



**HAL**  
open science

# Modélisation des mécanismes physiques de plasticité et de rupture ductile et simulation numérique des essais de laboratoire

Gilles Rousselier

► **To cite this version:**

Gilles Rousselier. Modélisation des mécanismes physiques de plasticité et de rupture ductile et simulation numérique des essais de laboratoire. 24e Congrès Français de Mécanique, Association Française de Mécanique, Aug 2019, Brest, France. pp.1-12. hal-04647622

**HAL Id: hal-04647622**

**<https://hal.science/hal-04647622>**

Submitted on 15 Jul 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Modélisation des mécanismes physiques de plasticité et de rupture ductile et simulation numérique des essais de laboratoire

G. ROUSSELIER<sup>a</sup>

a. MINES ParisTech, PSL Research University, MAT-Centre des Matériaux, CNRS UMR 7633, BP87, 91003 Evry Cedex, France, [gilles.rousselier@mines-paristech.fr](mailto:gilles.rousselier@mines-paristech.fr)

## Résumé

*Le mécanisme de rupture ductile le plus couramment observé est l'amorçage-croissance-coalescence de cavités. Les modèles couplés de type "plasticité poreuse" (GTN, Rousselier) sont présentés et leurs limites sont discutées en relation avec les observations quantitatives et les simulations micromécaniques. La localisation de la déformation sous forme d'une bande planaire macroscopique représente la phase de coalescence des cavités. (La modélisation micromécanique de l'amorçage n'est pas abordée.) Ces modèles sont particulièrement adaptés au calcul d'éprouvettes de laboratoire, y compris dans la version multiéchelles avec un temps de calcul raisonnable grâce à l'identification de textures réduites (8 à 15 orientations cristallines). Un mécanisme de rupture ductile cristallographique transgranulaire sans cavités peut également être modélisé dans le cadre multiéchelles.*

*Le propos est illustré par des exemples de simulation numérique d'éprouvettes pour l'aluminium et l'acier. Les résultats expérimentaux et les simulations numériques sont en bon accord pour la localisation de la rupture, les déformations à rupture et les observations aux différentes échelles. L'effet de la seconde population de cavités amorcées sur les carbures dans des aciers faiblement alliés fait l'objet d'une modélisation et de simulations numériques multiéchelles.*

## Abstract

*The most commonly observed ductile fracture mechanism is void nucleation, growth and coalescence. Fully coupled "porous plasticity" models (GTN, Rousselier) are presented and their limits are discussed in relation with quantitative observations and micromechanical simulations. Strain localization in a macroscopic planar band represents the void coalescence phase. (Micromechanical modeling of nucleation is not presented.) These models are well suited for laboratory specimen calculations, including the multi-scale version with a reasonable computation time due to reduced texture identification (8 to 15 crystal orientations). A transgranular crystallographic ductile fracture mechanism is also modeled in the multi-scale framework.*

*Examples of numerical simulations are given for aluminum and steel specimens. The experimental and numerical results are in good agreement with regard to fracture strains and locations as well as macroscopic/microscopic features. The effect of the carbides-nucleated secondary population of voids in low alloyed steels is modeled in the multi-scale framework and used in calculations.*

**Mots clefs : plasticité poreuse; localisation de la déformation; cavités submicrométriques; modèle de rupture de Coulomb-Rousselier; éléments finis**

## 1 Introduction

La plasticité et la rupture ductile sont étroitement liées. En effet, la rupture ductile peut être définie de façon très générale comme un mécanisme d'endommagement impliquant une dissipation progressive et significative d'énergie mécanique, à plusieurs échelles. Le mécanisme de rupture ductile le plus couramment observé (mais pas unique) est l'amorçage, croissance (par déformation plastique) et coalescence de cavités microscopiques. Le critère macroscopique de plasticité le plus courant est celui de von Mises, étendu au cas d'une cavité sphérique par Gurson [1]. Ces deux modèles ont été généralisés aux cas de l'érouissage (contrainte d'écoulement fonction de la déformation plastique) et d'un matériau anisotrope (critère de plasticité de Hill, cavités non sphériques).

Cependant ces modèles généralisés ne tiennent pas compte de l'anisotropie de l'érouissage à forte déformation (distorsion de la surface de charge, trajet de chargement non proportionnel), problème qui se pose même pour un matériau initialement isotrope. Par ailleurs, le modèle de Gurson n'est en théorie valable que pour le tout début de la déformation plastique. Au moins un paramètre ajustable  $q_1$  doit être ajouté pour augmenter la croissance des cavités [2]. De plus, la forme analytique du modèle de Gurson n'est pas bien adaptée pour la localisation dans un plan de la déformation, à triaxialité des contraintes élevée; la vitesse de déformation volumique doit encore être augmentée par une équation *ad hoc* dans le modèle modifié dit GTN [3]. A basse triaxialité, ce modèle donne un endommagement beaucoup trop faible (et nul à triaxialité nulle), malgré les modifications.

Les modèles macroscopiques de plasticité semblent être proches de leurs limites. Par contre, en plasticité polycristalline, l'anisotropie évolutive et la distorsion de la surface de charge ainsi que les chargements non-proportionnels sont modélisés. La principale difficulté est le temps de calcul. Le comportement mécanique peut maintenant être modélisé avec un nombre très réduit d'orientations cristallines, de 8 à 15 selon le matériau [4,5]. Les paramètres d'érouissage *et* ceux de la texture réduite (angles d'Euler et fractions volumiques) sont identifiés simultanément par optimisation inverse à partir des *seuls* essais mécaniques. La simulation numérique en plasticité polycristalline des essais de laboratoire est alors possible en un temps raisonnable.

En raison de sa forme analytique *quadratique* en contrainte équivalente de von Mises, l'intégration du modèle de Gurson dans le cadre polycristallin n'est pas possible. Sans paramètre ni équation supplémentaires, le modèle de Rousselier [6,7] donne la localisation de la déformation dans un plan à toutes triaxialités, un endommagement dû aux cavités notable à faible triaxialité et il peut être intégré dans le cadre polycristallin [8,9]. Ce cadre permet par ailleurs la modélisation multiéchelles d'autres mécanismes de plasticité, par exemple le vieillissement dynamique [10], ou de rupture ductile, par exemple la fissuration cristallographique transgranulaire observée en particulier dans des produits minces en aluminium [8,11] ou l'effet d'une seconde population de cavités submicrométriques dans les aciers et les alliages d'aluminium.

Les modèles macroscopiques de rupture ductile (Rice-Tracey, Gurson, GTN, Rousselier) sont exposés et discutés au chapitre 2. Les modélisations multiéchelles de plusieurs mécanismes de rupture ductile font l'objet du chapitre 3. Le chapitre 4 rassemble deux exemples d'application aux alliages d'aluminium et aux aciers faiblement alliés.

