ensemble des décimaux relatifs que l'opération d'addition avec toutes ses propriétés praxémiques.

Le document d'accompagnement (Ministère de l'Éducation Nationale 2006) éclaire quant à lui sur l'usage qu'il peut être fait des références à des pratiques sociales externes à la classe ou à la droite graduée :

L'apprentissage des règles de calcul sur les nombres relatifs est en relation très forte avec les significations qui leur sont accordées, dès lors qu'on souhaite ne pas se limiter à l'enseignement de règles formelles, mais qu'on souhaite expliquer et justifier ces règles. Le calcul de sommes ou de différences peut être, entre autres, mis en relation avec des situations faisant intervenir des gains et des pertes ou encore des déplacements sur la droite graduée. (Op. cité)

Dans de telles situations concrètes dérivées de la droite graduée, comme celle de gains et pertes, mais aussi celles de l'ascenseur, du thermomètre, ou des frises chronologiques, l'opération de soustraction d'un nombre négatif est cependant difficile à faire apparaître sans recourir au concept, hors programme, de mesure algébrique. L'opération de multiplication, qui ne sera au programme qu'en classe de quatrième, est elle aussi non envisageable dans de tels contextes. Ces approches non algébriques ne sont donc pas recommandées par ces textes d'accompagnement pour l'élaboration des techniques :

le recours à ces situations concrètes pour introduire l'addition des nombres relatifs présente des limites car il n'assure pas qu'un élève saura s'émanciper de tels contextes. Par ailleurs, ces supports ne permettent pas de donner du sens à la multiplication de deux relatifs. (Op. cité)

3. L'approche proposée par l'équipe AMPERES

L'enseignante met en œuvre une approche de l'enjeu Q voisine de l'approche savante mais dans une version transposée par l'équipe AMPERES. Elle est partiellement décrite par un article du Groupe Didactique des

mathématiques de l'Irem⁴ d'Aquitaine (Irem d'Aquitaine 2008), et complètement dans la brochure intitulée « Entrées dans l'algèbre en sixième et cinquième » (Irem d'Aquitaine 2007). Rappelons-en les éléments essentiels.

Dans un premier temps, les nombres négatifs sont introduits par résolution d'équations (égalités à compléter) du type $9 + \dots = 7$. Il est escompté des élèves que, après avoir dépassé l'apparente absence de solution, ils proposent des réponses « intuitives » comme -2 , puis des réponses plus complexes comme $7 - 9$ ou $2 - 4$ ou $0 - 2$. Un nombre négatif, -2 dans l'exemple, apparaît ainsi comme une écriture simplifiée de toutes ces soustractions 'impossibles' (une classe d'équivalence). Le concept de nombres opposés est ensuite introduit.

Dans un deuxième temps, il s'agit de généraliser l'addition sur les décimaux positifs en addition sur les décimaux relatifs en utilisant des décompositions de l'élément neutre 0 en somme de deux nombres opposés. Les élèves rencontrent alors successivement des additions avec un résultat positif, comme $9 + (-2) = 7 + 2 + (-2) = 7 + 0 = 7$, puis avec des résultats négatifs, comme $(-7) + (-2) = -9$ ou comme $7 + (-9) = 7 + (-7) + (-2) = -2$. Les règles de calcul ainsi découvertes sont ensuite mise en œuvre dans une situation concrète autour des gains et des pertes. Puis la question de l'ordre dans l'ensemble des nombres relatifs est envisagée sur la droite graduée.

Dans un troisième temps, les soustractions de nombres négatifs sont envisagées, comme $7 - (-2)$. C'est ce moment crucial et délicat qui est analysé dans la classe ci-après. La technique τ_1 mise en œuvre diffère alors de τ_0 . Plutôt que de définir la soustraction directement à partir de l'addition d'un opposé, elle consiste à introduire, comme précédemment lors de l'addition, une décomposition idoine de 0 dans le calcul. Par exemple, le calcul $7 - (-2)$ sera transformé successivement en $7 + 0 - (-2)$ puis en $7 + [2 + (-2)] - (-2)$. Le praxème d'associativité ramène alors le calcul à $7 + 2 + [(-2) - (-2)]$ puis, moyennant l'extension aux entiers relatifs du praxème $a - a = 0$, à $7 + 2 + 0$ et finalement au résultat 9 . Remarquons à nouveau que dans cette technique, les ostensifs associés aux nombres négatifs, comme -2 , plutôt que $Opp(2)$, confèrent au signe $-$ une double signification. La technique τ_0 « soustraire un nombre c'est ajouter son opposé » est donc finalement retrouvée. Mais, dans la séance observée, elle ne sera pas mise en œuvre. C'est du moins ce qui était *a priori* prévu par l'enseignante.

