



HAL
open science

Comportement en fluage de plis composites unidirectionnels : Modélisation d'une rupture de fibre dans un calcul d'homogénéisation FFT.

Robin Valmalette, Cédric Bellis, Christian Hochard, Noel Lahellec

► To cite this version:

Robin Valmalette, Cédric Bellis, Christian Hochard, Noel Lahellec. Comportement en fluage de plis composites unidirectionnels : Modélisation d'une rupture de fibre dans un calcul d'homogénéisation FFT.. 16ème Colloque National en Calcul de Structures (CSMA 2024), CNRS; CSMA; ENS Paris-Saclay; CentraleSupélec, May 2024, Hyères, France. hal-04610908

HAL Id: hal-04610908

<https://hal.science/hal-04610908v1>

Submitted on 3 Dec 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Comportement en fluage de plis composites unidirectionnels : Modélisation d'une rupture de fibre dans un calcul d'homogénéisation FFT.

R. Valmalette¹, C. Bellis¹, C. Hochard¹, N. Lahellec¹

¹ Aix Marseille Univ, CNRS, Centrale Marseille, LMA UMR 7031, Marseille, France, {valmalette,bellis,hochard,lahellec}@lma.cnrs-mrs.fr

Résumé —

Alors que les modèles de résistance des composites ne reposent pas sur un calcul en champ complet, l'objectif est ici de proposer un tel outil de calcul pour la caractérisation de la rupture à chaud et sous chargement longs. Dans cette étude préliminaire, une méthode d'homogénéisation numérique FFT est utilisée pour étudier un modèle plan composé d'une fibre rompue et d'une autre saine. Les résultats sont comparés à un calcul de référence obtenu par éléments finis. Malgré la singularité en front de fissure et une faible discrétisation spatiale, les champs de contraintes proches et lointains sont bien estimés.

Mots clés — Composite, Homogénéisation FFT, micro-mécanique.

1 Introduction

Grâce à leur haute résistance spécifique, les matériaux composites à base de fibres de carbone et résine polymère sont des candidats majeurs pour répondre aux besoins industriels croissants dans les domaines tels que l'aéronautique ou le transport d'énergie. Alors que les résines thermodurcissables (e.g. époxy) sont largement utilisées, leur stockage, leur mise en œuvre parfois complexe, et leur faible recyclabilité limitent leur application. En parallèle, les performances des thermoplastiques tendent aujourd'hui à rejoindre celle des thermodurcissables mais leurs températures de mise en œuvre demeurent élevées, comme pour la famille PAEK (polyaryléthercétone) utilisée dans l'aéronautique à environ 400°C [9]. Depuis, des grades de résine PAEK hautes performances avec des températures d'application plus faibles ont été développés. Malgré des températures de mise en œuvre plus faibles, le taux de cristallinité, et a fortiori leurs performances mécaniques, restent compétitifs avec les procédés AFP (Automated Fiber Placement) ou ATL (Automated Tape Laying) en particulier pour la fabrication de grandes pièces [22, 21].

En 1970, Lifshitz et Rotem [11] ont réalisé des essais de fluage à température ambiante sur des éprouvettes unidirectionnelle (UD) fibre de verre - époxy/polyester respectivement à 72 et 50% de leur charge maximale. Le temps de chargement jusqu'à la rupture a été respectivement de 44000 et 33000 minutes (30-23 jours) montrant ainsi qu'il est important de connaître le comportement des plis sous chargements longs. Afin d'établir des modèles de résistance à partir de la microstructure et des propriétés des constituants, le calcul Éléments Finis (EF) sur un Volume Élémentaire Représentatif (VER) représenterait un coût conséquent de puissance de calcul. Une alternative utilisée par les modèles actuels consiste en une(des) simulation(s) par approche analytique/stochastique [19, 10, 13, 16, 27, 25, 20] et font l'objet de benchmarks dans la communauté [4, 5]. Quelques modèles EF sont proposés dans la littérature mais ces derniers sont composés de quelques fibres seulement, dans le but d'étudier le comportement dans des cas particuliers comme les modes d'endommagement ou les effets dynamiques associés [28, 14, 7, 1]. Bien que certains modèles soient alimentés par la solution EF de cas simples, leurs écarts sur la contrainte à rupture sont de l'ordre de 10-30% et sont principalement expliqués par la qualité des paramètres d'entrée [4, 26] comme : la résistance des fibres (dont la répartition statistique peut être décrite par une loi de Weibull), les propriétés mécaniques de la matrice qui sont suspectées d'être différentes dans le pli à cause du procédé de fabrication, le niveau de décohésion fibre-matrice ou encore les effets dynamiques. Bien que certains paramètres soient difficiles à mesurer, la complexité du problème force les auteurs à faire des hypothèses éloignées de la réalité : le type d'empilements de fibres, les règles de reprise de charge, les interactions inter-ruptures, la non-linéarité des constituants/phénomènes, la localisation des défauts

ou les effets temps/température. Il est important de noter que certains modèles portent une attention particulière à ces dernières hypothèses en alimentant la modélisation à partir de calculs en champs complets (via EF) [10, 25], mais la solution finalement obtenue reste tributaire des autres hypothèses évoquées plus haut.