## 2 Modèles macroscopiques de rupture ductile

Le modèle fondateur est celui de Rice et Tracey [12] qui donne la vitesse de croissance d'une cavité sphérique isolée de rayon  $R$  (transposable à la fraction volumique  $f$ ) en fonction de la triaxialité des contraintes  $\eta$  :

$$\dot{f}/f = 3\dot{R}/R = \dot{p}D_1 \exp(Q\eta), \quad \eta = \sigma_m / \sigma_p, \quad \dot{p} = \dot{\varepsilon}_{eq}^P \text{ (von Mises)} \quad (1)$$

$\sigma_p$  est la contrainte d'écoulement plastique, constante dans le modèle original. Les paramètres constants sont  $Q=1.5$  et  $D_1=1.28$  (valeur corrigée de Huang [13]). Ce modèle est en accord avec les mesures de croissance de cavités des années 1980, confirmées depuis 20 ans par la tomographie aux rayons X pour  $\eta > 1$ , avec cependant  $D_1=1.5$  à 2 plus élevé. Il constitue donc une référence solide.

Le modèle de Gurson [1,2] est une surface d'écoulement plastique obtenue par homogénéisation d'une sphère creuse avec deux champs cinématiques (vitesses de déplacement) :

$$\sigma_{eq}^2 / \sigma_p^2 - (1 + q_3 f^2) + 2q_1 f \cosh(Qq_2 \eta) = 0, \quad 3\dot{\varepsilon}_m^P = \dot{f} / (1 - f) = 2\dot{p}D_1 f \sinh(Qq_2 \eta) \quad (2)$$

Dans le modèle original,  $q_1=q_2=q_3=1$ . La contrainte d'écoulement  $\sigma_p(p)$  prend en compte l'écrouissage dans le modèle GTN [3]. La seconde équation est donnée par les lois de conservation de la masse et de normalité. Les paramètres sont  $Q=3/2$  et  $D_1=3q_1q_2/4$ . Avec les valeurs recommandées par Tvergaard [2] :  $q_1=1.5$ ,  $q_2=1$ ,  $q_3=q_1^2$ , on obtient  $D_1=1.125$ , qui reste trop faible comparé aux mesures (d'autant plus que  $2\sinh < \exp$ ).

Dans un maillage par éléments finis, la coalescence des cavités est simulée par la localisation macroscopique de la déformation dans un plan [6,3]. Les calculs par éléments finis de cellules comportant une cavité de Koplik et Needleman [14] montrent que la coalescence correspond à la transition vers la *déformation uniaxiale* pour des valeurs  $f=fc$  qui *dépendent* de la triaxialité des contraintes (calculs pour  $\eta=1, 2$  et 3). Pour un plan normal à la direction principale de chargement, sans cisaillement, il en résulte une condition *nécessaire* [8,9], l'équation de gauche (3<sub>1</sub>) :

$$\dot{\varepsilon}_m^P \cong \dot{\varepsilon}_{eq}^P / 2, \quad \dot{\varepsilon}_m^P \leq \dot{\varepsilon}_{eq}^P / 2 \quad (\dot{\varepsilon}_m^P = 0 \text{ est possible}) \quad (3)$$

Lorsque le plan est incliné et les vitesses de cisaillement non nulles, l'égalité est remplacée par l'inégalité (3<sub>2</sub>); la rupture ductile devient *possible sans* cavités (mais elles ne sont pas exclues). Les modèles de coalescence de type Thomason [15] vérifient l'égalité (3<sub>1</sub>). Ces modèles peuvent être couplés au modèle GTN, mais leurs expressions analytiques comportent un défaut majeur : le plan de localisation doit être connu à l'avance; à défaut, il faut autant de modèles de coalescence que de plans de localisation possibles, ce qui limite considérablement l'usage de ces modèles.

Les conséquences de cette condition cinématique nécessaire de localisation macroscopique (CCNLM) sont importantes. La surface de charge du modèle de Gurson est tracée sur la figure 1 pour une valeur assez élevée  $f=0.1$ . Sur la courbe noire, à forte triaxialité, la coalescence est impossible car  $\dot{\varepsilon}_m^P$  ne peut pas être supérieur à  $\dot{\varepsilon}_{eq}^P / 2$ . Il faut des valeurs extrêmement élevées de  $f$  pour que la forme de la surface de Gurson permette d'atteindre la CCNLM à forte triaxialité. L'augmentation discontinue des vitesses  $\dot{f}$  et  $\dot{\varepsilon}_m^P$  du modèle GTN, multipliées par un facteur ajustable noté  $K$  ou  $\delta$  pour  $f > fc$ , viole la

loi de normalité mais permet de vérifier la CCNLM plus précocement. Ce modèle de fraction volumique critique n'est pas en accord avec les calculs de Koplik et Needleman [14]. L'ajout d'un modèle d'amorçage des cavités à forte déformation  $p > p_c$  :

$$\dot{f} = \dot{f}_{\text{croissance}} + \dot{f}_{\text{amorçage}} = 3(1-f)\dot{\epsilon}_m^p + A(p)\dot{p} \quad (4)$$

augmente  $f$  et permet donc également de vérifier la CCNLM plus précocement. Il facilite aussi la localisation de la déformation en cisaillement. Mais ce modèle ne devrait pas être manipulé dans ce but, il vise plutôt à modéliser l'effet d'une seconde population de cavités amorcées tardivement.

L'ensemble de ces modifications, parfois discutables, finissent par rendre le modèle de Gurson opérationnel, au prix d'une complexité accrue et d'un certain arbitraire dans le choix des nombreux paramètres. A basse triaxialité et malgré les paramètres  $q_1$  et  $q_2$ , ce modèle donne un endommagement beaucoup trop faible; il est nul à triaxialité nulle, à cause de la fonction sinus hyperbolique, Eq. (2<sub>2</sub>).

