



**HAL**  
open science

# Vibrations hydroélastiques calculées par approche isogéométrique

Christophe Hoareau, Jean-François Deü, Roger Ohayon

## ► To cite this version:

Christophe Hoareau, Jean-François Deü, Roger Ohayon. Vibrations hydroélastiques calculées par approche isogéométrique. 16e Colloque National en Calcul de Structures, CNRS, CSMA, ENS Paris-Saclay, CentraleSupélec, May 2024, Giens, France. hal-04611066

**HAL Id: hal-04611066**

**<https://hal.science/hal-04611066v1>**

Submitted on 13 Sep 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

# Vibrations hydroélastiques calculées par approche isogéométrique

C. Hoareau<sup>1</sup>, J.-F. Deü<sup>1</sup>, R. Ohayon<sup>1</sup>

<sup>1</sup> LMSSC, Laboratoire de Mécanique des Structures et des Systèmes Couplés, {christophe.hoareau}@lecnam.net

**Résumé** — Dans cette étude, nous abordons le calcul de vibrations hydroélastiques en utilisant une méthode numérique basée sur une approche isogéométrique. Le principe repose sur l'utilisation de NURBS (Non-Uniform Rational B-splines) pour décrire la géométrie et les champs. L'objectif de ce travail est d'appliquer cette méthode à l'étude de vibrations couplées fluide-structure, ce qui constitue l'originalité de l'étude. Un exemple numérique montre la faisabilité de l'approche pour le calcul des fréquences hydroélastiques sur un cas bidimensionnel.

**Mots clés** — Interaction fluide-structure, Hydroélasticité, Isogéométrie, Vibrations.

## 1 Introduction

L'étude des vibrations hydroélastiques [1] se produisent par exemple lorsque des structures élastiques sont en interaction avec un liquide à surface libre. Ce type d'étude revêt une importance cruciale dans de nombreux domaines d'ingénierie notamment dans l'industrie aéronautique ou spatiale avec par exemple la conception de réservoirs de lanceurs. L'interaction entre la structure et le fluide peut entraîner des vibrations couplées qui doivent être prises en compte lors du dimensionnement. Nous nous intéressons ici à la formulation d'un problème hydroélastique permettant d'estimer le comportement dynamique du problème couplé par approche isogéométrique [2]. Le comportement dynamique est caractérisé par l'estimation des fréquences propres du système fluide-structure et des déformées modales associées qui sont représentées par des NURBS. A notre connaissance, ce type d'approche isogéométrique est encore assez peu utilisé pour des problématiques de vibrations en interaction fluide-structure et les travaux disponibles dans la littérature concernent principalement la vibro-acoustique [3].

Dans la suite, nous rappelons les équations locales et les formulations variationnelles utilisées pour modéliser le problème de vibration hydroélastique. Nous introduisons ensuite les équations de NURBS pour représenter les géométries et les champs de notre problème couplé. La structure matricielle du problème discrétisé est ensuite présentée. Enfin, une étude numérique portant sur la convergence des fréquences couplées est proposée.

## 2 Équations couplées hydroélastiques en $(u, \varphi)$

### 2.1 Hypothèses

Nous considérons une structure homogène élastique isotrope et nous nous plaçons dans de l'hypothèse des petites perturbations. Le fluide à surface libre est supposé incompressible, non-visqueux et sans écoulement. Le modèle proposé prend en compte l'énergie de déformation de la structure et les énergies cinétiques de la structure et du fluide. Il est important de noter que les effets des énergies potentielles dans le fluide et à la surface libre sont négligés. Cette dernière hypothèse implique que les effets gravitationnels et de tensions superficielles ne sont pas pris en compte.

### 2.2 Description de la géométrie et des interfaces

La Fig. 1 représente le schéma d'un liquide à surface libre contenu dans un réservoir en partie flexible. Les notations utilisées sont précisés dans la suite.

