



**HAL**  
open science

# Modèle macroscopique de plasticité par avalanches

Mathias Lamari, Pierre Kerfriden, Vladislav A. Yastrebov, Kaïs Ammar,  
Samuel Forest

► **To cite this version:**

Mathias Lamari, Pierre Kerfriden, Vladislav A. Yastrebov, Kaïs Ammar, Samuel Forest. Modèle macroscopique de plasticité par avalanches. 16ème Colloque National en Calcul de Structures (CSMA 2024), CNRS; CSMA; ENS Paris-Saclay; CentraleSupélec, May 2024, Hyères, France. hal-04610979

**HAL Id: hal-04610979**

**<https://hal.science/hal-04610979v1>**

Submitted on 3 Dec 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Modèle macroscopique de plasticité par avalanches

M. Lamari, P. Kerfriden, V. Yastrebov, K. Ammar, S. Forest

Mines Paris - PSL, Centre des Matériaux, CNRS UMR 7633, BP 87, 91003 Evry Cedex, France, mathias.lamari@minesparis.psl.eu

**Résumé** — Le caractère intermittent de l'écoulement plastique pour les objets micrométriques a été démontré expérimentalement et par les modèles à base physique. Un nouveau modèle de plasticité introduisant un quantum de déformation plastique  $\Delta p_{\min}$  permet de rendre compte de l'intermittence spatiale et temporelle de l'écoulement plastique tout en restant dans le formalisme de la mécanique des milieux continus. Ce modèle répondra à terme au besoin d'un modèle de plasticité cristalline qui rende compte de l'auto-organisation des avalanches de dislocations, besoin lié à l'essor des nanotechnologies et des matériaux architecturés à petite échelle.

**Mots clés** — plasticité intermittente, instabilités, quantum de plasticité.

## 1 Introduction

L'écoulement plastique est considéré classiquement comme un écoulement continu dans les codes par éléments finis (EF), que ce soit en plasticité isotrope, anisotrope ou en plasticité cristalline. Ce postulat de la mécanique des milieux continus contredit la nature intermittente de la plasticité aux échelles élémentaires, qui a été expérimentalement démontrée de nombreuses manières. Lors de la compression de micropiliers, la courbe déformation/contrainte montre la présence de fortes serrations, en lien avec l'activation brutale d'un nombre très faible de plan de glissement [1]. Les mêmes résultats se retrouvent lors de la traction de monocristaux submicrométriques [2]. Sur des échantillons centimétriques monocristallins, des expériences d'émission acoustique et d'extensométrie haute résolution démontrent aussi le caractère non-chaotique mais au contraire organisé de l'écoulement plastique lié aux avalanches de dislocations dues à leur interactions [3]. Quand l'éprouvette testée est macroscopique, ou que le matériau contient une forte densité de joint de grain, les avalanches de dislocations sont entravées et l'écoulement devient quasi-continu, ce qui explique l'absence de nécessité de modéliser cette intermittence à l'échelle macroscopique nécessaire dans des problèmes industriels plus traditionnels. Néanmoins, avec l'avancement de la nanotechnologie et la production croissante de composants à l'échelle nanométrique, il devient nécessaire de développer un modèle prenant en compte l'intermittence spatiale et temporelle de la plasticité qui soit utilisable dans des codes EF [4]. Comprendre la plasticité cristalline à cette échelle ouvre la voie à un large éventail de nouvelles applications en ingénierie, telles que l'usinage à l'échelle nanométrique et la conception de nouveaux matériaux radicaux, comme les aciers hiérarchiques.

Différents modèles de plasticité microscopique sont déjà présents dans la littérature pour prendre en compte la structure statistique de l'émission acoustique intermittente générée par les écoulements plastiques sans s'écarter du formalisme de la mécanique des milieux continus, comme le modèle tensoriel mésoscopique (MTM) [5]. A des échelles atomiques, des modèles de dynamique moléculaire (DM) [6] et de dynamique discrètes des dislocations (DDD) [7] reproduisent précisément le caractère corrélé des avalanches de dislocations et la distribution de leur amplitude suivant des lois puissances [3].

Si ces modèles permettent de comprendre la physique derrière l'intermittence et l'organisation de l'écoulement plastique, ils ne peuvent pour le moment pas être utilisés à des échelles industrielles en raison du temps de calcul trop élevé. Des modèles existent déjà qui essaient d'apporter l'intermittence dans la modélisation de la plasticité cristalline. Ils reposent en général sur l'introduction de la stochastité dans une variable interne du système (densité de dislocation [8], contrainte supplémentaire ajoutée à la limite d'élasticité [9]...) ou dans le solveur lui-même [10]. Si ces modifications réussissent à faire se localiser la déformation plastique dans des bandes finies, elles reposent néanmoins sur l'introduction de probabilités dans le modèle de plasticité cristalline lui-même, et nécessitent donc de connaître a priori les lois qui gouvernent les corrélations des écoulements plastiques.