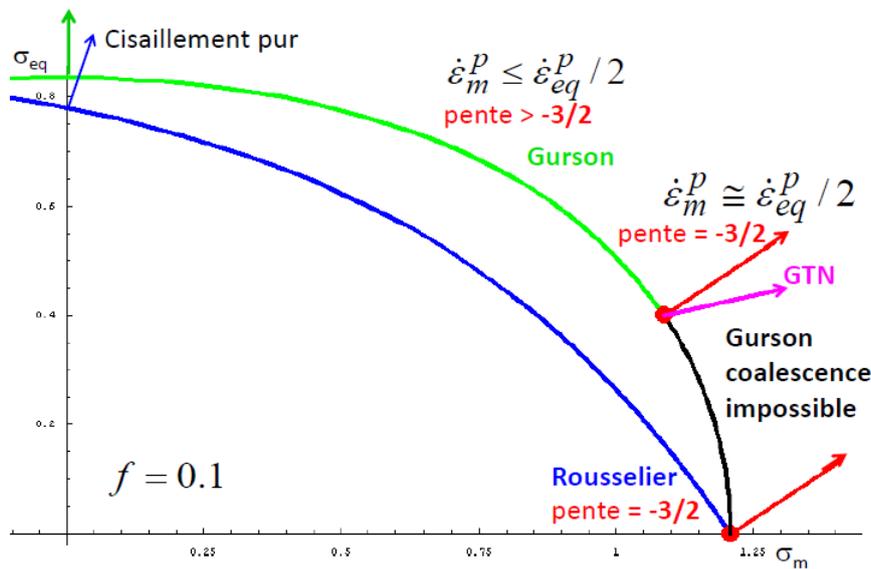


Figure 1. Surfaces d'écoulement en plasticité poreuse avec  $f=0.1$ ,  $\sigma_p=1$ . Modèle de Gurson modifié par  $q_1=1.6245$ ,  $q_2=1$ ,  $q_3=2.25$  (courbe verte et noire). Modèle de Rousselier avec  $\sigma_1=(2/3)\sigma_p$  et  $D_1=2$  (courbe bleue). Les flèches rouges (direction d'écoulement plastique) correspondent à la CCNLM, Eq. (3<sub>1</sub>). Effet sur la direction d'écoulement plastique de la fonction d'accélération de la croissance des cavités du modèle GTN avec  $K=\delta=3$ , perte de la normalité.

Comme celui de Gurson, le potentiel plastique de Rousselier [6,7,8] est la somme de 3 termes, mais la forme analytique, déduite de la thermodynamique et de la loi de normalité généralisée, est différente :

$$\frac{\sigma_{eq}}{1-f} - H(p, \dot{p}) + \sigma_1 D_1 f \exp\left(\frac{\sigma_m}{(1-f)\sigma_1}\right) = 0, \quad 3\dot{\epsilon}_m^p = \dot{p} D_1 f \exp\left(\frac{\sigma_m}{(1-f)\sigma_1}\right) \quad (5)$$

Dans le cadre thermodynamique, la contrainte de Kirchhoff  $\underline{\tau} = \underline{\sigma} / \rho$  doit être utilisée à la place de la contrainte de Cauchy  $\underline{\sigma}$ , avec  $\rho \cong (1-f)/(1-f_0)$ . On suppose  $f_0 \ll 1$ , il reste  $\underline{\sigma}/(1-f)$ . La contrainte d'écoulement viscoplastique est  $\sigma_{vp} = H(p, \dot{p})$ . Comme dans le modèle original de Rice et Tracey et contrairement au modèle GTN, le dénominateur sous exponentielle est une constante  $\sigma_1$ . La thermodynamique ne donne pas les constantes d'intégration  $D_1$  et  $\sigma_1$ . La valeur  $D_1=2$  est

généralement adoptée dans les applications. Par analogie avec le modèle de Rice et Tracey, on prend  $Q\sigma_1 = (3/2)\sigma_1 = H(p_1, \dot{p})$  à saturation de l'écoulement pour  $p = p_1$  élevé (Voce). Lorsque l'écoulement ne sature pas (Swift), il faut considérer  $\sigma_1$  (ou  $p_1$ ) comme un paramètre à identifier [7,16].  $\sigma_1$  dépend paramétriquement de la vitesse de déformation  $\dot{p}$  (et de la température), ce qui a permis de modéliser la courbe de ductilité dans l'intervalle  $10^{-3}$ - $10^6$  s<sup>-1</sup> y compris le "nez adiabatique" à très haute vitesse (effets d'inertie) [17].

Avec  $Q=3/2$ , la CCNLM Eq. (3<sub>1</sub>) est vérifiée *exactement* au vertex du modèle sur l'axe  $\sigma_m$  (Fig. 1). Inversement, on peut considérer qu'il faut vérifier la CCNLM Eqs (3<sub>1</sub>) et (3<sub>2</sub>) sur *toute* la surface d'écoulement, auquel cas on obtient l'équation (1) *et* la valeur  $Q=3/2$  par deux méthodes totalement différentes : micromécanique vs. thermodynamique, ce qui renforce encore la solidité du modèle de Rice et Tracey. Grâce à cette propriété, les premiers calculs par éléments finis avec amorçage et propagation de la fissuration par localisation de la déformation ont pu être effectués en 1981 [6].

Au vertex, le modèle ne vérifie pas la solution analytique de la sphère creuse sous pression, contrairement au modèle de Gurson. Cela traduit bien une différence fondamentale entre les deux modèles : *endommagement ductile* avec des cavités (*sans configuration géométrique définie*) pour le modèle de Rousselier, *plasticité initiale d'une sphère creuse* pour le modèle *original* de Gurson. Entre les 2 axes cartésiens, la pente de la surface d'écoulement varie dans un intervalle beaucoup plus réduit qu'avec le modèle de Gurson: de  $-D_1f = -1/5$  à  $-3/2$  pour les paramètres de la figure 1, vs. 0 à  $-\infty$ . La transition entre les deux conditions Eqs (3<sub>2</sub>) et (3<sub>1</sub>) est donc très progressive et l'endommagement par cavités reste notable même en cisaillement pur (s'il y a des cavités !). Le modèle de Rousselier est opérationnel dans sa forme originale [6] et avec un nombre très réduit de paramètres [7,16].

### 3 Modèles multiéchelles de rupture ductile

Dans les modèles polycristallins auto-cohérents, dans chaque grain  $g = 1$  à  $N$  de fraction volumique  $(1-f)f_g$ , la contrainte  $\underline{\sigma}_g$  est uniforme. La contrainte d'écoulement de l'équation (5<sub>1</sub>) est remplacée par celle de la matrice polycristalline [8]. L'équation (5<sub>2</sub>) n'est pas modifiée.

$$\frac{\sigma_{eq}}{1-f} - \left( \sum_{g=1}^N f_g \underline{\sigma}_g \right)_{eq} + \sigma_1 D_1 f \exp\left( \frac{\sigma_m}{(1-f)\sigma_1} \right) = 0 \quad (6)$$

