



HAL
open science

The Nature of Hypermassive Objects at the Center of M87 and the Milky Way.

Hicham Zejli, Florent Margnat, Jean-Pierre Petit

► **To cite this version:**

Hicham Zejli, Florent Margnat, Jean-Pierre Petit. The Nature of Hypermassive Objects at the Center of M87 and the Milky Way.. 2024. hal-04621388v2

HAL Id: hal-04621388

<https://hal.science/hal-04621388v2>

Preprint submitted on 29 Jun 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

The Nature of Hypermassive Objects at the Center of M87 and the Milky Way.

H. Zejli¹, F.Margnat², J.P.Petit³

Keywords : giant black hole, hypermassive object, M87, Sgr A*, Geometric criticality, physical criticality, plugstar, internal metric, Flamm meridian surface, time factor, variable speed of light, Hoag galaxy, quasar.

Abstract : En se concentrant sur les images de Sgr A* de l'objet hypermassif situé au centre de M87 on note une divergence vis à vis d'une identification à des images de trous noirs géants ainsi que l'identité, dans les deux cas, de la valeur 3, représentant le rapport de la température maximale sur la température minimale. On suggère que ce sont des objets subcritiques, où l'assombrissement de leur partie centrale découle du fait que leur rayon soit $(8/9)^{1/2} R_s$. Dans ces conditions un très fort gradient de pression peut s'opposer à la force de gravité. On suggère un schéma de formation de tels objets.

1 - Introduction

La cinématique des objets orbitant autour de la partie centrale des galaxies M87 et Voie Lactée est suffisamment bien documentée pour qu'on ne puisse mettre en doute les valeurs des masses responsables de telles observations. Néanmoins, quand les premières images apparurent, en 2019 [1] et en 2022[2] les revues titrèrent « Shadow of Giant Black Holes. La raison invoquée étant qu'on ne voyait aucune autre interprétation possible. Or les parties centrales de ces objets sont loin d'être noires.

¹ hicham.zejli@manaty.net

² florent.margnat@univ-poitiers.fr

³ jean-pierre.petit@manaty.fr

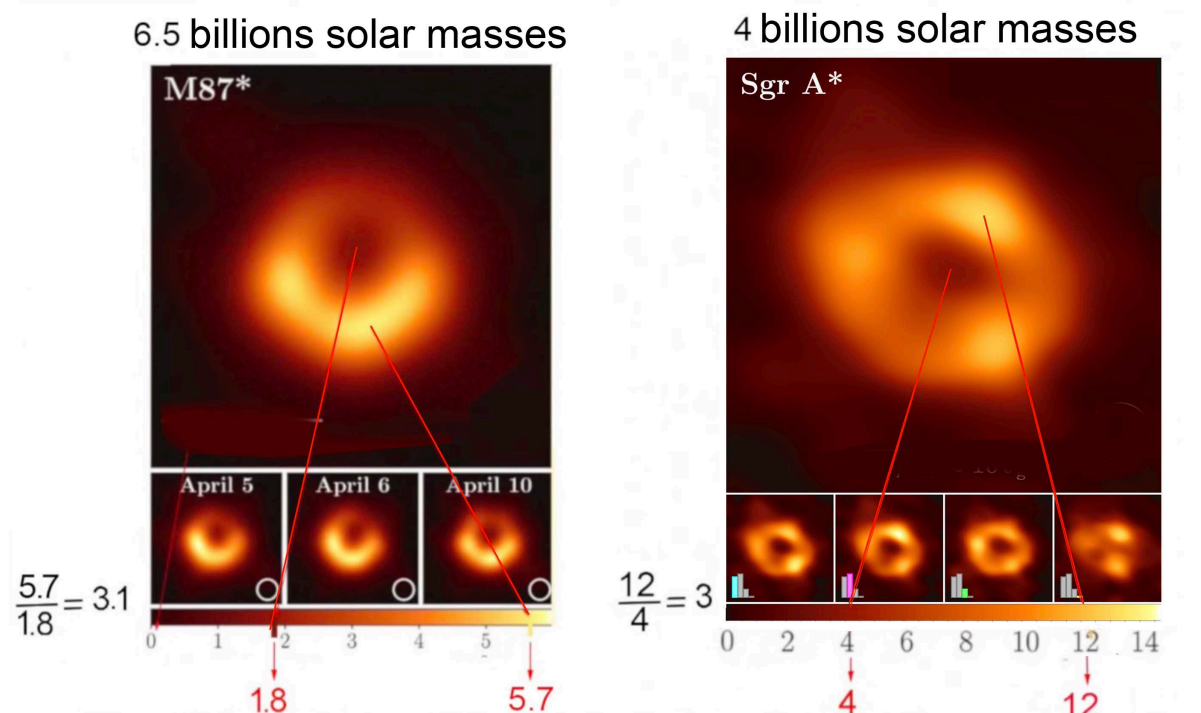


Fig.1 :Les images des objets hypermassifs situés au centre de M87 et de la Voie Lactée.

S'il est peut être problématique d'accorder foi aux valeurs des températures affichées on peut évaluer, dans chaque image, le rapport des températures maximale et minimale et on trouve alors des valeur très proches de 3. Certains ont voulu justifier cette température centrale par la présence du disque d'accrétion chaud, au premier plan. Mais dans ces conditions pourquoi celui-ci ne révèle-t-il pas sa présence dans le voisinage de l'objet ? Dans [3] on a tenté de reconstituer les caractéristiques du trou noir le plus probable en donnant ainsi ce que nous devrions voir si une présence de gaz chaud sur l'arrière-plan ne venait pas perturber l'observation :

