

Identification du bain fondu en fabrication additive métallique grâce à un réseau de neurones convolutifs.

Loic Jegou, Thomas Elguedj, Valerie Kaftandjian

▶ To cite this version:

Loic Jegou, Thomas Elguedj, Valerie Kaftandjian. Identification du bain fondu en fabrication additive métallique grâce à un réseau de neurones convolutifs.. 16ème Colloque National en Calcul de Structures (CSMA 2024), CNRS; CSMA; ENS Paris-Saclay; CentraleSupélec, May 2024, Hyères, France. hal-04610954

HAL Id: hal-04610954 https://hal.science/hal-04610954v1

Submitted on 3 Dec 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Identification du bain fondu en fabrication additive métallique grâce à un réseau de neurones convolutifs.

L. Jegou^{1,2}, V. Kaftandjian², T. Elguedj¹

¹ Univ. Lyon, INSA Lyon, CNRS, Lamcos, UMR5259 {loic.jegou,thomas.elguedj}@insa-lyon.fr
² Univ. Lyon, INSA Lyon, LVA valerie.kaftandjian@insa-lyon.fr

Résumé — L'observation *in-situ* et *operando* du bain fondu en fabrication additive est une clé pour mieux maîtriser ce procédé. Cette étude propose une nouvelle méthode non-intrusive pour permettre directement ce contrôle par rayons X sur des machines de fabrication additive existantes. L'identification du bain fondu sur les radioscopies réalisées grâce à cette méthode est faite via un autoencoder composé de deux réseaux de neurones convolutifs, et entraîné sur des radioscopies de simulation thermique du bain fondu.

Mots clés — Bain fondu, autoencoder, fabrication additive, VGG16.

1 Contexte et objectifs

La fabrication additive est un domaine en plein développement dans le milieu industriel. Elle permet de réparer des pièces métalliques, d'y ajouter de nouvelles fonctionnalités ou bien d'en créer avec une géométrie complexe. La fabrication directe par projection laser (FDPL), consiste à fondre localement une petite partie d'un substrat, puis à y apporter de la matière sous forme de poudre ou de fil. La zone fondue par le laser (le bain fondu) s'avère critique dans ce procédé, et peut engendrer des défauts dans les pièces fabriquées ([1], [2]). Des dispositifs expérimentaux ont permis de suivre l'évolution thermique et morphologique du bain en surface ([3], [4]), mais ils ne permettent pas de rendre compte des origines de tous les défauts observés. Les porosités des pièces fabriquées correspondent à des bulles de gaz enfermées dans la pièce lors du passage du laser, ou bien à de la poudre non fondue, et ces phénomènes ne sont pas observables en surface.

Les études par rayons X à haute énergie (au synchrotron) ont permis de faire des observations *in-situ* et *operando* ([5]). Ces études permettent d'avoir une résolution d'image très fine autour du bain fondu, d'étudier sa forme et la formation de pore, mais elles requièrent des équipements conséquents ([6]). Pour étudier un objet au synchrotron, il faut le déplacer dans une salle dédiée, d'où la nécessité de recréer les procédés de fabrication additive dans des machines embarquables ([7]).

Cette étude propose d'inverser la tendance et d'apporter l'observation par rayons X sur les dispositifs de fabrication additive pré-existants. Un tube générateur de rayons X (*Balteau NDT, LLX200-DA-1*) est amené à être placé dans une cabine de fabrication directe par projection laser, et va permettre de réaliser des radioscopies de pièces de faible épaisseur (2mm). Ce dispositif expérimental nécessite un blindage en plomb important autour de la source de rayons X pour limiter les risques d'expositions (Figure 1).

La principale différence du rayonnement synchrotron est sa brillance spectrale (son flux de photons), qui est très importante par rapport à une source classique. C'est ce qui lui permet de conserver suffisamment de photons, même avec un monochromateur, pour réaliser des images avec un flux important à une énergie unique. Le faisceau monochromatique a de nombreux avantages : une meilleure résolution, moins d'artefacts et une meilleure différenciation et caractérisation des matériaux. A l'inverse, les tubes classiques ont une brillance spectrale beaucoup plus faible avec un faisceau polychromatique, et réalisent des images de moins bonne qualité, avec plus de bruit et d'artefacts. Ce sont ces problématiques qui ont poussé à la création d'un auto-encoder convolutif pour faciliter et automatiser l'identification de la zone fondue sur des radioscopies de qualité *standard*. Le réseau de neurones est inspiré de plusieurs études en médecine qui utilisent justement ces outils pour identifier des tumeurs sur des radioscopies de qualité *standard*.