La méthode d’homogénéisation basée sur les transformées de Fourier originalement proposée par Moulinec et Suquet en 1994 [17] a démontré sa compétitivité aux traditionnels EF. Ces méthodes permettent en effet de résoudre des Volumes Élémentaires Représentatifs complexes sur une grille uniforme¹ (e.g. polycristal poreux). La réelle force de ces approches consiste en une approximation de la solution par des schémas itératifs sans assemblage de l’opérateur associé au problème (matrice de rigidité). De fait, la solution obtenue cumule deux erreurs : la première de discrétisation spatiale (similaire aux EF), et l’autre d’itération (même dans le cas linéaire). En plus d’être facilement parallélisable, des lois de comportement avancées (e.g. l’endommagement non-local) peuvent être implémentées. Enfin, la solution est nécessairement périodique sur le domaine (Periodic Boundary Conditions), ce qui rend cette méthode particulièrement adaptée aux calculs d’homogénéisation mais très spécifique à la différence des éléments finis. Alors que la convergence du schéma original (appelé *basic scheme* de [17]) s’est avéré très sensible au contraste (différence de propriétés mécaniques), de nombreux schémas lui ont suivi comme le schéma en polarisation de Eyre-Milton [8] (formulation générale donnée par Monchiet et Bonnet [15]). Les schémas constituent un sujet de recherche et leurs performances dépendront généralement du problème considéré (e.g. contraste infini, comportement fortement non linéaire).

Les simulations FFT se sont popularisées au sein de la communauté composite et de nombreuses applications ont été étudiées. En 2023 par exemple, le comportement viscoélastique de composites à fibres courtes a été étudié en fonction de paramètres matériaux-géométriques [12]. Une autre équipe a observé le comportement en compression de composites unidirectionnels renforcé par des nanoparticules [30] et deux ans plus tôt, la même équipe avait étudié l’endommagement dans des torons de composites [29]. Ces exemples viennent illustrer la flexibilité de l’outil de simulation FFT permettant de résoudre des problèmes avec des géométries complexes tout en ayant des lois de comportement avancées.

À notre connaissance, l’utilisation de simulations basées sur les FFT dans le but de calculer les propriétés homogénéisées longitudinales de plis UD de composites en fonction du temps et de la température avec la rupture des fibres n’a jamais été étudiée et sera l’objectif de ce projet. De nombreuses problématiques sont soulevées et devront faire partie de l’étude. Parmi les aspects liés à la modélisation, l’existence²/la définition d’un VER sera basé sur une étude numérique et comparé aux rares VER justifiés disponibles dans la littérature. La modélisation de la rupture et sa gestion numérique sera élaborée vis-à-vis des observations dans la littérature et des outils utilisés. Enfin, d’un point de vue pratique, le développement d’un outil permettant le dimensionnement de plis UD en fonction de son chargement mécanique, thermique et dynamique (temps long) sera investigué. Ces travaux seront comparés à des essais expérimentaux. Les paramètres matériaux intervenants dans le modèle seront mesurés ou pris dans la littérature. La mesure de certains paramètres matériaux constitue des sujets de recherche à eux seuls.

Ce résumé se concentrera sur une étude préliminaire visant à modéliser la rupture d’une fibre au sein d’un calcul FFT. Les résultats sont comparés à des solutions de référence obtenues par des modèles équivalents éléments finis finement maillés. Une discussion suivra quant à l’extension à un VER plus grand et les problématiques à venir.

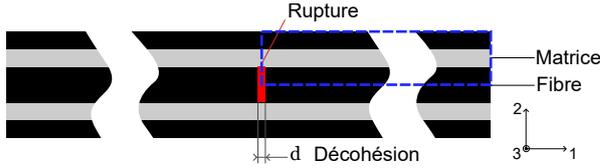
2 Modélisation 2D

Les VER utilisés pour décrire la résistance de plis UD cités plus haut sont généralement composés d’un grand nombre de fibres (>1000) et sont donc grands devant le diamètre des fibres. Le benchmark [5] imposait un VER de 1 mm de long pour 2000 fibres de diamètre $D_f = 12 \mu\text{m}$. Ainsi, pour modéliser un tel VER sous forme de voxels (3D) ou pixels (2D), la discrétisation sera nécessairement pauvre. Sans

1. A titre d’exemple, un VER peut être raisonnablement constitué de 500^3 voxels pour un problème non-linéaire, soit 750×10^6 degrés de liberté pour un cas linéaire avec les 6 composantes du tenseur de déformation. Il est évident qu’un aussi grand nombre de degrés de liberté calculé par EF requiert des moyens de calculs important.

2. Si les effets de taille sont généralement négligés pour les composites (au moins dans les modèles de résistance), certains auteurs ont mis en évidence leur existence expérimentalement [19].

avoir fait l'étude du VER, nous considérons un cas défavorable de modélisation avec pour cette étude avec 5 pixels dans le diamètre d'une fibre.