4. Analyse globale de la séance

L'enseignante initie la séance par un dialogue avec la classe ayant pour objectif d'annoncer l'enjeu Q. La technique didactique professorale qu'elle utilise pour cela consiste à demander aux élèves de référencer l'équipement praxéologique de la classe : « Quels domaines a-t-on travaillés pour l'instant avec ces nombres relatifs ? » ($t = 00:25$) ; « Qu'est-ce qu'on va faire maintenant ? » ($t = 00:38$). Dès que la réponse attendue est fournie, elle est transcrite au tableau et y est soulignée, ce sera le titre TX0 de la leçon : « Soustraction des nombres relatifs ». Le type de tâches associé à TX0 est donc plus général que celui associé à Q car il englobe aussi la soustraction de nombres positifs. Mais, par la suite, ce dernier cas sera vite écarté.

Puis, ce moment de dévolution étant révolu, des règles du jeu sont définies, toujours en s'appuyant sur l'équipement praxéologique de la classe que les élèves sont censés avoir assimilé :

[1]. y : Nous allons procéder comme on avait travaillé avec l'addition. On va poser un certain nombre de soustractions [...] et on va voir s'il y en a certaines que l'on peut faire et d'autres que l'on ne peut pas faire, et on va essayer de les faire. ($t = 01:34$)

Dès lors, l'enseignante se tourne vers le tableau à craies de la salle et écrit quatre textes, issus de son équipement praxéologique officiel, qui vont servir de consignes puis évoluer :

TX1 : « $(+7) - (-2)$ »

TX2 : « $(+7) - (+2)$ »

TX3 : « $(-7) - (-2)$ »

TX4 : « $(-7) - (+2)$ »

⁴ Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques.

Le type de tâches associé aux textes TX2 et TX4, soustraire des nombres positifs, fait bien partie du type de tâches défini par le titre TX0 de la leçon mais, n'étant pas dans l'enjeu Q, il est censé être devenu routinier pour les élèves. TX1 et TX3 relèvent par contre de Q et sont donc problématiques et rencontrés pour la première fois. D'un point de vue référentiel, ces quatre textes ont pour source l'équipement praxéologique officiel de l'enseignante. Ils sont aussitôt recopiés par les élèves sur leurs cahiers personnels.

Un temps de recherche est ensuite mis en place :

[1]. y : Voilà, là j'ai écrit quatre soustractions. Regardez celles que vous pouvez faire facilement, regardez celles qui vous posent problème. (t = 02:43)

La classe entre alors dans un bref moment de première rencontre avec le type de tâches. Les élèves découvrant les calculs à effectuer, l'enseignante circule dans la salle pour réguler leurs actions, motivant et guidant ceux qui ne sont pas encore au travail. Très vite une précision sur les règles d'actions s'impose :

[1]. y: vous devez passer par une petite phase de justification (t = 05:20).

Cette contrainte ayant été précisée, la classe entre dans un moment d'exploration du type de tâches et d'émergence de la technique qui durera quasiment toute la séance (de t = 06:32 à t = 43:32).

Très vite, un premier élève x_2 est envoyé au tableau pour y transcrire ses réponses pour les calculs TX2 et TX3 (à t = 06:35) :

TX2 : « (+7) - (+2) = 7 - 2 = 5 = +5 »

TX3 : « (-7) - (-2) = 7 - 2 = 5 = -5 »

Aussitôt, à t = 09:47, la technique pour TX2, non problématique, est validée :

[2]. y : Sept moins deux, ça fait longtemps que vous savez le faire. Ça fait cinq. Donc, il me semble que celui-là on doit pouvoir le valider quand même.

Le texte TX2, coproduit par y et x_2 , est ensuite recopié par les autres élèves. Mais la solution proposée pour TX3 est fautive. Pour amener la classe à une réponse acceptable, l'enseignante avait déjà demandé de la critiquer à t = 00:17 :

[2]. y : Je voudrais que vous réfléchissiez à ce que x_2 vient d'écrire »

Un autre élève, x_{10} , est alors envoyé au tableau pour venir y écrire ses réponses. Il ne proposera qu'une réponse à TX4, lui aussi non problématique a priori (à t = 12:58) :

TX4 : « (-7) - (+2) = -7 - 2 = -5 »

La réponse étant fautive, l'enseignante s'empresse de la corriger :

[2]. y : ça nous fait moins neuf, on est d'accord? Donc là il y a une erreur. OK ? » (t = 14:35).

Ce texte TX4 est donc finalement produit essentiellement par y. Il est ensuite à son tour recopié. Demeurent alors toujours les obstacles des calculs proposés dans TX1 et TX3. À t = 15:23, l'enjeu Q de la séance, ainsi isolé, est clairement énoncé par y qui précise alors l'état en cet instant de l'équipement praxéologique de la classe :

[1]. y : C'est la soustraction d'un nombre négatif qui nous pose problème.

