



**HAL**  
open science

# Un cadre de conception pour l'impression des structures minces multi-échelles, incluant une analyse de flambement non intrusive

Edouard Duriez, Frederic Lachaud, Catherine Azzaro-Pantel, Joseph Morlier, Miguel Charlotte

## ► To cite this version:

Edouard Duriez, Frederic Lachaud, Catherine Azzaro-Pantel, Joseph Morlier, Miguel Charlotte. Un cadre de conception pour l'impression des structures minces multi-échelles, incluant une analyse de flambement non intrusive. 16ème Colloque National en Calcul de Structures (CSMA 2024), CNRS; CSMA; ENS Paris-Saclay; CentraleSupélec, May 2024, Hyères, France. hal-04611054

**HAL Id: hal-04611054**

**<https://hal.science/hal-04611054v1>**

Submitted on 3 Dec 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Un cadre de conception pour l'impression des structures minces multi-échelles, incluant une analyse de flambement non intrusive

E. Duriez<sup>1</sup>, F. Lachaud<sup>2</sup>, Catherine Azzaro Pantel<sup>3</sup>, J. Morlier<sup>2</sup>, M. Charlotte<sup>2</sup>

<sup>1</sup> [edouard.duriez@gmail.com](mailto:edouard.duriez@gmail.com),

<sup>2</sup> JCA, Université de Toulouse, ISAE-SUPAERO, MINES ALBI, UPS, INSA, CNRS  
{miguel.charlotte, frederic.lachaud, joseph.morlier}@isae-superaero.fr;

<sup>3</sup> Laboratoire de Génie Chimique, Université Toulouse, CNRS, INPT, UPS, [catherine.azzaropantel@toulouse-inp.fr](mailto:catherine.azzaropantel@toulouse-inp.fr)

**Résumé** — Efficient Multiscale Topology Optimization (EMTO) désigne une méthode numérique récente d'optimisation topologique multi-échelle, utilisant de manière originale des conditions aux limites périodiques pour obtenir des microstructures sans perte de performances. Un flambement précoce de la conception optimisée obtenue peut être atténué par post-traitement. Un des objectifs de cette communication est de valider numériquement et expérimentalement cette performance qui est en particulier supérieure à celle des conceptions mono-échelles.

**Mots clés** — Optimisation topologie multiéchelle, flambage, impression 3D.

## 1 Introduction

L'optimisation topologique vise à optimiser les performances d'une structure en répartissant les matériaux la constituant dans un espace de conception satisfaisant des contraintes topologiques [3]. Il existe une très grande variété de méthodes numériques associées qui reposent sur différents concepts [9, 11, 12] et peuvent s'appliquer tant à l'échelle macroscopique que micro- ou meso-scopique. Dans un cadre multi-échelle, une conception microstructurelle (de matériaux architecturés) est utilisée pour optimiser la microstructure de cellules; celles-ci sont à leur tour utilisées comme macro-éléments pour une optimisation de topologie à l'échelle macro. Avoir une microstructure différente pour chaque cellule permet de suivre l'orientation des contraintes locales. Cela entraîne cependant d'autres problèmes, à savoir de connectivité des microstructures et de temps de calcul par exemple.

En fait, toute méthode numérique efficace doit contenir à la fois trois éléments qui sont apparemment incompatibles : une bonne connectivité entre micro-structures, un faible coût de calcul et une bonne adaptation aux contraintes ou déformations locales. La méthode numérique dénommée EMTO (pour *Efficient Multiscale Topology Optimization*) [4] décrite succinctement ci-après propose une optimisation topologique multi-échelle visant cette association. Elle semble en effet très prometteuse et efficace pour accélérer la conception de structures ultra-légères. En outre, elle permet d'atteindre une charge de flambement comparable aux conceptions mono-échelles, sans analyse de flambement coûteuse comme contrainte supplémentaire dans l'optimisation. Cette communication a pour objectif de présenter une validation numériquement et expérimentalement de cette performance qui est en particulier supérieure à celle des conceptions mono-échelles.

## 2 Description de la méthode EMTO originelle

Dans le cadre EMTO, le domaine à l'échelle macro est discrétisé en  $n$  macroéléments, qui sont eux-mêmes discrétisés en  $m$  micro-éléments, conduisant à un total de  $m * n$  micro-éléments dans tout le domaine, comme illustrée sur la Figure 1. Deux types de variables de conception correspondant aux deux échelles d'optimisation sont utilisés. Les macro-variables correspondent aux variables de conception à l'échelle macro en activant le choix de la cellule. Ainsi, pour le  $i^{\text{ème}}$  macro-élément (avec  $1 \leq i \leq n$ ), ces variables sont la densité  $x_{\text{dens}}^i \in [\varepsilon, 1]$  ( $\varepsilon > 0$  ayant typiquement pour valeur  $10^{-9}$ ), l'orientation  $x_{\text{or}}^i \in ]-\pi, \pi]$ , et enfin la cubicité  $x_{\text{cub}}^i \in [0, 1]$ . Les variables de conception micro-échelle sont simplement les densités des microéléments, dénotées  $\rho_{i,j}(x_{\text{dens}}^i, x_{\text{or}}^i, x_{\text{cub}}^i) \in ]\varepsilon, 1]$  pour le  $j^{\text{ème}}$  micro-élément du