Matériau	Fibre	Matrice	Décohésion
E [GPa]	230	4	0.04
ν [-]	0.3	0.4	0.4

FIGURE 1 – Schéma du problème sous chargement périodique. La zone bleue correspond à la portion du problème modélisée en EF.

TABLE 1 – Propriétés des matériaux : module d'Young E , et coefficient de Poisson ν .

Données du problème

On considère le problème Figure 1 en hypothèse de déformation plane. Le domaine rectangulaire est composé de deux demies fibres supérieure et inférieure et d'une fibre centrale rompue transversalement en son milieu avec une décohésion de longueur d . Le domaine mesure environ $102D_f \times 3.4D_f^3$ avec D_f le diamètre des fibres (soit environ $700 \times 24 \mu\text{m}$ avec $D_f = 7 \mu\text{m}$). La fraction volumique de fibre vaut 62.5%. Les conditions aux limites sont périodiques et une déformation longitudinale moyenne $\bar{\epsilon}_{11}$ de 0.5% est imposée. Les matériaux sont linéaires élastiques isotropes⁴ et leurs propriétés sont données Tableau 1.

Différences de modélisation FE vs. FFT

Cinq longueurs de décohésions sont considérées : nulle, $\frac{1}{5}D_f$, $\frac{3}{5}D_f$, D_f , et $\frac{9}{5}D_f$ respectivement notées d_0 , d_1 , d_3 , d_5 et d_9 . À cause de la nature intrinsèque de la modélisation FFT, il n'est pas possible de modéliser le cas d_0 avec la méthode FFT⁵ car l'épaisseur minimale est d'un voxel/pixel. Dans le modèle FFT, la rupture et la portion d de fibre sont remplacées par un matériau "décohésion" dont les propriétés sont données Tableau 1. Ce matériau n'intervient pas dans le modèle EF et les éléments correspondants sont supprimés.

Le modèle FFT est discrétisé en $(2^9 + 1) \times (2^4 + 1)$ pixels sur une grille uniforme et deux schémas sont comparés. Avec le schéma basique [17], le tenseur de déformation à l'itération $i + 1$ est donnée par :

$$\epsilon^{i+1} = -\Gamma^0 * (\mathbf{c}(\underline{x}) - \mathbf{c}^0) : \epsilon^i + \mathbf{E} \quad , \quad \epsilon^0 = \mathbf{E} \quad (1)$$

avec Γ^0 l'opérateur de Green associé à un milieu de référence de tenseur élastique \mathbf{c}^0 , $\mathbf{c}(\underline{x})$ le tenseur élastique du milieu et \mathbf{E} le tenseur de déformation moyen imposé. Le milieu de référence est choisi en fonction des constituants m avec les coefficients de Lamé :

$$\lambda^0 = \frac{1}{2}(\max_m(\lambda_m) + \min_m(\lambda_m)) \quad \mu^0 = \frac{1}{2}(\max_m(\mu_m) + \min_m(\mu_m)) \quad (2)$$

Le schéma en polarisation de Eyre et Milton [8], dans le formalisme de [15] et exprimé en déformation par [18] est donné par :

$$(\mathbf{c} + \mathbf{c}^0) : \epsilon^{i+1} = (\mathbf{c} + \mathbf{c}^0) : \epsilon^i - \alpha \mathbf{c}^0 : \Gamma^0 * \mathbf{c} : \epsilon^i - \beta \Delta^0 * \epsilon^i - \beta \mathbf{c}^0 : (\langle \epsilon^i \rangle - \mathbf{E}) \quad (3)$$

avec $\alpha = \beta = 2$ dans le schéma de Eyre et Milton⁶ et Δ^0 l'opérateur de Green *en contrainte* qui peut être défini dans l'espace de Fourier par :

3. Les dimensions discrètes exactes correspondent à $(2^9 + 1) \times (2^4 + 1)$ pix avec 5 pixels dans le diamètre des fibres et 3 pixel d'espacement inter-fibres.

4. Bien que les propriétés des fibres de carbone soient connues pour être fortement anisotrope, on ne considère ici qu'un problème approché. L'hypothèse déformation plane va dans ce sens car très éloignée de la réalité.

5. Ce point demeure un sujet de recherche avec notamment l'introduction d'interfaces immergées ou la modélisation d'interface imparfaite dans un cadre FFT.

6. Contrairement au schéma en déformation dans lequel le milieu de référence est choisi en faisant la moyenne arithmétique des coefficients des milieu (Eq. 2), le milieu de référence pour le schéma en polarisation est déterminé avec la moyenne géométrique.

$$\hat{\Delta}^0(\underline{\xi}) = \underline{c}^0 - \underline{c}^0 : \hat{\Gamma}^0(\underline{\xi}) : \underline{c}^0 \quad \forall \underline{\xi} \neq \mathbf{0} \quad \text{et} \quad \hat{\Delta}^0(\mathbf{0}) = 0 \quad (4)$$

Notons que le champ de déformation est cinématiquement admissible à toutes les itérés du schéma basique, ce qui n'est pas le cas avec le schéma en polarisation ⁷. Le critère d'arrêt utilisé sur l'équilibre mécanique est défini par [3] :

$$\frac{\|\mathbf{\Gamma}^0 * \boldsymbol{\sigma}^i\|}{\|\mathbf{E}\|} < \delta \quad \text{avec} \quad \|\cdot\|^2 = \frac{1}{V_\Omega} \int_{V_\Omega} \|\cdot\|_F^2 dV \quad , \quad \|\cdot\|_F^2 = \cdot_{ij}^2 \quad (5)$$

avec V_Ω le volume du domaine. Nous fixons dans la suite $\delta = 10^{-6}$. Le modèle EF se limite à un quart du problème grâce aux symétries (Figure 1) et des éléments quadratiques ⁸ sont utilisés (32 éléments dans le diamètre des fibres).