Pour faire avancer plus rapidement le temps didactique tout en rappelant des règles d'actions et surtout pour amener la technique de calcul τ_1 qu'elle attend, l'enseignante demande alors à la classe, de t = 17:15 à t = 18:28, de se remémorer la technique d'introduction d'un zéro dans les calculs qui avait été utilisée dans les séances précédentes :

[1]. y : Nous étions tombés sur le même type de difficultés quand nous avons travaillé avec l'addition. Est-ce que vous vous souvenez de ce qu'on avait fait à ce moment là. [...] Je vous aide. Qu'est-ce qu'on avait introduit dans le calcul ?

Après plusieurs réponses écartées, un élève se souvient enfin :

[1]. x : Je ne sais plus, mais il y avait un zéro.

[1]. y : Il y avait un zéro, oui. On avait introduit zéro. Bon.

L'enseignante lance alors la classe dans une exploration de l'environnement technologico-théorique déjà existant autour de cette technique :

[1]. y : Quel était l'intérêt d'introduire zéro ? [...] Ça ne change rien dans le calcul, on est d'accord. Je peux, dans une somme, dans une soustraction, je peux toujours rajouter zéro.

À $t = 19:14$ la technique est clairement désignée et l'enseignante entame l'exploration des tâches calculatoires qu'elle permet de réaliser. Après un moment de travail, la production de l'élève x_{17} à propos de TX1 est dictée à l'enseignante qui commence à la retranscrire au tableau. Mais cet acte de duplication s'interrompt rapidement, dès la première étape de calcul :

TX1 : « $(+7) - (-2) = 7 - 0 - (-2)$ »

La raison en est que x_{17} a introduit un '-0' au lieu d'un '+0'. L'enseignante évite les difficultés que cela pourrait engendrer en la corrigeant aussitôt tout en déclarant :

[3]. y : De toute façon, écrire moins zéro ou écrire plus zéro ça revient au même.

TX1 : « $(+7) - (-2) = 7 + 0 - (-2)$ » ($t = 19:55$)

L'enseignante cesse alors l'écriture d'une solution pour TX1 pour revenir sur la technique en jeu :

[1]. y : Alors, est-ce que vous vous souvenez quel est l'intérêt d'avoir rajouté ce zéro ? ($t = 20:03$)

S'en suivent des temps de travail et de communications publiques au cours desquels un texte TX5, d'ordre praxémique, est écrit par l'enseignante au tableau :

TX5 : « $0 = +2 - 2$ »

Mais les choses ne vont pas d'elles-mêmes, et l'enseignante, à partir d'une mise en comparaison des discours publics des élèves, doit, avec un certain effet Topaze (Brousseau 1998, p.52), souvent amener les réponses qu'elle attend, voire les formuler elle-même.

L'extrait ci-après est caractéristique de cet phénomène (de $t = 28:41$ à $t = 29:38$). Un élève x_{22} vient de dupliquer sa solution au tableau et dialogue avec y :

[2]. y : Mais moi je voudrais bien qu'on approfondisse ce qu'avait commencer à dire x_{22} . Après il s'est perdu. Qu'est-ce que tu m'avais dit, x_{22} ?

[2]. x_{22} : Moins moins deux égale moins deux.

[2]. y : On soustrait moins deux. Mais tu le soustrais à quoi ce moins deux ?

[2]. x_{22} : à moins deux

[2]. y : à moins deux

[2]. x_{22} : donc ça ne fait pas zéro !

[2]. y : Alors tu pourrais me donner un autre exemple ? Tu t'appuies sur quoi pour dire ça ? Concentrez-vous s'il vous plaît. Là vous ne suivez pas du tout. Tu me dis je soustrais moins deux à moins deux, donc ça fait zéro. C'est ce que tu es en train de me dire.

La technique mathématique τ_1 d'introduction d'un zéro dans les calculs apparaissant enfin dans l'équipement praxéologique d'un élève, c'est le point de vue de y, il ne reste maintenant plus qu'à la transmettre au reste de la classe :

[2]. y : Est-ce que son raisonnement vous pourriez le faire dans un autre domaine de nombres ?

[1]. y : Si vous avez quatre et que vous lui soustrayez quatre, ça fait combien ?

[2]. x : Bien zéro !

[2]. y : Bon.

L'enseignante institutionnalise davantage le praxème contenu dans le texte TX5 en le modifiant :

TX5 : « $0 = +2 + (-2)$ »

Il ne reste plus qu'à l'appliquer au calcul TX1 en cours. C'est ce que l'enseignante exécute aussitôt au tableau en modifiant TX1 à $t = 31:19$:

$$\begin{aligned} \text{TX1} : & \ll (+7) - (-2) = 7 + 0 - (-2) \\ & = 7 + 2 - 2 - (-2) \\ & = 7 + 2 + (2) - (2) \\ & = 7 + 2 + 0 \\ & = 9 \gg \end{aligned}$$

Le texte TX1, agrémenté du texte TX5, apparaît donc comme produit essentiellement par l'enseignante. Même si les discours publics oraux dans la classe font référence aux équipements praxéologiques officiels des élèves, les textes communs qui constitueront l'équipement praxéologique de la classe sont essentiellement issus de l'équipement praxéologique de l'enseignante.