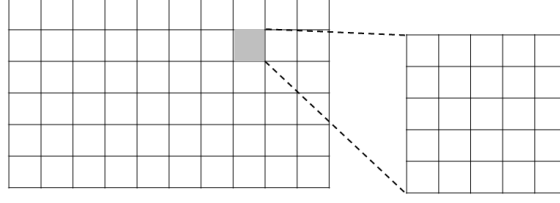


FIGURE 1 – Illustration des macro-éléments et micro-éléments : le domaine est discrétisé en  $n$  macro-éléments (ou cellules), chacun(e) étant discrétisé(e) en  $m$  micro-éléments. Ici  $n = 60$  et  $m = 25$ .

$i^{\text{ème}}$  macro-élément (avec  $1 \leq i \leq n$  et  $1 \leq j \leq m$ ). Ces micro-densités  $\rho_{i,j}$  sont fonctions des macro-variables et définissent la structure de la cellule. Notre problème d’optimisation est alors le suivant

$$\underset{x_{\text{dens}}^i, x_{\text{or}}^i, x_{\text{cub}}^i}{\text{minimiser}} \quad c[u] \stackrel{\text{Def}}{=} u^T K u \text{ satisfaisant } \begin{cases} Ku = f \\ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \rho_{i,j} \leq n * m * v_f, \text{ pour } 0 < v_f < 1 \text{ donnée} \\ \varepsilon < \rho_{i,j} < 1 \end{cases} \quad (1)$$

Cette optimisation globale sous contraintes en (1) considère l’énergie de déformation  $c[u]/2$  de la structure complète pour fonction-objectif ;  $u(x_{\text{dens}}^i, x_{\text{or}}^i, x_{\text{cub}}^i)$  représente le vecteur global de déplacements, et  $K$  la matrice des rigidités globale. Une contrainte de fraction volumique globale impliquant  $\{\rho_{i,j}\}_{(i,j) \in \{1, \dots, n\} \times \{1, \dots, m\}}$  et  $v_f$  est également imposée.

La méthode EMTO originelle se compose alors de deux phases principales :

1. **Phase hors-ligne utilisée pour construire une base de données de microstructures une fois pour toutes grâce à une optimisation topologique à micro-échelle.** Les optimisations de topologie à micro-échelle de la phase hors-ligne sont notamment définies par trois macro-variables : l’une d’elles,  $x_{\text{dens}}$ , sert de contrainte à cette optimisation, alors que les deux autres,  $x_{\text{or}}$  et  $x_{\text{cub}}$ , servent à définir la fonction-objectif de cette optimisation. Cette phase réalise une optimisation topologique SIMP (pour *Solid Isotropic Material with Penalization* [2]) classique avec un facteur de pénalisation  $p = 3$ . Des conditions aux limites périodiques sont utilisées. Elles ne sont appliquées qu’autour de “points de transmission” spécifiques afin de forcer la transmission des déformations d’une micro-structure à une autre par ces points. Cela garantit que toutes les microstructures seront bien connectées, sans entraîner une perte importante de performances cellulaires. Le tenseur d’élasticité homogénéisé  $\mathbf{E}^h = (E_{klpq}^h)_{k,l,p,q \in \{1,2\}}$  de la cellule est dérivé à l’aide des trois tests unitaires de champ de déformation.  $\mathbf{E}^h$  subit ensuite une rotation, donnant  $\mathbf{E}^{h,or} = \mathbf{M}_{or}^T * \mathbf{E}^h * \mathbf{M}_{or} \equiv (E_{klpq}^{h,or})_{k,l,p,q \in \{1,2\}}$ , en utilisant un tenseur de rotation  $\mathbf{M}_{or}$  défini par l’angle de rotation  $x_{or}$ . La fonction-objectif de l’optimisation topologique à micro-échelle ( $c_{\text{micro}} = E_{1111}^{h,or} * (1 - \frac{x_{\text{cub}}}{2}) + E_{2222}^{h,or} * \frac{x_{\text{cub}}}{2}$ ) est finalement définie comme une combinaison linéaire de termes de ce tenseur d’élasticité homogénéisé en rotation. A la fin de l’optimisation, la micro-structure finale et les  $\mathbf{E}^h$  correspondants sont enregistrés dans une base de données.
2. **Phase en-ligne réalisant l’optimisation à grande échelle pour chaque problème considéré.** L’optimisation topologique à l’échelle macro de la phase en-ligne utilise ces tenseurs d’élasticité homogénéisés  $\mathbf{E}^h$  pour assembler la matrice de rigidité globale  $K$  de la structure globale à chaque itération. Comme il n’y a que des valeurs discrètes de  $\mathbf{E}^h$  dans la base de données, les valeurs intermédiaires sont régressées par une moyenne pondérée sur les valeurs voisines, avec un noyau gaussien. Les dérivées partielles de  $\mathbf{E}^h$  sont dérivées par différences finies. A l’issue de cette optimisation de topologie à l’échelle macro, une carte des macro-variables est obtenue. Chaque cellule est ensuite remplacée par la micro-structure de la base de données avec les macro-variables les plus proches, afin de générer la conception totale de la structure. Un post-traitement facultatif est ensuite appliqué à la conception en trois étapes. Tout d’abord, les contraintes tout au long de la conception sont calculées et les éléments supportant le moins de contraintes sont jugés “inutiles” et supprimés. La deuxième étape consiste à appliquer un filtre de densité sur le dessin. Cela améliore la connectivité entre les micro-structures et prépare la prochaine étape. La dernière étape consiste à fixer les densités  $\rho_{i,j}$  des micro-éléments au-dessus d’un seuil donné à 1 et celles