Un réseau de neurones nécessite énormément de données pour pouvoir s'entraîner avant d'être per-



FIGURE 1 – Dispositif expérimental pour l'observation in-situ du bain fondu.

formant sur une tâche concrète. Comme il n'existe pas de base de données avec des radioscopies de bain fondu, l'objectif premier de ce papier est de construire un jeu de données à partir de simulations du bain fondu (Section 2). La radioscopie post-fabrication de pièces de mêmes dimensions que celles qui seront étudiées permet de simuler les artefacts attendus, le flou et le bruit (Section 2.3). Enfin, différentes architectures d'auto-encoder convolutifs sont entraînées avec des paramètres variables pour voir si un type de réseau de neurones en particulier s'avère plus performant que les autres (Section 3).

2 Création du jeu de données pour l'IA

Le jeu de données sera composé de radioscopies issues de la simulation et l'objectif est que ces dernières soient le plus fidèle aux radioscopies expérimentales en termes de : dimension du bain fondu, niveau de signal, niveau de bruit et niveau de contraste. La simulation se découpe en trois étapes. La première est un calcul thermique qui permet d'obtenir la distribution de la température sur une géométrie simplifiée du cordon métallique en cours de fabrication. La seconde permet d'obtenir une radioscopie de la simulation thermique. La dernière étape consiste à comparer les radioscopies obtenues avec des résultats expérimentaux (mais sans bain de fusion) pour que les images de simulations soient au plus proche des résultats attendus.

2.1 Simulation thermique

Le procédé FDPL est modélisé avec plusieurs hypothèses simplificatrices (Figure 2). L'apport de matière est négligé, la forme du cordon de matière déposé est simplifiée et la source laser est modélisée par une distribution gaussienne ([9]). Ces hypothèses permettent de calculer la température de manière analytique (Equation 1).



FIGURE 2 – Source laser gaussienne sur la géométrie simplifiée du cordon en cours de fabrication. En vert la forme du faisceau laser et en rouge la forme du bain fondu.

$$T(x,y,z) = \frac{I_0}{2\pi\rho C_p \alpha} \times \int_{\xi=-r_b}^{\xi=r_b} \int_{\eta=0}^{\eta=r_b(1-\xi^2)} \frac{1}{R} exp\left(-\frac{\xi^2+\eta^2}{\sigma^2}\right) \times exp\left(-\frac{V(R+(x-\xi))}{2\alpha}\right) d\eta d\xi,$$
(1)
$$R = \sqrt[2]{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-h(\xi,\eta))^2}.$$

Avec : I_0 l'intensité nominale du laser (W.m⁻²), ρ la masse volumique du matériau (kg.m⁻³), C_p sa capacité thermique (J.kg⁻¹.K), α sa diffusivité thermique (m².s⁻¹), r_b le rayon de la source laser, σ le rayon efficace de la source laser (mm), V la vitesse du laser (m.s⁻¹) et ξ et η sont les coordonnées du laser dans le repère mobile centré sur le bain fondu.

Les paramètres matériaux $(k, \alpha, C_p \text{ et } \rho)$ sont supposés constants (bien qu'en réalité, ils varient avec la température). Ce modèle permet d'obtenir une cartographie thermique 3D du bain de fusion (Figure 3 (a)). En radioscopie, la densité d'un matériau influence sa capacité à absorber les rayons X. Les résultats de [10] et [11] permettent de passer de la température à la densité (Figure 3 (b) et (c)), et c'est ce modèle en terme de densité qui est utilisé pour les simulations des radioscopies.



FIGURE 3 – (a) Simulation de la température pour de l'acier 316L à P = 350 W et V = 5mm.s⁻¹. (b) Correspondance "température-densité" pour l'acier 316L d'après [10] et [11]. (c) Représentation 3D complète du matériau avec la densité prédite.