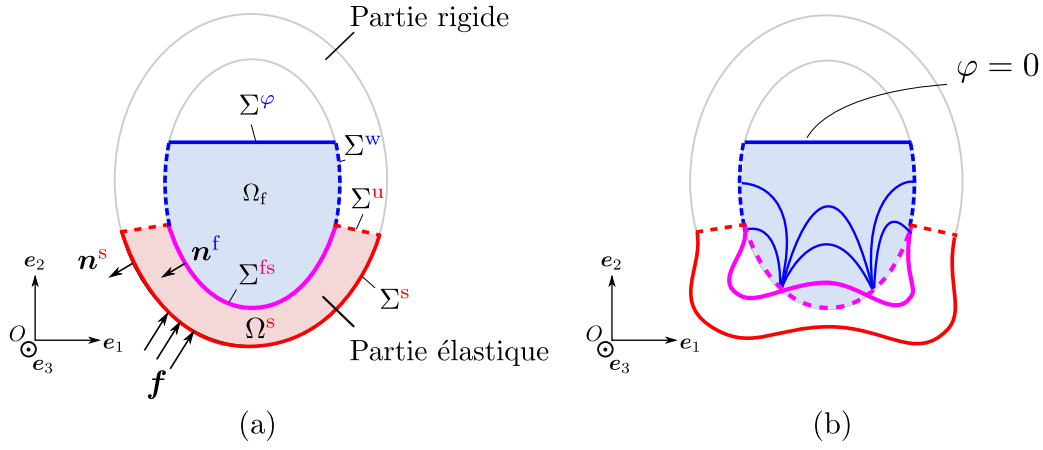


FIGURE 1 – (a) Domaines fluide et structure et (b) représentation d'un mode hydroélastique.

### 2.3 Équations locales pour la structure

Les équations locales du problème de vibration harmonique côté structure sont écrites ci-dessous en fonction du champ de déplacement  $u$  et du champ de contrainte  $\sigma$

$$\mathbf{div}\sigma + \omega^2 \rho^s u = \mathbf{0} \quad \text{dans} \quad \Omega^s \quad (1)$$

$$\sigma n^s - f = \mathbf{0} \quad \text{sur} \quad \Sigma^s \quad (2)$$

$$\sigma n^s - \omega^2 \rho^f \varphi n^f = \mathbf{0} \quad \text{sur} \quad \Sigma^{fs} \quad (3)$$

$$\varepsilon(u) - \frac{1}{2}(\mathbf{grad}u + \mathbf{grad}^T u) = \mathbf{0} \quad \text{dans} \quad \Omega^s \quad (4)$$

$$u = \mathbf{0} \quad \text{sur} \quad \Sigma^u \quad (5)$$

$$\sigma - \mathcal{D} : \varepsilon(u) = \mathbf{0} \quad \text{dans} \quad \Omega^s \quad (6)$$

L'Eq. (1) correspond à l'équation d'équilibre dynamique dans le domaine  $\Omega^s$  faisant intervenir la pulsation  $\omega$  et la masse volumique  $\rho^s$ . L'Eq. (2) correspond aux conditions aux limites en efforts sur une partie du bord noté  $\Sigma^s$  et assure l'équilibre des forces à la surface où  $f$  est un effort surfacique donné. L'Eq. (3) décrit les conditions aux limites sur la surface  $\Sigma^{fs}$  qui sépare le domaine structure  $\Omega^s$  du domaine  $\Omega^f$  avec  $\rho^f$  la masse volumique du fluide. C'est l'équation de couplage faisant intervenir le potentiel de déplacement fluide  $\varphi$ . Dans les deux équations précédentes  $n^s$  et  $n^f$  sont respectivement les normales extérieures aux domaines solide et fluide. L'Eq. (4) exprime la relation cinématique entre le déplacement  $u$  et la déformation  $\varepsilon$  à l'intérieur du domaine solide. L'Eq. (5) correspond à une condition limite de Dirichlet homogène sur la surface  $\Sigma^u$ . Enfin, la loi de comportement du matériau est donnée par la relation Eq. (6). Cette équation exprime la relation entre le tenseur de contrainte  $\sigma$  et le tenseur de déformation  $\varepsilon$  à l'intérieur du domaine avec  $\mathcal{D}$  un tenseur du quatrième ordre dépendant du matériau.