Dans ce travail, nous proposons une nouvelle approche pour prendre en compte l'intermittence de la déformation plastique, qui ne repose pas sur la connaissance a priori de la statistique de l'intermittence des écoulements plastiques. Nous introduisons une constante, le quantum de déformation plastique, noté  $\Delta p_{\min}$ , qui correspond à la déformation plastique portée par l'avalanche minimale de dislocations pouvant exister au sein du matériau. Le modèle incrémental proposé dans ce travail repose sur l'algorithme traditionnel prédicteur-correcteur pour calculer le comportement élastoplastique d'un matériau soumis à une déformation extérieure quelconque, qui est rappelé en première partie. Par simplicité, l'élasticité et la plasticité du matériau sont considérés isotropes. Le modèle est présenté dans le cadre des petites déformations pour la plasticité de von Mises. Lors du calcul, l'incrément de déformation plastique équivalente  $\Delta p$  est calculé à l'aide de la surface de charge et la loi de normalité. Cet incrément  $\Delta p$  est ensuite comparé au quantum plastique  $\Delta p_{\min}$ . Les résultats du modèle implémenté en python à l'aide de la librairie FEniCSX [11] sont ensuite explicités. Les simulations montrent que l'introduction du quantum plastique permet de rendre intermittent l'écoulement plastique, et rend compte dans un modèle EF de l'auto-organisation de l'écoulement plastique lors de sollicitations complexes.

## 2 Principe du modèle

Un matériau élasto-plastique est considéré dans ce travail. Le modèle est formulé dans le cadre des petites déformations. Le tenseur des déformations  $\underline{\underline{\varepsilon}}$  est divisé en une partie élastique  $\underline{\underline{\varepsilon}}_e$  et une plastique  $\underline{\underline{\varepsilon}}_p$  :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\varepsilon}}_e + \underline{\underline{\varepsilon}}_p$$

Le tenseur des contraintes  $\underline{\underline{\sigma}}$  est relié à la déformation élastique par la loi de Hooke :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \lambda \text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}}_e) \underline{\underline{I}} + 2\mu \underline{\underline{\varepsilon}}_e,$$

où  $\lambda, \mu$  sont les coefficients de Lamé, dont  $\mu$  est le module de cisaillement, et  $\underline{\underline{I}}$  est un tenseur d'identité d'ordre deux.

Le matériau se plastifie selon le critère de von Mises avec un écrouissage linéaire. En notant  $\sigma_{\text{VM}}$  la contrainte équivalente de von Mises,  $\underline{\underline{s}}$  la partie déviatorique du tenseur des contraintes,  $p$  la déformation plastique équivalente cumulée,  $H$  le module d'écrouissage linéaire et  $\sigma_{\text{YS}}$  la limite d'élasticité initiale, la fonction  $f$  définissant la fonction de charge s'écrit :

$$f(\sigma_{\text{VM}}, p) = \sigma_{\text{VM}} - \sigma_{\text{YS}} - Hp, \quad \text{avec} \quad \sigma_{\text{VM}} = \sqrt{\frac{3}{2} \underline{\underline{s}} : \underline{\underline{s}}} \quad (1)$$

En plasticité de von Mises, la relation entre la déformation plastique équivalente cumulée et le tenseur des déformations plastiques est :

$$p = \int_0^t \dot{p} dt \quad \text{avec} \quad \dot{p} = \sqrt{\frac{2}{3} \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_p : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_p}$$

Les modèles à base physique (DM, DDD, modèles mésoscopiques) ont montré l'indépendance par rapport au temps des mécanismes liés aux avalanches de dislocations. Une formulation incrémentale du modèle de plasticité par avalanches est donc développée ici. En appliquant un incrément de déformation  $\Delta \underline{\underline{\varepsilon}}$  au système, les contraintes et les déformations plastiques vont évoluer. Pour une quantité  $Q$  quelconque, on notera  $Q^{\text{old}}$  la valeur de la quantité avant l'incrément,  $Q^{\text{new}}$  sa valeur après incrément et  $\Delta Q$  son incrément.

On note  $\underline{\underline{e}}$  et  $\underline{\underline{e}}_e$  les parties déviatoriques du tenseur des déformations totale et élastique respectivement ( $\underline{\underline{\varepsilon}}_p$  est déviatorique en plasticité de von Mises). La loi de Hooke donne une expression simple de l'incrément de contrainte déviatorique à chaque étape :

$$\underline{\underline{s}}^{\text{new}} = \underline{\underline{s}}^{\text{old}} + 2\mu \Delta \underline{\underline{e}}_e = \underline{\underline{s}}^{\text{old}} + 2\mu (\Delta \underline{\underline{e}} - \Delta \underline{\underline{\varepsilon}}_p) = \underline{\underline{s}}^{\text{pred}} - 2\mu \Delta \underline{\underline{\varepsilon}}_p \quad (2)$$

