

## Formulation PEEC non structurée pour la résolution de problèmes inductifs et capacitifs avec utilisation de la réduction d'ordre

Gérard Meunier, Jean-Michel Guichon

### ▶ To cite this version:

Gérard Meunier, Jean-Michel Guichon. Formulation PEEC non structurée pour la résolution de problèmes inductifs et capacitifs avec utilisation de la réduction d'ordre. 10ème Conférence Européenne sur les Méthodes Numériques en Electromagnétisme (NUMELEC 2024), Jul 2024, Toulouse, France. hal-04644029

## HAL Id: hal-04644029 https://hal.science/hal-04644029

Submitted on 10 Jul2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Formulation PEEC non structurée pour la résolution de problèmes inductifs et capacitifs avec utilisation de la réduction d'ordre

Gérard Meunier<sup>1</sup> and Jean-Michel Guichon<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Univ. Grenoble Alpes, CNRS, Grenoble INP, G2ELab, Grenoble, France, gerard.meunier@g2elab.grenoble-inp.fr

Une formulation PEEC (Partial Element Equivalent Circuit) non structurée inductive et capacitive apte à résoudre efficacement une large gamme de fréquences de problèmes électromagnétiques est présentée. Une bonne précision des résultats est assurée grâce à l'utilisation de procédures d'intégration adaptative tandis qu'un algorithme de compression permet d'accélérer le calcul des interactions lointaines. Le choix d'une écriture sous forme d'équations d'état associé à l'utilisation d'un préconditionneur efficace permet d'obtenir un bon comportement de la résolution des systèmes linéaires sur une large gamme de fréquences. Enfin, l'utilisation d'une technique de réduction d'ordre pour résoudre des problèmes multifréquences, permet de réduire grandement les temps calculs. Un exemple illustre les performances de cette approche.

Mots clés—Problèmes Electromagnétiques, Méthode Intégrale de Volume, Solveur Circuit, Réduction d'Ordre

#### I. INTRODUCTION

La méthode PEEC (Partial Element Equivalent Circuit) non structurée s'avère très bien adaptée à l'analyse de nombreux dispositifs électromagnétiques, tels que les bus-barres, les PCB, les circuits intégrés etc. [1][2][3]. L'approche PEEC utilisé s'appuie sur une méthode intégrale de volume. L'un des principaux avantages de cette approche est qu'il n'est pas nécessaire de mailler l'air entourant les pièces conductrices. L'inconvénient est que cette méthode conduit à la présence de matrices d'interaction pleines faisant intervenir la fonction de Green. Cet inconvénient peut être surmonté par l'utilisation d'algorithmes de compression matricielle efficaces comme ceux de type AMLFMM (Adpatative Multi Level Fast Multipole Method). Enfin, l'utilisation de stratégies adaptatives pour l'intégration proche permet de garantir une qualité de résultat [4].

Dans cet article, une formulation PEEC non structurée permettant la prise en compte des effets inductifs et capacitifs est présentée (les phénomènes de propagation sont négligés). Elle est destinée aux cas où une large gamme de fréquences doit être considérée, typiquement pour obtenir une représentation réduite (matrice d'impédance, d'admittance, paramètres S) d'un système électromagnétique en fonction de la fréquence. Pour atteindre cet objectif, ce travail propose d'écrire le système d'équations sous la forme d'un système d'état, cette approche permettant :

- de garantir un bon comportement de la convergence des grands systèmes linéaires itératifs en fonction de la fréquence,

 d'utiliser une technique de réduction d'ordre, pour obtenir un temps de calcul réduit lorsque de nombreuses fréquences doivent être considérées.