en dessous de ce seuil à 0. Cela garantit qu'un dimensionnement physique est obtenu et que la fraction volumique finale du dimensionnement respecte la contrainte de fraction volumique. Les trois macro-variables donnent des micro-structures localement adaptées. La base de données cellulaire apporte une efficacité calculatoire. L'utilisation originale de conditions aux limites périodiques permet d'avoir des micro-structures bien connectées sans perdre les avantages précédents, conduisant aux bonnes performances présentées dans [4]. Cependant, ces performances n'ont été évaluées que numériquement dans [4] et le flambage n'était pas pris en compte.

### 3 Stratégie numérique de post-traitement atténuant le flambement

Dans la méthode EMTO originelle [4], une première étape de post-traitement a déjà lieu pour remplacer les cellules homogénéisées par leurs structures, éliminer la matière inutile, lisser la conception et en obtenir une représentation en noir et blanc. Nous appliquons après ce premier post-traitement initial une seconde étape de post-traitement atténuant le flambement. L'idée générale de cette étape de post-traitement d'atténuation est décrite ci-après et se résume 1) à rechercher les micro-structures responsables du flambage de la macro-structure, puis 2) à les traiter afin d'éviter le flambage. Utiliser cette étape de post-traitement, qui est donc non intrusive, au lieu de mettre en œuvre une contrainte de flambement dans la boucle d'optimisation doit permettre d'obtenir de bonnes conceptions à un coût de calcul bien inférieur.

1. **Première partie du post-traitement visant à retrouver les micro-structures responsables du flambage de la structure.** Nous choisissons de les définir comme les microstructures présentant les plus grands déplacements après flambement. On commence par diminuer la taille du design à étudier en regroupant les éléments 4 par 4. Le design étant initialement très finement discrétisé, cela ne change rien à sa topologie ou à ses propriétés de flambage. Nous récupérons ensuite les facteurs de charge de flambement (**BLF**) et les vecteurs propres associés de cette conception pour les 12 premiers modes, en utilisant le code extrait des travaux de Ferrari [8]. Ce code calcule la matrice globale de rigidité en contrainte à partir des matrices élémentaires, elles-mêmes implémentées de manière très efficace, en utilisant uniquement des produits matriciels vectorisés. Nous utilisons ensuite les vecteurs propres, qui sont les déplacements verticaux et horizontaux de chaque nœud, pour obtenir la norme du déplacement de chaque nœud pour chaque mode de flambement ( $i$ ). On multiplie cela par la densité moyenne des 4 éléments connectés à ce nœud pour obtenir un déplacement pondéré. La moyenne de ce déplacement pondéré sur chaque cellule ( $j$ ) est notée  $d_{ij}$ . Pour chaque mode, le déplacement pondéré de la cellule est normalisé par celui de la cellule pour laquelle il est maximum. Enfin, ces déplacements normalisés sont multipliés par la valeur propre du mode correspondant ( $\lambda_i$ ) et sommés pour tous les modes. Cela se traduit par un "score de flambement"  $b_j = \sum_{i=1}^{12} \lambda_i \times \frac{d_{ij}}{\max_j(d_{ij})}$  pour chaque cellule, capturant la manière

dont ses éléments sont affectés par le flambage. Ces scores de flambement sont à nouveau normalisés par celui de la cellule pour laquelle il est maximum. La Figure 2(b) montre ces scores de flambement pour chaque cellule dans la sortie de l'EMTO (cf. Figure 2(a)) pour un test de flexion-trois-points de poutre Messerschmitt-Bölkow-Blohm [10] (**MBB**). Les cellules dont le score de flambement normalisé est supérieur à un seuil sont considérées comme responsables du flambement de la structure. Nous choisissons un seuil de 0.4, ce qui permet de sélectionner un nombre relativement faible de cellules importantes, comme le montre la Figure 2(b). Plus le seuil est élevé, moins de cellules sont sélectionnées, 0 signifiant que toutes les cellules sont sélectionnées et 1 signifiant qu'une seule cellule est sélectionnée.