Dans l'équation (2), le tenseur dit prédicteur  $\underline{\underline{s}}^{\text{pred}} = \underline{\underline{s}}^{\text{old}} + 2\mu \Delta \underline{\underline{e}}$  est connu et sa valeur est imposée par celles des champs déjà calculés et des conditions aux limites. Ce tenseur correspond à la valeur de contrainte

déviatorique atteinte si tout l'incrément  $\Delta \underline{\underline{\varepsilon}}$  était accommodé élastiquement. Pour calculer  $\Delta \underline{\underline{\varepsilon}}_p$ , la loi de normalité est utilisée. Elle s'exprime en plasticité de von Mises par :

$$\Delta \underline{\underline{\varepsilon}}_p = \Delta p \frac{3}{2} \frac{\underline{\underline{s}}^{\text{new}}}{\sigma_{\text{VM}}^{\text{new}}}, \quad \text{où} \quad \Delta p = \sqrt{\frac{2}{3} \Delta \underline{\underline{\varepsilon}}_p : \Delta \underline{\underline{\varepsilon}}_p} \quad (3)$$

Le tenseur  $\underline{\underline{s}}^{\text{pred}}$  s'exprime d'après l'équation (2) comme la combinaison linéaire de  $\underline{\underline{s}}^{\text{new}}$  et de  $\Delta \underline{\underline{\varepsilon}}_p$ . D'après l'équation (3),  $\Delta \underline{\underline{\varepsilon}}_p$  est colinéaire à  $\underline{\underline{s}}^{\text{new}}$ . Donc  $\underline{\underline{s}}^{\text{pred}}$  est lui-même colinéaire à  $\underline{\underline{s}}^{\text{new}}$ . Si l'on normalise ces deux tenseurs, ils seront donc égaux. En notant  $\sigma_{\text{VM}}^{\text{pred}}$  la contrainte de von Mises calculée en utilisant  $\underline{\underline{s}}^{\text{pred}}$  dans l'équation (1), l'égalité des tenseurs normalisés s'écrit :

$$\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\underline{\underline{s}}^{\text{new}}}{\sigma_{\text{VM}}^{\text{new}}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\underline{\underline{s}}^{\text{pred}}}{\sigma_{\text{VM}}^{\text{pred}}} \quad (4)$$

En injectant les équation (2) et (3) dans l'équation (4), il vient directement la relation suivante entre  $\sigma_{\text{VM}}^{\text{new}}$  et  $\sigma_{\text{VM}}^{\text{pred}}$  :

$$\sigma_{\text{VM}}^{\text{new}} = \sigma_{\text{VM}}^{\text{pred}} - 3\mu\Delta p \quad (5)$$

L'inconnue principale du modèle, dont toutes les autres découlent, est l'incrément de déformation plastique équivalente  $\Delta p$ . Ce dernier est tel que la fonction de charge  $f$  décrite dans l'équation (1) est nulle à la fin de l'incrément. En se servant du prédicteur élastique  $\underline{\underline{s}}^{\text{pred}}$ , on calcule la valeur de  $f$ . Si elle est négative, la réponse du matériau est élastique et  $\Delta p$  est nul. Si la valeur de  $f$  est positive ou nulle, le matériau plastifie. La valeur de  $\Delta p$  est alors telle que la fonction de charge est nulle à la fin du nouvel incrément :

$$f(\sigma_{\text{VM}}^{\text{new}}, p^{\text{new}}) = \sigma_{\text{VM}}^{\text{pred}} - 3\mu\Delta p - \sigma_{\text{YS}} - H(p^{\text{old}} + \Delta p) = 0 \quad (6)$$

Dans les modèles de plasticité classiques, l'incrément de déformation plastique équivalente  $\Delta p$  est alors calculé et toutes les autres grandeurs sont incrémentées en conséquence. Lorsque l'écroutissage est non linéaire, la solution de l'équation (6) peut par exemple être calculée avec la méthode de Newton. Avec un écroutissage linéaire, la solution est exacte :

$$\Delta p = \frac{\sigma_{\text{VM}}^{\text{pred}} - \sigma_{\text{YS}} - H p^{\text{old}}}{3\mu + H}$$

Dans le modèle de plasticité par avalanches développé dans ce travail, l'incrément  $\Delta p$  est calculé comme dans les modèles classiques. Cependant, les expériences d'émission acoustique ainsi que d'extensométrie haute résolution [3] démontrent que dans certaines situation l'écoulement plastique ne se fait pas de manière continue, mais de façon intermittente. Dans ces cas, l'incrément  $\Delta p$  ne peut donc pas être infinitésimal, comme il peut l'être dans les modèles de plasticité classiques. Le glissement des dislocations est souvent associé à une avalanche de dislocations. On postule dans ce travail qu'il existe une taille d'avalanche minimale associée à un écoulement plastique minimum, appelé quantum de déformation ou quantum plastique et noté  $\Delta p_{\text{min}}$ . Cette considération physique se traduit par une nouvelle condition imposée sur la valeur de  $\Delta p$  dans le modèle actuel :

$$\Delta p = \begin{cases} \Delta p & \text{si } \Delta p \geq \Delta p_{\text{min}} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (7)$$

A noter que si l'incrément est nécessairement au moins égal à  $\Delta p_{\text{min}}$ , il est autorisé à dépasser cette valeur minimale, indiquant que l'avalanche de dislocation associée était bien plus importante que l'avalanche minimale conduisant à un glissement de dislocations.