#### II. FORMULATION PEEC NON STRUCTUREE

Nous considérons un ensemble de régions volumiques conductrices. A partir des équations de Maxwell et à l'aide de la jauge de Lorentz, le champ électrique E peut être exprimé avec des intégrales dépendant de la densité de courant J [5]. En discrétisant la région avec un maillage éléments finis et en interpolant J avec des éléments à facettes (Whitney 2-form [4]), le problème peut alors être représenté comme un circuit électrique équivalent, dont les nœuds et les branches proviennent du maillage dual [3] :

$$\begin{bmatrix} R + j\omega L & 0 \\ 0 & \frac{P}{j\omega} \end{bmatrix} \{I\} = \{\Delta V\}$$
(1)

avec  $\omega = 2\pi f$ . R est une matrice creuse éléments finis résistive, L une matrice intégrale inductive et P une matrice intégrale d'élastance (inverse de la capacité). I représente les courants de branches et  $\Delta V$  les différences de potentiel sur ces mêmes branches. Les branches capacitives qui relient les faces externes du domaine à l'infini sont distinctes des branches R+L issues des régions conductrices. Notons que les matrices intégrales d'interactions L et P ne dépendent pas de la fréquence, ce qui permet de ne les intégrer qu'une seule fois lors de la résolution d'un problème multi-fréquence.

#### III. SOLVEUR CIRCUIT

Les sources de tension  $U_{su}$ , les sources de courant  $I_{si}$  ainsi que les résistances, les inductances et les capacités externes au domaine d'étude peuvent être facilement connectés au circuit précédent et compléter les matrices R, L et P précédentes. Finalement, le circuit global peut être résolu en utilisant un solveur circuit standard, fondé sur des techniques de mailles indépendantes ou de nœuds indépendants. Dans ce travail nous avons développé des solveurs de circuits fondés sur une représentation d'état, où le système d'équations se présente sous la forme générique :

$$[j\omega[E] + [A]]\{x\} = [B]\{u\}$$
(2)

où {u} est un vecteur source d'entrée, dans notre cas composé des sources de tension  $U_{su}$  et des sources de courant  $I_{si}$ . Un solveur d'état nodal, qui utilise le potentiel nodal V et une matrice d'incidence nœud-branche N telle que Nt. {V}= { $\Delta$ V} peut s'écrire sous la forme:

$$\begin{bmatrix} j\omega \begin{bmatrix} 0 & 0 & N_P & 0 \\ 0 & L & 0 & 0 \\ N_p^t & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & N_{RL} & 0 & N_U \\ N_{RL}^t & R & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P & 0 \\ N_U^t & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \\ I_{RL} \\ I_p \\ I_{su} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} N_I \cdot I_{Si} \\ 0 \\ U_{Su} \end{bmatrix}$$

 $N_{RL}$ ,  $N_P$ ,  $N_U$ ,  $N_I$  sont des matrices d'incidence partielles respectivement pour les branches de régions conductrices, les branches capacitives, les sources de tension et les sources de courant. I<sub>RL</sub>, I<sub>P</sub>, I<sub>su</sub>, I<sub>si</sub> sont les courants de branche correspondants. Un système d'équations similaire utilisant des matrices de branches de maillage d'incidence peut être construit pour un solveur d'état de mailles indépendantes.

Notre stratégie de préconditionnement consiste à fournir des matrices creuses approchées pour [A] et [E] et à traiter la décomposition LU sur la matrice globale creuse  $j\omega[E_{sparse}] + [A_{sparse}]$  pour chaque fréquence de résolution. En pratique, nous conservons la matrice creuse éléments finis R ou sa diagonale ainsi que toutes les matrices d'incidence. Pour les matrices intégrales L et P, deux stratégies peuvent être appliquées : soit conserver les termes diagonaux, soit récupérer les termes proches issus de l'algorithme de compression. Cette dernière approche peut toutefois conduire à des temps de calcul prohibitifs pour la décomposition LU en présence de grands systèmes. Notons enfin que l'utilisation de solveurs d'états permet généralement d'obtenir un nombre d'itérations réduit par rapport aux solveurs circuits standards, notamment lors de la prise en compte des effets capacitifs aux basses fréquences.

