



HAL
open science

Utilisation de fonctions d'agrégation en optimisation topologique et application au design d'aimants supraconducteurs pour les IRMs hauts champs

Jason Le Coz, Justin Fischer, François Di Paola, Guillaume Dilasser,
Guénhaël Le Quilliec, Piotr Breilkopf

► To cite this version:

Jason Le Coz, Justin Fischer, François Di Paola, Guillaume Dilasser, Guénhaël Le Quilliec, et al.. Utilisation de fonctions d'agrégation en optimisation topologique et application au design d'aimants supraconducteurs pour les IRMs hauts champs. 16ème Colloque National en Calcul de Structures (CSMA 2024), CNRS; CSMA; ENS Paris-Saclay; CentraleSupélec, May 2024, Hyères, France. hal-04611061

HAL Id: hal-04611061

<https://hal.science/hal-04611061v1>

Submitted on 3 Dec 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Utilisation de fonctions d'agrégation en optimisation topologique et application au design d'aimants supraconducteurs pour les IRMs hauts champs

J. Le Coz^{1,2,3}, J. Fischer⁴, F. Di Paola¹, G. Dilasser², G. Le Quilliec⁵, P. Breitkopf³

¹ Université Paris-Saclay, CEA, Service d'Études Mécaniques et Thermiques, 91191 Gif-sur-Yvette

² Université Paris-Saclay, CEA, Département des Accélérateurs, de Cryogénie et de Magnétisme, 91191 Gif-sur-Yvette

³ Université de Technologie de Compiègne, Laboratoire Roberval, FR3272 UTC-CNRS, 60200 Compiègne

⁴ École Nationale Supérieure des Mines de Nancy, 54000 Nancy

⁵ Université de Tours, Laboratoire de Mécanique Gabriel Lamé, 37004 Tours

Résumé — L'amélioration de la technologie d'imagerie par résonance magnétique nucléaire tend aujourd'hui vers l'augmentation de la résolution de ses images. Ce gain de précision nécessite d'augmenter l'intensité du champ magnétique. Cela complexifie la conception de l'électroaimant supraconducteur car un champ plus élevé engendre des forces de Laplace plus importantes, conduisant à un problème de tenue mécanique du bobinage. L'optimisation topologique mariant magnétisme et mécanique apparaît alors comme une méthode adéquate pour répondre à ces exigences de conception.

Ce travail propose une formulation mathématique du problème d'optimisation où la difficulté réside dans l'inconstance des forces de Laplace et leur dépendance aux variables de conception. Cette difficulté est illustrée sur un problème simplifié de treillis à trois barres. Celui-ci est utilisé pour développer une stratégie de résolution, par fonctions d'agrégation, dont nous discutons des résultats.

Mots clés — Optimisation topologique, calcul numérique, design d'aimant supraconducteur.

1 Introduction

1.1 Contexte

L'IRM (Imagerie par Résonance Magnétique nucléaire) constitue l'un des outils essentiels de l'imagerie médicale, que ce soit pour le diagnostic ou pour la recherche en neurosciences ou l'étude de pathologies cérébrales [1]. Un levier d'amélioration de cette technique est l'augmentation de la résolution des images, ce qui nécessite une augmentation du champ magnétique généré par l'aimant supraconducteur intégré dans le scanner IRM. Cette tendance peut être observée de manière générale autant dans les équipements IRM commerciaux, qui sont progressivement passés de 1,5 à 3 puis aujourd'hui à 7 Teslas que dans les scanners consacrés à la recherche qui atteignent des champs de 9,4, 10,5 ou 11,7 T [1]. Le record du monde actuel de l'intensité du champ magnétique dans un IRM dédié à l'imagerie du corps humain entier est détenu par l'aimant d'Iseult (cf. figure 1). Cet aimant développé par le CEA, génère un champ magnétique de 11,7 T, qui permet à l'imageur d'atteindre une résolution de l'ordre de 100 μm (cf. figure 2).