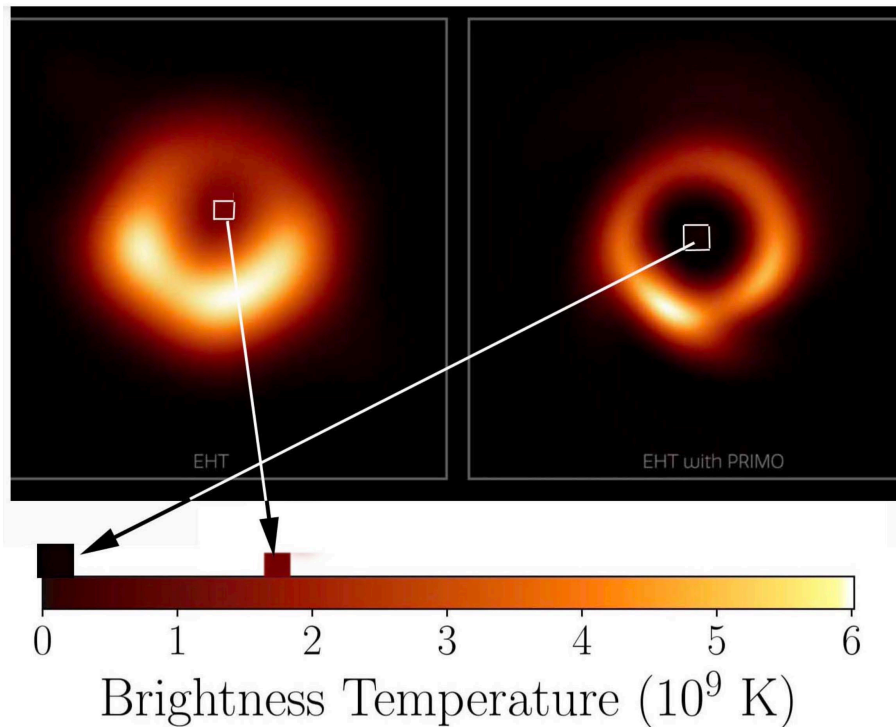


Fig.2 : Reconstruction de l'image [3]

2 - Identification à des objets sous-critiques.

C'est une façon d'interpréter les observations. Une autre est de s'en tenir strictement aux données disponibles. On peut alors relier l'assombrissement de la partie centrale à un effet de redshift gravitationnel. Dans ces conditions ceci nous permet d'en déduire le rapport entre le rayon de l'objet et la valeur correspondante du rayon de Schwarzschild lié à sa masse :

$$(1) \quad \frac{\lambda'}{\lambda} \approx 3 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{8}{9}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{2GM}{c^2 R_a}}}$$

L'objet pourrait donc être un objet sous-critique tel que le décrit Karl Schwarzschild dans son second article [4] décrivant la géométrie à l'intérieure d'une sphère emplie d'un fluide incompressible de densité constante. Dans [5] on trouve l'allure de la courbe de pression, qui tend alors vers l'infini au centre, quand cette situation critique est atteinte.

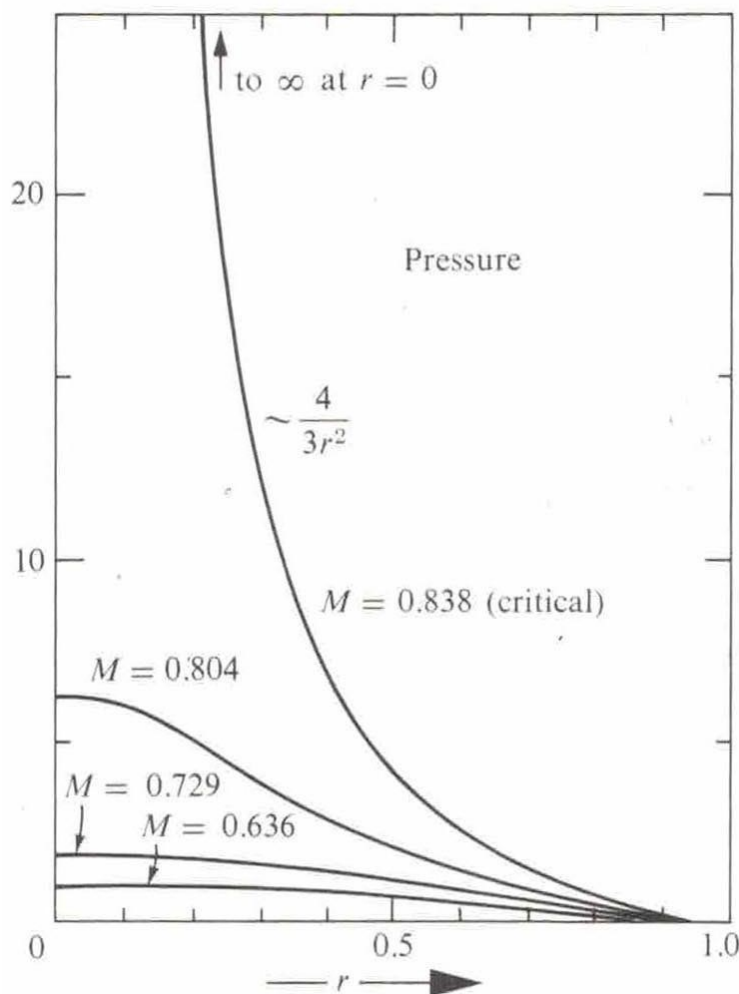


Fig.3 : Evolution de la pression [5].

Si on assimile ces objets hypermassifs à des gaz parfaits la pression, en supposant que la masse volumique est constante, ou varie peu, représente une mesure de la densité volumique d'énergie d'agitation thermique, avec une vitesse v :

$$(2) \quad p = \frac{\rho \langle v^2 \rangle}{3}$$

Le schéma du Big Bang donne, en remontant dans le passé, une succession d'états de plus en plus denses et chauds. Très vite la pression dominante devient la pression de radiation :

$$(3) \quad p_r = \frac{\rho_r c^2}{3}$$

Pour pousser plus avant il est nécessaire d'envisager que la vitesse de la lumière puisse être considérée comme variable, dans des conditions extrêmes. Dans [5] on se refuse à envisager que cette envolée de la pression ait un caractère physique en arguant que la vitesse du son dans ce milieu excéderait alors celle de la lumière, considérée comme une

constante absolue. Dans son article de février 1916 [4] K.Schwarzschild envisage pourtant cette possibilité. A l'intérieur de la masse il utilise une coordonnée angulaire χ et un rayon caractéristique \hat{R} tels que :

$$(4) \quad \hat{R} = \sqrt{\frac{3c_0^2}{8\pi G\rho}} \quad R = \hat{R} \sin\chi$$