Post-traitement : grandeur considérée

On définit la contrainte moyenne dans la section par $\langle \boldsymbol{\sigma}_{ij} \rangle_S = \frac{1}{S} \int_S \boldsymbol{\sigma}_{ij} dS$. Le calcul de cette grandeur se fait sur un quart du modèle Figure 1 pour éviter un cisaillement nul.

3 Résultats

Estimation des champs locaux

Les Figures 2, 3, 4 montrent respectivement les états de contraintes moyennes $\langle \boldsymbol{\sigma}_{ij} \rangle_S$ par section en fonction de la distance normalisée x/D_f de la fissure dans le cas d'une décohésion d_1 (la longueur de décohésion vaut 1/5 du diamètre des fibres) dans la fibre rompue, la fibre saine voisine, et la matrice respectivement. L'état de contrainte dans la matrice est bien estimé sur toutes ses composantes aussi bien proche que loin de la fissure. Dans la fibre saine, les composantes sont proches du calcul de référence EF mais un écart de 6% est observé sur la composante longitudinale $\langle \boldsymbol{\sigma}_{11} \rangle_S$. Enfin, les champs moyens dans la fibre rompue s'écartent de la référence au voisinage de la fissure. Il est ici important de noter que la problématique liée à la singularité de la fissure est également présente dans le modèle éléments finis et que, par conséquent, la solution de référence EF proche de la singularité est également discutable. La Figure 5 qui montre l'erreur locale au voisinage de la fissure vient confirmer les observations précédentes pour le cas d_1 .

Alors que des observations similaires peuvent être faites avec les niveaux de décohésion d_3 , d_5 et d_9 , il n'est pas possible d'obtenir des champs équivalents au voisinage de la fissure comparé à la solution de référence d_0 . Une solution peu élégante consiste à choisir un matériau différent pour la portion de décohésion dans le modèle FFT d_1 . En choisissant un matériau deux fois plus souple que la matrice pour le vide, une telle solution est approchée.

Convergences : performances et limitations

La Figure 6 montre les courbes de convergence en fonction des itérations des schémas en déformation et en polarisation pour les niveaux de décohésions étudiés. Dans toutes les configurations, le schéma en polarisation converge plus vite que le schéma basique. Alors que le nombre d'itérations varie peu avec le schéma en polarisation, le schéma en déformation est très sensible au niveau de décohésion. Ces deux observations viennent confirmer les observations de [15].

La Figure 7 montre l'écart relatif de $\langle \boldsymbol{\sigma}_{11} \rangle_S$ issue des calculs FFT du problème d_1 avec plusieurs niveaux de raffinement de la discrétisation spatiale : entre 5 et 320 pixels dans le diamètre des fibres. La discrétisation joue un rôle important dans la solution et un raffinement d'un facteur 64 est nécessaire pour obtenir une erreur inférieure à 1% sur $\langle \boldsymbol{\sigma}_{11} \rangle_S$. De la même manière, des simulations supplémentaires avec différentes valeurs de tolérance sur le schéma itératif ont été menées ($\delta = 10^{-i}$ $i \in \llbracket 3, 9 \rrbracket$) mais aucun effet important n'a été observé. Parmi les deux sources d'erreur des schémas basés sur les FFT, l'erreur en discrétisation constitue, sans surprise, l'erreur principale.

7. D'où le changement de notation. Les opérateurs de Green en *déformation* et *contraintes*, sont des projecteurs respectifs

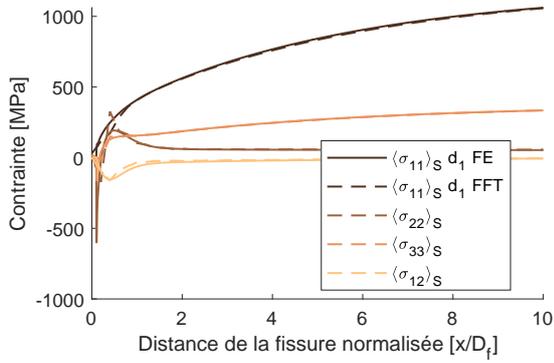


FIGURE 2 – Contraintes moyennes par section dans la fibre rompue en fonction à la distance longitudinale de la fissure.