1.2 Enjeux

Les machines IRM haut-champ reposent sur un électroaimant bobiné à partir de câbles en matériau supraconducteur, le plus souvent en alliage de niobium-titane. Atteindre des hauts champs magnétiques (>11 T) rend cependant la conception du bobinage complexe. L'aimant doit à la fois répondre aux objectifs sur l'intensité et l'homogénéité du champ magnétique et respecter des contraintes géométriques (dimensions limitées, formes réalisables) et mécaniques (tenue, faible déformations).

Le chargement mécanique est dû aux forces de Laplace \mathbf{f}_L , proportionnelles au carré de la densité de courant j dans le bobinage ($\mathbf{f}_L \propto j^2$). Le respect de la tenue mécanique est donc plus difficile à satisfaire pour des champs de haute intensité. En particulier, pour les intensités visées, il devient impératif d'intégrer le calcul mécanique dans la conception. L'aspect multi-physique du problème rend sa modél-

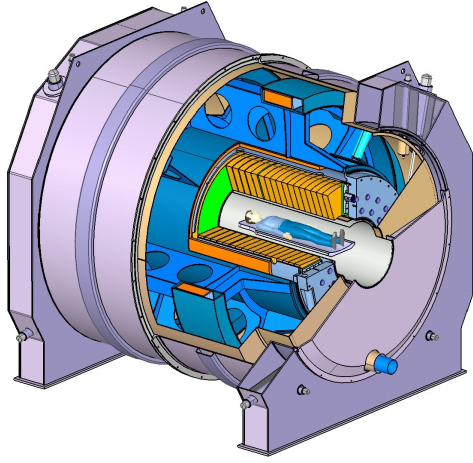


FIGURE 1 – Vue en coupe du scanner IRM Iseult. Le bobinage est visible en orange [2].

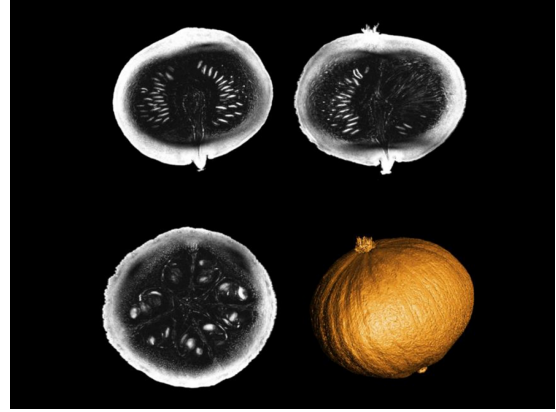


FIGURE 2 – Scan d'un potimarron par Iseult [1].

lisation et sa simulation plus difficile. Enfin, s'ajoute aux limitations sur le design, l'objectif de réaliser l'électroaimant le plus économique en minimisant la quantité de matériaux utilisée. Ce travail s'inscrit dans le développement d'une méthodologie d'optimisation topologique multi-physique pour faciliter la conception de tels aimants.

La section 2 introduit la mise en forme mathématique du problème d'optimisation. Nous définissons alors sa géométrie, listons ses variables importantes ainsi que ses limitations et proposons une stratégie de résolution. La section 3 aborde ensuite un problème d'optimisation topologique académique de treillis à 3 barres, illustrant le problème de convexité de domaine de conception rencontré dans le problème de l'aimant d'IRM. Nous expliquons la pertinence de cette analogie et testons notre méthodologie de résolution à l'aide de fonctions d'agrégation dont nous analysons les résultats.

2 Formulation du problème

2.1 Variables d'optimisation

Un scanner IRM réalise des images en s'appuyant sur un champ magnétique stable dans le temps et homogène dans la zone d'imagerie. Pour les machines à haut champ, celui-ci est toujours généré par un électroaimant constitué d'enroulements de fils supraconducteurs. L'architecture de bobine la plus commune est celle du solénoïde car elle permet naturellement d'obtenir un champ quasiment homogène (cf. figure 4). L'objet ou le patient est placé dans la zone d'imagerie, située au centre du tunnel.