### 2.4 Équations locales pour le fluide

Les équations locales qui décrivent le comportement du fluide incompressible à surface libre dans le domaine  $\Omega^f$  sont données par :

$$\Delta\varphi = 0 \quad \text{dans} \quad \Omega^f \quad (7)$$

$$\varphi = 0 \quad \text{sur} \quad \Sigma^\varphi \quad (8)$$

$$\mathbf{grad}\varphi \cdot n^f - u \cdot n^f = 0 \quad \text{sur} \quad \Sigma^{fs} \quad (9)$$

$$\mathbf{grad}\varphi \cdot n^f = 0 \quad \text{sur} \quad \Sigma^w \quad (10)$$

L'Eq. (7) représente le caractère incompressible du fluide. L'Eq. (8) correspond à une condition limite de Dirichlet homogène pour le potentiel de déplacement fluide sur la surface libre  $\Sigma^\varphi$ . Ce potentiel est fixé

à zéro, ce qui signifie que la fluctuation de pression est nulle sur la surface libre. En effet, la pression  $p^f$  dans le fluide est reliée au potentiel de déplacement par la relation :

$$p^f = \rho^f \omega^2 \varphi \quad (11)$$

Les Eqs. (9) et (10) correspondent aux conditions aux limites de Neumann pour le potentiel de déplacement à l'interface fluide-structure  $\Sigma^{fs}$  et à l'interface avec la partie rigide du réservoir  $\Sigma^w$ . La composante normale du gradient de  $\varphi$  est égale à la composante normale du déplacement du fluide portée par la normale extérieure au fluide  $\mathbf{n}^f$ . Ces équations, combinées avec les équations décrivant le comportement de la structure élastique forment un système couplé qui permet de modéliser et analyser les vibrations hydroélastiques.

## 2.5 Formulation variationnelle couplée

A partir des équations locales précédentes, on peut écrire la formulation variationnelle du problème couplé en considérant comme variables d'état le déplacement de la structure élastique  $\mathbf{u} \in C_u$  et le potentiel de déplacement fluide  $\varphi \in C_\varphi$ . Les espaces  $C_u$  et  $C_\varphi$  sont des espaces de fonctions suffisamment régulières vérifiant les conditions aux limites de Dirichlet. Soit les fonctions tests  $\delta \mathbf{u} \in C_u$  et  $\delta \varphi \in C_\varphi$ , le problème s'écrit alors :

$$k(\mathbf{u}, \delta \mathbf{u}) + \rho^f \omega^2 c(\delta \mathbf{u}, \varphi) - \omega^2 m(\mathbf{u}, \delta \mathbf{u}) - f(\delta \mathbf{u}) = 0, \quad \forall \delta \mathbf{u} \in C_u \quad (12)$$

$$h(\delta \varphi, \varphi) + c(\delta \varphi, \mathbf{u}) = 0, \quad \forall \delta \varphi \in C_\varphi \quad (13)$$

avec

$$k(\delta \mathbf{u}, \mathbf{u}) = \int_{\Omega^s} \varepsilon(\delta \mathbf{u}) : \mathcal{D} : \varepsilon(\mathbf{u}) dv, \quad \text{terme d'énergie potentielle virtuelle structure} \quad (14)$$

$$m(\delta \mathbf{u}, \mathbf{u}) = \int_{\Omega^s} \rho^s \delta \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} dv, \quad \text{terme d'énergie cinétique virtuelle structure} \quad (15)$$

$$c(\delta \mathbf{u}, \varphi) = \int_{\Sigma^{fs}} \delta \mathbf{u} \cdot \varphi \mathbf{n}^s ds, \quad \text{terme de couplage} \quad (16)$$

$$f(\delta \mathbf{u}) = \int_{\Sigma^s} \delta \mathbf{u} \cdot \mathbf{f} ds, \quad \text{terme d'énergie extérieure virtuelle} \quad (17)$$

$$h(\delta \varphi, \varphi) = \int_{\Omega^f} \mathbf{grad} \delta \varphi \cdot \mathbf{grad} \varphi dv, \quad \text{terme lié à l'énergie cinétique virtuelle du fluide} \quad (18)$$

A partir de la formulation variationnelle précédente et du concept d'isogéométrie développé dans la suite, nous serons en mesure de construire les opérateurs discrétisés du problème hydroélastique.

## 3 Approche isogéométrique du problème hydroélastique

L'analyse isogéométrique est une approche numérique qui consiste à utiliser les représentations mathématiques de la géométrie des outils de CAO, en particulier les B-spline et NURBS, pour réaliser des calculs par éléments finis. Dans la suite nous allons mettre en oeuvre cette approche dans le cas d'un problème hydroélastique pour lequel la géométrie et les champs sont représentés par des fonctions de forme de type NURBS.