La valeur c_0 désigne alors la vitesse de la lumière à l'extérieur de l'objet. La métrique intérieure s'écrit alors :

Das Linienelement im Innern der Kugel nimmt, wenn man statt x_1, x_2, x_3 (ix) die Variablen χ, ϑ, ϕ benutzt, die einfache Gestalt an:

$$ds^2 = \left(\frac{3 \cos \chi_0 - \cos \chi}{2} \right)^2 dt^2 - \frac{3}{\alpha c_0} [d\chi^2 + \sin^2 \chi d\vartheta^2 + \sin^2 \chi \sin^2 \vartheta d\phi^2]. \quad (35)$$

Außerhalb der Kugel bleibt die Form des Linienelements dieselbe, wie beim Massenpunkt:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{\alpha}{R} \right) dt^2 - \frac{dR^2}{1 - \alpha/R} - R^2 (d\vartheta^2 + \sin^2 \vartheta d\phi^2) \quad (36)$$

wobei:

$$R^3 = r^3 + \rho$$

ist. Nur wird ρ nach (33) bestimmt, während für den Massenpunkt $\rho = \alpha^3$ war.

Fig.4 : La métrique intérieure de Schwarzschild [4]

La continuité est assurée avec la métrique extérieure, donnée en dessous. L'auteur, avec $c_0 = 1$, donne la variation de la densité volumique d'énergie, dont la pression fait partie, à l'intérieur de l'objet.

so verwandeln sich die Gleichungen (13), (26), (10), (24), (25) durch elementare Rechnung in die folgenden:

$$f_2 = \frac{3}{\kappa \rho_0} \sin^2 \chi, \quad f_4 = \left(\frac{3 \cos \chi_a - \cos \chi}{2} \right)^2, \quad f_1 f_2 f_4 = 1. \quad (29)$$

$$\rho_0 + p = \rho_0 \frac{2 \cos \chi_a}{3 \cos \chi_a - \cos \chi} \quad (30)$$

$$3x = r^3 = \left(\frac{\kappa \rho_0}{3} \right)^{-3/2} \left[\frac{9}{4} \cos \chi_a \left(\chi - \frac{1}{2} \sin 2\chi \right) - \frac{1}{2} \sin^3 \chi \right]. \quad (31)$$

Die Konstante χ_a bestimmt sich aus Dichte ρ_0 und Radius r_a der Kugel

Fig.5 : Evolution de la pression totale à l'intérieur de l'objet [4]

Comme Schwarzschild le note, il y a plus d'un siècle, ceci impose la contrainte $\cos \chi < 1/3$. L.Flamm a donné [6] une description de la géométrie de l'ensemble en produisant la courbe méridienne correspondant à la section de l'objet 4D, d'abord par des plans $t = \text{cst}$ puis par les plans $\theta = \text{cst}$. Il obtient alors ceci :

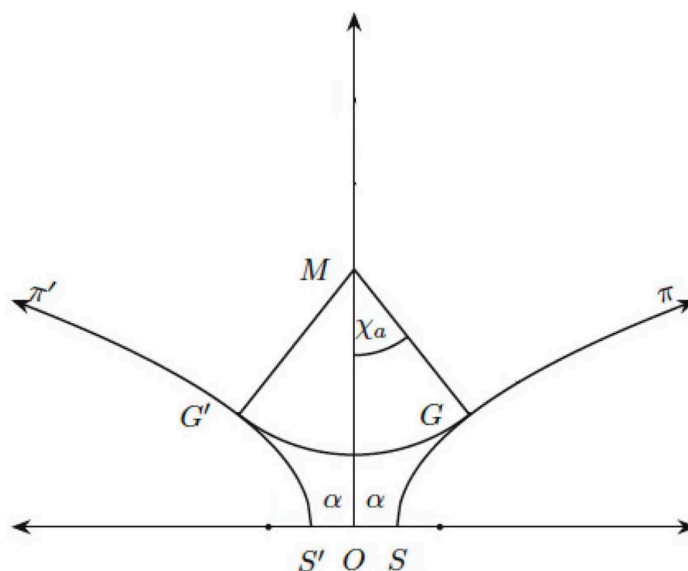


Fig.6 : Méridienne de L.Flamm [6]

La solution de l'équation d'Einstein, invariante par $SO(3)$ correspond à un objet 3D subissant une translation selon la coordonnée de temps. Cet objet est constitué de deux parties, raccordées. La première est une portion d'hypersphère S^3 , de rayon de courbure \hat{R} . La seconde est une portion d'une hypersurface de Flamm dont la méridienne est une parabole couchée. On voit ainsi se dégager deux criticités. La première est celle

qu'envisagent les partisans de la théorie des trous noirs. Les conditions deviennent alors telles que $R_a = \hat{R}$ ($\chi = \pi/2$). Nous qualifierons alors cette criticité de « géométrique ». La méridienne devient alors :

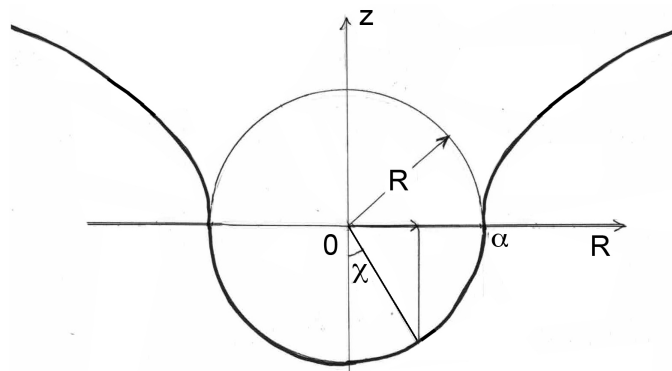


Fig.7 : Criticité géométrique.