Les solénoïdes possèdent un axe et un plan de symétrie que nous utilisons pour réduire le nombre de dimensions du problème (cf. figure 4). On considère que le problème possède :

- un axe de symétrie par rotation Oz ;
- un plan de symétrie xOy ;

Dans le quart supérieur droit du plan yOz , on définit le domaine Ω , limité par les paramètres R_i , R_e et L respectivement le rayon intérieur, rayon extérieur et la hauteur de la zone d'étude (figure 4). On introduit la variable $j(r, z)$, la composante orthoradiale de la densité de courant $\mathbf{j}(r, z) = j(r, z) \cdot \mathbf{e}_\theta$. Ce domaine est discrétisé en N_r éléments suivant le rayon et N_z suivant l'axe z pour un total de $N = N_r \cdot N_z$ éléments (cf. figure 5). La densité de courant est supposée uniforme dans chaque élément de Ω et les valeurs sont rassemblées dans un vecteur \mathbf{j} . On adimensionne celui-ci en introduisant une densité de courant maximale j^0 en A/m^2 et en écrivant :

$$j_k = i_k \cdot j^0, \forall k \in \{1, \dots, N\} \text{ et } i_k \in \{-1, 0, 1\}. \quad (1)$$

La valeur de i_k représente simultanément la présence de courant ($i_k \neq 0$) et son sens ($i_k = \pm 1$) dans l'élément k . Le sous domaine de Ω contenant de la matière ($i_k \neq 0$) est noté Ω_* . On transforme le problème initial, qui s'exprime en variable entières, afin d'utiliser une densité i_k continue dans l'intervalle

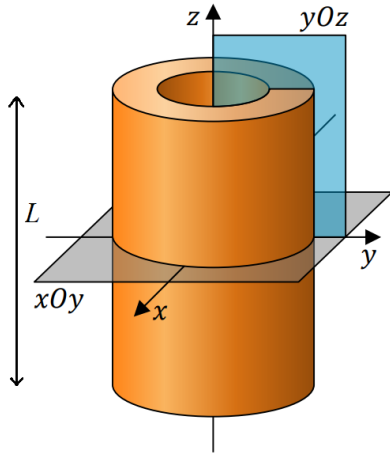


FIGURE 3 – géométrie initiale du problème

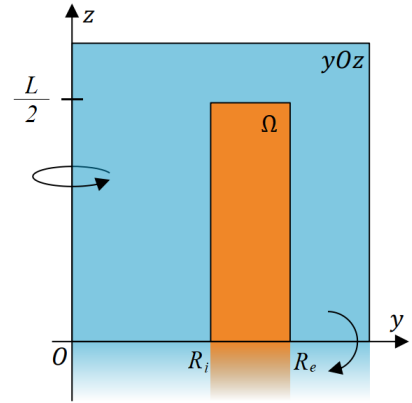


FIGURE 4 – géométrie simplifiée par symétries

$[-1, 1]$. Pour éviter les valeurs de j_k intermédiaires et inciter la densité de courant à prendre une valeur entière, on utilise la méthode SIMP (Solid Isotropic Material with Penalization)[3].

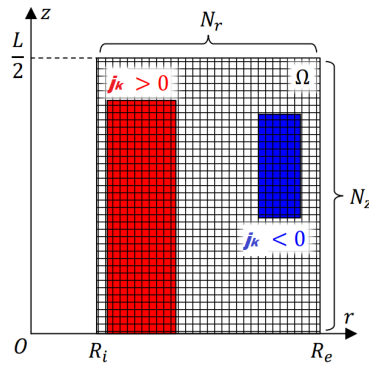


FIGURE 5 – Discrétisation du problème et représentation du sens du courant.

2.2 Fonction coût

Cette étude cherche à minimiser le coût de l'électroaimant tout en répondant au cahier des charges d'un scanner IRM. Bien que le coût de production dépend de plusieurs facteurs (matières premières, usinage, transport, etc), nous décidons de nous concentrer uniquement sur le volume de matière utilisée. Ainsi, la fonction objectif que l'on souhaite minimiser est le volume V de l'électroaimant. Dans notre cas, elle s'exprime par :

$$V(\mathbf{i}) = \sum_{n=1}^N v_k \cdot |i_k| \quad (2)$$

avec v_k le volume circulaire ayant comme section l'élément e_k . On note que la fonction coût est rendue non-linéaire par la présence de la valeur absolue de la densité i_k .