### 3.1 B-spline 1D

Pour définir une B-spline, on se donne un vecteur noeud  $\Xi = \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{n+p+1}\}$  dans un espace paramétrique avec  $\Xi \in \mathbb{R}^{n+p+1}$ ,  $n$  le nombre de fonctions qui compose la courbe et  $p$  le degré polynomial de la B-spline. Les B-splines sont définies de façon récursives avec pour  $p = 0$  :

$$N_{i,0}(\xi) = \begin{cases} 1 & \text{si } \xi_i \leq \xi < \xi_{i+1}, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (19)$$

et pour  $p = 1, 2, 3, \dots$  :

$$N_{i,p}(\xi) = \frac{\xi - \xi_i}{\xi_{i+p} - \xi_i} N_{i,p-1}(\xi) + \frac{\xi_{i+p+1} - \xi}{\xi_{i+p+1} - \xi_{i+1}} N_{i+1,p-1}(\xi). \quad (20)$$

Les B-splines sont des fonctions à support compact. Elles constituent une partition de l'unité et ont de nombreuses propriétés de continuité et de régularité rappelées dans [2].

### 3.2 Surface ou "patch" de NURBS 2D

Pour définir une surface NURBS, donnons nous les deux vecteurs noeuds  $\Xi$  et  $\mathcal{H} = \{\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_{m+q+1}\}$  avec  $\mathcal{H} \in \mathbb{R}^{m+q+1}$ . Ici,  $m$  représente le nombre de fonctions B-splines notés  $M_{j,q}$  et  $q$  correspond au degré du polynôme pour ce deuxième espace paramétrique associé à  $\eta$ . Cette surface est aussi appelée "patch" de NURBS. L'espace paramétrique en 2D est défini par un produit tensoriel des deux vecteurs noeuds. La définition des NURBS nécessite la définition de poids associés au tenseur  $\mathbf{W} = \{w_{i,j} \in \mathbb{R}, i, j \in [1, n] \otimes [1, m]\}$ . Ainsi, à partir de la connaissance des B-splines et des poids, une fonction NURBS est définie de façon suivante :

$$R_{i,j}^{p,q}(\xi, \eta) = \frac{w_{i,j} N_{i,p}(\xi) M_{j,q}(\eta)}{\sum_{\hat{i}} \sum_{\hat{j}} w_{\hat{i},\hat{j}} N_{\hat{i},p}(\xi) M_{\hat{j},q}(\eta)} \quad (21)$$

En introduisant des points de contrôle  $\{\mathbf{B}_{i,j} \in \mathbb{R}^2, i, j \in [1, n] \otimes [1, m]\}$ , la paramétrisation d'une surface dans l'espace physique s'écrit comme combinaison linéaire des fonctions NURBS :

$$\mathbf{S}(\xi, \eta) = \sum_i \sum_j R_{i,j}^{p,q}(\xi, \eta) \mathbf{B}_{i,j} \quad (22)$$

Les fonctions NURBS peuvent représenter de façon exacte des géométries complexes telles que des surfaces sphériques ou des ellipsoïdes.

### 3.3 Géométries 2D définies par des NURBS

Nous considérons dans la suite deux domaines surfaciques provenant d'un ou plusieurs patches de NURBS notés  $\Omega^s$  pour la structure et  $\Omega^f$  pour le fluide. Afin de simplifier les notations, la distinction du nombre de fonctions de formes  $n$  et  $m$  par patch est faite de façon implicite. Ces géométries seront définies par des points de contrôles notés  $\mathbf{B}_{i,j}^s$  pour le solide et  $\mathbf{B}_{i,j}^f$  pour le fluide tels que les coordonnées spatiales  $\mathbf{x}^s$  et  $\mathbf{x}^f$  sont données par :

$$\mathbf{x}^s(\xi, \eta) = \sum_i \sum_j R_{i,j}^{p,q}(\xi, \eta) \mathbf{B}_{i,j}^s \quad \text{et} \quad \mathbf{x}^f(\xi, \eta) = \sum_i \sum_j R_{i,j}^{p,q}(\xi, \eta) \mathbf{B}_{i,j}^f \quad (23)$$

De façon analogue aux domaines surfaciques, l'interface fluide structure  $\Sigma^{fs}$ , modélisée par un ou plusieurs patches 1D, est aussi défini par des points de contrôles  $\mathbf{B}_i^{fs}$  tels que les coordonnées spatiales  $\mathbf{x}^{fs}$  peuvent s'écrire de la façon suivante :

$$\mathbf{x}^{fs}(\xi) = \sum_i R_i^p(\xi) \mathbf{B}_i^{fs} \quad (24)$$

Dans la suite, nous supposons que les points de contrôles à l'interface d'un patch fluide et un patch structure sont coïncidents (cf. Fig. 2).