162 simulations sont réalisées en faisant varier la puissance du laser entre 100 et 1000 W, et sa vitesse entre 1 et 10 mm.s⁻¹.

2.2 Simulation des radioscopies

Les simulations des radioscopies sont réalisées sur le logiciel *Virtual Xray Imaging* (VXI, [12]). Cette simulation comprend 4 paramètres :

- la source de rayons X (tension U en V et intensité I en A),
- l'objet d'étude doit être importé au format stl,
- les paramètres matériaux de l'objet (sa densité et sa composition atomique),
- le détecteur de rayons X (taille et nombre de pixels). Les radioscopies des 162 radioscopies simulées sont obtenues pour un spectre polychromatique correspondant à une tension de 70 kV et une intensité de 4 mA (Figure 4). La source de rayons X a une tension de 70 kV et une intensité de 4 mA. Le nombre et la taille des pixels du détecteur sont inspirés du détecteur disponible pour cette expérience, à savoir 1560×1560 pixels, de $143 \times 143 \mu m$. Ces simulations sont réalisées sans bruit ni flou (avec une source de rayons X ponctuelle), et la géométrie approximée du bain de fusion



FIGURE 4 – (a) Schéma de la scène. (b) Radioscopie obtenue.

induit une délimitation visible entre la séparation du substrat et du bain fondu (Figure 4 (b)). La dernière étape de la création du jeu de donnée consiste ensuite à modifier ces images pour qu'elles soient plus fidèles à la réalité expérimentale.

2.3 Traitement d'images

Afin de pouvoir attester de la pertinence des simulations, des radioscopies expérimentales de murs en acier inoxydable 316L construits par FDPL sont réalisées. Ces images ont les mêmes dimensions que les images de simulations, et les paramètres de la source et du détecteur sont les mêmes que sur les simulations également. Elles permettent de calculer le flou réel (Figure 5 (a)) ainsi que le niveau de bruit réel des images. Le flou provient de deux choses : du fait que la source génératrice de rayons X n'est pas ponctuelle, et que la résolution spatiale du détecteur est imparfaite. Il correspond au nombre de pixels entre une diminution de 10% du signal maximal et une augmentation de 10% du signal minimal. Les lignes rouge et verte indiquent l'évolution du signal à la frontière entre l'air et un objet opaque (trop épais pour que les rayons X puissent le traverser à cette puissance). Le flou horizontal (U_h) est égal au flou vertical (U_v), $U_h = U_v = 5px$. Le bruit correspond à l'écart-type (σ) sur le signal mesuré au niveau du mur. Pour ces essais, $\sigma = 5\% \times \mu$ avec μ le signal moyen dans le mur.



FIGURE 5 - (a) Flou vertical et horizontal mesuré sur une image expérimentale. (b) Comparaison visuelle des données expérimentales avec les simulations avec le niveau de bruit dans la zone encadrée rouge.

Finalement, l'ajout du flou par convolution avec une matrice dont tous les termes valent $\frac{1}{k^2}$ (avec *k* la taille du kernel), et du bruit (σ) aléatoirement selon une loi de Poisson, permet de recréer des simulations plus fidèles à la réalité (Figure 5 (b)). Cette dernière étape est cruciale puisque le modèle d'intelligence artificielle est entraîné sur les images de simulation, pour être ensuite transféré sur des données expérimentales. Malgré ce traitement d'images, la différence entre les simulations et les images expérimentales reste visible à l'oeil nu.

2.4 Analyse des composantes principales

L'analyse des composantes principales (PCA) indique clairement que les premières composantes principales des résultats expérimentaux et numériques sont très différentes (Figure 6 (a) et (b)) et ces images mettent en avant l'impact de la position du bain fondu sur l'image. Dans les simulations, sa position est fixe, alors que pour les images expérimentales (sans bain fondu), la hauteur du mur varie. Pour améliorer les simulations, un offset aléatoire vertical et horizontal de plusieurs pixels est ajouté sur les résultats numériques. Cet offset permet à la fois de modifier les composantes principales (Figure 6 (c)), mais aussi d'étendre le jeu de données à plusieurs milliers d'images.