2.3 Limitations du problème

Les limitations portant sur le design de l'électroaimant sont de deux types. Les premières portent sur le champ magnétique généré dans la zone d'imagerie. Elles sont la traduction des exigences du cahier des charges sur l'intensité et l'homogénéité spatiale du champ magnétique. Les secondes proviennent de la mécanique. Celles-ci sont ajoutées pour limiter la contrainte mécanique dans les bobinages sous l'effet des forces de Laplace.

— L'IRM doit produire un champ magnétique Z_0 au centre de la zone d'imagerie :

$$|\mathbf{b}(r=0, z=0)| = Z_0 \quad (3)$$

avec dans notre cas $Z_0 \approx 14 T$.

— Le champ magnétique doit être homogène dans toute la zone d'imagerie. Celle-ci correspond à un volume sphérique Ω_{zi} centré à l'origine et de rayon d'environ 10 cm, à l'intérieur duquel on cherche à atteindre une homogénéité spatiale meilleure que 1 partie par million :

$$\max_{\mathbf{p} \in \Omega_{zi}} |\mathbf{b}(\mathbf{p})| - \min_{\mathbf{p} \in \Omega_{zi}} |\mathbf{b}(\mathbf{p})| < 10^{-6} Z_0 \quad (4)$$

— L'interaction entre la densité de courant circulant dans l'électroaimant et le champ magnétique qu'il produit provoque l'apparition de forces de Laplace et donc des contraintes mécaniques dans le bobinage. La contrainte équivalente σ_{eq} ne doit pas excéder la limite d'élasticité σ_Y du matériau dans le domaine de la matière Ω_* :

$$\sigma_{eq,k} \leq \sigma_Y \quad \forall k \in \Omega_* \quad (5)$$

La contrainte d'homogénéité (4) est reformulée en utilisant le Développement en Harmoniques Sphériques (DHS) du champ magnétique à l'intérieur du volume d'imagerie. A l'intérieur de celui-ci, \mathbf{b} y est solution d'une équation de Poisson. De plus, dans un aimant solénoïdal, les composantes b_x et b_y sont négligeables devant b_z . En utilisant le système de coordonnées sphériques, on peut alors écrire b_z sous la forme d'une somme d'harmoniques :

$$B_z(\eta, \theta, \phi) = Z_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\eta}{\eta_0} \right)^n \left\{ Z_n P_n(\cos(\theta)) + \sum_{m=1}^n \{ X_n^m \cos(m\phi) + Y_n^m \sin(m\phi) \} P_n^m(\cos(\theta)) \right\} \quad (6)$$

$\{(Z_n, X_n^m, Y_n^m), (n, m) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}^*, m \leq n\}$ sont les coefficients du développement en harmoniques sphériques (DHS) de la composante B_z . En particulier, Z_0 le champ au centre de l'appareil (3), apparaît dans la somme. La contrainte sur l'homogénéité du champ magnétique généré (4) peut être implémentée de manière équivalente en annulant les coefficients du DHS depuis le degré 1 jusqu'à un degré de troncature N_H arbitraire. L'intérêt de considérer le DHS du champ est que (Z_n, X_n^m, Y_n^m) dépendent linéairement de \mathbf{j} . Toutes les dépendances non-linéaires à la géométrie du bobinage sont éliminées en travaillant avec un maillage fixe. Ainsi, toutes les limitations sur l'intensité (3) et l'homogénéité (4) du champ magnétique utile se réécrivent dans un système linéaire :

$$\mathbf{M} \cdot \mathbf{j} = (Z_0 \ 0 \ \dots \ 0)^T = \mathbf{b}_0 \quad (7)$$

\mathbf{M} est une matrice contenant la dépendance de chacun des coefficient du DHS du champ magnétique central vis-à-vis des densités de courant dans les éléments du maillage.

Le chargement mécanique provient des forces de Laplace et induit une réponse statique de la structure. En tenant compte de la limitation (5), celle-ci se déforme dans le domaine élastique et l'équilibre mécanique du problème s'écrit sous la forme :

$$\mathbf{K}(\mathbf{i}) \cdot \mathbf{u} = \mathbf{f}_L(\mathbf{i}) \quad (8)$$

avec \mathbf{K} matrice de rigidité de la structure, \mathbf{u} vecteur des déplacements nodaux et \mathbf{f}_L les forces nodales équivalentes aux forces de Laplace induites par la densité de courant.