### 3.4 Champs définis par des NURBS

L'approche isogéométrique consiste à représenter les champs inconnus sous la forme de combinaisons linéaires de NURBS. Ainsi, un champ de déplacement discret de la structure  $\mathbf{u}^h$  et un champ de potentiel de déplacement fluide discret  $\varphi^h$  se définissent dans un patch par :

$$\mathbf{u}^h(\xi, \eta) = \sum_i \sum_j R_{i,j}^{p,q}(\xi, \eta) \mathbf{U}_{i,j} \quad \text{et} \quad \varphi^h(\xi, \eta) = \sum_i \sum_j R_{i,j}^{p,q}(\xi, \eta) \Phi_{i,j} \quad (25)$$

avec  $\mathbf{U}_{i,j} \in \mathbb{R}^2$  et  $\Phi_{i,j} \in \mathbb{R}$ . Les inconnues sont stockées sous formes de vecteurs notés respectivement  $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{2 \times n^s}$  et  $\Phi \in \mathbb{R}^{n^s}$  avec  $n^s$  et  $n^f$  le nombre de points de contrôle associés respectivement à la structure

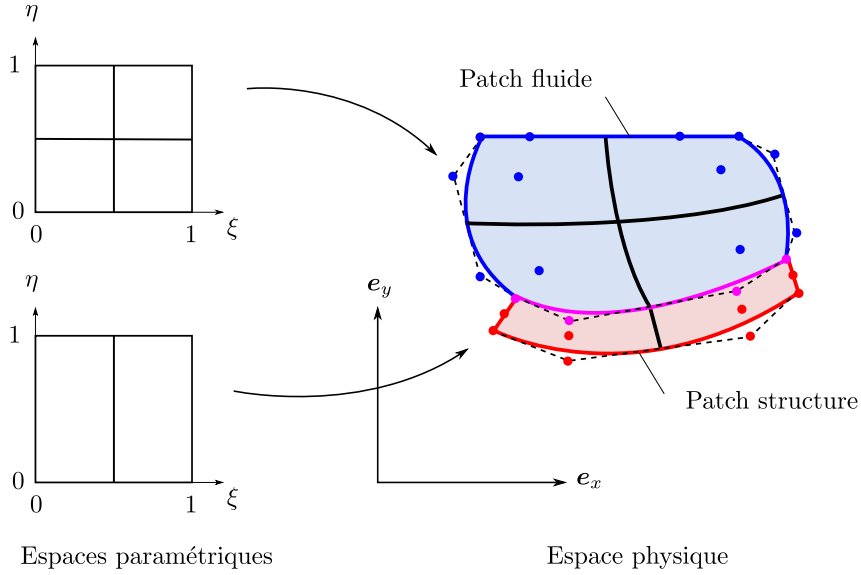


FIGURE 2 – Transformations à partir d’espaces paramétriques vers un espace physique avec compatibilité des points de contrôle à l’interface fluide-structure.

et au fluide. De façon analogue, nous définissons les champs virtuels comme combinaisons linéaires de fonctions de formes :

$$\delta \mathbf{u}^h(\xi, \eta) = \sum_i^n \sum_j^m R_{i,j}^{p,q}(\xi, \eta) \delta \mathbf{U}_{i,j} \quad \text{et} \quad \delta \phi^h(\xi, \eta) = \sum_i^n \sum_j^m R_{i,j}^{p,q}(\xi, \eta) \delta \Phi_{i,j} \quad (26)$$

avec  $\mathbf{U}_{i,j} \in \mathbb{R}^2$  et  $\Phi_{i,j} \in \mathbb{R}$  les champs virtuels associés aux points de contrôles.