2. **Seconde partie du post-traitement visant à modifier les micro-structures sélectionnées pour atténuer le flambement.** Celle-ci est facile à mettre en œuvre grâce au cadre EMTO. En effet, les variables à l'échelle macro des cellules, à savoir la densité, l'angle et la cubicité, sont également une sortie de l'EMTO. Ils sont utilisés pour générer des microstructures plus adaptées au flambage. Nous générons des micro-structures avec la moitié de la densité, la cubicité = 1 et le même angle que chacune des micro-structures sélectionnées. Ces nouvelles microstructures sont visibles sur la Figure 2(c). Ils sont ajoutés au-dessus du design précédent (c'est-à-dire que les

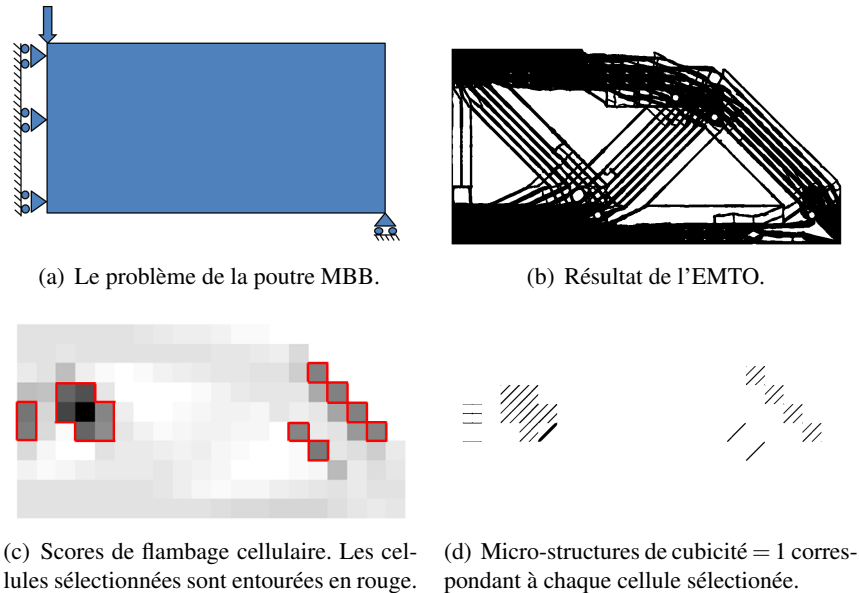


FIGURE 2 – Cas test de flexion de poutre MBB ((a)). Résultat de la méthode EMTO originelle ((b)) et de son post-traitement ((c)-(d)) (précédant la conception post-traitée pour le flambement de la Figure 3(a)).

densités de chaque micro-élément pour la micro-structure d'origine et la nouvelle micro-structure sont additionnées et tronquées à 1). Cela permet de relier les microstructures de flambement entre elles et d'éviter le flambage de la structure. En effet les nouvelles microstructures sont orientées dans le bon sens grâce à la variable d'angle, et sont reliées en croix grâce à la variable de cubicité (c.f. Figure 2(d)). Réduire de moitié la variable de densité permet de ne pas ajouter trop de matière à la structure, tout en conservant des connexions transversales d'épaisseurs proportionnelles aux caractéristiques longitudinales. Cependant, une faible quantité de matière a été ajoutée via ces nouvelles micro-structures, et la contrainte de fraction volumique n'est plus respectée. Les trois étapes de post-traitement originales de l'EMTO (i.e. suppression des éléments inutilisés, filtrage de densité et seuillage noir et blanc) sont donc appliquées à nouveau à la fin du post-traitement pour atténuer le flambage. La conception finale peut être observée sur la Figure 3(a).

## 4 Tests mécaniques expérimentaux et numériques

De nombreux travaux n'évaluent que par simulations numériques leurs conceptions topologiques optimales ; ces conceptions qui sont parfois fabriquées sont rarement testées expérimentalement, mécaniquement, même pour les articles axés sur les contraintes de fabrication additive. Afin de tester et de comparer les conceptions obtenues grâce à la méthode EMTO (avec ou sans post-traitement de flambement) ou via optimisation mono-échelle, nous les avons imprimées et soumises au test classique de flexion-trois-points MBB (cf. Figure 3), après nous être d'abord assurés que les bonnes propriétés matérielles sont données aux modèles.