Par la suite, la classe s'agite encore davantage et oblige l'enseignante à gérer la discipline, puis à expliciter de nouveau la technique et son environnement technologico-théorique en faisant le point sur l'évolution de l'équipement praxéologique de la classe :

[1]. y: Je reprends les explications. Donc vous êtes d'accord, ce zéro, je l'ai écrit sous la forme deux plus moins deux. On est d'accord. J'ai additionné, donc, zéro c'est la somme de deux nombres opposés. La somme de deux nombres opposés c'est égal à zéro. ($t = 32:24$)

Mais de nombreux élèves s'interrogent publiquement sur l'intérêt de cette technique, évoquant une technique concurrente qu'ils jugent plus efficace et qu'ils ont personnellement utilisée : « moins et moins ça fait plus » (formulation de l'élève x_{12} à $t=16:00$). Nous appellerons ici 'pseudo règle des signes' cette règle, compte-tenu du fait qu'elle évoque, au moins pour l'enseignante, la règle des signes qui opère pour les multiplications de nombres relatifs. Plusieurs élèves l'emploient, comme l'élève x_{23} à $t = 34:34$:

[5]. x_{23} : Mais en fait ça nous sert à rien, parce que sept moins moins deux ça fait comme si on additionnait deux à sept. Puisque ça va revenir à neuf, le résultat.

L'incursion de cette technique, jugée hors contrat didactique par l'enseignante, se reproduira plusieurs fois au cours de la séance. Mais pour le moment l'enseignante considère que la technique τ_1 est la plus pertinente et que le texte TX1, issu de son propre équipement praxéologique, en est une instantiation parfaite qu'il ne reste plus qu'à recopier et à répéter dans TX3 :

[1]. y : Bon, de toute façon on va voir, on va continuer à travailler et on va voir s'il y a des idées de ce genre là qui arrivent. Hein ? ($t = 35:00$)

Le texte TX3 est ainsi remis sur le devant de la scène et suivra un traitement similaire à TX1. Après que la solution fautive de l'élève x_{25} ait été écrite sur le tableau, l'enseignante demande sa mise en comparaison avec les solutions des autres élèves puis finalement la corrige elle-même tout en rappelant τ_1 qu'elle estime maintenant faire partie de l'équipement praxéologique de la classe :

[1]. y: Donc là c'est pareil, moins deux moins moins deux, ça nous fait un zéro, et moins sept plus deux ça nous fait moins cinq. D'accord ? ($t = 41:31$)

Après quelques échanges qui persistent encore quant à la pertinence et l'efficacité de τ_1 , les élèves sont conviés à recopier TX3 sur leurs cahiers personnels et à appliquer τ_1 sur d'autres cas particuliers dictés par y à $t=00:45:15$:

TX7 : « +5 - (-3) » et « -3 - (-7) ».

La fin de la séance s'annonçant, le temps manquera pour cela. L'enseignante efface donc le tableau et clôt la séance en proposant des devoirs à la maison, trois exercices dans le manuel scolaire.

5. Les références aux équipements praxéologiques officiels dans les discours publics

Les histogrammes de la figure 3 décrivent la répartition des sources de références praxéologiques évoquées par l'enseignante et les élèves dans leurs discours publics respectifs. Ils font apparaître une source principale : les équipements praxéologiques officiels des élèves. Ainsi, les élèves sont référencés à plus de 65% par eux-mêmes et à quelque 45% par l'enseignante. Les discours publics des élèves sont donc très présents dans le milieu de la classe.

À l'opposé, l'équipement praxéologique officiel de l'enseignante est peu référencé : à moins 1% par les élèves, et à un peu plus de 15% par l'enseignante elle-même. L'enseignante gère donc les discours publics dans la classe en accordant dans le milieu une place prépondérante aux équipements praxéologiques officiels des élèves et une place réduite au sien. En est-il de même en ce qui concerne les sources praxéologiques utilisées pour construire l'équipement praxéologique de la classe ?

L'enseignante	Les élèves

Figure 3 – Répartitions des sources de référence

5. La fonction référentielle de l'équipement praxéologique de la classe

Dans les histogrammes de la figure 3, la deuxième source de références praxéologiques la plus employée, que ce soit par l'enseignante comme par les élèves, est l'équipement praxéologique de la classe. Les chronogrammes référentiels de la figure 4 permettent de mieux visualiser les instants de l'étude au cours desquels cette mémoire didactique de la classe est référencée. Correspondant au niveau 1, ils apparaissent en creux (rappel : le temps s'écoule en sens inverse des aiguilles d'une montre, depuis la position midi). Dès le début de la séance, l'équipement praxéologique de la classe est référencé pour situer, dans l'organisation mathématique qui lui est associée, la tâche que les élèves auront à rencontrer, à savoir la soustraction de nombres négatifs. De façon plus globale sur toute la séance, il est régulièrement rappelé pour préciser des règles du jeu et des praxéologies supposées être intégrées aux équipements praxéologiques des élèves. La technique d'introduction d'un zéro elle-même en fait partie car elle a été institutionnalisée lors de l'étude préalable de l'addition des nombres relatifs. L'équipement praxéologique de la classe est donc aussi une source de référence. Rappeler son contenu permet à l'enseignante et aux élèves de réactiver ses fonctions technologico-théoriques qui sont indispensables pour construire les nouveaux savoirs en jeu.