## 4 Structure matricielle du problème discrétisé par isogéométrie

Le problème à résoudre peut s’écrire sous forme matricielle à partir des équations Eqs. (27) à (18), avec la prise en compte des discrétisations isogéométriques définies Eq. (25). Ainsi nous obtenons les opérateurs suivants :

$$k(\delta \mathbf{u}^h, \mathbf{u}^h) = \delta \mathbf{U}^T \mathbb{K} \mathbf{U} \quad \Rightarrow \quad \mathbb{K} : \text{matrice de raideur} \quad (27)$$

$$m(\delta \mathbf{u}, \mathbf{u}) = \delta \mathbf{U}^T \mathbb{M} \mathbf{U} \quad \Rightarrow \quad \mathbb{M} : \text{matrice de masse} \quad (28)$$

$$c(\delta \mathbf{u}, \phi) = \delta \mathbf{U}^T \mathbb{C} \Phi \quad \Rightarrow \quad \mathbb{C} : \text{matrice de couplage} \quad (29)$$

$$f(\delta \mathbf{u}) = \delta \mathbf{U}^T \mathbf{F} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{F} : \text{vecteur d’effort extérieur} \quad (30)$$

$$h(\delta \phi, \phi) = \delta \Phi^T \mathbb{H} \Phi \quad \Rightarrow \quad \mathbb{H} : \text{matrice de gradient de fluide} \quad (31)$$

Le problème discrétisé par IGA peut donc se ramener au système matriciel ci-dessous :

$$\left( \begin{bmatrix} \mathbb{K} & \mathbb{O} \\ \mathbb{O} & \mathbb{O} \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} \mathbb{M} & -\rho_f \mathbb{C} \\ -\rho_f \mathbb{C}^T & -\rho_f \mathbb{H} \end{bmatrix} \right) \begin{pmatrix} \mathbf{U} \\ \Phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (32)$$

Les matrices  $\mathbb{K}$ ,  $\mathbb{H}$  sont semi définies positives, le noyau de  $\mathbb{K}$  est de dimension 3 en 2D et 6 en 3D et le noyau de  $\mathbb{H}$  est de dimension 1. La matrice  $\mathbb{M}$  est définie positive. Notons que la structure matricielle globale du système discrétisé est strictement la même que celle du problème discrétisé par éléments finis [4] même si les matrices élémentaires diffèrent de la méthode des éléments finis.

### 4.1 Calculs des vibrations hydroélastiques

Le problème aux valeurs propre du problème couplé Eq. (33) peut s’écrire sous la forme suivante :

$$\left( \begin{bmatrix} \mathbb{K} & \mathbb{O} \\ \mathbb{O} & \mathbb{O} \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} \mathbb{M} & -\rho_f \mathbb{C} \\ -\rho_f \mathbb{C}^T & -\rho_f \mathbb{H} \end{bmatrix} \right) \begin{pmatrix} \mathbf{U} \\ \Phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (33)$$

Usuellement, la résolution du problème aux valeurs propre s'effectue par l'élimination des inconnus en potentiels de déplacement  $\Phi$ . Cette approche fait intervenir un opérateur de masse ajoutée  $M_a$  qui correspond à matrice pleine sur les degrés de liberté d'interface tel que :

$$(\mathbb{K} - \omega^2[\mathbb{M} + M_a])\mathbf{U} = \mathbf{0} \quad (34)$$

Dans la suite, pour vérifier la faisabilité de l'approche isogéométrique, nous convenons de résoudre le problème aux valeurs propres de l'Eq. (33) pour un faible nombre de degrés de liberté.

## 5 Exemple numérique

Nous nous sommes basés sur un code disponible écrit en Matlab et en langage C proposé par [5] pour la construction de la géométrie et des opérateurs isogéométriques que nous avons adapté pour notre problème hydroélastique.