### 4.1 Poutre MBB en flexion trois-points : résultats numériques

Nous comparons d'abord les résultats numériques obtenus par l'EMTO avec (Fig. 3(a)) ou sans (Fig. 3(b)) le post-traitement de flambage, à ceux d'une optimisation mono-échelle classique (Fig. 3(c)). Cette dernière conception a été obtenue par le code Matlab *top88* ([1]) et possède le même nombre de macro-éléments que celles de types EMTO ; elle est lissée puis seuillée pour une conception en noir et blanc par post-traitement afin d'améliorer ses performances : l'énergie de déformation est alors diminuée de 9% grâce à ce lissage. *top88* renvoie un champ de densité codé en niveaux de gris, *top88* non-lissé correspond lui au résultat brut de *top88* avec des densités à valeurs discrètes (noir=1, blanc=0) via une heuristique décrite dans [5] ; enfin *top88* lissé projette le design sur une grille plus fine. Le résultat est

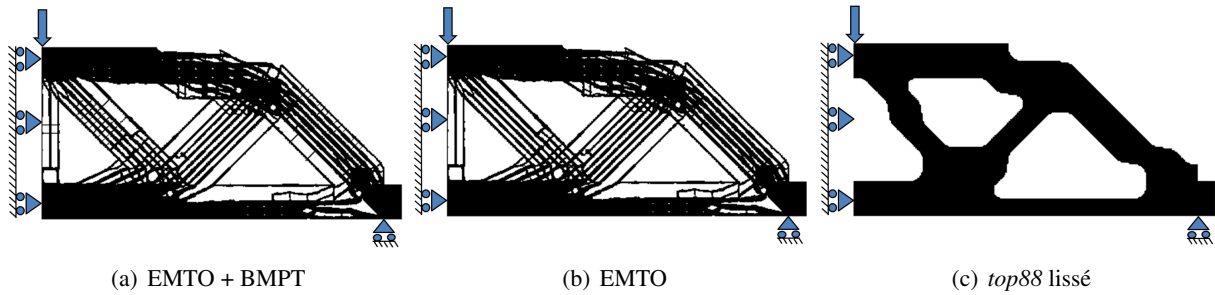


FIGURE 3 – Les trois modèles testés, pour un même nombre de macro-éléments (avec des cellules carrées pour les cas EMTO, et des éléments carrés isotropes pour le cas SIMP) et une même fraction volumique.

une pièce à bord lisse. On contraint le problème pour que toutes ces étapes ne changent pas la masse de la pièce (volume fraction), grâce au choix de la valeur de densité seuil. On a ainsi des meilleurs résultats mécaniques sur la pièce lissée.

Les souplesses finales, les facteurs de charge de flambement (*buckling load factors*, **BLF**) et le temps de calcul (post-traitement compris) figurent dans la table 1. Ils sont évalués pour un cas fictif avec des éléments de taille 1m, une force de 1N et un module d’Young de 1Pa. Comme on peut le voir sur la figure 3, des supports ont été ajoutés sur les côtés de toutes les conceptions, en vue de leur évaluation expérimentale et également pour éviter un premier mode de flambage sur ces points d’appui. On peut voir sur la Table 1 que le post-traitement d’atténuation du flambement n’affaiblit pas les excellentes performances de souplesse de l’EMTO classique. Cependant, il parvient à augmenter le BLF de 86%, atteignant le niveau de la conception mono-échelle. Autrement dit, ce post-traitement permet de tirer le meilleur parti des deux mondes. Cela se fait au prix d’un temps de calcul multiplié par 2.5 par rapport à l’EMTO. Cependant, ce temps de calcul reste bien inférieur à celui d’une optimisation topologique de flambage complète, où le flambage est calculé à chaque itération d’optimisation. En effet, une seule itération de *top250* [8] sur la conception à grande échelle prend plus de 400 secondes sur la même machine, soit 3 fois plus de temps que notre méthode totale. L’optimisation totale avec *top250* sur la conception à grande échelle serait donc plusieurs centaines de fois plus longue.

TABLE 1 – Résultats après post-traitement d’atténuation du flambage (buckling mitigation post-treatment, **BMPT**) par rapport à d’autres méthodes d’optimisation topologique.

Méthode	$c[u]$ [J]	BLF	Temps de calcul [s]
EMTO + BMPT	82.4	4.95e-5	135.8
EMTO	82.4	2.66e-5	54.1
top88 lissé	86.5	4.94e-5	10.3

## 4.2 Poutre MBB en flexion trois-points : résultats expérimentaux

L’objectif final de ce test mécanique est de s’assurer que la légère augmentation des performances observée est robuste et peut également être observée sur des pièces imprimées réelles. Les résultats des tests pourraient en effet être différents des résultats numériques en raison des imperfections du matériau, des imperfections d’impression et de toutes les hypothèses émises lors de l’évaluation numérique. Comme dernière modification aux conceptions, nous avons ajouté des supports de test de chaque côté de la poutre MBB. Ainsi, cela évite que le coin de la poutre MBB subisse une déformation plastique trop importante et que la poutre ne glisse hors de sa position, tout en positionnant les supports cylindriques du banc d’essai de flexion 3-points aux bons endroits. En effet, dans le problème MBB, les appuis se trouvent aux coins de la poutre. Cette modification est visible sur la Figure 3.

