



HAL
open science

Analyse numérique de l'endommagement dynamique à l'échelle de la microstructure par simulation discrète

Vincent Longchamp, Jérémie Girardot, Damien André, Frédéric Malaise, Ivan Iordanoff

► **To cite this version:**

Vincent Longchamp, Jérémie Girardot, Damien André, Frédéric Malaise, Ivan Iordanoff. Analyse numérique de l'endommagement dynamique à l'échelle de la microstructure par simulation discrète. 16ème Colloque National en Calcul de Structures (CSMA 2024), CNRS; CSMA; ENS Paris-Saclay; CentraleSupélec, May 2024, Hyères, France. <hal-04610894>

HAL Id: hal-04610894

<https://hal.science/hal-04610894v1>

Submitted on 3 Dec 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

Analyse numérique de l'endommagement dynamique à l'échelle de la microstructure par simulation discrète

V. Longchamp^{1,2,3}, J. Girardot¹, D. André², F. Malaise³, I. Iordanoff¹

¹ Arts et Metiers Institute of Technology, CNRS, Bordeaux INP, Hesam Université, I2M, UMR 5295, F-33400, Talence, France
{vincen.longchamp, jeremie.girardot, ivan.iordanoff}@ensam.eu

² Univ. Limoges, CNRS, IRCER, UMR 7315, F-87000, Limoges, France, damien.andre@unilim.fr

³ CEA, DAM, CESTA, F-33114, Le Barp, France, frederic.malaise@cea.fr

Résumé — La méthode des éléments discrets est utilisée pour étudier l'influence de la méso-structure de matériaux fragiles sur leur comportement à rupture face à des sollicitations dynamiques. Des essais de traction uniaxiale sont simulés en considérant différentes conditions initial, notamment via l'utilisation d'un champ de vitesse initial hétérogène. Cela permet d'atteindre de grandes vitesses de déformation tout en assurant l'équilibre des forces. Une augmentation de la contrainte maximale à rupture est mise en évidence, ainsi que la transition d'une fragmentation simple à une fragmentation multiple.

Mots clés — Méthode Éléments Discrets, Fragile, Poreux, Dynamique, Rupture.

1 Introduction

Les revêtements céramiques élaborés par projection plasma ont une méso-structure poreuse et multi-fissurée. Ils sont couramment utilisés comme barrières thermiques et sont aussi envisagés comme bouclier de protection face à des impacts de débris ou des ondes de choc générées lors des expériences laser [4]. Les taux de déformation très élevés rencontrés ($> 10^6 \text{ s}^{-1}$) ont une influence sur le comportement mécanique de ce type de matériaux quasi-fragile. La contrainte à rupture a tendance à augmenter lorsque la vitesse de déformation augmente [14], et la transition d'une rupture simple à une fragmentation multiple est observée [7]. Il est largement admis que la méso-structure joue un rôle prépondérant sur le comportement, bien que les mécanismes exacts mis en jeu restent encore à éclaircir [9].

Le dimensionnement de protections repose principalement sur la simulation numérique. Étant donné, les différences de dimension entre les méso-structures ($\sim \mu\text{m}$) et les macro-structures ($> \text{mm}$), les matériaux sont généralement modélisés de manière homogène. Dès lors, la prise en compte des effets de vitesse doit être formulée dans les lois de comportement et d'endommagement [23, 7]. Ces lois, qu'elles reposent sur des considérations micromécaniques ou phénoménologiques, nécessitent d'être calibrées via des essais mécaniques sur le matériau d'intérêt. Cette étape se révèle fastidieuse, en particulier lorsque l'objectif est d'étudier les effets de plusieurs méso-structures dans une optique d'optimisation. De plus, la plage de vitesse qu'il est possible d'explorer expérimentalement est limitée, notamment par la taille de l'échantillon [19, 22]. Ainsi, différentes méthodes permettant de lier méso-structure et comportement sans recourir à l'expérience ont émergées, à savoir, les approches analytiques [10] et les approches numériques de simulation micromécanique [6]. Les lois analytiques prennent en entrée une population de défauts, souvent idéalisée sous la forme de distributions de pores et/ou de fissures [10, 17, 19]. Plusieurs hypothèses simplificatrices rendent leur cadre d'application limité et inadapté aux céramiques projetées plasma qui ont une porosité complexe [21]. La simulation micromécanique consiste à inclure directement la méso-structure de manière géométrique dans un modèle numérique afin de déduire le comportement homogène équivalent via l'application de sollicitations élémentaires [5]. Plusieurs travaux s'intéressent ainsi à déterminer l'évolution de la contrainte à rupture en fonction de la vitesse de déformation sur des microstructures réelles [11, 13, 18]. Les résultats numériques de ces études dépendent du protocole de simulation (conditions initiales, conditions aux limites et géométries). Il peut devenir difficile de distinguer les effets dus à la méso-structure, de l'inertie et de l'équilibre des forces. C'est la raison pour laquelle l'analyse des résultats est très délicate.