Mais, avant même que ne survienne cette « criticité géométrique » interviendrait la « criticité physique » signalée par Schwarzschild [4], qui correspond à une valeur de l'angle χ proche de $\pi/3$. Nous reproduisons ci-après la portion de courbe méridienne donnée dans [5].

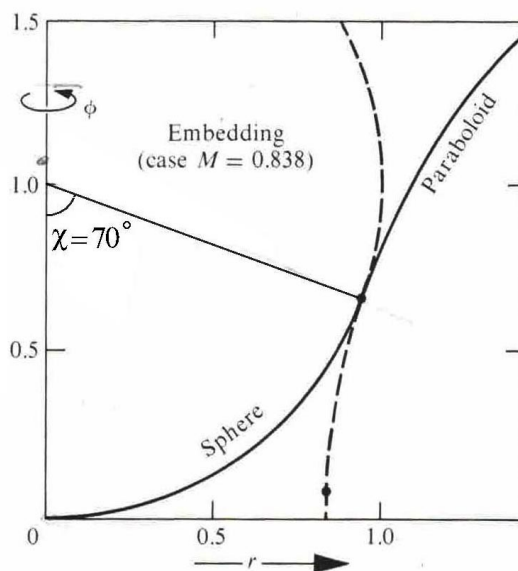


Fig.8 : Criticité physique. Méridienne [5]

Si on retient cette idée d'une forte montée de la valeur de la vitesse de la lumière à l'intérieur de l'objet, le gradient de pression correspondant est donc à même de pouvoir s'opposer à la force de gravité. Dans son article Schwarzschild désigne la coordonnée de temps par x_4 et le coefficient correspondant de sa métrique par f_4 :

einzuführen. Das Linienelement muß dann, wie dort, die Form haben :

$$ds^2 = f_4 dx_4^2 - f_1 dx_1^2 - f_2 \frac{dx_2^2}{1-x_2^2} - f_3 dx_3^2 (1-x_2^2), \quad (8)$$

so daß man hat :

Fig.9 : Extrait de [4].

Ce coefficient est qualifié dans la littérature [5] de carré d'un « time factor ». Schwarzschild donne son évolution selon :

SCHWARZSCHILD: Über das Gravitationsfeld einer Kugel

427

Das läßt sich sofort integrieren und gibt :

$$(\rho_0 + p) \sqrt{f_3} = \text{konst.} = \gamma. \quad (10)$$

Die Feldgleichungen (a) (b) (c) lassen sich durch Multiplikation mit

Fig.10 : Evolution du time factor selon Schwarzschild [4].

On voit que celui-ci tend vers zéro lors que les conditions de criticité physique sont atteintes. Dans la figure ci-après nous reproduisons l'évolution de ce time factor, pour différentes valeurs de la masse :

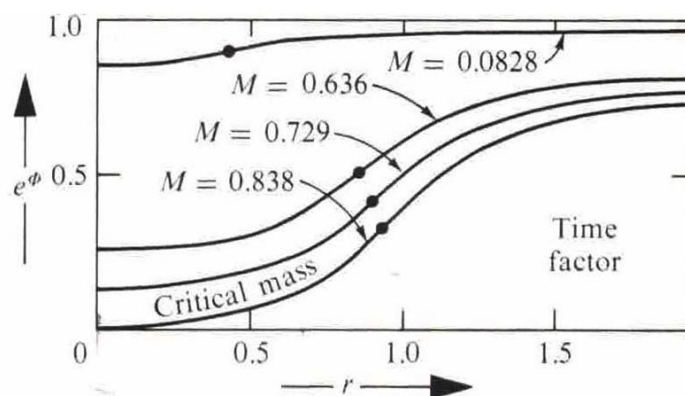


Fig.11 : Evolution du time factor pour différentes valeurs de la masse [5].

Les auteurs se sont alors limités à la valeur de la masse critique. Mais voyons ce qu'il advient quand on pousse au-delà, ce qui se passerait si un tel objet bénéficiant soudain d'un léger apport de masse :

time factor

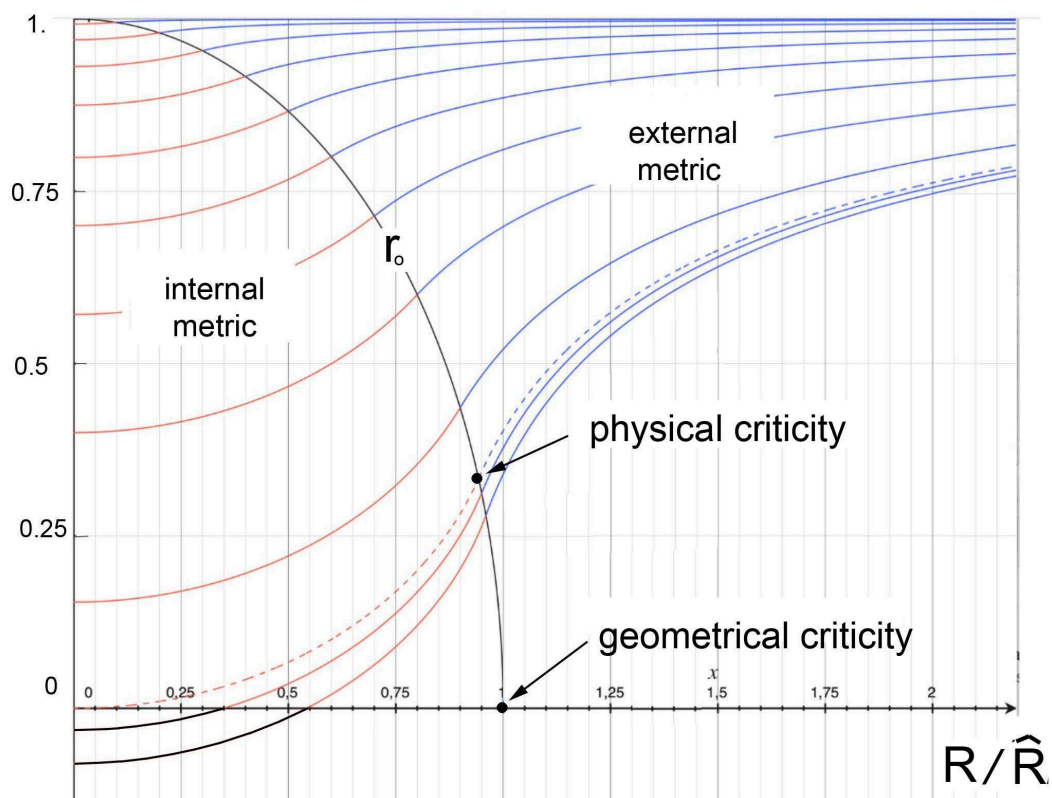


Fig.12 : Au-delà de la criticité physique.