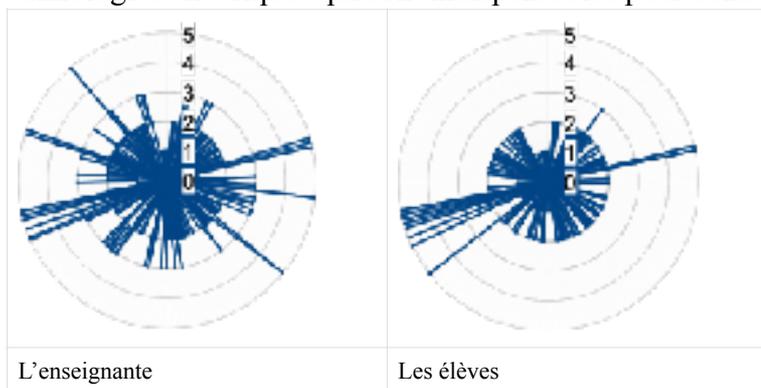


Figure 4 – chronogrammes référentiels de la séance analysée

6. La mise en texte de l'équipement praxéologique de la classe

Les textes écrits au tableau, par l'enseignante ou par un élève, sont au cœur de la relation didactique. En effet, leur écriture est un processus central de l'activité collective qui assume la mise en texte des savoirs (Mercier 1992, Mercier 2001). Coécrire l'équipement praxéologique de la classe est un acte de production fondateur de cette institution didactique et un terme majeur du milieu. En outre, en fixant explicitement le contenu de ce qui doit être appris, les textes au tableau acquièrent une forte valence contractuelle. Il faut également leur ajouter une fonction chronogénétique, car ils rythment l'avancée du temps didactique. Comparer les rôles de chacun des acteurs, professeurs ou élèves, dans la mise en texte de l'équipement

praxéologique de la classe est donc une façon de mesurer leurs topos. In fine, ce qu'il reste dans les textes des discours publics de chacun reflète leurs positions topogénétiques.

Dans la séance décrite, les textes TX2 et TX4 sont produits à deux auteurs : d'abord l'enseignante, puis un élève. Rendant compte de tâches non problématiques, ils sont très vite validés. Au contraire, les textes TX1 et TX3 passent par de nombreuses étapes de réécriture. Le tableau 2 recense celles de TX1. Initialement, comme les précédents, ces textes sont d'abord des énoncés de calculs issus de l'équipement praxéologique officiel de l'enseignante et complétés par une reproduction d'une réponse issue de l'équipement praxéologique officiel de l'élève envoyé au tableau. Puis ils sont maintes fois modifiés, effacés et réécrits. Mais c'est presque toujours l'enseignante qui décide des corrections à apporter, tant et si bien qu'au final ces textes se réfèrent essentiellement à son propre équipement praxéologique officiel. L'équipement praxéologique officiel de l'enseignante constitue ainsi, dans cette séance, la principale source de référence de l'équipement praxéologique de la classe.

Date	Auteur	Acte	Source	Texte T1
02:13	y	Production	EP(y)	* (+7) - (-2)
11:12	x ₄	Reproduction	EP(x ₄)	* (+7) - (-2) = +7 - 2 = +5
11:12	y	Effacement	EP(y)	* (+7) - (-2) =
12:42	y	Reproduction	EP(x ₁₇)	* (+7) - (-2) = (+7) - 0 - (-2)
19:22	y	Effacement	EP(y)	* (+7) - (-2) =
19:24	y	Modification	EP(y)	(+7) - (-2) = (+7) + 0 - (-2)
15:05	y	Production	EP(y)	* (+7) - (-2) = (+7) + 0 - (-2) = 7 + 2 - 2 - (-2)
19:39	y	Modification	EP(y)	* (+7) - (-2) = (+7) + 0 - (-2) = 7 + 2 + (-2) - (-2)
21:50	y	Production	EP(y)	7 + 2 + (-2) - (-2) = 0
30:34	y	Production	EP(y)	* (+7) - (-2) = (+7) + 0 - (-2) = 7 + 2 + (-2) - (-2) = 9
31:11				
33:19				

Tableau 2 – Évolution du texte TX1

7. La gestion des références praxéologiques externes

Au cours de cette séance, les élèves font plusieurs références à des praxéologies non officielles. Le cas de la pseudo règle des signes a déjà été évoqué lors de la description de la séance. Il s'agit d'une référence faite par un élève à un élément praxéologique hors contrat didactique, selon l'enseignante, car pour elle, cette technique renvoie à la multiplication, donc à un niveau officiel ultérieur. Cette règle hors contrat et la technique opératoire qui en découle ont alors nécessairement une origine extérieure à la classe. D'autres sources praxéologiques sont de façon évidente associées à des pratiques sociales externes, comme celle de l'ascenseur dans l'extrait suivant (de t = 15:44 à t = 17:15) :

[5]. x₁₂ : En fait, moi je vois comme dans un ascenseur.