Le critère (7) en déformation plastique peut être réécrit comme un critère en contrainte. En effet, on peut réécrire  $\sigma_{\text{VM}}^{\text{new}}$  comme étant la valeur de la contrainte d'écoulement après incrément de déformation.

$$\sigma_{\text{VM}}^{\text{new}} = \sigma_{\text{YS}} + H p^{\text{new}} \quad (8)$$

En partant de l'équation (5) et en substituant dans l'équation (8) le critère (7) en déformation ( $\Delta p \geq \Delta p_{\min}$ ), le critère suivant en contrainte équivalente est obtenu :

$$\sigma_{\text{vM}}^{\text{pred}} \geq \sigma_{\text{YS}} + Hp^{\text{old}} + (3\mu + H)\Delta p_{\min} \quad (9)$$

L'équation (9) énonce qu'en plasticité par avalanches, le matériau plastifie si et seulement si sa contrainte de von Mises dépasse la contrainte d'écoulement augmentée de  $(3\mu + H)\Delta p_{\min}$ . Dans le nouveau modèle à quantum plastique, on peut donc définir deux surfaces de charge. En reprenant les notations de l'équation (1), la première est la surface de charge classique, définie par  $f(\sigma_{\text{vM}}, p) = 0$ , et qu'on peut appeler surface de charge inférieure. Elle définit le niveau de contrainte d'écoulement du matériau après déformation plastique. Elle ne définit cependant plus le moment où le matériau plastifie. Ce dernier moment est déterminé par la seconde surface de charge, définie par  $f(\sigma_{\text{vM}} - (3\mu + H)\Delta p_{\min}, p) = 0$ , appelée surface de charge supérieure.

Une représentation des deux surfaces dans l'espace des contraintes principales ( $\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}$ ) est donnée en Figure 1. Dans cet espace, chaque surface est un cylindre centré sur la droite d'équation  $\sigma_I = \sigma_{II} = \sigma_{III}$ . Entre les deux surfaces de charges, la "distance de von Mises" est constante et égale à  $(3\mu + H)\Delta p_{\min}$ . Quand un point matériel du système est à une contrainte entre les deux surfaces de charges, le système reste élastique. Quand il dépasse la surface de charge supérieure (en violet), il retourne orthogonalement sur la surface de charge inférieure (en rouge).

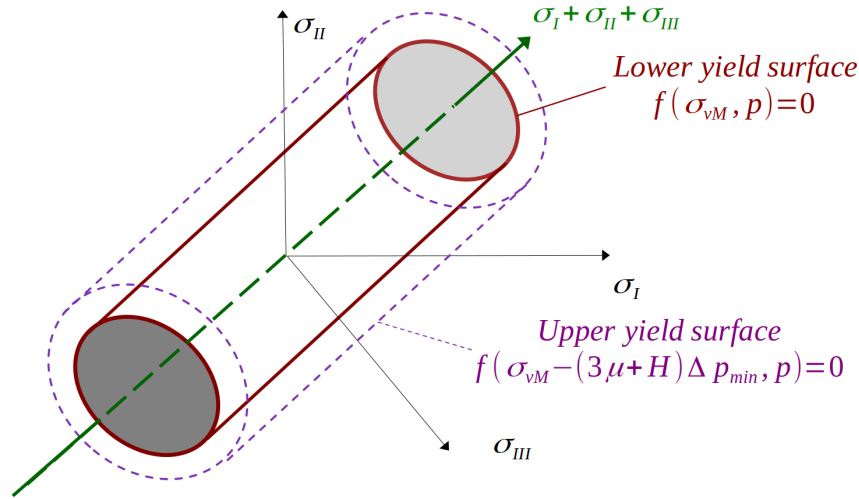


FIGURE 1 – Représentation dans l'espace des contraintes principales des surfaces de charges inférieure (lignes rouges continues) et supérieure (lignes violettes pointillées).

Le modèle 3D de plasticité par avalanches a été implanté indépendamment en python en utilisant la librairie FEniCSX [11] et dans le logiciel d'éléments finis Zset [12]. Les deux solveurs donnent des résultats similaires. Par la suite, seuls des résultats obtenus par FEniCSX seront montrés. Les sections suivantes sont dédiées à la présentation des résultats des simulations dans le cas homogène et dans le cas d'une éprouvette ayant une géométrie plus complexe.

### 3 Résultats et discussion

#### 3.1 Solution homogène

Une géométrie unidimensionnelle, consistant en un nombre  $N$  d'hexaèdres alignés suivant l'axe  $Ox$ , a été utilisée pour d'abord tester le modèle. Sur les surfaces orthogonales à l'axe  $Ox$ , des conditions mixtes sont imposées. La composante du déplacement suivant  $Ox$  est fixée, alors que les autres composantes ont été laissées libres. Les autres surfaces sont libres (vecteur-contraintes nulles). La limite d'élasticité  $\sigma_{\text{YS}}$  est de 100 MPa, le taux d'écrouissage linéaire  $H$  de 10 GPa, le module de Young  $E$  de 200 GPa et le coefficient de Poisson  $\nu = 0,3$ . Le pas de déplacement imposé correspond un incrément de déformation

$\Delta\varepsilon$  dans la direction de traction de  $3 \times 10^{-6}$  à chaque pas de chargement. Le quantum plastique  $\Delta p_{\min}$  est fixé à  $2 \times 10^{-4}$ .