Ce travail s'attache à proposer un cadre de simulation permettant d'étudier le rôle de la méso-

structure de matériaux fragiles sur leur comportement dynamique. Pour cela, une approche micromécanique reposant sur la Méthode des Éléments Discrets (MED) est développée. Celle-ci est envisagée pour son aptitude à modéliser les milieux hétérogènes complexes ainsi que la fissuration [3, 8, 16, 24]. La première partie est consacrée à la présentation de la MED et à la génération de l'échantillon numérique. Trois protocoles sont ensuite proposés et appliqués à une microstructure idéalisée comprenant uniquement des pores sphériques. Les résultats numériques sont présentés et analysés dans une dernière partie.

2 Génération des échantillons numériques via la méthode des éléments discrets

2.1 Méthode des Éléments Discrets (MED)

La MED est une méthode numérique qui consiste à modéliser un milieu continu par un ensemble d'éléments discrets (DE) reliés par des liens. Cette méthode est largement utilisée pour simuler le comportement de matériaux fragiles, les mécanismes de fissuration, de fragmentation puis d'interaction entre les débris [24]. Elle est également parfaitement adaptée pour décrire des milieux hétérogènes [8]. Le comportement du milieu est défini au niveau des liens qui transmettent les efforts entre les éléments. Parmi les différents types de liens existants, ce travail emploie le modèle poutre [1] qui a fait ces preuves dans plusieurs travaux [3, 16, 20]. L'amorçage et la propagation de fissures sont modélisés par la suppression de liens. Celle-ci est déclenchée lorsque la contrainte équivalente de Rankine (Eq. (1)) d'un lien devient supérieure au seuil fixé (σ_{seuil}) :

$$\sigma_{eq} = \frac{1}{2} \left(\sigma_{Nmax} + \sqrt{\sigma_{Nmax}^2 + 4\tau_{max}^2} \right), \quad (1)$$

où σ_{Nmax} est la contrainte normale maximale (somme des contributions de la traction et de la flexion) et τ_{max} la contribution de la torsion dans la poutre [2].

La réponse du milieu discret à une sollicitation mécanique est obtenue en calculant l'accélération de chaque élément par application de l'équilibre dynamique. Une intégration via un schéma explicite (verlet vitesse [1]) permet ensuite de déterminer les nouvelles positions à chaque itération. Le pas de temps est égal à 15 % du pas de temps critique déterminé via les conditions CFL.

2.2 Échantillon numérique

Une modélisation en deux dimensions est utilisée, l'échantillon généré à une géométrie carré de côté L . Une porosité de 11 % est générée en modélisant des pores sphériques de rayons R_p aléatoirement en supprimant des DE (cf. Figure 1a). La taille moyenne des DE R_{DE} est fixée pour respecter deux conditions :

- être au moins dix fois inférieure au plus petit pore,
- induire un nombre d'éléments N_{DE} supérieur à 10000, afin d'assurer la convergence du comportement à l'échelle macroscopique [1].

Les différents paramètres géométriques sont résumés dans le Tableau 1.

L [μm]	R_p [μm]	R_{DE} [μm]	N_{DE}	Porosité [%]
1	0,05–0,15	0,0033	23 348	11

TABLEAU 1 – Paramètres géométriques de l'échantillon numérique poreux.

Les propriétés mécaniques de la matrice sont résumées dans le Tableau 2. E est le module d'Young, ρ la masse volumique, σ_R la contrainte à rupture en traction et C_0 la vitesse des ondes élastiques, obtenue avec :

$$C_0 = \sqrt{E/\rho}. \quad (2)$$

Les paramètres mécaniques des poutres (Tableau 3) sont calibrés afin d'obtenir un comportement élastique macroscopique équivalent à celui du matériau dense (matrice) [1]. Les propriétés mécaniques de

l'échantillon poreux sont calculées en effectuant un essai de traction, elles sont reportées dans le Tableau 2.

	E [GPa]	ν [-]	ρ [kg/m ³]	σ_R [MPa]	C_0 [m/s]
Matrice	220	0,30	6060	200	6025
Poreux	150	0,32	5365	70	5287

TABLEAU 2 – Propriétés mécaniques macroscopiques des matériaux dense et poreux.

E [GPa]	ν [-]	σ_{seuil} [GPa]	R_{poutre}/R_{DE} [-]
2865	0,30	4	0,30

TABLEAU 3 – Propriétés mécaniques et géométriques des poutres.

Il est important de noter, qu'aucune dépendance à la vitesse de déformation n'est incluse dans le comportement. De plus, l'intégration numérique ne comprend pas de terme d'amortissement, autre que celui induit par le schéma numérique.