[5]. y : Dans un ascenseur.

[5]. x₁₂ : On est à l'étage moins sept

[5]. y : On est à l'étage moins sept, OK.

[5]. x₁₂ : Et on descend encore de deux. Donc pour moi ça fait qu'on est à moins neuf, en fait.

[5]. y : Alors ce que tu es en train de me dire : je suis dans un ascenseur, je suis au moins sept. Et je soustrais... Et je descends encore de deux. Ça s'écrirait comment ça ?

- [5]. x_{12} : Moins sept moins deux
- [2]. y : Et ouais. Ça ne s'écrit pas moins moins deux.
- [5]. x_{12} : Moins et moins ça fait plus !
- [5]. y : Alors le problème, c'est que ce genre d'explications, c'est très gênant dans le calcul. Mais tu as raison, ça peut donner parfois une intuition pour arriver à le vérifier ensuite.
- [3]. y : Mais bon, là on ne va pas arriver tellement en s'en sortir comme ça.
- [1]. y : Dites-moi ! Est-ce que vous vous souvenez qu'on avait fait un travail du même genre lorsqu'on avait travaillé sur l'addition ?
- [5]. x_{14} : On avait vu aussi que deux moins ça faisait un plus, je crois. Pierre il l'avait dit.
- [5]. y : Oui, oui oui, mais ça je lui avais répondu quoi ?
- [5]. y : Qu'on le verrait en quatrième et que c'était lié à quoi ? ... Je ne sais plus si je vous l'avais dit. À la multiplication.
- [3]. y : Donc là vraiment, on n'en est pas encore là, pas encore là du tout.
- [5]. x_{14} : Deux signes différents ça fait un moins et deux signes les mêmes ça fait un plus.
- [3]. y : Tu me parles de la multiplication. Bon, d'accord. On n'en est pas là.
- [3]. y : Alors, je reprends ma question.

L'enseignante tente donc de réguler l'équilibration didactique (Sensevy 2011) entre, d'une part, le jeu d'apprentissage qu'elle conduit *hic et nunc* dans sa classe et où une technologie hors contrat didactique émerge et, d'autre part, sa version du jeu épistémique source savant exprimée par la technique d'introduction d'un zéro. Mais la pseudo règle des signes est tenace et efficace. L'enseignante est au bout du compte obligée de le reconnaître (de $t = 34:43$ à $t = 35:00$) :

- [5]. y : Alors en effet, x_{22} est en train de me dire qu'en fait, finalement, quand on fait plus sept moins moins deux, c'est pareil que si on avait fait directement...
- [5]. x_{22} : sept plus deux.
- [5]. y : sept plus deux.
- [5]. y : Donc en fait c'est comme si on avait directement additionné deux plutôt que soustraire moins deux.
- [5]. y : Bon de toute façon on va voir, on va continuer à travailler et on va voir s'il y a des idées de ce genre là qui arrivent. Hein

La pseudo règle des signes est donc une référence hors contrat didactique qui s'introduit dans le milieu de la classe et qui ne parvient pas à intégrer son équipement praxéologique.

Le tableau 3 rassemble les divers actes de référencement externes réalisés par des élèves, et le tableau 4 ceux de l'enseignante. Aucune des ces références ne sera utilisée pour construire l'équipement praxéologique de la classe.

Remarquons que les deux théorèmes-en-actes (Vergnaud 1990), 'ajouter agrandit' et 'soustraire diminue', sont au cœur de la problématique. En effet, ils ne s'appliquent pas aux nombres relatifs négatifs, à la différence des nombres positifs. C'est justement là un phénomène d'obsolescence important associé à l'enjeu Q de la séance.

Dates	Références	Dates	Références
15:46	Analogie de l'ascenseur	20:55	Écritures fractionnaires
16:38	Pseudo règle des signes	21:46	Algèbre et lettre X
17:45	Somme des angles d'un triangle	23:00	Additions et agrandissements
18:23	Algèbre et lettre X	25:42	Relation d'ordre et ajout de nombres
18:54	Analogie économique et coût	29:40	Utilisation de la calculatrice
20:22	Écritures fractionnaires	34:34	Pseudo règle des signes
		36:59	Soustractions et diminutions

Tableau 3 – Références externes des élèves

Dates	Savoir de référence	Date s	Savoir de référence
08:41 12:05	Jouer aux devinettes Une explication de bon sens	12:03	S'exprimer en français

Tableau 4 – Références externes de l'enseignante

CONCLUSION ET DISCUSSION

À quoi se réfère-t-on dans une classe d'enseignement donnée ? La séance analysée ici a permis de mettre en évidence comment, au delà des seules connaissances officielles des professeurs et des élèves, la classe construit un équipement praxéologique qui lui est propre, qui repose sur une mémoire didactique collective et qui sert, entre autre, de référence locale officiellement partagée.