### 5.1 Géométries, maillages et données matériaux

On considère un réservoir rectangulaire rigide à fond élastique décrit en Fig. 3 et discrétisé par des éléments isogéométriques. Les points de contrôle  $y$  sont aussi représentés. On se place dans l'hypothèse des déformations planes avec une épaisseur hors plan de 1 m. Les paramètres matériaux de la structure sont le module d'Young  $E = 69 \times 10^9$  Pa, le coefficient de Poisson  $\nu = 0.33$  et la masse volumique  $\rho^s = 2700$  kg.m<sup>-3</sup>. La structure est encadrée sur les bords droit  $x = 1$  m et gauche  $x = 0$  m. La masse volumique du fluide est  $\rho^f = 2700$  kg.m<sup>-3</sup>. Le potentiel de déplacement est nul sur la surface libre en  $y = 1$  m. Le maillage isogéométrique utilisé correspond à des NURBS quadratiques. Dans ce qui suit, le nombre d'éléments du fluide et de la structure sont respectivement notés  $n_e^f$  et  $n_e^s$ . Le nombre de ddl (degrés de liberté) du fluide et de la structure sont respectivement notés  $n_{ddl}^f$  et  $n_{ddl}^s$ .

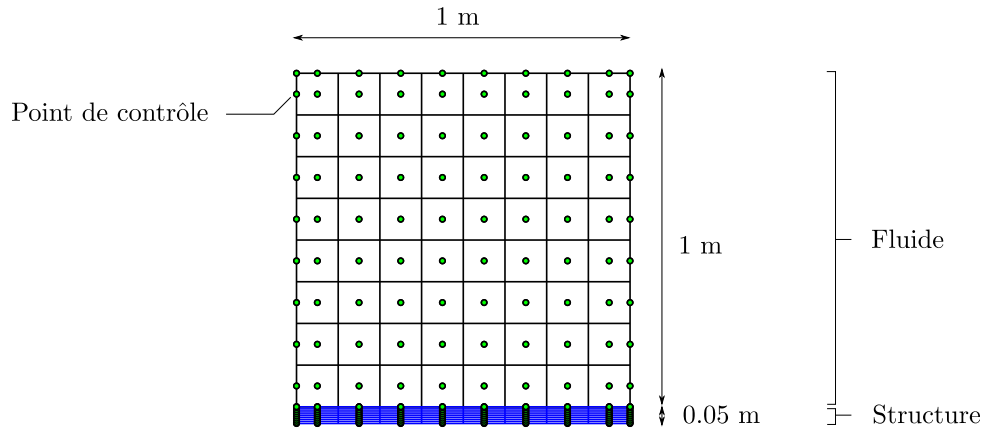


FIGURE 3 – Domaines et maillages isogéométriques du fluide et de la structure avec points de contrôle.

### 5.2 Déformées modales et fréquences propres du système couplé

La Fig. 4 présente deux déformées modales hydroélastiques de la structure qui correspondent aux premier et deuxième modes de flexions. La partie fluide des modes hydroélastiques est représentée par le champ de pression sur la configuration de référence. Nous n'avons pas représenté ici le déplacement normal du maillage fluide qui est bien sûr coïncide avec celui de la structure.

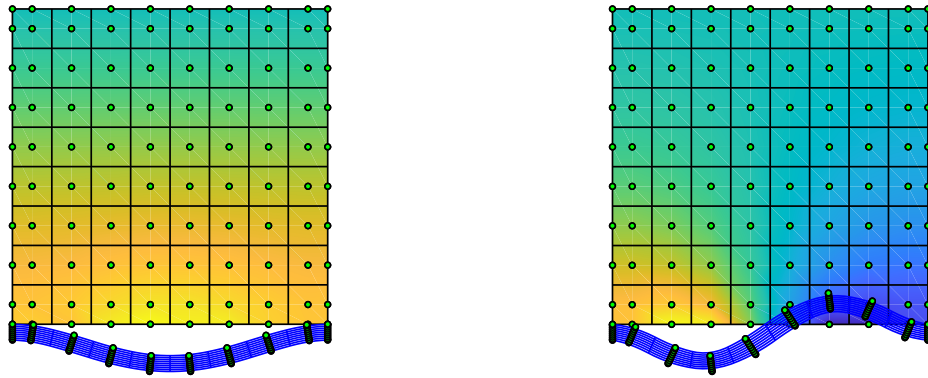


FIGURE 4 – Modes hydroélastiques  $(\mathbf{u}, p^f)$  calculés avec méthode isogométrique.

Plusieurs cas ont été traités pour un nombre d'éléments et de dds croissants rappelés dans le Tab. 1.

TABLE 1 – Informations concernant les maillages des différents cas traités.