2.4 Résumé du problème

Grâce aux reformulations précédentes, on peut mettre le problème d'optimisation sous la forme mathématique :

$$\min_{\mathbf{i}} V(\mathbf{i}) \quad (9a)$$

$$\mathbf{M} \cdot \mathbf{j} = \mathbf{b}_0 \quad (9b)$$

$$\mathbf{K}(\mathbf{i}) \cdot \mathbf{u} = \mathbf{f}_L(\mathbf{i}) \quad (9c)$$

$$\sigma_{eq,k} \leq \sigma_Y, \forall k \in \Omega_* \quad (9d)$$

$$i_k = \{-1; 0; 1\} \quad (9e)$$

Nous travaillons donc avec (9a) la fonction coût V à minimiser avec la variable d'optimisation \mathbf{i} en respectant 9b) les limitations sur l'intensité et l'homogénéité du champ magnétique $\mathbf{b}(\mathbf{i})$. Le calcul magnétique donne (9c) une force de Laplace \mathbf{f}_L qui permet de calculer les déplacements \mathbf{u} des nœuds du maillage à l'aide de la matrice de rigidité de la structure \mathbf{K} , elle aussi dépendante de \mathbf{i} . (9d) limite la contrainte équivalente σ_{eq} résultant des déplacements pour ne pas excéder la limite d'élasticité σ_Y . Enfin, on rappelle (9e) que les composantes i_k de la variable d'optimisation ne doivent pas prendre de valeurs autres que -1, 0 ou 1.

3 Illustration du problème posé par la limitation sur la tenue mécanique

La principale difficulté posée par le problème d'optimisation (9) provient des limitations (9c) et (9d). La contrainte mécanique locale doit être calculée à partir des déplacements or ceux-ci doivent eux-mêmes être déduits de l'équation d'équilibre statique de la structure, dans laquelle à la fois la matrice de rigidité \mathbf{K} et le second membre \mathbf{f}_L sont fonctions de la variable de conception \mathbf{i} . La dépendance du second membre de (9c) à \mathbf{i} sépare notre problème des scénarios classiques d'optimisation topologique dans lesquels le chargement de la structure provient de forces externes constantes.

Dans cette section, nous proposons d'illustrer cette difficulté au moyen d'un exemple académique simple. Nous étudions un treillis à 3 barres inspiré de [4] soumis à son poids propre. L'objectif est de minimiser le volume V de la structure tout en limitant la contrainte dans chacune des barres. En considérant le poids P_e des barres, le chargement mécanique du treillis devient dépendant des densités de matière x , ce qui rend la forme du problème analogue à (9). Nous présentons alors une stratégie de résolution utilisant une fonction d'agrégation et de relaxation présentées par Verbart [5], puis nous discutons des résultats obtenus.

3.1 Introduction du problème

Nous nous intéressons à présent à un cas simplifié et pédagogique d'optimisation topologique. Ce problème académique et peu complexe, nous permet de mettre en avant les particularités de la méthode d'optimisation que nous proposons. On dispose d'une structure en treillis composée de trois barres (cf. figure 6). Les trois barres se rejoignent au nœud I avec une liaison pivot et possèdent chacune un nœud dont les déplacements sont bloqués et notés respectivement II, III et IV. Les nœuds sont positionnés de tel sorte que $dist(I, III) = dist(II, III) = dist(III, IV)$. Nous nous inspirons de [4] où l'auteur considère deux cas de chargements imposés uniquement sur le nœud I. Nous proposons ici une variante où chaque barre est soumise à son propre poids, ce qui rend le chargement mécanique dépendant des variables de densité à optimiser. Cette dépendance du chargement à la densité est similaire au problème 9) où les forces de Laplace seront fonctions des densités de courant.

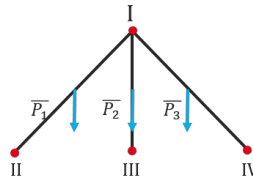


FIGURE 6 – Structure de treillis à 3 barres soumise son propre poids.