Cet équipement praxéologique de la classe se constitue essentiellement à partir de textes coécrits sur un support médiatique public, comme ici le tableau de la classe. Dans la séance observée, les textes porteurs de l'enjeu didactique sont quasi exclusivement produits par l'enseignante. Même si les discours publics des élèves sont très présents dans le milieu et servent de versions initiales à ces textes du savoir, ils ne sont pas, in fine, des sources de références pour l'équipement praxéologique de la classe.

A fortiori, les éléments praxéologiques non officiels ne sont pas des sources de références jugées valides par l'enseignante dans cette séance. C'est le cas avec la pseudo règle des signes que, dans son jeu d'équilibration didactique, elle tente d'écarter. C'est une référence externe non retenue car jugée hors programme, donc hors contrat didactique. Mais ce choix didactique est difficile à faire accepter aux élèves, car la pseudo règle des signes est d'une redoutable efficacité. L'enseignante sera bien obligée de le reconnaître, et, dans une autre séance, postérieure à celle analysée ici, avec une autre classe sur le même enjeu didactique, elle adoptera une autre stratégie. La pseudo règle des signes sera validée oralement et la technique d'introduction d'un zéro apparaîtra alors comme une façon de la justifier. Le temps didactique évoluera en conséquence plus vite, lui permettant d'entrer en moins d'une demi-heure dans un moment de travail de la technique autour de nouveaux textes d'exercices. Le choix didactique de l'ostensif (-) plutôt que l'ostensif opp() pour désigner les nombres négatifs a-t-il déclenché ce phénomène ? D'autres observations de classes montrent que même avec ce dernier ostensif la pseudo règle des signes est référencée. C'est une praxéologie source dont l'origine est à rechercher dans une culture mathématique commune, partagée par les élèves, leurs familles et la société tout entière, et qui peut évoquer des maximes comme 'deux négations valent une affirmation', ou 'les ennemis de mes ennemis sont mes amis'. Il en est peut-être de même pour la règle dite du 'produit en croix' qui émerge dans les classes dès le niveau sixième, alors qu'elle n'est officiellement au programme qu'en quatrième.

Pour le professeur, gérer la dialectique qui s'établit ainsi entre son propre équipement praxéologique, officiel et savant, et ceux, officiels ou non, des élèves est donc une nécessité didactique. L'analyse comparée de la répartition de ces sources de références praxéologiques, dans les discours oraux ou écrits, en fonction des acteurs permet alors de mesurer en quelque sorte les topos accordés à chacun dans la construction de l'œuvre à partager qu'est l'équipement praxéologique de la classe. D'autres observations de classes révéleraient des tableaux cliniques moins exclusivement centrés sur l'équipement praxéologique du professeur. L'équipement praxéologique de la classe peut davantage se référer aux équipements praxéologiques officiels des élèves, en leur accordant, par exemple, plus d'autonomie didactique, individuellement ou en groupes. Dans le paradigme pédagogique actuel, celui de l'enquête co-disciplinaire en TAD, ou celui de la démarche d'investigation dans les textes officiels (Ministère de l'éducation nationale 2008, p.4), les activités d'étude et de recherche (Chevallard, 2007a) laissent toujours plus de place à des sources praxéologiques externes aux classes. Les cas observables sont nombreux, avec par exemple un usage de plus en plus fréquent des ressources disponibles sur le réseau Internet, comme en particulier des exercices collaboratifs ou des sites consacrés à l'histoire des mathématiques.

Une catégorisation plus fine des sources de références externes permettrait, dans ce paradigme d'ouverture écologique des classes sur le monde extérieur, de proposer aux enseignants en formation un outil

de conception des cours dont le principal intérêt serait probablement d'autoriser la construction d'équipements praxéologiques de classes prenant davantage en compte les savoirs et les motivations des élèves. Il devrait aussi permettre d'ouvrir les classes sur leurs environnements socio-culturels, personnes et institutions, que ce soit au sein des établissements scolaires auxquelles elles appartiennent déjà ou à l'extérieur, dans les quartiers ou les villes.