Le time factor devient alors négatif à l'intérieur d'une sphère centrée sur l'origine dont le rayon croît extrêmement rapidement :

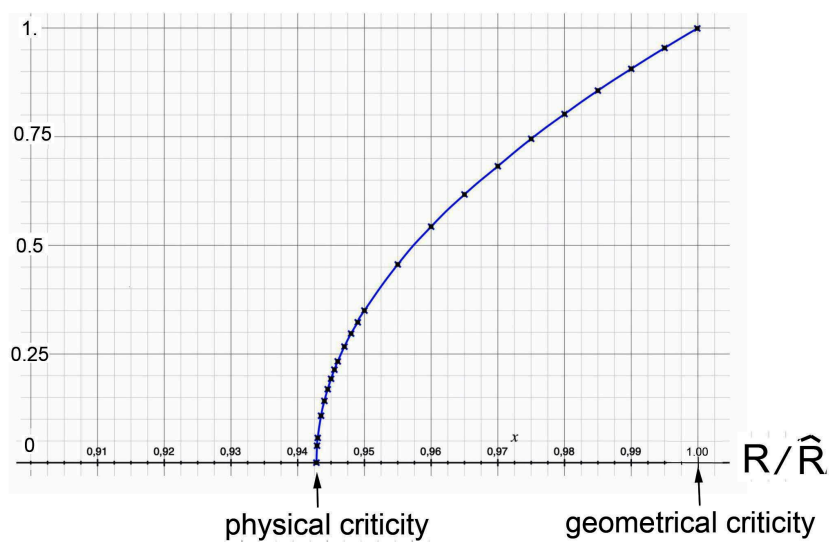
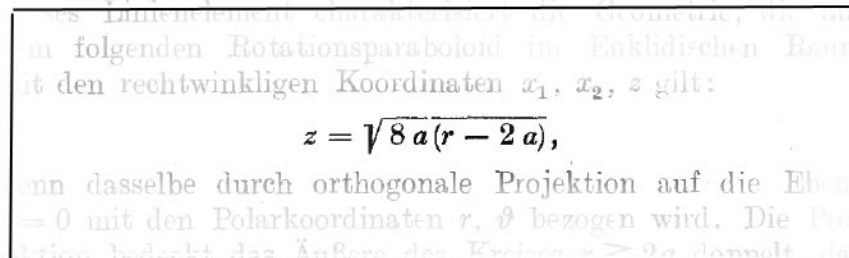


Fig.13 : Rapide extension de la région à time factor négatif.

3 – Mécanisme d'auto stabilité de l'objet.

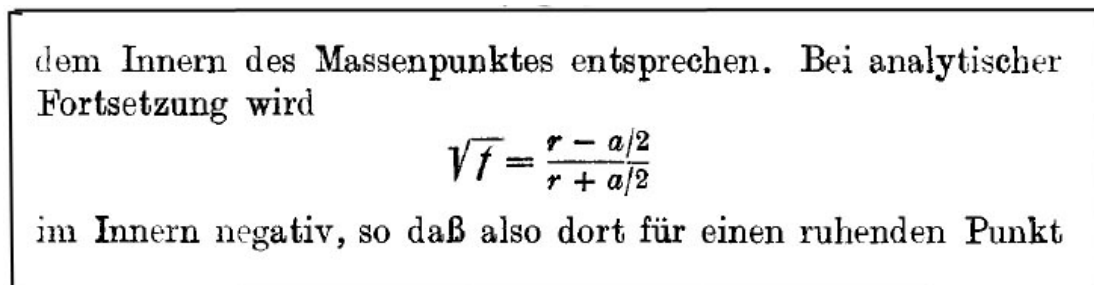
Quelle signification donner à ce passage en négatif de ce time factor ? Le premier qui a envisagé cette possibilité est H.Weyl, en 1917 [7]. Lui aussi présente l'équation de la méridienne de l'hypersurface :



$$z = \sqrt{8a(r - 2a)},$$

Fig.14 : Weyl, équation de la méridienne [7]

Il est aussi le premier à donner l'expression de la métrique extérieure à l'aide de coordonnées isotropes et c'est sous cette forme qu'il envisage le passage en négatif du time-factor, pour lui sur la sphère de Schwarzschild ($r = a/2$).



dem Innern des Massenpunktes entsprechen. Bei analytischer Fortsetzung wird

$$\sqrt{f} = \frac{r - a/2}{r + a/2}$$

im Innern negativ, so daß also dort für einen ruhenden Punkt

Fig.15 : Le time factor de Weyl, en coordonnées isotropes [7].