3.2 Formulation mathématique du problème d'optimisation

Les variables de ce problème sont les densités de matériau dans les 3 barres, nommées respectivement x_1 , x_2 et x_3 . La fonction coût est le volume total du treillis. Les limitations mathématiques du problème

sont les contraintes mécaniques dans les barres qui doivent être inférieures à la limite d'élasticité. On utilise la méthode SIMP, qui introduit la densité \mathbf{x} dans le module de Young des barres :

$$E(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^p E_0 \quad (10)$$

avec E_0 le module de Young du matériau pour une densité de 1 et p le facteur de pénalisation, généralement égal à 3 afin de favoriser la binarité des valeurs de densité dans le domaine [3]. Les caractéristiques géométriques et élastiques des barres sont choisies unitaires, afin de comparer les résultats obtenus avec ceux de Collet [4] :

$$\begin{aligned} dist(I, III) = l_2 = 1 \text{ m} & \quad \text{sections } S_1 = S_2 = S_3 = 1 \text{ m}^2 \\ E_0 = 1 \text{ Pa} & \quad \text{masse volumique } d_0 = 1 \text{ kg.m}^{-1} \end{aligned}$$

On choisit une limite d'élasticité $\sigma_Y = 6 \text{ Pa}$ pour chaque barre. Cette limite arbitraire est choisie car elle peut être atteinte compte tenu de la paramétrisation du problème. Avec une limite élastique trop élevée, les limitations sur les contraintes mécaniques ne seraient jamais actives, ce qui les rendrait superflues. Comme dans le cas académique de [4], nous considérons le problème comme symétrique pour le simplifier en passant de 3 variables de conception à 2. De ce fait, la contrainte σ_3 dans la barre 3 est égale à celle de la barre 1 σ_1 , car $x_1 = x_3$, ce qui réduit la dimension du problème. En reprenant la formulation de l'équation (9) et en appliquant les valeurs numériques des caractéristiques, on obtient (11), où la limitation (11c) vise à empêcher une solution triviale ($x_1 = x_2 = 0$). Nous choisissons arbitrairement $V_0 = 0.1$ pour que cette limitation ne restreigne pas notre domaine de conception admissible :

$$\min_{\mathbf{x}} V(\mathbf{x}) = 2S_1 l_1 x_1 + S_2 l_2 x_2 = 2\sqrt{2}x_1 + x_2 \quad (11a)$$

$$\sigma_1, \sigma_2 \leq \sigma_Y \quad (11b)$$

$$x_1 V_1 + x_2 V_2 \geq V_0 \quad (11c)$$

Ici la limitation (11b) ne porte que sur deux valeurs de contraintes mécaniques, ce qui est simple à prendre en compte. Cependant, les limitations (9d) portent sur un grand nombre de valeurs ce qui augmente le coût de leur évaluation. Nous choisissons donc d'approcher cette limitation par une fonction d'agrégation, parmi celles présentées par Verbart [5], utilisant un paramètre R et qui fournit une valeur approchée du maximum en valeur absolue afin de borner uniquement celui-ci. Plusieurs fonctions d'agrégation sont testées. Certaines fonctions approchent $\max(\sigma_1, \sigma_2)$ par excès :

$$g(\mathbf{x}) = \text{R-norme} : \left(\sum_{k=1}^N \sigma_k^R \right)^{1/R} \quad \text{ou} \quad \text{KS}^+ : \frac{1}{R} \ln \left(\sum_{k=1}^N e^{R\sigma_k} \right) \quad (12)$$

D'autres fonctions approchent $\max(\sigma_1, \sigma_2)$ par défaut :

$$g(\mathbf{x}) = \text{R-moyenne} : \left(\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \sigma_k^R \right)^{1/R} \quad \text{ou} \quad \text{KS}^- : \frac{1}{R} \ln \left(\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N e^{R\sigma_k} \right) \quad (13)$$

Le problème d'optimisation s'écrit alors :

$$\min_{\mathbf{x}} V(\mathbf{x}) = 2\sqrt{2}x_1 + x_2 \quad (14a)$$

$$g(\mathbf{x}) \leq 0 \quad (14b)$$

$$x_1 V_1 + x_2 V_2 \geq V_0 \quad (14c)$$

La fonction g est obtenue grâce à une des fonctions d'agrégation, elle dépend de σ_1 et σ_2 , limitations respectives sur la barre 1 et 2 pour rester dans le domaine élastique (11b). Nous utilisons les solveurs inclus dans la librairie NAG [6] pour Python afin de résoudre ces problèmes d'optimisation.