Sans l'introduction de défauts dans le maillage ou les propriétés élastiques/plastiques du matériau, les contraintes et déformations calculées le long de l'éprouvette restent uniformes le long de l'éprouvette, indépendamment du nombre d'éléments. Le tenseur des contraintes n'a qu'une seule composante non nulle suivant l'axe  $OX$ .

La réponse en traction est donnée sur la Figure 2 (courbe bleue), ainsi que l'évolution des surfaces de charge inférieure (rouge) et supérieure (violet) comme définies par les équations 8 et 9. L'éprouvette se déforme d'abord élastiquement jusqu'à ce que la contrainte de von Mises atteigne la surface de charge haute. A l'itération suivante, l'éprouvette se déforme plastiquement uniformément, conduisant à une relaxation élastique, la contrainte diminuant jusqu'à atteindre la surface de charge inférieure. Puis, le phénomène se répète. On observe donc des serrations périodiques sur la courbe de traction; chaque augmentation de contrainte correspond à un chargement purement élastique du matériau de pente égale au module de Young; chaque chute correspond à la déformation plastique de toute l'éprouvette.

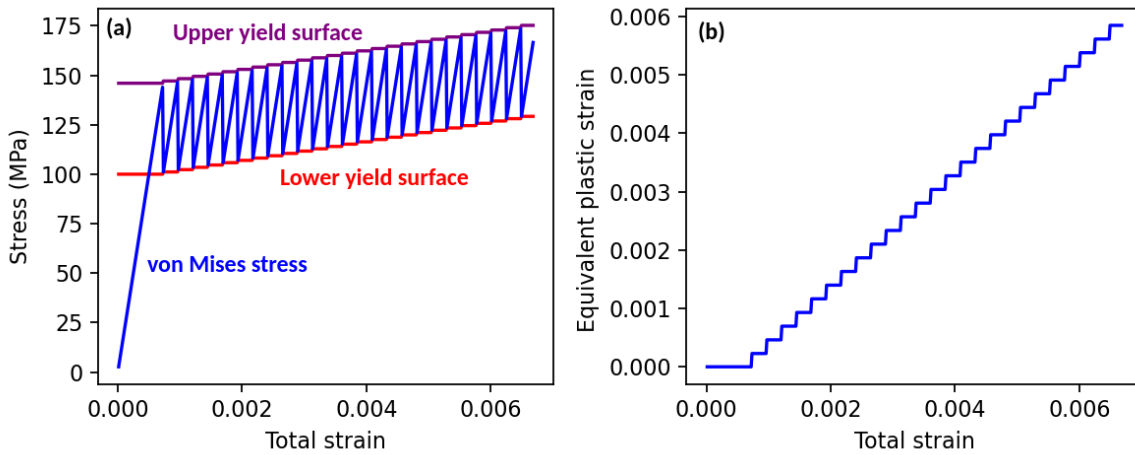


FIGURE 2 – (a) Évolution de la contrainte (en bleu), de la limite d'écoulement basse (en rouge) et de la limite d'écoulement haute (violet) en fonction de la déformation totale dans le cas homogène. (b) Évolution correspondante de la déformation plastique cumulée en fonction de la déformation totale.

Si l'on note  $\Delta p$  et  $\Delta\sigma$  les incréments de déformation plastique cumulée et de contrainte de von Mises à chaque chute, on peut démontrer que leurs valeurs sont constantes quand l'incrément  $\Delta\varepsilon$  tend vers 0. Ils sont alors donnés par :

$$\Delta p = \frac{3\mu + H}{E + H} \Delta p_{\min} \quad (10)$$

$$\Delta\sigma = -E\Delta p \quad (11)$$

Les équations (10) et (11) valables en déformation uniaxiale peuvent être étendues à des triaxialités et des incréments  $\Delta\varepsilon$  quelconques. Par l'introduction d'un paramètre unique, le quantum plastique  $\Delta p_{\min}$ , les simulations démontrent qu'il est possible de simuler par éléments finis des augmentations abruptes de la déformation plastique assimilables à des avalanches de dislocations.

### 3.2 Traction uniaxiale

En appliquant le modèle sur des géométries plus complexes, la réponse macroscopique devient très différente du cas homogène. L'exemple d'une éprouvette plate est décrit dans cette section, dont la géométrie précise est représentée avec son maillage 3D sur la Figure 3 (a). Les propriétés élastiques et plastiques du matériau, ainsi que les conditions imposées aux limites et la valeur du quantum plastique sont les mêmes que présentées dans la section précédente.