Dans ce qui nous occupe cette inversion du time factor concerne la métrique intérieure. Considérons un observateur immobile se situant dans cette région centrale. L'évolution du temps propre correspond à :

$$(5) \quad ds = (\text{time factor}) dt$$

Celui-ci, s'identifiant avec la longueur s , ne peut s'inverser (on ne peut faire demi-tour le long d'une géodésique). Si on envisage de prolonger les géodésiques dans cette région où le time factor s'inverse, cela ne peut se faire qu'en inversant la coordonnée de temps t . Son inversion est maintenant largement envisagée, de même que l'existence d'un second feuillet d'univers T-symétrique du nôtre ([8] à [13]). Les physiciens théoriciens envisagent aujourd'hui une possible interaction, entre ces deux feuillets par « entanglement », ce qui alors justifie l'accélération de l'expansion de l'univers. Dans [14], [15] cette interaction est alors fondée sur une configuration de l'univers en revêtement à deux feuillets, le bénéfice tiré de cette opération étant également

l'accélération de l'expansion [16]. Ce modèle, bimétrique, repose alors sur un système de deux équations de champ couplées [17]:

$$(6) \quad R_{\mu}^{\nu} - \frac{1}{2}R g_{\mu}^{\nu} = \chi \left[T_{\mu}^{\nu} + \sqrt{\frac{|g|}{g}} \hat{T}_{\mu}^{\nu} \right]$$

$$(7) \quad \bar{R}_{\mu}^{\nu} - \frac{1}{2}\bar{R} \bar{g}_{\mu}^{\nu} = -\chi \left[\bar{T}_{\mu}^{\nu} + \sqrt{\frac{|\bar{g}|}{\bar{g}}} \hat{\bar{T}}_{\mu}^{\nu} \right]$$

Dans la situation considérée, en considérant pour simplifier une situation où $g = \bar{g}$ les deux métriques $g_{\mu\nu}$ et $\bar{g}_{\mu\nu}$ sont alors solutions du système :

$$(8) \quad R_{\mu}^{\nu} - \frac{1}{2}R g_{\mu}^{\nu} = \chi T_{\mu}^{\nu}$$

$$(9) \quad \bar{R}_{\mu}^{\nu} - \frac{1}{2}\bar{R} \bar{g}_{\mu}^{\nu} = -\chi \hat{T}_{\mu}^{\nu}$$

La solution de l'équation (8) est représentée par le couple des deux métriques, intérieure et extérieure de Schwarzschild, avec la coordonnée :

$$(10) \quad ds^2 = \left[\frac{3}{2} \sqrt{1 - \frac{R_a^2}{\hat{R}^2}} - \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{R^2}{\hat{R}^2}} \right]^2 dt^2 - \frac{dR^2}{1 - \frac{R^2}{\hat{R}^2}} - R^2 d\theta^2 - R^2 \sin^2 \theta d\varphi^2$$

$$(11) \quad ds^2 = \left(1 - \frac{R^2}{\hat{R}^2} \right) dt^2 - \frac{dR^2}{1 - \frac{R^2}{\hat{R}^2}} - R^2 d\theta^2 - R^2 \sin^2 \theta d\varphi^2$$

Dans le second feuillet, dans les conditions de l'approximation Newtonienne [17] on obtient avec :

$$(12) \quad \hat{T}_{\mu}^{\nu} = \begin{pmatrix} \rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p \end{pmatrix}$$

le couple des métriques :

$$(13) \quad d\bar{s}^2 = \left[\frac{3}{2} \sqrt{1 + \frac{R_a^2}{\hat{R}^2}} - \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{R^2}{\hat{R}^2}} \right]^2 dt^2 - \frac{dR^2}{1 + \frac{R^2}{\hat{R}^2}} - R^2 d\theta^2 - R^2 \sin^2 \theta d\varphi^2$$

$$(14) \quad ds^2 = \left(1 + \frac{R^2}{\hat{R}^2} \right) dt^2 - \frac{dR^2}{1 + \frac{R^2}{\hat{R}^2}} - R^2 d\theta^2 - R^2 \sin^2 \theta d\varphi^2$$

Conduisant à des géodésiques qui évoquent alors une répulsion. La situation s'éclaire alors. Quand un apport de matière intervient, un passage se crée dans la partie centrale de l'objet. Les masses qui s'y trouvent cheminent dans le second feuillet d'univers comprenant une inversion de la coordonnée de temps, donc de la masse [18]. Suivant les géodésiques de ce second feuillet, cette masse en excès est alors expulsée hors de l'objet, dans un mécanisme qui empêche une chasse d'eau de déborder. Nous proposons d'appeler de tels objets sous-critiques des plugstars :

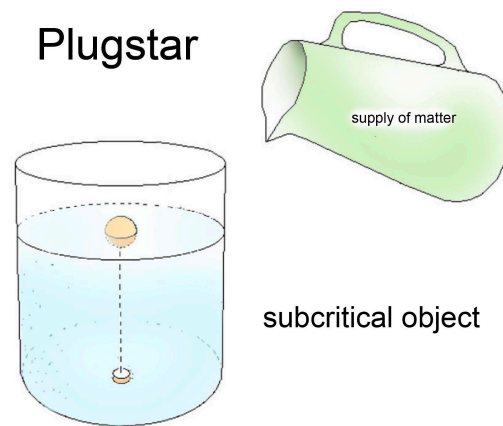


Fig.16 : Plugstar.

Ce modèle s'oppose à l'interprétation des images des objets hypermassifs en tant que trous noirs géants, mais a l'avantage de coller avec les données observationnelles. Il est tout à fait remarquable que pour ces deux objets, alors que les masses et les températures diffèrent notablement, que leurs rapports température maximale/température minimale soient si voisins.

Si le modèle proposé est exact nous conjecturons qu'il en sera de même pour toutes les futures images d'objets hypermassifs.

4 – Sur la formation des objets hypermassifs et des quasars.

Jusqu'à présent l'idée était que ces objets, considérés comme des trous noirs géants, devaient s'être formés par fusion de trous noirs stellaires. Mais en découvrant de tels objets hypermassifs à un âge de l'univers se situant en seulement quelques centaines de millions d'années, ce scénario devenait difficilement envisageable. Le terme trous noirs primordiaux a alors été suggéré [19]. Mais le qualificatif de primordial ne donne guère d'information sur la façon dont ces objets se seraient formés. Nous étudions actuellement, dans le contexte de ce modèle bimétrique [17], un scénario où des fluctuations conjointes des métriques interviennent. Dans ce modèle le confinement des galaxies est assuré, non par des halos de matière sombre de masse positive, mais par le fait que ces galaxies sont logées dans des lacunes se constituant dans la distribution de

masse négative. Les fluctuations conjointes des métriques agissent sur le facteur $\sqrt{\frac{|g|}{g}}$ « facteur de masse apparente ». Quand il se trouve affaibli, le confinement se relâche et la galaxie se disloque. Se forment alors les galaxies irrégulières. Quand ce facteur au contraire se renforce, il engendrerait la formation d'une onde de densité centripète dont la galaxie de Hoag pourrait représenter un exemple.