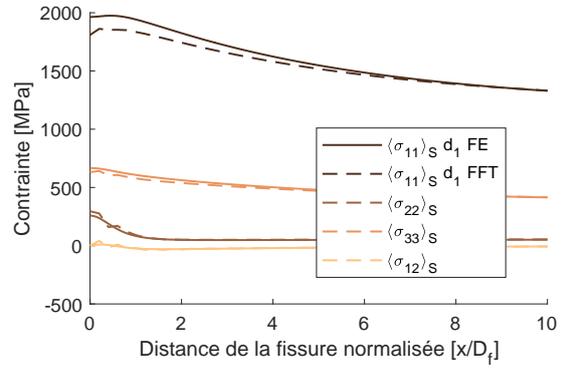


FIGURE 3 – Contraintes moyennes par section dans la fibre saine en fonction à la distance longitudinale de la fissure.

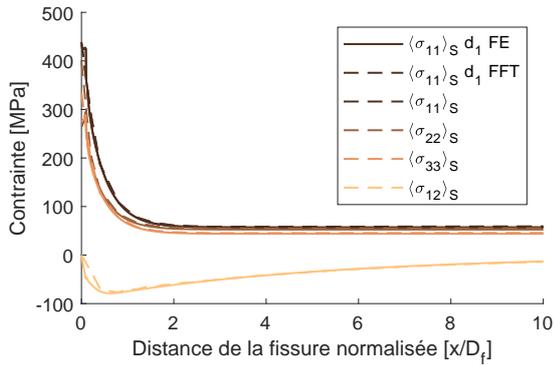


FIGURE 4 – Contraintes moyennes par section dans la matrice en fonction à la distance longitudinale de la fissure.

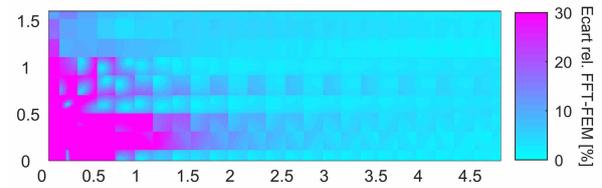


FIGURE 5 – Écart de contrainte locale entre les calculs FFT et EF dans le cas d_0 : $\frac{\|\underline{\underline{\sigma}}_{FFT} - \underline{\underline{\sigma}}_{EF}\|}{\|\underline{\underline{\sigma}}_{EF}\|}$ avec $\|\cdot\|$ la norme de Frobenius. Seul le quart supérieur droit de la Figure 1 est représenté et les distances sont normalisées en diamètre de fibre. La singularité de la fissure est ainsi dans le coin inférieur gauche. Valeur limite affichée : 30%.

4 Discussion et perspectives

Qualité de la solution

Ces simulations préliminaires ont permis de montrer que malgré une discrétisation spatiale faible et la présence d'une singularité géométrique, les champs de contrainte (et donc de déformation en élasticité linéaire) restent bons relativement au calcul de référence EF. Dans la fibre rompue, les résultats obtenus sont les plus éloignés. Néanmoins, dans la perspective de construire un modèle complet du pli UD, il est légitime de penser que le comportement de la fibre dans sa portion inefficace⁹ n'aura que peu de conséquence sur le comportement global du pli. Dans la matrice, le calcul est très proche de la solution ce qui est très prometteur pour l'introduction de lois de comportement plus complexes dans la matrice (par exemple visco-élastique). Enfin, dans la fibre saine voisine, les composantes du tenseur des contraintes sont proches de la référence mais la contrainte longitudinale est sous-estimée de 6% au niveau de la rupture tout en restant bien estimée au-delà de 10 diamètres de fibre. Cette composante joue un rôle majeur dans le comportement longitudinal du pli et donc dans les modèles de résistance discutés en introduction. Bien que les raffinements de la discrétisation spatiale montrent clairement la convergence vers la référence, le raffinement requis pour estimer $\langle \sigma_{11} \rangle_S$ à 1% est considérable et demanderait une importante puissance de calcul pour une application à grande échelle. Le rapport $\langle \sigma_{11} \rangle_S$ dans un état endommagé par rapport à un état sain est appelé facteur de concentration de contrainte (SCF). Ce facteur est une partie importante dans les modèles de résistance. La valeur de ce facteur diffère fortement

dans l'espace cinématiquement et statiquement admissible de moyenne nulle.

8. sans réduction d'intégration.

9. La longueur inefficace δ_c est généralement définie comme étant la longueur pour laquelle la fibre rompue a repris moins que 90% de la charge longitudinale au loin notée $\langle \sigma_{11} \rangle_S^\infty$, soit pour une fissure unique en $x = 0$, $\langle \sigma_{11} \rangle_S(|x| < \delta_c) < 0.9 \times \langle \sigma_{11} \rangle_S^\infty$ et $\langle \sigma_{11} \rangle_S(|x| \geq \delta_c) \geq 0.9 \times \langle \sigma_{11} \rangle_S^\infty$

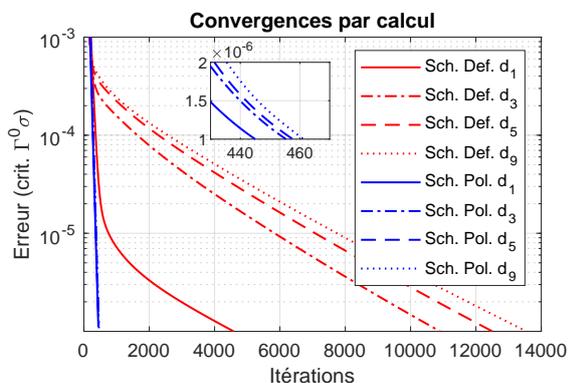


FIGURE 6 – Courbes de convergence des schémas en déformation et polarisation avec différent niveau de décohéssion.