RÉFÉRENCES

- ARAYA-CHACON A-M. (2008) *La gestion de la mémoire didactique par le professeur dans l'enseignement secondaire des mathématiques : étude du micro-cadre institutionnel en France et au Costa Rica*. Thèse de doctorat : Université de Toulouse III.
- BROUSSEAU G. (1998) *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée sauvage.
- CHEVALLARD Y. (1985) *La transposition didactique, du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble : La Pensée Sauvage. Rééd. augmentée (1991).
- CHEVALLARD Y. (1988) Esquisse d'une théorie formelle du didactique. In Laborde C. (Ed.) (pp. 97-106) *Actes du premier colloque franco-allemand de didactique des mathématiques et de l'informatique*. Grenoble : La Pensée Sauvage. http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Esquisse_d_une_theorie_formelle_du_didactique.pdf
- CHEVALLARD Y. (1998) Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : l'approche anthropologique. In *Actes de l'université d'été* (pp 91-120). Clermont-Ferrand : IREM de Clermont-Ferrand. http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Analyse_des_pratiques_enseignantes.pdf
- Chevallard, Y. (2002) Organiser l'étude, 3, écologie et régulation. In *Actes de la XIe école d'été de didactique des mathématiques* (pp 41-56). Grenoble : La Pensée Sauvage. http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php?id_article=53
- CHEVALLARD Y. (2007a) Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique. In Ruiz-Higuera L, Estepa A, Javier Garcia F. (Eds.) *Sociedad, Escuela y Matemáticas : aportaciones de la Teoría Antropológica de la Didáctica* (pp 705-746). Baeza (Espagne) : Universidad de Jaen. http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Passe_et_present_de_la_TAD-2.pdf
- CHEVALLARD Y. (2007b) Un concept en émergence: la dialectique des médias et des milieux. In Gueudet G, Matheron Y. (Eds.) *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques, année 2007* (pp 344-366). Paris : ARDM et IREM de Paris. http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/YC_Sem_nat_DDM_-_23_mars_2007.pdf
- GLAESER G. (1983) Epistémologie des nombres relatifs. *Recherches en didactiques des mathématiques* 2(3) 303-346.
- IREM D'AQUITAINE (2007) *Entrées dans l'algèbre en sixième et cinquième*. Talence : Irem d'Acquaine.
- IREM D'AQUITAINE, Amperes, INRP. (2008) Enseigner les nombres relatifs au collège. *Reperes-Irem* 73 59-72.
- LAHIRE B. (1995) *Tableaux de famille*. Paris : Gallimard/Seuil. Rééd. (2012) Paris : Le Seuil.
- LEUTENEGGER F. (2009) *Le temps d'instruire*. Berne : Peter Lang.
- MATHERON Y. (2009) *Mémoire et étude des mathématiques : une approche didactique à caractère anthropologique*. Rennes : Presses Universitaires de Rennes.
- MERCIER A. (1992) *L'élève et les contraintes temporelles de l'enseignement: un cas en calcul algébrique*. Thèse de doctorat, Bordeaux 1.
- MERCIER A. (2001) *Le temps didactique*. <http://hchicoine.files.wordpress.com/2008/05/mercier-2001-temps-didactique.pdf>.
- MERCIER A., SCHUBAUER-LEONI M-L., SENSEVY G. (2002) Vers une didactique comparée. *Revue Française de pédagogie* 141 5-16.
- MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE. (2006) Ressources, les nombres au collège. http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Programmes/17/2/doc_acc_clg_nombres_109172.pdf
- MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE. (2007) *Ressources pour les classes de 6e, 5e, 4e et 3e du collège, le calcul numérique au collège*. http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Programmes/17/1/doc_acc_clg_calcul_numerique_109171.pdf
- MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE. (2008) *Bulletin officiel spécial n°6 du 28 août 2008, programmes de l'enseignement de mathématiques*. http://cache.media.education.gouv.fr/file/spécial_6/52/5/Programme_math_33525.pdf
- SCHUBAUER-LEONI M-L., LEUTENEGGER F., LIGOZAT F., FLÜCKIGER A. (2007) Un modèle de l'action conjointe professeur-élèves : les phénomènes didactique qu'il peut/doit traiter. In Sensevy G, Mercier A. (Eds.) (pp. 51-91) *Agir ensemble:l'action didactique conjointe du professeur et des élèves*. Rennes : Presses Universitaires de Rennes.
- SENSEVY G. (2007) Des catégories pour décrire et comprendre l'action didactique. In Sensevy G, Mercier A. (Eds.) (pp. 13-49) *Agir ensemble:l'action didactique conjointe du professeur et des élèves*. Rennes : Presses Universitaires de Rennes.
- SENSEVY G. (2011) *Le sens du savoir, éléments pour une théorie de l'action conjointe en didactique*. Bruxelles : De Boeck.
- SENSEVY G., MERCIER A. (2007) Agir ensemble : l'action didactique conjointe. In Sensevy G, Mercier A. (Eds.) (pp. 187-211) *Agir ensemble:l'action didactique conjointe du professeur et des élèves*. Rennes : Presses Universitaires de Rennes.
- VERGNAUD G. (1990) La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 10(2/3) 133-170.
- VERGNAUD G. (1996/2004) Au fond de l'action, la conceptualisation. In J-M Barbier (Ed.) (pp. 275-291) *Savoirs théoriques et savoirs d'action*. Paris : Presses Universitaires de France.