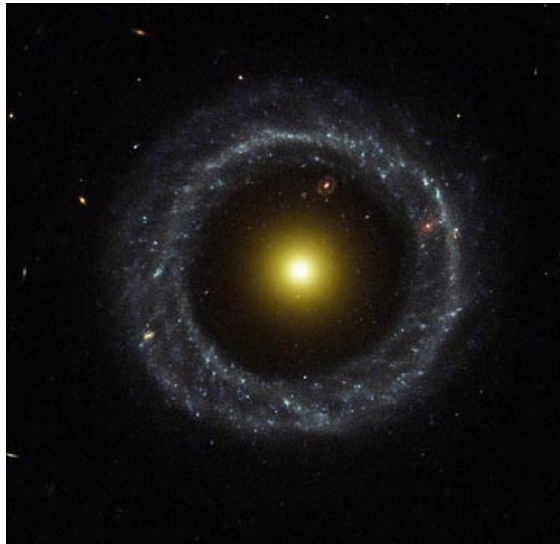


Fig.17 : Galaxie de Hoag

Cette onde de densité se renforce au fur et à mesure qu'elle se rapproche du centre galactique. Elle donne, sur son passage, naissance à de nouvelles étoiles et c'est le rayonnement UV émis par celle-ci qui, excitant le gaz, révèle, comme dans le cas de ondes spirales, sa présence. Si le nombre de Reynolds magnétique est alors, localement important, l'onde ramassera sur son passage toutes les lignes de force correspondant au faible champ magnétique, préexistant dans la galaxie.

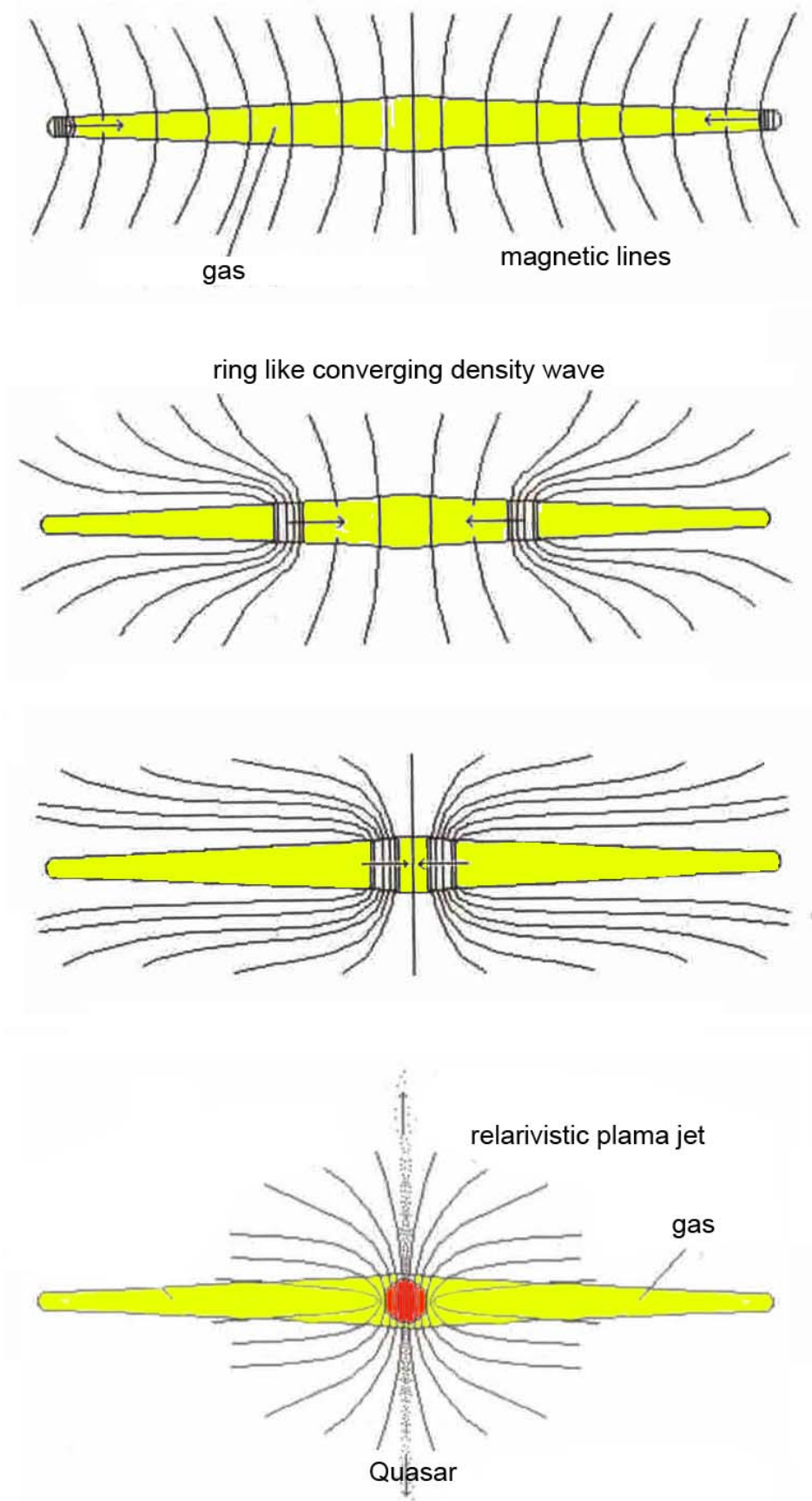


Fig. 17 : Formation d'un quasar.