La vitesse de déformation totale est [8] :

$$\underline{\dot{\epsilon}}^P = (1-f) \sum_{g=1}^N f_g \sum_{s=1}^M \underline{m}_{sg} (\dot{\gamma}_s + \dot{\gamma}_s^C) + \frac{1}{3} D_1 f \exp\left( \frac{\sigma_m}{(1-f)\sigma_1} \right) \dot{\epsilon}_{eq}^P \underline{1} \quad (7)$$

où  $\underline{m}_{sg}$  est la matrice d'orientation de chaque système de glissement  $s = 1$  à  $M$  et  $\underline{1}$  est le tenseur unité. Pour simplifier la présentation, on n'écrit pas la contribution de l'écoulement cinématique aux vitesses de glissement ; pour  $|\tau_s| - r_s \geq 0$  :

$$\dot{\gamma}_s = \left( \frac{|\tau_s| - r_s}{K_v} \right)^n \text{Sign}(\tau_s - r_s), \quad \tau_s = \underline{\sigma}_g : \underline{m}_{sg}, \quad r_s = R + \sum_{i=1}^2 Q_i \sum_{t=1}^M H_i^{st} [1 - \exp(-b_i \gamma_t^{cum})] \quad (8)$$

où  $\gamma_s^{cum} = \int |\dot{\gamma}_s| dt$  est le glissement cumulé. Les paramètres  $(R, Q_1, b_1, Q_2, b_2)$  et  $(K_v, n)$  définissent l'écroissage et la viscosité, respectivement. Les deux matrices d'écroissage  $H_1$  et  $H_2$  définissent l'auto-écroissage des systèmes de glissement (termes diagonaux égaux à 1) et l'écroissage "latent" (termes non diagonaux) des systèmes non activés par les systèmes activés, ce qui permet de modéliser les chargements non proportionnels. L'utilisation de deux matrices (constantes) permet de modéliser l'évolution de l'écroissage latent à grande déformation, en fonction des valeurs de  $b_1$  et  $b_2$  [5]. Par ailleurs, l'évolution de la texture à très grande déformation peut être prise en compte [18], mais ce n'est pas aussi significatif que dans les applications au formage et le temps de calcul est multiplié par 2.

On considère maintenant une seconde population de cavités submicrométriques dans les bandes de glissement. Une fraction volumique  $f_s$  est introduite pour chaque système de glissement. La vitesse est la somme d'un terme de croissance et d'un terme d'amorçage :

$$\dot{f}_s = \left[ (1 - f_s) D_{12} f_s \exp\left(\frac{|\tau_s|}{\tau_{12}}\right) + A_2 ([\underline{\varepsilon}_g]_{eq}^p) \right] \left(\frac{1}{2}\right) (\dot{\gamma}_s + \dot{\gamma}_s^C) \quad (9)$$

Par défaut, le terme de croissance est une transposition de l'équation (5<sub>2</sub>). Un modèle micromécanique plus spécifique reste à établir, prenant en compte notamment la *rotation* des cavités. Le terme le plus important est la fonction d'amorçage  $A_2$ . La gaussienne de Chu et Needleman [19] est retenue, mais avec la déformation plastique *du grain* au lieu de la déformation macroscopique, car les cavités secondaires s'amorcent principalement à l'intérieur des grains les plus déformés. C'est un point essentiel pour la modélisation. La fonction d'écoulement Eq. (6) devient :

$$\frac{\sigma_{eq}}{1-f} - \left( \sum_{g=1}^N f_g \underline{\sigma}_g \right)_{eq} + \sigma_1 D_1 \left( f + \sum_{g=1}^N f_g \left[ \sum_{s=1}^M f_s \right]_g \right) \exp\left(\frac{\sigma_m}{(1-f)\sigma_1}\right) = 0 \quad (10)$$

Les deux équations donnant  $\underline{\sigma}_g$  ("modèle en  $\beta$ " utilisant un tenseur de déformation auxiliaire  $\underline{\beta}_g$ ) sans et avec cavités secondaires diffèrent de la même quantité que les équations (6) et (10), elles ne sont pas écrites pour simplifier la présentation.

Dans les équations (7) et (9), le terme  $\dot{\gamma}_s^C$  n'a pas été défini. Il s'agit d'une généralisation à la rupture ductile à l'échelle microscopique du modèle de rupture fragile de Coulomb à l'échelle macroscopique [8,9]. Lorsque  $|\tau_s| + c_0 \sigma_{ns} \geq R_0$ , où  $\tau_s$  et  $\sigma_{ns}$  sont les composantes de cisaillement et normale sur le système  $s$  de la contrainte dans le grain, cette vitesse de glissement est ajoutée à  $\dot{\gamma}_s$ . La nouveauté du modèle est d'introduire un adoucissement sous la forme  $|\tau_s| + c_0 \sigma_{ns} = R_0 \exp(-b_0 \gamma_{cum}^C)$  où  $\dot{\gamma}_{cum}^C = \int |\dot{\gamma}_s^C| dt$  est le glissement cumulé, avec une valeur faible de  $b_0$  (typiquement  $b_0 = 1$  ou  $2$ ) pour que l'adoucissement soit progressif avec une dissipation significative d'énergie mécanique. Ce modèle permet de localiser la déformation dans un plan. Il correspond à la fissuration cristallographique transgranulaire mentionnée dans l'introduction. Lorsque  $b_0$  tend vers l'infini, on retrouve le modèle de rupture fragile de Coulomb sans dissipation.

## 4 Exemples d'application

### 4.1 Matériaux

Deux matériaux sont étudiés : une extrusion en alliage d'aluminium pour l'industrie automobile et un acier faiblement allié Mn-Ni-Mo pour les grosses pièces de forge des centrales nucléaires. Les nombreux paramètres d'écroissage et la texture réduite de l'aluminium fortement anisotrope ont été identifiés simultanément sur la base de nombreux essais mécaniques [5]. Une texture réduite à 2 composantes de texture orthotropes ( $N = 8$  orientations), Fig. 2a, donne de bons résultats. Les deux matrices d'écroissage  $12 \times 12$  (structure cristallographique cubique à faces centrées,  $M = 12$ ) dépendent chacune de 5 paramètres pour les termes non diagonaux, également identifiés.

La détermination d'une texture réduite isotrope (pour l'acier) est plus délicate. Il faut *plusieurs centaines* d'orientations *aléatoires* pour obtenir un comportement relativement isotrope. Dans [4], une texture réduite à seulement  $N = 14$  orientations a été identifiée sur une base d'essais mécaniques *calculée* avec un comportement isotrope : traction simple et biaxiale dans de nombreuses directions d'un plan, divers essais avec du cisaillement, trajet orthogonal traction-cisaillement. Pour les calculs qui suivent, l'uniformité de la densité des orientations sur l'hyper-sphère unitaire 3D a été un peu améliorée avec  $N = 15$  orientations identifiées sur la même base, ce qui semble être proche de l'optimum possible avec cette méthode. Un essai avec  $N = 18$  n'a pas été fructueux. La texture "isotrope" de la figure 2b présente des symétries par rapport aux axes RD et TD, ce qui permet de ne mailler que le 1/4 d'une éprouvette qui a les mêmes symétries, en particulier les éprouvettes axisymétriques sollicitées en traction (paragraphe 4.2). Avec cette texture isotrope "universelle" (en réalité légèrement anisotrope), il ne reste plus qu'à identifier les paramètres d'écroissage sur la courbe de traction de l'acier, issue de [20]. En l'absence d'au moins un essai expérimental non proportionnel, les coefficients des matrices d'écroissage n'ont pas pu être identifiés. Pour la structure cristallographique cubique centrée de l'acier,  $M = 24$  et la structure des matrices d'écroissage  $24 \times 24$  n'est pas bien connue. A défaut, on suppose que les termes non diagonaux de chaque matrice ont tous la même valeur (un seul paramètre par matrice). La valeur  $h = 0.1$  a été retenue pour les deux matrices.