Toutes les poutres MBB sont imprimées en alternant les orientations des couches selon  $0^\circ$  et  $90^\circ$ , en utilisant le même matériau polymère (de l’acide polylactique, **PLA**), la même imprimante, et les mêmes

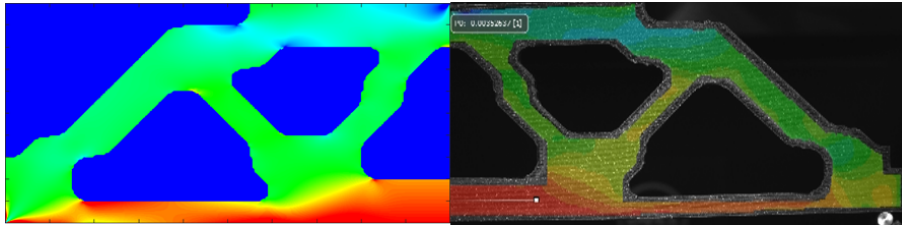


FIGURE 4 – Exemple de comparaison des champs de déformation horizontale obtenus par éléments finis (à gauche) et par stéréo-corrélation (à droite), pour le modèle obtenu par top88 avec lissage, et pour une force  $F = 1320N$ . Le champ expérimental ne peut pas être obtenu trop près de la limite de la pièce. Le rouge le plus foncé correspond à la déformation longitudinale moyenne  $\epsilon_x = 0.005$  et le bleu le plus foncé à  $\epsilon_x = -0.009$ . La corrélation entre les deux champs peut être observée.

paramètres. Ces poutres MBB ont les mêmes dimensions dans le plan (336 mm \*80 mm, y compris les deux supports de 8 mm). Trois poutres MBB sont imprimées pour chaque conception. Une poutre épaisse (16 mm) est utilisée pour observer le flambement dans le plan et surveiller la poutre jusqu'à sa rupture finale. Deux poutres MBB avec une épaisseur hors-plan plus fine (8 mm) sont utilisées pour avoir plus de points de données concernant la rigidité de la poutre. Cependant, ces poutres plus fines se déforment en mode hors-plan, avant que les modes dans le plan puissent être observés.

L'évaluation numérique des rigidités structurales par unité d'épaisseur de ces conceptions (c'est-à-dire la force  $F$  appliquée divisée par le déplacement  $U$  au point d'application de la force divisée par l'épaisseur  $t$ ;  $\frac{F}{U * t} = \frac{2E}{c}$ ) et la force limite de flambement par unité de rigidité ( $\frac{F_{lim}}{t} = 2 * BLF * E$ ) apparaissent dans la Table 2. Ces valeurs sont dérivées de la Table 1 (avec un facteur de multiplication 2, car dans la Table 1, seule la moitié de la conception a été prise en compte), en se basant sur le fait que les souplesses  $c[u]$  de la Table 1 sont calculées pour une force unitaire et sont donc égales au déplacement au point d'application de la force. On peut observer qu'une augmentation de 5% des performances est attendue en passant d'une conception mono-échelle à une conception multi-échelle (que le flambement soit pris en compte ou non).

TABLE 2 – Autres résultats après post-traitement d'atténuation du flambement (BMPT) par rapport à d'autres méthodes d'optimisation topologique.

Méthode	$F/(U * t)$ [ $N/m^2$ ]	$F_{lim}/t$ [ $N/m$ ]
EMTO + BMPT	$6.48 \times 10^7$	2.67e5
EMTO	$6.48 \times 10^7$	1.44e5
top88 lissé	$6.17 \times 10^7$	2.67e5

Lors de l'essai, un déplacement linéaire est imposé. La force appliquée est mesurée par une cellule de pesée Instron 50kN. Le déplacement du point d'application de la charge est différent de la valeur de déplacement donnée par la machine d'essai. Elle est donc surveillée grâce à une instrumentation spécifique. Pour un premier ensemble de poutres, la corrélation d'image numérique stéréo (SDIC) est utilisée. La Figure 4 met en évidence le champ de déformation horizontale expérimental par rapport au champ numérique calculé via Matlab.

Une fois notre configuration validée par cette expérience, nous avons utilisé uniquement (pour toutes les autres conceptions) un extensomètre vidéo AVE2 entre le point d'intérêt et un point du bâti de la machine, aligné verticalement avec le point d'intérêt. En connaissant la distance initiale entre les deux points, le déplacement vertical du point d'intérêt peut être mesuré très précisément. L'extensomètre vidéo est livré avec une incertitude de  $1\mu m$ .

Les courbes force-déplacement obtenues pour les poutres MBB épaisses apparaissent sur la figure 5. La rigidité de la poutre MBB est calculée comme la pente de la courbe dans la partie linéaire. Justement, on considère que la partie linéaire de la courbe est située entre 10% et 50% de la charge maximale.