3.3 Résultats

Nous constatons, grâce à la figure 7, que le domaine de faisabilité pour (x_1, x_2) est réduit. Il n'est atteignable que pour de petites valeurs de $x_1 \leq 0.1$ et des grandes valeurs de x_2 . Nous remarquons aussi que la limitation majeure est g_2 , qui représente la tenue mécanique de l'élément $x_2 \geq 0.9$. L'algorithme de résolution détermine un minimum global de la fonction coût en $(x_1 = x_3 = 0, x_2 = 0.904)$, ce qui correspond à une structure avec une seule barre verticale.

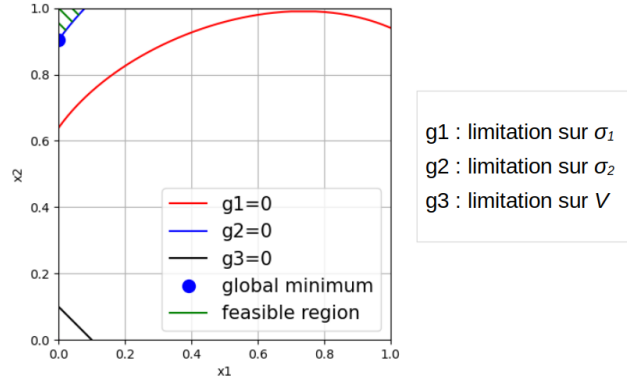


FIGURE 7 – Domaine de faisabilité du problème avec poids propre.

Nous voulons quantifier la capacité de convergence vers l'optimum de notre algorithme. Pour cela, nous présentons les résultats obtenus à partir de 5000 optimisations indépendantes initialisées aléatoirement dans le carré $(x_1, x_2) \in [0; 1]^2$. Pour chaque simulation, on considère que la solution a "convergé" vers l'optimum global si la distance euclidienne entre ces deux points est inférieure à $S_{seuil} = 0,05$. Comme on peut l'observer sur les figures 8 et 9, l'utilisation des fonctions d'agrégation modifie le domaine de conception admissible au alentour de l'optimum global, ce qui signifie que le problème agrégé peut posséder un optimum global situé au voisinage de celui du problème initial.

Les résultats illustrés sur les figures 8 et 9 permettent de comparer l'efficacité des deux méthodes de résolution de ce problème. Le paramètre R doit être adapté au paramétrage et aux limitations du problème. Une valeur de R trop faible peut diminuer la relaxation du problème et empêcher d'atteindre l'optimum recherché ou son voisinage. Une valeur trop grande quand à elle peut sur-relaxer le problème et accéder à des solutions inadmissibles par le problème initial. Pour cette étude, nous prenons arbitrairement une valeur de $R = 25$ car les domaines de faisabilité sont quasi identiques entre les fonctions normes et les fonctions relaxées. On note une faible distinction au niveau de $x_1 \in [0.01; 0.02]$. Toutefois, l'étude de convergence du problème, a démontré l'efficacité des fonctions d'agrégation. En effet, leur utilisation permet une augmentation de la convergence de l'algorithme. Les résultats du tableau 1 montrent une augmentation de 17.4 à 21.5% des capacités de convergence. On remarque, pour ce problème que la fonction d'agrégation KS^- offre les meilleurs résultats, avec un taux de convergence à 45.5%.