La courbe de traction (contrainte axiale vs déformation axiale) est donnée par la Figure 3 (d), obtenue par intégration sur la partie utile de l'éprouvette, accompagnée des cartes de déformations plastiques

équivalentes (b) et de leur incrément (c) à 0.1% de déformation moyenne imposée. Contrairement au cas 1D, la déformation n'est pas homogène le long de l'éprouvette. Des bandes de déformations apparaissent, dont la largeur est finie. En dessous d'une certaine taille de maille, la largeur des bandes devient constante, et bien supérieure à la largeur d'un élément. La déformation moyenne de la bande de déformation est d'un ordre de grandeur supérieur au quantum plastique  $\Delta p_{\min}$ . Lorsque l'incrément de déformation  $\Delta \epsilon$  imposée à chaque pas de calcul devient petit devant  $\Delta p_{\min}$  (plus d'un ordre de grandeur), il est observé que la largeur des bandes converge et devient proportionnelle à la longueur de l'éprouvette, et que la déformation moyenne dans la bande est proportionnelle à  $\Delta p_{\min}$ .

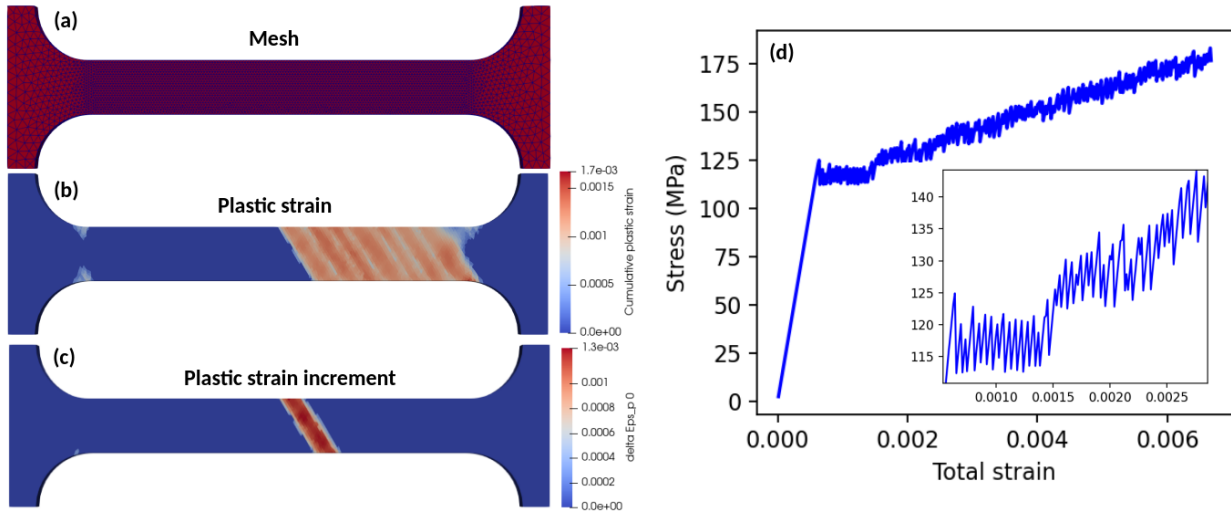


FIGURE 3 – (a) Géométrie et maillage 3D utilisés dans les simulations uniaxiales. (b) Carte des déformations plastiques cumulées à une déformation moyenne de 0.1%. (c) Carte des incréments de déformation plastique cumulée à une déformation moyenne de 0.1%. (d) Évolution de la contrainte axiale en fonction de la déformation axiale totale, obtenues par intégration sur la partie utile de l'éprouvette.

Sur la courbe de traction de la Figure 3 (d), on peut observer qu'après un régime élastique, des serrations sont présentes sur la courbe. Chaque serration correspond à l'apparition d'une bande de déformation macroscopique sur l'éprouvette. De 0.06% à 0.15% de déformation, un plateau de contrainte est apparent, similaire à ce qui est observé pour les matériaux présentant du vieillissement statique induisant un palier de Lüders. Au delà de 0.15%, les serrations continuent, mais la valeur moyenne de contrainte augmente en suivant le taux d'écroutissage linéaire H. Ce second comportement est analogue à l'effet Portevin-Le Chatelier (PLC) [13], notamment visible dans les matériaux présentant du vieillissement dynamique.

Cette différence dans l'évolution de la courbe de traction se comprend en analysant l'apparition des bandes de déformation. La première bande nucléée au niveau d'un des quatre congés de l'éprouvette. Il y a en effet dans les éléments situés aux congés une surcontrainte (de von Mises) locale due à la géométrie, d'environ 20 MPa à l'incrément précédent la première bande plastique. Ces éléments sont les premiers à dépasser la surface de charge supérieure, et induisent par leur déformation plastique la formation de la première bande. Aux bordures de la bande, il existe une surcontrainte locale, qui fait que la seconde bande nucléée à côté de la première bande. Le phénomène continue jusqu'à ce que toute l'éprouvette se déforme plastiquement une première fois. Cette première série de bande a un caractère "pseudo-propagatif" dans le sens où la n-ième bande apparaîtra toujours du même côté de la bande (n-1)-ième, et se fait donc à contrainte dont la valeur moyenne reste constante. Le comportement d'apparition des bandes est phénoménologiquement analogue à du PLC de type B [13].

Une fois que toute l'éprouvette de traction a été déformée plastiquement une première fois, des éléments présentant une surcontrainte locale non négligeable existent toujours, mais sont dorénavant présents aléatoirement sur toute la partie utile de l'éprouvette. La plasticité va continuer de se produire principalement dans des bandes apparaissant en une étape de calcul. Cependant les bandes vont dorénavant apparaître aléatoirement le long de l'éprouvette, ce qui est comparable à du PLC de type C [13]. Le phénomène d'apparition des bandes plastiques n'est donc plus propagatif et ne se fait plus à contrainte constante.