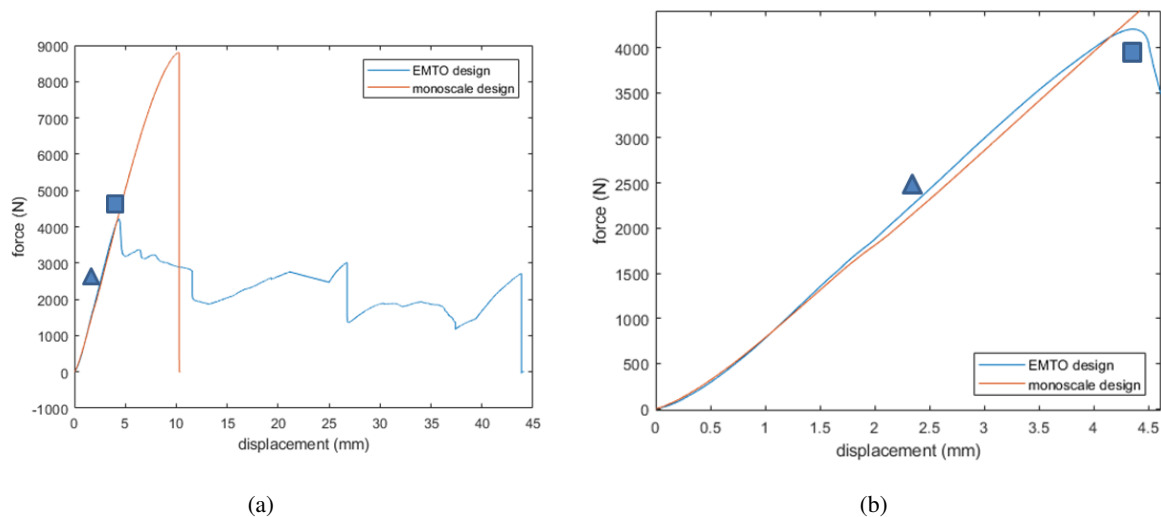


FIGURE 5 – Courbes force-déplacement pour les poutres MBB épaisses, et un zoom sur le domaine initial, où sont calculées les rigidités structurales. Le premier flambement pour la conception EMTO est indiqué par un triangle. Sa première rupture est indiquée par un carré.

Les raideurs  $F/(U * t)$  calculées expérimentalement apparaissent dans la Table 3, avec à nouveau celles obtenues par simulation numérique. On constate que les valeurs de raideur prédites sont proches de celles mesurées, l'écart n'étant surestimées que d'environ 5%. D'autre part, on voit que la conception EMTO a des performances augmentées de 7.5% par rapport à la conception mono-échelle de *top88* lissé et non-lissé, améliorant ainsi la prédiction de l'évaluation numérique. Cette plus grande augmentation des performances peut s'expliquer par le fait que lors du processus d'impression, un cordon est imprimé le long des bords de la pièce. Les conceptions typiques données par l'EMTO présentent des éléments très minces. Cela signifie que pour ces conceptions, une proportion plus élevée de matériau est imprimée sur le bord plutôt que sur l'intérieur du modèle. Les bords du modèle étant généralement à peu près alignés avec la direction de contrainte locale, ces modèles bénéficient des performances plus élevées du matériau imprimé le long d'un chemin d'impression approprié.

TABLE 3 – Comparaison entre les résultats expérimentaux des modèles imprimés, écarts relatifs aux prédictions numériques de *top88* lissé (ou *top88*), et écarts relatifs entre résultats expérimentaux et prédictions numériques.

Méthode	$F/(U * t)$ [ $N/m^2$ ]		Ecart relatifs	
	Expérimentale	Simulation	Expé. v.s. <i>top88</i> non-lissé	Expé. v.s. Simu.
EMTO + BMPT	$6.19 \times 10^7$	$6.48 \times 10^7$	+7.45% (10.6%)	-4.48%
EMTO	$6.21 \times 10^7$	$6.48 \times 10^7$	+7.50% (4.20%)	-4.17%
<i>top88</i> lissé	$5.80 \times 10^7$	$6.17 \times 10^7$	- (-)	-6.00%

En effet, des essais réalisés sur éprouvettes à fils imprimés à  $0^\circ$  (sens de l'effort de traction) ou à  $90^\circ$  (sens orthogonal à l'effort de traction) ont montré une plus grande rigidité du comportement des éprouvettes (de quelques %) dans le sens des filaments. Cette différence de comportement du matériau imprimé a été introduite dans les modèles MBB, entraînant de fait une amélioration de la méthode EMTO. En conséquence, non seulement l'EMTO offre des performances supérieures à celles d'une méthode mono-échelle lorsqu'un matériau isotrope est utilisé, mais elles sont même améliorées par le processus d'impression. Au final l'augmentation des performances n'est pas seulement de l'ordre de 5% comme décrit dans [4] mais plutôt de l'ordre de 7%-8% pour les pièces imprimées.