#### IV. REDUCTION D'ORDRE

Puisque le solveur circuit est écrit sous la forme d'un système d'état, le système global d'équations peut être représenté sous une forme d'état réduite [6]. Pour cela, en plus des matrices [A] [E] [B] et du vecteur source {u}, nous définissons un vecteur de sortie {y} et construisons une matrice [C], reliant inconnues et le vecteur de sortie tel que {y} = [C]{x}. Dans notre cas {y} est composé des courants des sources de tension  $I_{su}$  et des tensions des sources de courant  $U_{si}$ . L'algorithme de réduction d'ordre permet la construction d'un système d'état réduit  $[A^r] [E^r] [B^r] [C^r]$  qui peut être obtenu en résolvant le système global sur un nombre réduit de fréquences par la mise en place d'un algorithme de positionnement et de calcul des points d'expansion [6]. L'utilisation du système réduit permet le calcul des grandeurs de sortie approchée { $\tilde{y}$ } pour un grand nombre de fréquences presque instantanément, en résolvant :

$$[j\omega[E^r] + [A^r]]\{x^r\} = [B^r]\{u\} \quad \{\tilde{y}\} = [C^r]\{x^r\}$$
(3)

#### V.EXEMPLE

Nous considérons deux paques conductrices alimentées par une source de courant (Figure 1), avec du diélectrique entre ces deux plaques. Des simulations sont réalisées sur 500 fréquences comprises entre 10 MHz et 250 MHz. Nous utilisons un solveur d'état nodal tel que celui présenté précédemment (10 568 inconnues). L'utilisation de la réduction d'ordre nécessite la résolution de 8 systèmes linéaires pour construire le système réduit. La figure 2 compare le module de la tension aux bornes de la source de courant, obtenu avec et sans réduction d'ordre. Le tableau I compare les temps de simulation des deux approches. Les résultats obtenus sont convaincants.



Fig. 1. Problème résolu sur 500 fréquences entre 10MHz to 500MHz.



Fig. 2. Tension aux bornes de la source avec ou sans réduction d'ordre (MOR) et position des points d'expansion utilisés pour construire le système réduit.

 
 TABLE I

 Performances obtenues pour la resolution de 500 Frequences avec ou sans utilisation de la reduction d'ordre (MOR)

	Temps d'intégration	Nombre de systèmes linéaires résolus	Temps de résolution
Sans MOR	13 s	500	8040 s
Avec MOR	13 s	8 + 500 réduits	179 s

#### REFERENCES

- A. E. Ruehli et al. "Nonorthogonal PEEC formulation for time- and frequency-domain EM and circuit modeling," IEEE Trans. Electromagn. Compat., vol. 45, no. 2, pp. 167–176, 2003.
- [2] F. Freschi, G. Gruosso, and M. Repetto, "Unstructured PEEC formulation by dual discretization," IEEE Microw. Wirel. Components Lett., vol. 16, no. 10, pp. 531–533, 2006.
- [3] J. Siau et al., "Volume Integral Formulation Using Face Elements for Electromagnetic Problem Considering Conductors and Dielectrics," IEEE Trans. Electromagn. Compat., vol. 58, no. 5, pp. 1587–1594, oct 2016
- [4] Kouceila Alkama et al. "Computational strategies improvement for the unstructured inductive PEEC method" The 2020 19thBiennial IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation, Nov 2020, Pisa, Italy
- [5] G.Meunier et al. "A Magnetic Flux-Electric Current Volume Integral Formulation Based on Facet Elements for Solving Electromagnetic Problems" IEEE Trans. Of Magnetics, Vol 51, N°3, March 2015.
- [6] Mateus A. O. Leite et al. Simplex-based adaptive parametric model order reduction for applications in optimization. International Journal of Numerical Modelling: Electronic Networks, Devices and Fields, Wiley, 2019, 32 (4), ff10.1002/jnm.2264