La solution obtenue converge quand on diminue la taille de maille. Des tailles de maille allant de  $1/40$  de la longueur de l'éprouvette jusqu'à  $1/400$  ont été testées et analysées dans les mêmes conditions que décrites au début de cette section. Comme montrées sur la Figure 4 (a), les courbes de traction des différents essais sont très proches. Le comportement moyen ne dépend donc pas de la taille de maille pour une maille suffisamment petite. Une analyse plus fine montre que la statistique des bandes de déformations et des serrations converge pour une maille en dessous de  $1/100$  de la taille de l'éprouvette. La largeur moyenne des bandes est autour de  $1/20$  de la taille de l'éprouvette. Deux bandes de déformation de taille similaire sont montrées sur la Figure 4 (b), la première ayant été obtenue pour une maille de taille  $1/100$  et la seconde pour une taille de  $1/400$ .

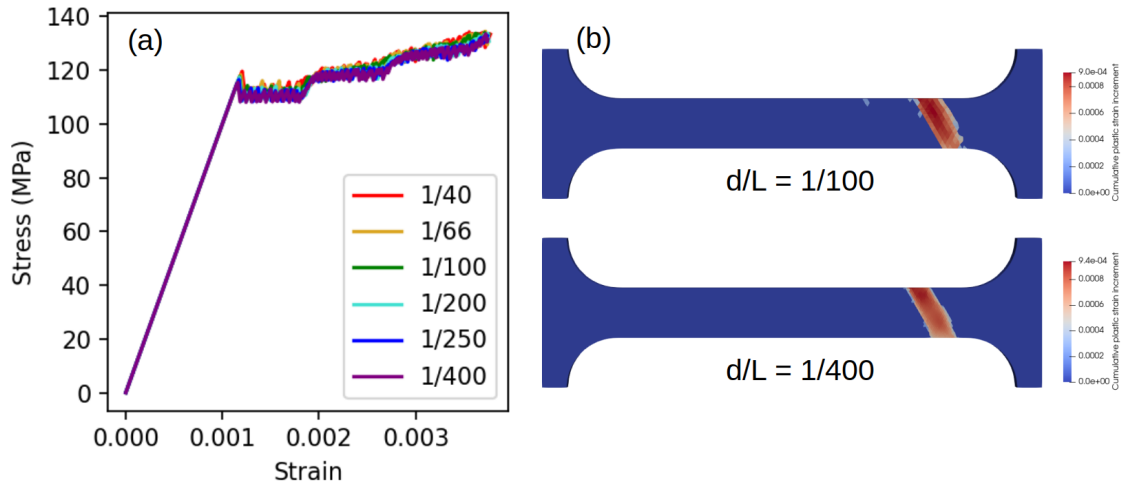


FIGURE 4 – (a) Courbe de traction obtenue pour différentes tailles de maille. (b) Comparaison d'une bande de déformation quand le ratio de la taille de maille sur la longueur de l'éprouvette  $d/L$  vaut  $1/100$  et quand il vaut  $1/400$ .

La convergence du modèle est bonne. Si l'on compare une simulation en plasticité quantique et en plasticité classique continue (i.e. avec  $\Delta p_{\min} = 0$ ), le temps de calcul du premier le double du deuxième dans le régime plastique. De plus, le solveur de Newton utilisé dans la résolution du problème globale converge quadratiquement une fois qu'est déterminé l'ensemble des points de Gauss qui vont plastifier et ceux qui vont demeurer dans le régime élastique.

L'intérêt du modèle présenté est donc de faire apparaître spontanément des bandes de déformation à l'échelle macroscopique de l'éprouvette. Ces bandes, de largeur finie, peuvent être interprétées comme des bandes de cisaillement provoquées par une avalanche de dislocations. Finalement, tout en restant dans un cadre élasto-plastique isotrope implémentable dans des codes d'éléments finis, le modèle rend compte de l'auto-organisation des dislocations entre-elles, qui apparaît comme un phénomène émergent du modèle.

## 4 Conclusions et perspectives

Un nouveau modèle de plasticité introduisant un quantum de déformation plastique  $\Delta p_{\min}$  a été développé et permet de rendre compte de l'intermittence spatiale et temporelle de l'écoulement plastique. Les simulations dans le cas de déformation homogène démontrent que la déformation plastique se fait par des augmentations abruptes des déformations plastiques assimilables à des avalanches de dislocations. Elles sont toujours reliées à une chute abrupte des contraintes. Le modèle s'interprète par l'existence de deux surfaces de charge, la supérieure contrôlant l'initiation de la plasticité, l'inférieure définissant la contrainte atteinte après relaxation plastique. Lorsque la déformation devient hétérogène par l'introduction de concentration de contraintes, des bandes de déformations plastiques émergent spontanément dans les simulations. Quand l'incrément de déformation totale à chaque étape de calcul devient infinitésimal, la largeur des bandes devient proportionnel à la longueur de l'éprouvette de traction et l'intensité de déformation plastique portée par la bande devient proportionnel à  $\Delta p_{\min}$ . Les résultats ont été vérifiés



indépendamment sur les solveurs FEniCSX [11] et Zset [12].