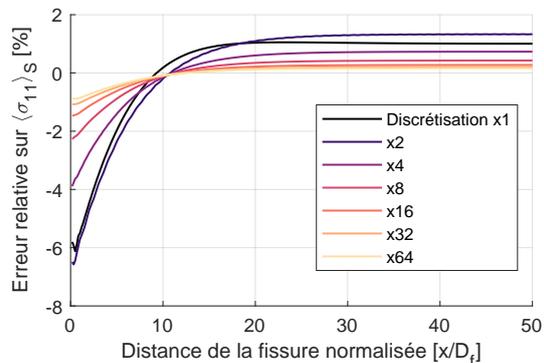


FIGURE 7 – Erreur liée à la discrétisation spatiale : écart relatif de $\langle \sigma_{11} \rangle_S$ du calcul FFT par rapport à la référence EF.

suivant les modèles¹⁰ et les effets dynamiques tendent à montrer que ceux utilisés sont, au moins à un instant donné, éloignés de la réalité [1]. De plus, le SCF est connu pour être fortement dépendant du niveau de décohéssion, paramètre généralement inconnu car trop difficile à mesurer [25]. À terme, il sera donc pertinent de proposer les résultats pour différentes valeurs de décohéssion possible en fonction de la température. Notons que l'introduction de zones cohésives dans les calculs FFT proposé dans la littérature [24] est difficilement envisageable au vu de la discrétisation spatiale imposée.

Performance des schémas

La vitesse de convergence des schémas dépend du contraste entre les matériaux i (référence) et j $C_{ij}^{\mu} = \mu_j / \mu_i$, $C_{ij}^{\lambda} = \lambda_j / \lambda_i$, c'est-à-dire la différence de raideur entre les matériaux. Dans le cas du modèle présenté, en prenant comme référence la matrice, le contraste est à la fois très grand devant 1 (les fibres raides devant la résine), et petit devant 1 (la portion de fibre avec la décohéssion souple devant la matrice). Nous l'avons montré, le schéma en polarisation performe mieux que le schéma basique connu pour sa lenteur avec des forts contraste. Dans la perspective d'une modélisation d'un domaine plus grand et des lois de comportement non-linéaires, le choix de l'algorithme est un point clefs.

Dans une étude comparative, Schneider [23] a soumis des schémas de différents types (gradients, polarisations) à trois structures différentes. La première est un agrégat de sable (grains partiellement soudés) constitué de vide et de matière ($C \approx 0$), les matériaux sont élastiques. Le schéma en gradient conjugué surpasse les autres avec 100 itérations et le schéma basique et celui d'Eyre-Milton ne convergent pas en moins de 10000 itérations. Avec une seconde structure composée de fibres de verre renforcées par une résine polyamide ($C \approx \infty$), le gradient conjugué et le schéma d'Eyre-Milton et le gradient conjugué sont les plus performants. Cet exemple montre que les schémas ne sont pas adaptés à tous les problèmes et le choix doit être fait en conséquence.

Notons que certains algorithmes sont compliqués à mettre en œuvre à cause de leur nombre de paramètres comme les méthodes de gradient accélérées. En parallèle, l'algorithme Barzilai-Borwein, également comparé dans [23], s'avère très compétitif malgré une implémentation proche du schéma basique de Moulinec et Suquet [17].

Modélisation de la rupture des fibres

Les méthodes de résolutions par FFT sont connues pour introduire des perturbations locales (aliasing-Gibbs) aux interfaces ainsi qu'à leur voisinage. Ces variations de *moyenne nulle* ne sont généralement pas problématiques lorsque le comportement moyen est étudié. Néanmoins, il devient évident que la combinaison de ces oscillations et l'utilisation de lois de comportement locales irréversibles peut conduire

10. Certains modèles de résistance propose parfois un SCF pertinemment éloigné comme le modèle ABS [20] avec un SCF maximal de 100% alors que les autres modèles sont généralement entre 3 et 9%. À cause des hypothèses faites dans notre modèle, les valeurs du SCF se trouvent nécessairement éloignées de la réalité et ne sont malheureusement pas comparables avec la littérature.

à une solution fautive (e.g. début de plastification ou d'endommagement). Bien que des méthodes de régularisation (lissage) existent, il sera pertinent ici de modéliser les ruptures des fibres en considérant les valeurs de $\langle \sigma_{11} \rangle_S$ dans chaque section/portion de fibre¹¹, au détriment d'une loi d'endommagement local ou non local comme [6]. L'énergie dissipée par les fibres de carbones est connue pour être faible et une modélisation fragile (sans dissipation) pourra dans un premier temps être choisie.