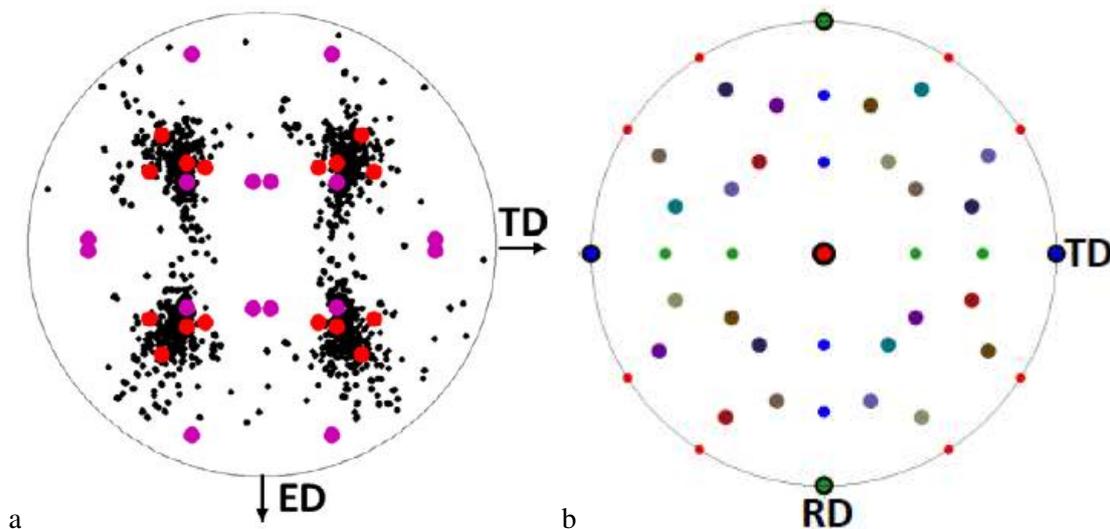


Figure 2. a) Figures de pôles  $\{111\}$  d'une extrusion en l'alliage d'aluminium 6260-T6, disques noirs : mesures EBSD, disques colorés : texture orthotrope réduite à 8 orientations. b) Figure de pôles  $\{100\}$ , projection à surfaces égales, texture "isotrope" réduite à 15 orientations.

## 4.2 Calculs par éléments finis.

Une éprouvette de cisaillement de type "Butterfly" d'épaisseur 1 mm dans sa partie utile a été prélevée dans l'extrusion en aluminium de 2 mm d'épaisseur [8]. Les textures de la figure 2a correspondent à l'épaisseur de 1 mm. A fort cisaillement, les bords droit et gauche de l'éprouvette sont en traction et deux petites fissures apparaissent précocement puis s'arrêtent, conduisant à un changement de pente de la courbe force-déplacement. La fissuration en cisaillement s'amorce aux quarts de la largeur et provoque une chute très rapide de la force appliquée. Après rupture complète de l'éprouvette, aucune cavité n'est observée au microscope électronique à balayage (MEB) sur les surfaces de rupture en cisaillement.

Les résultats expérimentaux et les simulations numériques sont en bon accord pour la localisation de la rupture, les déformations à rupture et les observations des mécanismes aux différentes échelles. La figure 3a montre les fissures latérales en traction et les fissures de cisaillement. Les premières sont dues principalement au modèle de plasticité poreuse (Fig. 3b) et les secondes au seul modèle de Coulomb en rupture ductile (Fig. 3c).

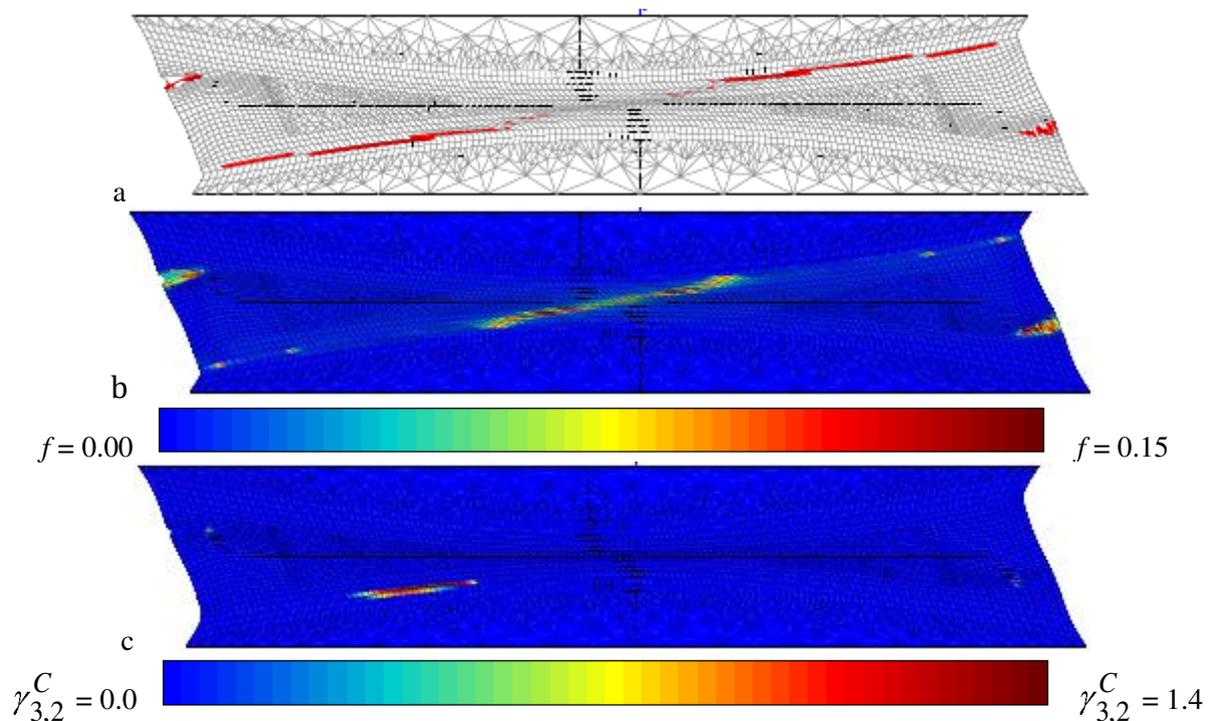


Figure 3. Epreuve de cisaillement en alliage d'aluminium 6260-T6 : a)  $t=404$ , fissuration à mi-épaisseur (points d'intégration "rompus" en rouge), b)  $t=404$ , fraction volumique de cavités  $f$ , c)  $t=320$ , à gauche le glissement cumulé "de Coulomb" ( $g = 3, s = 2$ ), le glissement ( $g = 2, s = 12$ ) forme une fissure symétrique à droite (non visualisée). D'après [8].