Le jeu de données final est composé de 4050 images de simulations avec offset (les entrées de l'autoencoder), qui sont associées à une image binaire du bain fondu correspondant, les labels qui permettent



FIGURE 6 – Analyse des 2 composantes principales : (a) des images expérimentales, (b) des résultats numériques avant l'ajout d'un offset et (c) après l'ajout d'un offset. (d) Composition du jeu de données.

l'entraînement de l'auto-encoder (Figure 6 (d)). Ces images d'entrée montrent la nécessité de disposer d'un outil pour identifier le bain fondu puisque les contrastes ne sont pas flagrants et ne permettent pas une identification directe.

3 Identification de la zone fondue

3.1 Présentation des auto-encoders

Un auto-encoder est un type de modèle d'intelligence artificielle composé de 2 réseaux de neurones (un encoder et un decoder). A partir d'une donnée d'entrée X, l'encoder agit comme une fonction fet permet d'obtenir une nouvelle variable H dont les dimensions sont généralement plus petites que X (H = f(X)). Ensuite, sans contrainte particulière, le decoder (g) est optimisé de telle sorte à ce que la donnée de sortie Y (Y = g(H)) soit la plus proche de la donnée d'entrée X. Ce genre d'algorithme est notamment utilisé pour la compression d'images, auquel cas les encoder et decoders sont des réseaux de neurones convolutifs, on parle alors d'*auto-encoders convolutifs*.

Dans le cadre de cette étude, l'objectif est d'identifier le bain fondu sur les radioscopies. A partir du jeu de données qui contient à la fois les radioscopies (Im_{in}) et les images binaires (Im_{out}) du bain fondu correspondantes, les algorithmes vont être optimisés pour retrouver Im_{out} à partir de Im_{in} .

La construction d'un auto-encoder convolutif se fait à partir de modèles existants. Les modèles de cette étude s'inspirent de 3 architectures différentes : LeNET5, AlexNET et VGG16. Dans le tableau suivant (Tableau 1) les dimensions des images sont écrites au format $c \times h \times l$ avec c le nombre de canaux dans l'image (c = 3 pour les images RGB, et ici c = 1) et h et l respectivement le nombre de pixels verticaux et horizontaux. Les auto-encoders sont composés de couches de convolution ([13] notées Conv.) et de couches de maxpooling ([14] notées MaxP) suivies d'une fonction d'activation de type ReLU ([15]) qui n'est pas indiquée dans le tableau. Les decoders sont composés de couches de couches de convolutions transposées ([16] notées ConvT.) et de couches d'upsampling ([17] notées UpS).

Afin de pénaliser l'auto-encoder en cours d'optimisation, l'erreur quadratique moyenne (MSE, Equation 2) est calculée entre le résultat attendu (Im_{out}), et le résultat à l'epoch *e* donné par le modèle ($Im_{epoch=e}$).

$$MSE = \frac{1}{h \times l} \sum_{i=h}^{i=1} \sum_{j=l}^{j=1} (Im_{out} - Im_{epoch=e_{ij}})^2.$$
 (2)

Le jeu de données est découpé en un set de données pour l'entraînement du modèle (2835 images), et un set pour sa validation (1215 images). L'entraînement du modèle se déroule en 5 étapes :

1. *Propagation forward* : une image du set d'entraînement passe dans le modèle. La prédiction est calculée en fonction des coefficients du modèle.

TABLE 1 – Résultats des modèles après 800 epochs.

	LeNET5	AlexNET	VGG16
Dimension des images en entrée		$(1 \times 40 \times 80)$	
Encoder	Conv.1 + MaxP Conv.2 + MaxP Conv.3	Conv.1 + MaxP Conv.2 + MaxP Conv.3 + Conv.4 + Conv.5	Conv.1.1 + Conv.1.2 MaxP Conv.2.1 + Conv.2.2 + MaxP Conv.3.1 + Conv.3.2 + MaxP Conv.4.1 + Conv.4.2
Dimension des images en sortie d'encoder	$(32 \times 10 \times 20)$	$(64 \times 10 \times 20)$	$(64 \times 5 \times 10)$
Decoder	ConvT.1 UpS + ConvT.2 UpS + ConvT.3	ConvT.1 + ConvT.2 + ConvT.3 UpS + ConvT.4 UpS + ConvT.5	ConvT.1.1 + ConvT.1.2 UpS + Conv.2.1 + Conv.2.2 Ups + Conv.3.1 + Conv.3.2 Ups + Conv.4.1 + Conv.4.2
Dimension des images en sortie		$(1 \times 40 \times 80)$	