Outre la modélisation des ruptures de manière algorithmique, d'autres problématiques sont soulevées comme la détection de la rupture finale (divergence du calcul, perte de module), la distribution statistique des résistances des fibres (Weibull, "Weibull de Weibull", ou autre). À titre de primo-exemple, les Figures 8 et 9 montrent respectivement les tirages de résistances sur un domaine et la résolution de ce dernier avec le critère d'arrêt sur la perte de module.

L'existence et le choix du VER devra être étudié numériquement. Il semblerait cependant que des effets de tailles interviennent dans la résistance des plis [31, 19]. Si cela est en effet observé, il sera impossible d'obtenir un VER au sens strict de sa définition et des méthodes de passage d'échelle devront être mis en place [2]. Autrement dit, un VER sera associé à une taille caractéristique et l'étude d'un VER ne sera pas suffisant.

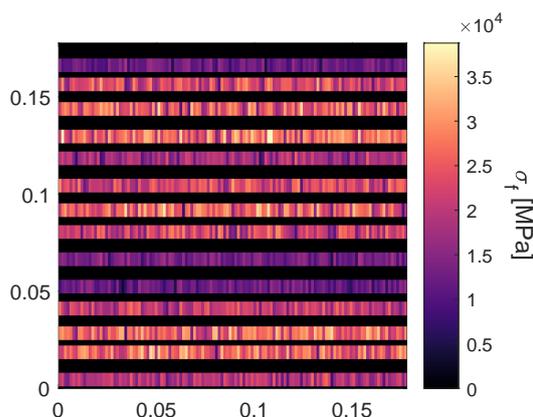


FIGURE 8 – Distribution des résistances suivant une loi de "Weibull de Weibull" (WoW) proposé par [19]. La longueur L du domaine fait environ $26D_f$.

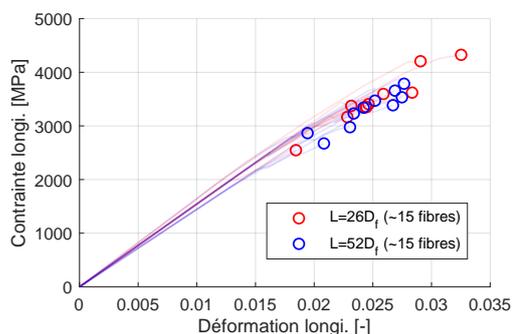


FIGURE 9 – Courbes contrainte-déformation obtenues avec deux tailles de domaine : celui de la Figure 8 et un deuxième deux fois plus long dans la direction longitudinale. Dix tirages sont réalisés pour chaque domaine.

Références

- [1] M. Barzegar, J. Costa, C.S. Lopes. *High-fidelity computational micromechanics of first-fibre failure in unidirectional composites : Deformation mechanisms and stress concentration factors*, International Journal of Solids and Structures, Elsevier, 18-33, 2020.
- [2] Z.P. Bažant and S.D. Pang. *Mechanics-based statistics of failure risk of quasibrittle structures and size effect on safety factors*, Proceedings of the National Academy of Sciences, 9434-9439, 2006.
- [3] C. Bellis, P. Suquet. *Geometric Variational Principles for Computational Homogenization*, Journal of Elasticity, Springer, 119–149, 2019.
- [4] C. Breite, A. Melnikov, A. Turon, A.B. de Morais, C. Le Bourlot, E. Maire, E. Schöberl, F. Otero, F. Mesquita, I. Sinclair, J. Costa, J.A. Mayugo, J.M. Guerrero, L. Gorbatikh, L.N. McCartney, M. Hajikazemi, M. Mehdikhani, M.N. Mavrogordato, P.P. Camanho, R. Tavares, S.M. Spearing, S.V. Lomov, S. Pimenta, W. Van Paepegem, Y. Swolfs. *Detailed experimental validation and benchmarking of six models for longitudinal tensile failure of unidirectional composites*, Composite Structures, Elsevier, 114828, 2022.
- [5] A. Bunsell, L. Gorbatikh, H. Morton, S. Pimenta, I. Sinclair, M. Spearing, Y. Swolfs, A. Thionnet. *Benchmarking of strength models for unidirectional composites under longitudinal tension*, Composites Part A : Applied Science and Manufacturing, Elsevier, 138-150, 2018.
- [6] Y. Chen, D. Vasiukov, L. Gélébart, C. H. Park, *A FFT solver for variational phase-field modeling of brittle fracture*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Elsevier, 167-190, 2019.
- [7] X. Deng, J. Hu, W.X. Wang, T. Matsubara/ *A micromechanical model for the analysis of multidirectional fiber reinforced polymer laminates*, Composite Structures, Elsevier, 507-516, 2019.