Quand la convergence est achevée il se crée au centre de la galaxie un objet à la fois dense et chaud où les réactions de fusions entraîneront une émission de plasma, focalisée selon les deux lobes du très puissant champ magnétique, c'est à dire un quasar. Le gradient de champ magnétique transforme ces jets de plasma en accélérateur de particules naturels, lieu de naissance des rayons cosmiques. La masse en excès sera éliminée par le phénomène plugstar, ce qui engendre une puissante onde gravitationnelle. Ceci correspondrait alors à l'objet situé au centre de la galaxie M87. Au bout d'un certain temps l'émission de plasma cesse. L'objet au centre de la Voie Lactée serait alors un quasar éteint. Si des fluctuations surviennent à nouveaux, le mécanisme reprend et l'émission de plasma par le quasar est alors sporadiques ce qui semble être le cas pour celui de 87. Dans un futur article nous présenterons la théorie des fluctuations conjointes des métriques. Ce qui se dégage est que le phénomène est d'autant plus important qu'on se situe dans l'état le plus primitif de l'univers, qui connaît ainsi une prime enfance extrêmement agité et turbulente. A l'échelle d'une galaxie les ondes de densité engendrent les nouvelles étoiles. Mais à beaucoup plus grande échelle ce sont les anneaux de galaxies qui se forment, comme celui récemment découvert [20].

5 - Conclusion.

On considère les deux images d'objets hypermassifs situés au centre des galaxies M87 et Voie Lactée, immédiatement identifiées à celles de trous noirs géants. En notant l'identité pour ces deux objets, de la valeur 3 du rapport température maximale sur température minimale et assimilant l'effet d'assombrissement de leur partie centrale on montre que ceux-ci pourraient être des objets subcritiques dont le rayon serait alors $\sqrt{8/9} R_s$, tels que l'énorme remontée de la pression vers le centre permette alors à ce que celle-ci puisse équilibrer la force de gravité. Anticipant sur la future publication de travaux faisant état, dans un modèle bimétrique, de fluctuations conjointes de celles-ci, modifiant le coefficient de masse apparente $\sqrt{\bar{g}/g}$, on évoque un possible schéma de formation résultant de la formation d'une onde de densité centripète, donnant, quand elle atteint le centre naissance à un quasar.

Références :

- [1] First M87 Event Horizon Telescope Results. I. The Shadow of the Supermassive Black Hole. K. Akiyama, A.Alberdi,W.Alef,K.Asada, R.Azulay, A.K.Backo, D.Ball,M. Balakovic, J. Barrett. Astrophysical Journal, vol. 875, n°1,2019
- [2] First Sagittarius A* Event Horizon Telescope Results. I. The Shadow of the Supermassive Black Hole in the Center of the Milky Way. K. Akiyama, A.Alberdi, W. Alef, J.C.Algaba, E. Anantua, K. Asada, R. Azulay, U. Bach, A.K.Backo. The Astrophysical Journal Letters, vol. 930, number 2. 2022. DOI 10.3847/2041-8213/ac6674
- [3] L.Medeiros,D.Psaltis,T.R.Lauer,F.Ozel : Principal-component Interferometric Modeling (PRIMO), and Algorithm for EHT Data. I. Reconstructing Images from Simulated EHT Observations. Astrophysical Journal. 943 :144 (19p), 2023, February.

- [4] K. Schwarzschild : Über das Gravitationsfeld einer Kugel Aus incompressibler Flüssigkeit nach der Einsteinschen Theorie. Sitzung der phys. Math. Klasse v.23 märz 1916. English translation, by S.Antoci. On the gravitational field of a sphere of incompressible fluide according to Einstein theory. arXiv :physics/9905030v1 [physics.hist-ph] 12 may 1999.
- [5] Gravitation. C.W.Misner, K.S.Thorne, J.A.Wheeler. Pinceton University Press. 2017.
- [6] Ludwig Flamm. Beiträge zur Einsteinschen Gravitationstheorie, Physikalische Zestschrift XVII (1916) pp. 448-454.
- [7] H.Weyl.Zur Gravitationstheorie. Annalen der Physik IV Fogl. 54 pp 117-145
- [8] N.Kumar : On the Accelerated Expansion of the Universe. Gravitation and Cosmology. 2024-Springer Link. Vol. 30 pages 85-88. April 2024.
- [9] C.Deffayet, G.Dvali, G. Gabadadze : Accelerated Universe from gravity leaking to extra dimension. Phys. Rev. D 65, 044023 (2002).
- [10] L.Boyle, K. Finn, N.Turok : CPT-symmetric universe. Phys.Rev.Lett. 121, 251301 (2018)
- [11] L.Boyle, K. Finn, N.Turok :The Big Bang, and beutrino daek matter. Annals of Physics. 438, 168767 (2022)
- [12] S.J.Robles, Pirez : Time-reversal symmetry in cosmology and creation of a universe-antiuniverse pair.Universe 2019 (5), 150.
- [13] S.J.Robles, Pirez : Quantum creation of a universe-antiuniverse pair. arXiv : 2002.09863
- [14] J.P.Petit, G.D'Agostini : Negative Mass hypothesis in cosmology and the nature of dark energy. Astrophysics And Space Sccience,, A **29**, 145-182 (2014)
- [15] J.P.PETIT, Twin Universe Cosmology, Astrophys. and Sp. Science, **226**, 273-307, 1995
- [16] G. DAgostini and J.P.Petit : Constraints on Janus Cosmological model from recent observations of supernovae type Ia, Astrophysics and Space Science, (2018),
- [17] J.P.Petit , H.Zejli : Janus Cosmological Model mathematically and Physically Consistent. Cnrs scientific data base. Hal-04583560v1halDOI 10.5281/zenodo.112377996
- [18] J.M.Souriau : Structure des systèmes dynamiques. Dunod Ed. France, 1970 and Structure of Dynamical Systems. Boston, Birkhäuser Ed. 1997
- [19] A.Escriva, C. Germani, R.K.Seth Universal Threshold for Primordial.Phys. Rev. D 101, 044022 13 February 2020
- [20] A.M.Lopez, T.G.Clowes, G.M.Willinger. A Big Ring in the Sky. arXiv :2402.07591, 12 Feb. 2024