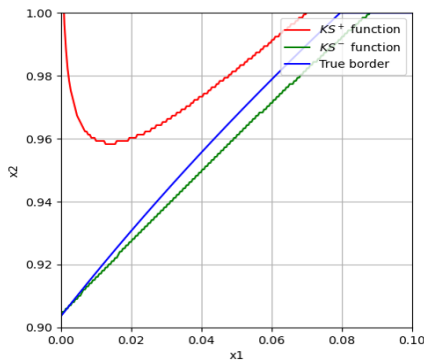


FIGURE 8 – Domaine de faisabilité avec les fonctions KS^\pm ($R=25$).

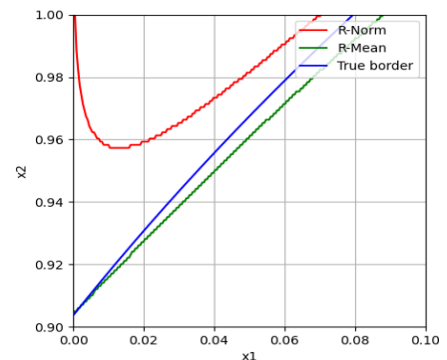


FIGURE 9 – omaine de faisabilité avec les fonctions Norme et Moyenne ($R=25$).

TABLE 1 – Comparaison des différentes stratégies.

Stratégie	Convergence	Non-convergence ou overflow
Limitations une à une	24%	76%
Agrégation avec KS^-	45.5%	54.5%
Agrégation avec R-moyenne	43.4%	56.6%
Agrégation avec KS^+	41.4%	58.6%
Agrégation avec R-Norme	44.3%	55.7%

L'étude du treillis à trois barres soumis à son propre poids nous a familiarisé avec le problème d'optimisation topologique. Bien qu'il s'agisse d'un cas simplifié avec deux éléments, nous avons pu comparer différentes fonctions d'agrégation. Ici, les fonctions proposées permettent à l'algorithme de trouver le minimum avec la même précision. Toutefois, on note que la présence du paramètre R dans l'exponentielle rend le calcul des fonctions d'agrégation KS plus complexe et coûteux que les fonctions norme et moyenne.

4 Conclusions

Nous avons proposé une mise en forme mathématique d'un problème d'optimisation topologique d'un électroaimant de machine d'IRM à haut champ (9). La mise au point d'une stratégie de résolution est faite sur un cas d'étude simplifié de treillis à trois barres soumis à son poids (11) qui illustre une des caractéristiques du problème principal (9).

La reformulation du problème avec une fonction d'agrégation permet d'améliorer la convergence de l'algorithme d'optimisation. Chacune des fonctions d'agrégation utilisée a permis d'augmenter le taux de convergence de notre algorithme de résolution sans perturber la valeur du minimum global. Dans le meilleur des cas, la fonction KS^- a pu augmenter de 21.5% le taux de convergence en déterminant toujours le même minimum global (cf. table 1).

Ce travail est un premier pas dans l'élaboration d'un algorithme d'optimisation dédié à la conception d'électroaimants haut champ.

Références

- [1] CEA. L'IRM le plus puissant au monde livre ses premières images ! <https://www.cea.fr/presse/Pagesactualites-communiques/sante-sciences-du-vivantpremieres-images-irm-iseult-2021.aspx>, Oct 2021. Accessed : Nov. 10, 2023.
- [2] CEA/IRFU. Le projet Iseult pour la plateforme Neurospin. https://irfu.cea.fr/dacm/Phoce/Vie_des_labos/Astast_visu.php?id_ast=2909.aspx, May 2017. Accessed : Feb. 15, 2024.
- [3] Martin P. Bendsøe. Optimal shape design as a material distribution problem. *Structural optimization*, Vol 1 (4) pages :193–202, Dec 1989
- [4] Maxime Collet. Topology optimization under static and fatigue failure constraints. PhD thesis, ULiège - Université de Liège, Oct 2018.
- [5] Alexander Verbart, Matthijs Langelaar, and Fred van Keulen. A unified aggregation and relaxation approach for stress-constrained topology optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 55(2) :663–679, Feb 2017.
- [6] Numerical Algorithms Group Ltd. (The). NAG Python library documentation - library.opt submodule. 30 St Giles, Oxford OX1 3LE, United Kingdom, mk. 29.2.0 edition, 2023. available online at https://support.nag.com/numeric/py/nagdoc_latest/naginterfaces.library.opt.html