Pour l'acier, la figure 4a montre le maillage (1/4) de la partie centrale de l'éprouvette axisymétrique de traction AE4 avec une entaille circulaire de rayon 4 mm; le diamètre de la section minimale est 10 mm. La traction est appliquée dans la direction verticale  $y=ND$ ; la section minimale de l'éprouvette est dans le plan  $x-z = RD-TD$  de la figure 2b. La fissure s'amorce au centre et se propage circulairement sur *une seule couche* de points d'intégration dans la section minimale. La vitesse de croissance de la fissure dépend de la hauteur des éléments, ici 1/3 mm, en relation avec la distance entre les inclusions de sulfure de manganèse (MnS) qui amorcent des cavités *micrométriques* dès le

début de la déformation plastique dans ces aciers :  $f(0) = f_{MnS} = f_0$ . Malgré la symétrie, il ne faut pas utiliser un maillage 1/8 qui correspondrait à une fissuration sur deux couches de points d'intégration et donc à une dissipation double.

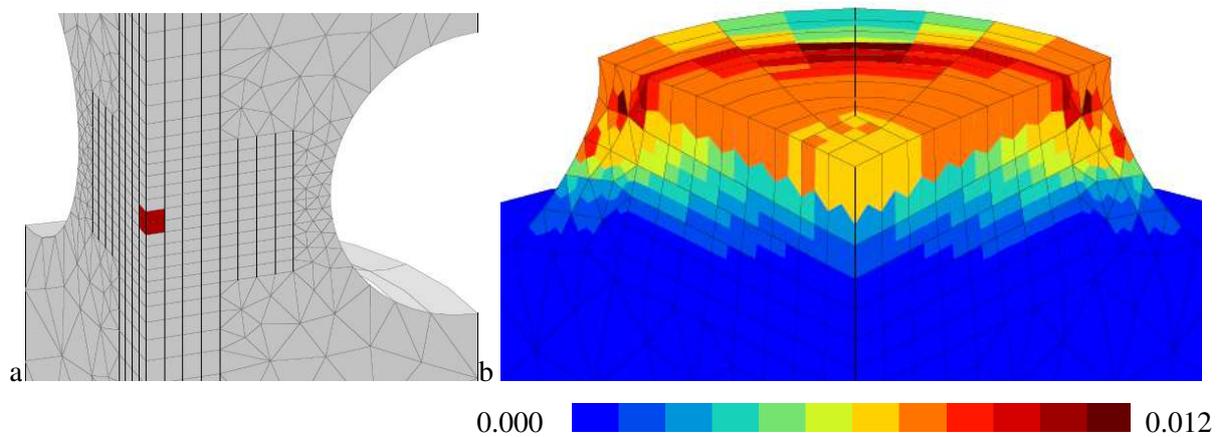


Figure 4. Eprouvette AE4 : a) maillage cartésien au centre de l'éprouvette, b) fraction volumique des carbures ayant amorcé des cavités submicrométriques dans l'éprouvette rompue, 0.006-0.007 au centre, couleur orange clair, fraction amorcée 25% [21], calcul pour  $f_0 = 0.0001$  (teneur en soufre basse). La couche de points d'intégration rompus est fortement étirée dans la direction verticale, cela correspond à l'ouverture de la fissure.

Des cavités *submicrométriques* sont observées au MEB à fort grossissement sur des coupes dans la zone centrale correspondant aux deux éléments rouges de la figure 4a [21]. Elles s'amorcent à forte déformation (dans une partie des grains seulement) sur des carbures de dimension moyenne  $0.1 \mu\text{m}$ . La fraction volumique de carbures est  $f_{N2} = 0.024$  mais à rupture la fraction des carbures ayant amorcé une cavité n'est que 0.006. Cette donnée expérimentale a permis de recalibrer les deux autres paramètres du modèle d'amorçage : déformation moyenne d'amorçage  $\varepsilon_{N2} = 0.7$ , écart-type  $s_{N2} = 0.15$ , voir la figure 4b. La fraction amorcée est plus forte dans la partie de la fissure circulaire proche de l'entaille (zones rouges, Fig. 4b) car les déformations  $y$  sont plus élevées dès le début du chargement (effet d'entaille). Dans la zone de l'entaille, on voit sur les coupes à gauche et à droite qu'un modèle d'amorçage à forte déformation peut *contribuer* à la rupture en cisaillement.

Les calculs ont été effectués pour deux valeurs de la fraction volumique initiale des cavités :  $f_0 = 0.0001$  et  $0.0015$ , correspondant à des valeurs basses et élevées de la teneur en soufre. Dans [21],  $f_{MnS} = 0.000175$ . La fissure s'amorce dans le coude des courbes force-déplacement (Fig. 5). La rupture finale en cisaillement sur la périphérie provoque une chute brutale de la force (courbe rouge).

Lorsque la teneur en soufre est élevée, la coalescence des cavités formées sur les MnS se produit à déformation plus faible et seulement une petite fraction des carbures est amorcée et contribue à la localisation de la déformation. Les cavités submicrométriques ont donc peu d'effet sur la résistance à la rupture de l'acier, la courbe bleue (avec carbures) est proche de la courbe rouge (sans carbures) pour  $f_0 = 0.0015$ . La vitesse de fissuration (qui détermine la pente de la courbe post-amorçage) est un peu plus grande. *Les effets de teneurs élevées en soufre et en carbone ne s'additionnent pas*. Inversement, à teneur en soufre basse, les déformations à rupture sont plus élevées et les cavités amorcées sur les carbures diminuent fortement la ductilité.