Si le modèle a été présenté dans le cadre des petites déformations en lien avec un modèle de plasticité isotrope de von Mises, il peut être étendu à d'autres type de plasticité, comme les grandes déformations ou la plasticité de Green, qui n'est plus isochore [14]. Il peut aussi être introduit dans des modèles de plasticité cristalline.

Les prochaines étapes consistent à rendre compte des distributions en loi puissance des amplitudes des avalanches de dislocations. Si l'apparition de macrobandes de déformation ne dépend pas de l'introduction de probabilités dans le modèle, rendre compte de ces loi puissances pourra nécessiter d'augmenter le modèle par des aspects stochastiques.

L'introduction dans la plasticité cristalline du modèle à quantum de déformation va permettre de rendre compte de la déformation en compression et en traction de micro-éprouvettes, et cette comparaison constitue aussi un perspective du travail en cours.

Enfin, la valeur du quantum plastique  $\Delta p_{\min}$  a été arbitrairement fixé dans le travail ci-dessus. Une étude en lien avec des modèles de DDD, de DM et MTM permettra de paramétrer cette constante à partir d'une base physique.

## Remerciements

Ce travail a été réalisé dans le cadre du projet ANR MESOCRYSP (ANR-21-CE08-003). Nous tenons à remercier l'Agence Nationale de la Recherche pour son soutien et son financement.

## Références

- [1] P. Zhang, O. U. Salman, J.Y. Zhang, G. Liu, J. Weiss, L. Truskinovsky, J. Sun, *Taming intermittent plasticity at small scales*, Acta Materialia, vol.128, p.351-p.364, 2017.
- [2] S. H. Oh, M. Legros, D. Kiener, G. Dehm, *In situ observation of dislocation nucleation and escape in a submicrometre aluminium single crystal*, Nature Materials, vol.8, p.95-p.100, 2009.
- [3] J. Weiss, T. Richeton, F. Louchet, F. Chmelik, P. Dobron, D. Entemeyer, M. Lebyodkin, T. Lebedkina, C. Fressengeas, R. J. McDonald, *Evidence for universal intermittent crystal plasticity from acoustic emission and high-resolution extensometry experiments*, Physical Review B, vol.76, p.224110-1-p.224110-8, 2007.
- [4] L.A. Zepeda-Ruiz, A. Stukowski, T. Opperstrup, N. Bertin, N. R. Barton, R. Freitas, V.V. Bulatov, *Atomistic insights into metal hardening*, Nature Materials, vol.20, p.315-p.320, 2021.
- [5] R. Baggio, O.U. Salman, L. Truskinovsky, *Inelastic rotations and pseudoturbulent plastic avalanches in crystals*, Physical Review E, vol.107, p.005000-1-p.005000-19, 2023.
- [6] D. Fernández Castellanos, S. Roux, S. Patinet, *Insights from the quantitative calibration of an elasto-plastic model from a Lennard-Jones atomic glass*, Comptes Rendus Physique, vol.22, page135-page162, 2021.
- [7] D. Gómez-García, B. Devincere, and L.P. Kubin, *Dislocation Patterns and the Similitude Principle : 2.5D Mesoscale Simulations*, Physical Review Letters, vol.96, p.125503-1-p.125503-6, 2006.
- [8] J. Weiss, W. Ben Rhouma, T. Richeton, S. Dechanel, F. Louchet, L. Truskinovsky, *From Mild to Wild Fluctuations in Crystal Plasticity*, Physical Review Letters, vol.114, p.105504-1-p.105504-6, 2015.
- [9] J. Wijnjen, R.H.J. Peerlings, J.P.M. Hoefnagels, M.G.D. Geers, *A stochastic solver based on the residence time algorithm for crystal plasticity models*, Computational Mechanics, vol.68, p.1369-p.1384, 2021.
- [10] Q. Yu, E. Martínez, J. Segurado, J. Marian, *A discrete slip plane model for simulating heterogeneous plastic deformation in single crystals*, International Journal of Solids and Structures, vol.228, p.111094-1-p.111094.12, 2021.
- [11] M. W. Scroggs and J. S. Dokken and C. N. Richardson and G. N. Wells, *Construction of arbitrary order finite element degree-of-freedom maps on polygonal and polyhedral cell meshes*, ACM Transactions on Mathematical Software, vol. 48, p.18-1-p.18-23, 2022.
- [12] J. Besson and R. Foerch, *Large scale object-oriented finite element code design*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 142, p.165-p.187, 1997.
- [13] A. Yilmaz, *The Portevin–Le Chatelier effect : a review of experimental findings*, Science and Technology of Advanced Materials, vol.12, p.063001-1-p.063001-16, 2011.
- [14] S. Forest, J.S. Blazy, Y. Chastel, F. Moussy, *Continuum modeling of strain localization phenomena in metallic foams*, Journal of Materials Science, vol.40, p.5903-5910, 2005.