- 2. *Calcul de l'erreur* : une fois la prédiction obtenue, elle est comparée avec le résultat attendu et l'erreur est calculée.
- 3. *Propagation backward* : le gradient de l'erreur par rapport aux coefficients du modèle est calculé en remontant le réseau de neurones en sens inverse. Ce gradient permet de déterminer comment les coefficients doivent être optimisés pour réduire l'erreur.
- 4. *Optimisation des coefficients* : les coefficients sont mis à jour en utilisant un algorithme d'optimisation (Adam, descente du gradient stochastique...).
- 5. *Répétition* : ce processus se répète pour chaque images du set d'entraînement. Une epoch correspond au passage de toutes les images du set d'entraînement dans le modèle.

Plus le nombre d'images du set d'entraînement est important, plus ce processus est long. Par ailleurs, le fait d'optimiser le modèle après chaque image favorise l'overfitting et compromet sa généralisation. Pour accélérer l'entraînement et éviter l'overfitting, les 2835 images sont divisées en sous-groupes de tailles équivalentes (appelés des batchs), et dans ce cas, les coefficients du modèle sont mis à jour après chaque batch. Cette technique permet une meilleure généralisation du modèle.

Une étude paramétrique a permis de montrer que des batchs de 200 images (soit 14 batchs) permettaient une optimisation rapide tout en évitant l'overfitting.

3.2 Performance des auto-encoders

L'erreur moyenne sur le set d'entraînement est appelée l'*erreur d'optimisation*, et celle sur le set de test l'*erreur de généralisation*. Une erreur de généralisation trop importante par rapport à l'erreur d'optimisation indique un overfitting du modèle.

Tous les modèles ont une erreur de généralisation équivalente qui converge vers 0.0018. Cette tendance semble indiquer que le problème qui est résolu est plutôt simple et un modèle comme LeNET5, avec peu de paramètres pourrait convenir. Toutefois, comme l'objectif final est de transposer le modèle sur des données expérimentales, un modèle plus complexe du type VGG16 est préférable et sera plus adaptable. D'après ce graphique, pour le modèle VGG16, le nombre d'epoch optimal se situe autour de 400, sur le point rouge, qui présente un bon compromis entre généralisation (<0.0010) et optimisation. C'est ce modèle inspiré de VGG16 qui est retenu pour la suite de cette étude.

Finalement, la construction de l'auto-encoder s'est faite en 6 étapes, dont 5 numériques sur python, et 1 expérimentale (Figure 8).



FIGURE 7 – Erreurs d'optimisation et de généralisation.



FIGURE 8 – Logigramme du procédé global d'identification du bain fondu sur des radioscopies X.

3.3 Résultats

Sur une partie du jeu de données créé à partir des simulations mais qui n'a pas servi lors de l'apprentissage du réseau de neurones, cet auto-encoder parvient à identifier le bain fondu de manière précise quelle que soit sa taille et sa position sur l'image (Figure 9a). L'échelle de couleur correspond à la probabilité qu'un pixel appartienne ou non à la zone fondue.



(a) Résultats sur les images de simulation.

(b) Transposition sur les images expérimentales.

FIGURE 9 – Résultats du modèle inspiré de VGG16.

Sur les données expérimentales (Figure 9b), où il n'y a pas de bain fondu, l'auto-encoder reconnaît les contours du mur mais sans identifier de zones fondues, ce qui est très encourageant pour la suite des expériences où les images seront similaires, mais avec un bain fondu.

4 Conclusion

Cet article permet de montrer la faisabilité de l'identification du bain fondu sur des radioscopies d'une pièce métallique (en acier inoxydable) en cours de fabrication directe par projection laser. L'auto-encoder inspiré du réseau de neurones VGG16 permet une identification de la zone fondue sur des simulations de radioscopies qui présentent un faible niveau de contraste, un niveau de bruit égal à 5% du niveau du signal et un offset de l'image de plusieurs pixels. L'erreur quadratique moyenne du modèle sur le set de validation est inférieure à 0.002.