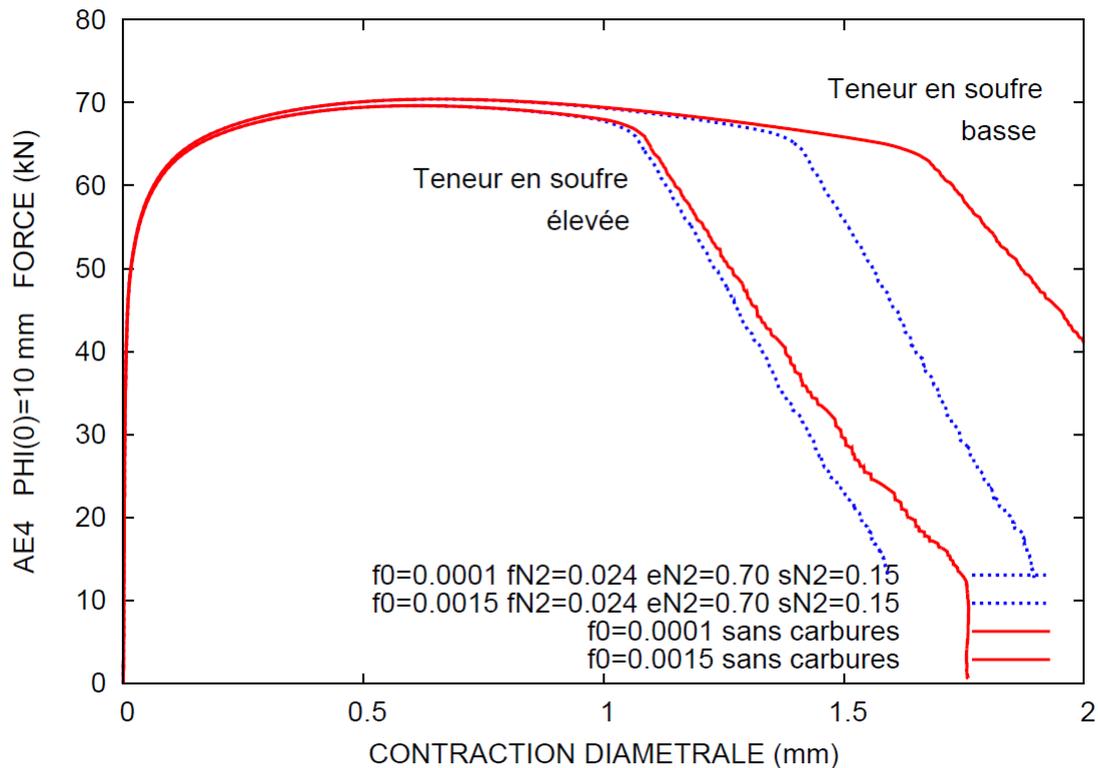


Figure 5. Courbes force-déplacement de l'éprouvette de traction entaillée AE4. Effet des teneurs en soufre et en carbone de l'acier faiblement allié MnNiMo (cavités amorcées sur les sulfures de manganèse et sur les carbures).

Dans les éprouvettes de traction entaillées, les trajets de chargement en chaque point ne sont pas proportionnels car la zone plastique s'amorce en fond d'entaille puis se propage vers l'axe. L'endommagement au centre puis la propagation de la fissure induisent également des trajets non proportionnels. Les calculs qui précèdent ont été effectués avec le paramètre d'écrouissage latent  $h = 0.1$  pour les deux matrices. Deux autres calculs sont effectués avec  $h = 0.0$  et  $0.3$ . Les paramètres d'écrouissage ont été identifiés dans chaque cas : une augmentation de  $h$  entraîne une forte diminution de  $Q_1$  et  $Q_2$ ,  $R$  étant peu modifié. L'effet *global* en plasticité est assez faible puisque la force maximale est 70.40-69.62-69.79 kN pour  $h = 0.0-0.1-0.3$ ; l'écart de 1% entre 0.0 et 0.1 est néanmoins significatif. Par contre, la déformation à l'amorçage de la fissuration est nettement augmentée pour  $h = 0.0$  (encart de la figure 6). L'absence d'écrouissage latent n'est pas réaliste. Une étude plus complète basée sur des essais expérimentaux en plasticité et en rupture serait nécessaire.

La déviation par rapport à l'isotropie apparaît sur la figure 6 pour les chargements dans les directions  $y = ND = \{001\}$ ,  $y = TD = \{010\}$  et  $y = \{111\}$ . Le maillage 1/4 est utilisé pour les directions  $\{010\}$  et  $\{111\}$  bien que la symétrie de la texture réduite dans le plan  $xz$  soit imparfaite. La direction  $y = RD = \{100\}$  donne des résultats identiques à TD (symétrie de la texture réduite). Les forces maximales sont 69.62-69.04-68.30 kN, la dispersion est inférieure à  $\pm 1\%$ . Cette valeur significative mais acceptable est le prix à payer pour la simulation en plasticité polycristalline d'un matériau isotrope. Pour un matériau anisotrope avec une texture réduite, il est probable que l'écart des résultats avec la texture réelle soit du même ordre de grandeur.

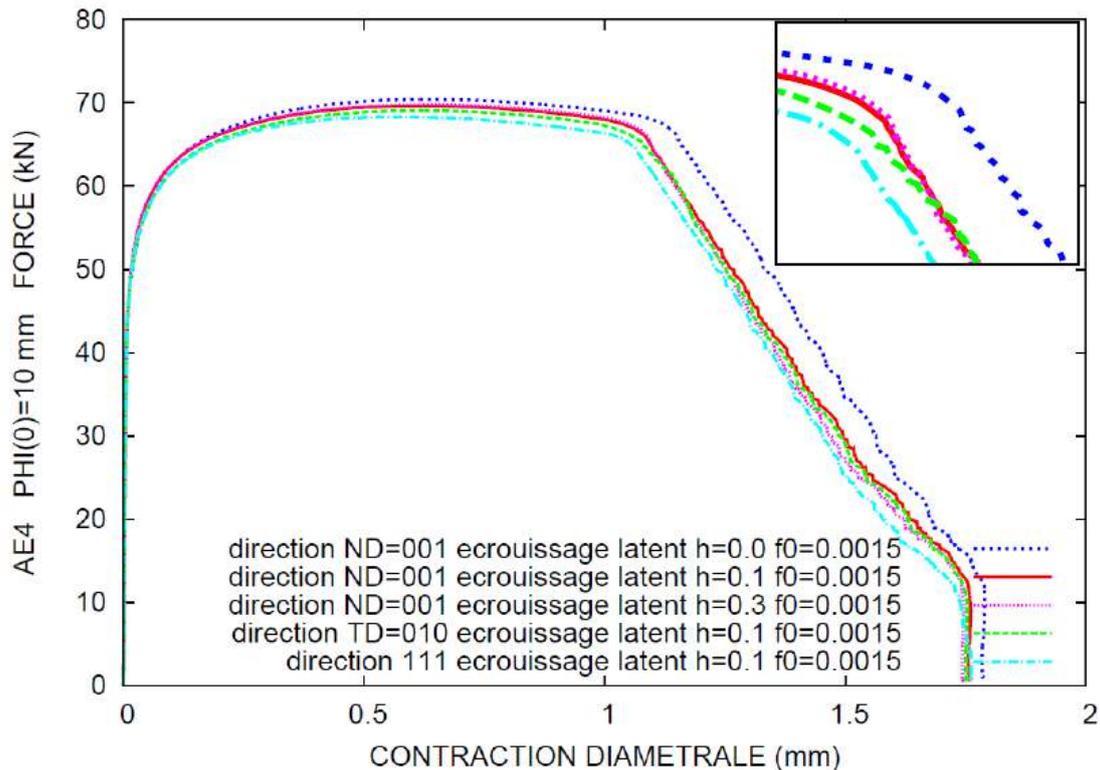


Figure 6. Courbes force-déplacement de l'éprouvette de traction entaillée AE4. Effet de l'écrouissage latent  $h$  (traction suivant ND), effet de la direction de traction (pour  $h = 0.1$ ). Modèle sans cavités submicrométriques ( $f_{N2} = 0$ ).