11. Une modélisation similaire aux outils de résistances discutés en introduction.

- [8] D. J. Eyre and G. W. Milton *A fast numerical scheme for computing the response of composites using grid refinement*, Eur. Phys. J. AP, 41-47, 1999.
- [9] S. Füzesséry. *Polyaryléthercétone PAEK*, Techniques de l'ingénieur, 1995
- [10] J.M. Guerrero, J.A. Mayugo, J. Costa, A. Turon. *A 3D Progressive Failure Model for predicting pseudo-ductility in hybrid unidirectional composite materials under fibre tensile loading*, Composites Part A : Applied Science and Manufacturing, Elsevier, 579-591, 2018.
- [11] J.M. Lifshitz, A. Rotem. *Time-dependent longitudinal strength of unidirectional fibrous composites*, Fibre Science and Technology, Elsevier, 1-20, 1970.
- [12] J. Marr, L. Zartmann, D. Reinel-Bitzer, H. Andrä, R. Müller. *Multiscale optimization of the viscoelastic behavior of short fiber reinforced composites*, International Journal of Mechanics and Materials in Design, Int J Mech Mater Des, 501-519, 2023.
- [13] L.N. McCartney. *Simulation of progressive fibre failure during the tensile loading of unidirectional composites.*, NPL Report, 1999.
- [14] L. Mishnaevsky, P. Brøndsted. *Three-dimensional numerical modelling of damage initiation in unidirectional fiber-reinforced composites with ductile matrix*, Materials Science and Engineering : A, Elsevier, 81-86, 2008.
- [15] V. Monchiet, G. Bonnet. *A polarization-based FFT iterative scheme for computing the effective properties of elastic composites with arbitrary contrast*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, John Wiley & Sons, 1419-1436, 2012.
- [16] A.B. de Morais. *Prediction of the longitudinal tensile strength of polymer matrix composites*, Composites Science and Technology, Elsevier, 2990-2996, 2006.
- [17] H. Moulinec, P. Suquet. *A fast numerical method for computing the linear and nonlinear mechanical properties of composites*, Comptes Rendus de l'Académie des sciences. Série II. Mécanique, physique, chimie, astronomie, Gauthier-Villars, 1417-1423, 1994.
- [18] H. Moulinec, F. Silva. *Comparison of three accelerated FFT-based schemes for computing the mechanical response of composite materials*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, John Wiley & Sons, 960-985, 2014.
- [19] T. Okabe, N. Takeda. *Size effect on tensile strength of unidirectional CFRP composites— experiment and simulation*, Composites Science and Technology, Elsevier, 2053-2064, 2002.
- [20] S. Pimenta, S.T. Pinho. *Hierarchical scaling law for the strength of composite fibre bundles*, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Elsevier, 1337-1356, 2013.
- [21] L. Raps, A.R. Chadwick, I. Schiel, I. Schmidt. *CF/LM-PAEK : Characterisation and sensitivity to critical process parameters for automated fibre placement*, Composite Structures, Elsevier, 115087, 2022.
- [22] I. Schiel, L. Raps, A. Chadwick, I. Schmidt, M. Simone, S. Nowotny. *An investigation of in-situ AFP process parameters using CF/LM-PAEK*, Advanced Manufacturing : Polymer & Composites Science, Taylor & Francis, 191-197, 2020.
- [23] M. Schneider *On the Barzilai-Borwein basic scheme in FFT-based computational homogenization*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Wiley, 482-494, 2019.
- [24] L. Sharma, R.H.J. Peerlings, P. Shanthraj, F. Roters, M.G.D. Geers *FFT-based interface decohesion modeling by a nonlocal interphase*, Adv. Model. and Simul. in Eng. Sci., Springer, 2213-7467, 2018.
- [25] Y. Swolfs, I. Verpoest, L. Gorbatikh. *Issues in strength models for unidirectional fibre-reinforced composites related to Weibull distributions, fibre packings and boundary effects*, Composites Science and Technology, Elsevier, 42-49, 2015.
- [26] Y. Swolfs, I. Verpoest, L. Gorbatikh. *A review of input data and modelling assumptions in longitudinal strength models for unidirectional fibre-reinforced composites*, Composite Structures, Elsevier, 153-172, 2016.
- [27] R.P. Tavares, F. Otero, J. Baiges, A. Turon, P.P. Camanho. *A dynamic spring element model for the prediction of longitudinal failure of polymer composites*, Computational Materials Science, Elsevier, 42-52, 2019.
- [28] H.W. Wang, H.W. Zhou, L. Mishnaevsky, P. Brøndsted, L.N. Wang. *Single fibre and multifibre unit cell analysis of strength and cracking of unidirectional composites*, Computational Materials Science, Elsevier, 810-820, 2009.
- [29] B. Wang, G. Fang, S. Liu, M. Fu, J. Liang. *Progressive damage analysis of 3D braided composites using FFT-based method*, Composite Structures, Elsevier, 255-263, 2018.
- [30] B. Wang, G. Fang, X. Tan, J. Liang, J. Ge, S. Liu. *Investigation on the longitudinal compressive strength of unidirectional carbon fiber/nanoparticles reinforced polymer composites using FFT-based method*, Composite Structures, Elsevier, 112448, 2020.
- [31] M.R. Wisnom, B. Khan, S.R. Hallett. *Size effects in unnotched tensile strength of unidirectional and quasi-isotropic carbon/epoxy composites*, Composite Structures, 21-28, 2008.