Bien que l'entraînement du modèle soit réalisé uniquement sur des images de simulation, la transposition de ce dernier sur des images expérimentales est faisable et montre des résultats prometteurs.

5 Références bibliographiques

Références

- [1] Liu, M., Kumar, A., Bukkapatnam, S. & Kuttolamadom, M., A review of the anomalies in directed energy deposition (DED) processes and potential solutions Part quality and defects, Procedia Manufacturing, 53, 2021.
- [2] Yuan, J., Liu, H., Liu, W., Wang, F. & Peng, S., A method for melt pool state monitoring in laser-based direct energy deposition based on DenseNet, Measurement : Journal of the International Measurement Confederation, 195, 111-146 2022.
- [3] Jegou, L., Lachambre, J., Tardif, N., Guillemot, M., Dellarre, A., Zaoui, A., Elguedj, T., Kaftandjian, V. & Beraud, N., *Bichromatic melt pool thermal measurement based on a Red, Green, and Blue camera : Application* to additive manufacturing processes, Optics and Laser Technology, 167, 2023.
- [4] Jeon, I., Yang, L., Ryu, K., Sohn, H. Online melt pool depth estimation during directed energy deposition using coaxial infrared camera, laser line scanner, and artificial neural network, Additive Manufacturing, 47, 2021.
- [5] Leung, C. L. A., Marussi, S., Atwood, R., Towrie, M., Withers, P., Lee, P., *In situ X-ray imaging of defect and molten pool dynamics in laser additive manufacturing*, Nature Communications, 9, 2018.
- [6] Ioannidou, C., Konig, H. H., Semjatov, N., Ackelid, U., Staron, P., Körner, C., Hedström, P. & Lindwall, G., *Insitu synchrotron X-ray analysis of metal Additive Manufacturing : Current state, opportunities and challenges*, Materials and Design, 219, 2022.
- [7] Chen, Y., Clark, S. J., Collins, D. M., Marussi, S., Hunt, S. A., Fenech, D. M., Connolley, T., Atwood, R. C., Magdysyuk, O. V., Baxter, G. J., Jones, M. A., Leung, C. L. A., & Lee, P. D., *Correlative Synchrotron X-ray Imaging and Diffraction of Directed Energy Deposition Additive Manufacturing*, Acta Materialia, 209, 2018.
- [8] Nishio, M., Nagashima, C., Hirabayashi, S., Ohnishi, A., Sasaki, K., Sagawa, T., Hamada, M., & Yamashita, T., *Convolutional autoencoders for image denoising of ultra-low-dose CT*, Heliyon, 3, 2017.
- [9] Fathi, A., Toyserkani, E., Khajepour, A. & Durali, M., *Prediction of melt pool depth and dilution in laser powder deposition*, Journal of Physics D : Applied Physics, 39, 2006.
- [10] Fukuyama, H., Higashi, H. & Yamano, H., *Thermophysical Properties of Molten Stainless Steel Containing* 5 mass % B4C, Nuclear Technology, 205, 2019.
- [11] Mills, K. C., Yuchu, S. U., Zushu, L. I. & Brooks, R. F., *Equations for the calculation of the thermo-physical properties of stainless steel*, ISIJ International, 44, 2004.
- [12] Duvauchelle, P., Freud, N., Kaftandjian, V. & Babot, D., Computer code to simulate X-ray imaging techniques, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, Beam Interactions with Materials and Atoms, 170, 2000.
- [13] Naranjo-Torres, J., Mora, M., Hernández-García, R., Barrientos, R. J. & Fredes, C., & Valenzuela, A. A review of convolutional neural network applied to fruit image processing, Applied Sciences, 10, 2020.
- [14] Scherer, D., Müller, A., & Behnke, S., *Evaluation of pooling operations in convolutional architectures for object recognition*, Lecture Notes in Computer Science, 6354, 2010.
- [15] Sharma, S., Sharma, S., & Anidhya, A., *Understanding Activation Functions in Neural Networks*, International Journal of Engineering Applied Sciences and Technology, 4, 2020.
- [16] Gao, H., Yuan, H., Wang, Z., & Ji, S., *Pixel Transposed Convolutional Networks*, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 42, 2020.
- [17] Dumitrescu, D., & Boiangiu, C. A., *A study of image upsampling and downsampling filters*, Computers, 8, 2019.