## 5 Conclusions

Le modèle fondateur de Rice et Tracey est une référence solide puisqu'il est en accord avec les mesures anciennes ou récentes de croissance de cavités et qu'il est obtenu par deux méthodes totalement différentes : micromécanique vs. thermodynamique (par l'intermédiaire du modèle de Rousselier). Le modèle de Gurson est le plus largement utilisé dans ses multiples versions (GTN, etc.) visant à rendre utilisable pour la rupture ductile un modèle de surface de charge initiale de la sphère creuse. Par contre, le modèle de Rousselier est opérationnel dans sa forme originale avec un nombre très réduit de paramètres et il vérifie (à l'instar du modèle de coalescence de Thomason) la condition cinématique nécessaire de localisation macroscopique, ce qui n'est pas le cas du modèle de Gurson.

En raison de sa forme analytique, seul le modèle de Rousselier peut être intégré dans le cadre multiéchelles des modèles polycristallins auto-cohérents. Ce cadre permet par ailleurs la modélisation à l'échelle microscopique d'autres mécanismes de plasticité, par exemple le vieillissement dynamique, ou de rupture ductile, par exemple la fissuration cristallographique transgranulaire observée en particulier dans des produits minces en aluminium ou l'effet d'une seconde population de cavités submicrométriques dans les aciers et les alliages d'aluminium. Des exemples de simulations numériques d'éprouvettes sont donnés pour ces deux types de matériaux. Le cadre polycristallin fournit des résultats qui sont inaccessibles avec des modèles macroscopiques et qui peuvent être comparés aux données expérimentales (mécanismes, observations quantitatives).

## Références

- [1] A. L. Gurson, Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth: Part I-Yield criteria and flow rules for porous ductile media, *J. Eng. Mater. Technol.* 99 (1977) 2-15.
- [2] V. Tvergaard, Influence of voids on shear band instabilities under plane strain conditions, *Int. J. Fracture* 17 (1981) 389-407.
- [3] V. Tvergaard, A. Needleman, Analysis of cup-cone fracture in a round tensile bar, *Acta Metall.* 32 (1984) 157-169.
- [4] G. Rousselier, F. Barlat, J.W. Yoon, A novel approach for anisotropic hardening modeling – Part II: anisotropic hardening in proportional and non-proportional loadings, application to initially isotropic material, *Int. J. Plasticity* 26 (2010) 1029-1049
- [5] M. Luo, G. Rousselier, Modeling of large strain multi-axial deformation of anisotropic metal sheets with strength-differential effect using a Reduced Texture Methodology, *Int. J. Plasticity* 53 (2014) 66-89.
- [6] G. Rousselier, Finite deformation constitutive relations including ductile fracture damage. In Nemat-Nasser, S., (Ed.), *Three-dimensional constitutive relations and ductile fracture*. North-Holland, Amsterdam, 1981, 319-343. <hal-02060680>
- [7] G. Rousselier, J.-C. Devaux, G. Mottet, G. Devesa, A methodology for ductile fracture analysis based on damage mechanics: an illustration of a local approach to fracture. In Landes, J., Saxena, A., Merkle, J., (Eds), *Nonlinear Fracture Mechanics: Volume II, Elastic-Plastic Fracture*, STP995V2-EB, ASTM International, 1989, 332-354. <hal-02081538>
- [8] G. Rousselier, M. Luo, A fully coupled void damage and Mohr-Coulomb based ductile fracture model in the framework of a Reduced Texture Methodology, *Int. J. Plasticity* 55 (2014) 1-24.
- [9] G. Rousselier. Rupture ductile plate/inclinée, nouveaux matériaux : des défis pour la modélisation. 23<sup>ème</sup> congrès français de mécanique, Aug 2017, Lille, France. 10 p., 2017. <hal-01634936>
- [10] G. Rousselier, T.F. Morgeneyer, S. Ren, M. Mazière, S. Forest, Interaction of the Portevin-Le Chatelier phenomenon with ductile fracture of a thin aluminum specimen: experiments and simulations, *Int. J. Fracture* 206 (2017) 95-122.
- [11] A. Buljac, F. Hild, L. Helfen, T.F. Morgeneyer, On deformation and damage micromechanisms in strong work hardening 2198 T3 aluminum alloy, *Acta Materialia* 149 (2018) 29-45.
- [12] J. R. Rice, D. M. Tracey, On the enlargement of voids in triaxial stress fields, *J. Mech. Phys. Solids* 17 (1969) 201-217.
- [13] Y. Huang, Accurate dilatation rates for spherical voids in triaxial stress fields, *J. Appl. Mech.* 58 (1991) 1084-1085.
- [14] J. Koplik, A. Needleman, Void growth and coalescence in porous plastic solids, *Int. J. Solids Structures* 24 (1988) 835-853.
- [15] P. F. Thomason, Three-dimensional models for the plastic limit-loads at incipient failure of the intervoid matrix in ductile porous solids, *Acta Metall.* 33 (1985) 1079-1085.
- [16] G. Rousselier, The Rousselier model for porous metal plasticity and ductile fracture. In Lemaitre, J., (Ed.), *Handbook of Materials Behavior Models*, Academic Press, San Diego, 2001, 436-445.
- [17] G. Rousselier, Dissipation in porous metal plasticity and ductile fracture, *J. Mech. Phys. Solids* 49 (2001) 1727-1746.
- [18] G. Rousselier, F. Barlat, J.W. Yoon, A novel approach for anisotropic hardening modeling – Part I: Theory and its application to finite element analysis of deep drawing, *Int. J. Plasticity* 25 (2009) 2383-2409.
- [19] C.C. Chu, A. Needleman, Void nucleation effects in biaxially stretched sheets, *J. Engrg. Mater. Technol. – Trans. ASME* 102 (1980), 249-256.
- [20] E. Lorentz, J. Besson, V. Cano, Numerical simulation of ductile fracture with the Rousselier constitutive law, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 197 (2008) 1965-1982.
- [21] B. Tanguy, Modélisation de l'essai Charpy par l'approche locale de la rupture, application au cas de l'acier 16MND5 dans le domaine de transition, thèse de l'Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 10 juillet 2001.