Info. maillage	Cas (a)	Cas (b)	Cas (c)	Cas (d)
$n_e^s = n_e^f$	16	64	256	1024
$n_{ddl}^s$	72	200	648	2312
$n_{ddl}$	36	100	324	1156

Les Tabs. 2 et Tab. 3 contiennent respectivement les valeurs des fréquences propres pour la structure *in vacuo* et le système couplé fluide structure. Ces études ont été effectuées pour différents maillages du plus grossier au plus fin. Les fréquences hydroélastiques sont plus faibles que celle de la structure seule du fait de l'effet de masse ajoutée. On observe que plus le maillage est fin, plus les fréquences diminuent comme c'est le cas en éléments finis. Nous avons effectué des calculs éléments finis hautes fidélités non présentés ici sur la même configuration géométrique et les résultats confirment de l'approche isogométrique.

TABLE 2 – Tableau des fréquences de la structure *in vacuo*.

Cas	(a)		(b)		(c)		(d)	
Mode	Déformée	Fréquence	Déformée	Fréquence	Déformée	Fréquence	Déformée	Fréquence
1	flexion 1	348.6 Hz	flexion 1	279.2 Hz	flexion 1	273.1 Hz	flexion 1	271.6 Hz
2	flexion 2	1323.4 Hz	flexion 2	768.9 Hz	flexion 2	736.1 Hz	flexion 2	731.6 Hz
3	traction 1	2734.6 Hz	flexion 3	1534.4 Hz	flexion 3	1403.7 Hz	flexion 3	1392.9 Hz
4	flexion 3	3592.8 Hz	flexion 4	2679.7 Hz	flexion 4	2248.2 Hz	flexion 4	2224.8 Hz
5	traction 2	5550.8 Hz	traction 1	2705.0 Hz	flexion 5	2692.5 Hz	flexion 5	2687.7 Hz

TABLE 3 – Tableau des fréquences hydroélastiques.

Cas	(a)		(b)		(c)		(d)	
Mode	Déformée	Fréquence	Déformée	Fréquence	Déformée	Fréquence	Déformée	Fréquence
1	flexion 1	136.5 Hz	flexion 1	109.8 Hz	flexion 1	107.2 Hz	flexion 1	106.5 Hz
2	flexion 2	798.2 Hz	flexion 2	473.9 Hz	flexion 2	453.0 Hz	flexion 2	449.7 Hz
3	flexion 3	2301.2 Hz	flexion 3	1045.8 Hz	flexion 3	959.3 Hz	flexion 3	951.2 Hz
4	traction 1	2733.0 Hz	traction 1	2002.5 Hz	flexion 4	1694.2 Hz	flexion 4	1676.1 Hz
5	flexion 4	4269.6 Hz	flex. 4	2704.0 Hz	flexion 5	2563.4 Hz	flexion 5	2525.2 Hz



## 6 Conclusion

Ce travail correspond à une étude préliminaire sur le calcul numérique de vibrations hydroélastiques en utilisant une approche isogéométrique. Les résultats numériques montrent que la méthode isogéométrique permet d'estimer les modes propres du système couplé. Des comparaisons entre cette méthode et des méthodes plus classiques tels que les éléments finis sont en cours sur des géométries courbes et 3D. Cette méthode sera aussi étendue à des maillages incompatibles entre le fluide et la structure tout en conservant la géométrie d'interface.

### Références

- [1] H.J.-P. Morand, R. Ohayon. *Fluid Structure Interaction*, John Wiley & Sons, 1995.
- [2] J.A. Cottrel, T.J.R. Hughes and Y. Bazilevs. *Isogeometric Analysis : Toward Integration of CAD and FEA*, John Wiley & Sons, 2009.
- [3] M. Dinachandra and R. Sethuraman. *Isogeometric analysis for acoustic fluid-structure interaction problems*, International Journal of Mechanical Sciences, Elsevier, 8–25, 2017.
- [4] C. Hoareau, J.-F. Deü and R. Ohayon. *Construction of reduced order operators for hydroelastic vibrations of prestressed liquid–structure systems using separated parameters decomposition*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Elsevier, 115406, 2022.
- [5] V.P. Nguyen, C. Anitescu, S. Bordas and T. Rabczuk. *Isogeometric analysis : An overview and computer implementation aspects*, Mathematics and Computers in Simulation, Elsevier, 89–116, 2015.