Considérons maintenant la suite de la courbe force-déplacement, après la partie linéaire, en particulier pour les poutres les plus épaisses. La stéréo-corrélation nous montre que le premier flambement de la



conception EMTO se produit assez tôt dans le test, comme indiqué par un triangle sur la figure 5(a). Cependant, cela ne pose pas de problème, car lors du post-flambage, les éléments en flambement se poussent les uns contre les autres, ce qui entraîne une rigidité résiduelle élevée, similaire à celle de la conception mono-échelle. Ceci peut être observé sur la figure 5(b), en comparant les pentes des deux conceptions. Le post-traitement anti-flambage évite ce flambage initial. La première rupture de la structure est indiquée par un carré. Cela se produit beaucoup plus tôt pour les conceptions multi-échelles que pour celles mono-échelles. Cependant, une fois la première rupture apparue sur les conceptions multi-échelles, il subsiste une rigidité résiduelle importante. En effet, plusieurs chemins de charge sont possibles dans les conceptions multi-échelles. Au contraire, la conception mono-échelle se brise de manière très brutale et complète, détruisant complètement la structure. Cela signifie qu’il existe un grand plateau dans la courbe force-déplacement pour les conceptions multi-échelles. Cela se traduit par la capacité des conceptions multi-échelles à absorber beaucoup plus d’énergie. En effet dans l’essai réalisé, l’énergie absorbée par la poutre mono-échelle (mesurée comme l’aire sous la courbe force-déplacement) n’est que de 50J, contre 99J pour la poutre multi-échelle sans post-traitement d’atténuation du flambement.

## 5 Conclusion et perspectives

L’un des objectifs les plus difficiles de notre étude est de considérer l’atténuation du flambage uniquement après l’optimisation de la topologie, en post-traitement. Cela pourrait conduire à une solution légèrement sous-optimale, mais de manière beaucoup plus rapide. Le code permettant de reproduire l’analyse et les optimisations de cet article est disponible sur <https://github.com/mid2SUPAERO/EMTO>.

Pour avoir une meilleure concordance entre les données numériques et expérimentales au-delà du domaine linéaire, d’autres phénomènes devraient être pris en compte, comme la plasticité, le flambement hors plan, les effets thermiques et dynamiques, etc. La généralisation de l’EMTO aux cas 3D constituerait des travaux futurs intéressants, car pour obtenir une conception réalisable et écoconçue plusieurs contraintes doivent être mises en œuvre : contraintes de fabrication, contraintes mécaniques admissibles, contraintes environnementales [6, 7].

## Références

- [1] E. Andreassen, A. Clausen, M. Schevenels, B.S. Lazarov & O. Sigmund. *Efficient topology optimization in MATLAB using 88 lines of code*. Structural and Multidisciplinary Optimization, 43(1), 1-16, 2011.
- [2] M. Bendsoe & M.P. Bendsoe. *Optimal Shape Design as a Material Distribution Problem*. Structural Optimization, 1, 193-202, 1989.
- [3] M.P. Bendsoe & O. Sigmund. *Topology Optimization : theory, methods and applications*. 2nd ed. Berlin Heidelberg : Springer-Verlag, 2004.
- [4] E. Duriez, J. Morlier, M. Charlotte & C. Azzaro-Pantel. *A well connected, locally-oriented and efficient multi-scale topology optimization (EMTO) strategy*. Structural and Multidisciplinary Optimization, 64(6), 3705-3728, 2021.
- [5] E. Duriez. *Combiner l’éco-conception et l’optimisation topologique multi-échelle pour des structures micro-architecturées imprimées 3D*. Thèse Université de Toulouse, ISAE-SUPAERO, ICA, 2022.
- [6] E. Duriez, J. Morlier, C. Azzaro-Pantel & M. Charlotte. *Ecodesign with topology optimization*. Procedia CIRP, 109, 454-459, 2022.
- [7] E. Duriez, C. Azzaro-Pantel, J. Morlier & M. Charlotte. *A fast method of material, design and process eco-selection via topology optimization, for additive manufactured structures*. Cleaner Environmental Systems, 9, 100114, 2023.
- [8] F. Ferrari, O. Sigmund & J. K. Guest. *Topology optimization with linearized buckling criteria in 250 lines of Matlab*. Structural and Multidisciplinary Optimization, 63, 3045-3066, 2021.
- [9] Ribeiro, T. P., Bernardo, L. F. & Andrade, J. M. *Topology optimisation in structural steel design for additive manufacturing*. Applied Sciences, 11(5), 2112, 2021.
- [10] O. Sigmund. *Manufacturing tolerant topology optimization*. Acta Mechanica Sinica, 25(2), 227-239, 2009.
- [11] O. Sigmund & K. Maute. *Topology optimization approaches : A comparative review*. Structural and Multidisciplinary Optimization, 48(6), 1031-1055, 2013.
- [12] J. Wu, O. Sigmund & J.P. Groen. *Topology optimization of multiscale structures : a review*. Struct. Multidisc. Optim., 63, 1455-1480, 2021.