3 Protocole de simulation d'essais de traction uni-axiale dynamiques

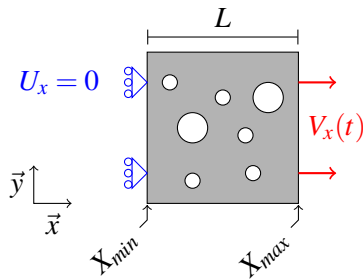
3.1 Conditions aux limites

L'éprouvette est soumise à une sollicitation uni-axiale suivant \vec{x} en imposant un déplacement normal nul ($U_x = 0$) sur le côté gauche (X_{min}) et une vitesse normale V_x sur le côté opposé (X_{max}), comme illustré sur la Figure 1a. Les côtés latéraux restent libres. La vitesse imposée (V_x) augmente sinusoïdalement de 0 à V_{max} en un temps Δt avant de rester constante (cf. Figure 1b). La déformation et le taux de déformation axiale sont calculés en utilisant les expressions suivantes :

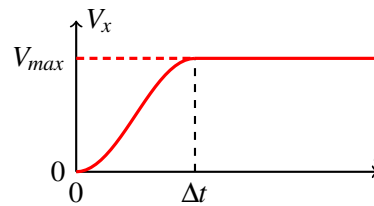
$$\epsilon_{xx} = \frac{L - L_0}{L_0} \quad \text{et} \quad \dot{\epsilon}_{xx} = \frac{d\epsilon_{xx}}{dt} = \frac{V_x}{L_0}. \quad (3)$$

Les forces normales $F_{X_{min}}$ et $F_{X_{max}}$ résultantes sur les côtés sont mesurées afin de déterminer les contraintes associées et la contrainte moyenne $\bar{\sigma}$ en considérant une section $S = L \times R_{DE}$:

$$\bar{\sigma} = 0,5 \times (\sigma_{X_{min}} + \sigma_{X_{max}}), \quad \sigma_{X_{min}} = F_{X_{min}}/S \quad \text{et} \quad \sigma_{X_{max}} = F_{X_{max}}/S. \quad (4)$$



(a) Conditions aux limites



(b) Évolution de la vitesse de chargement

FIGURE 1 – Description des conditions aux limites de l'essai numérique de traction uni-axiale.

3.2 Conditions initiales

Champ de vitesse nul (V0) De manière équivalente à un essai expérimental, l'échantillon se trouve dans un état initial statique, c'est-à-dire que la vitesse de chaque élément i est nulle :

$$\underline{V}_i(t = 0) = 0, \quad (5)$$

Pour garantir un équilibre des forces ($F_{X_{min}} = F_{X_{max}}$) dans l'échantillon, l'application du chargement doit se faire progressivement [22]. Cela se traduit par une majoration du temps de montée (Figure 1b) :

$$\Delta t > n \times 2L/C_0, \quad (6)$$

où n est le nombre d'allers-retours d'ondes, typiquement pris supérieur à 3. Cela définit une vitesse de déformation maximale qu'il est possible d'atteindre avant la rupture [22] :

$$\dot{\epsilon}_{max} = \frac{1}{n} \frac{\sigma_R}{L\sqrt{E\rho}}. \quad (7)$$

L'application numérique avec les paramètres géométriques et mécaniques de l'échantillon poreux (Tableau 1 et 2) donne $\Delta t_{min} = 1 \text{ ns}$ et $\dot{\epsilon}_{max} = 1 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$.

Champ de vitesse linéaire (VL) En simulation numérique, il est possible d'envisager des conditions initiales non statiques. Ainsi, Gatuingt [11] et Le [15] imposent un champ de vitesse initial linéaire dans l'échantillon :

$$\underline{V}_i(t=0) = \frac{X_i - X_{min}}{X_{max} - X_{min}} \times V_{max}, \quad (8)$$

où X_i est la position de l'élément i suivant l'axe \vec{x} (direction de chargement).

Cela permet d'avoir une vitesse de déformation constante dès le début de la simulation (tirets rouges sur la Figure 1b) et de ne pas être limité par l'équilibre des efforts. Cependant, un champ linéaire néglige l'effet Poisson et fait l'hypothèse d'une déformation homogène, ce qui n'est pas adapté aux milieux hétérogènes.

Champ de vitesse hétérogène (VH) Afin de prendre en compte les hétérogénéités, une troisième approche est proposée. Un calcul préliminaire à faible vitesse de déformation et champ de vitesse initiale nul est réalisé. Le champ de vitesse est enregistré lorsque la réponse est quasi-stationnaire, tout en s'assurant d'être dans le domaine élastique, à faible déformation et avant l'amorçage de fissuration. Ce champ de vitesse \underline{V}_i^0 est normalisé et multiplié par la vitesse cible V_{max} afin d'être utilisé en entrée d'une seconde simulation :

$$\underline{V}_i(t=0) = \underline{V}_i^0 \times \frac{V_{max}}{V_{max}^0}, \quad (9)$$

où l'exposant 0 désigne les valeurs obtenues par le calcul préliminaire.

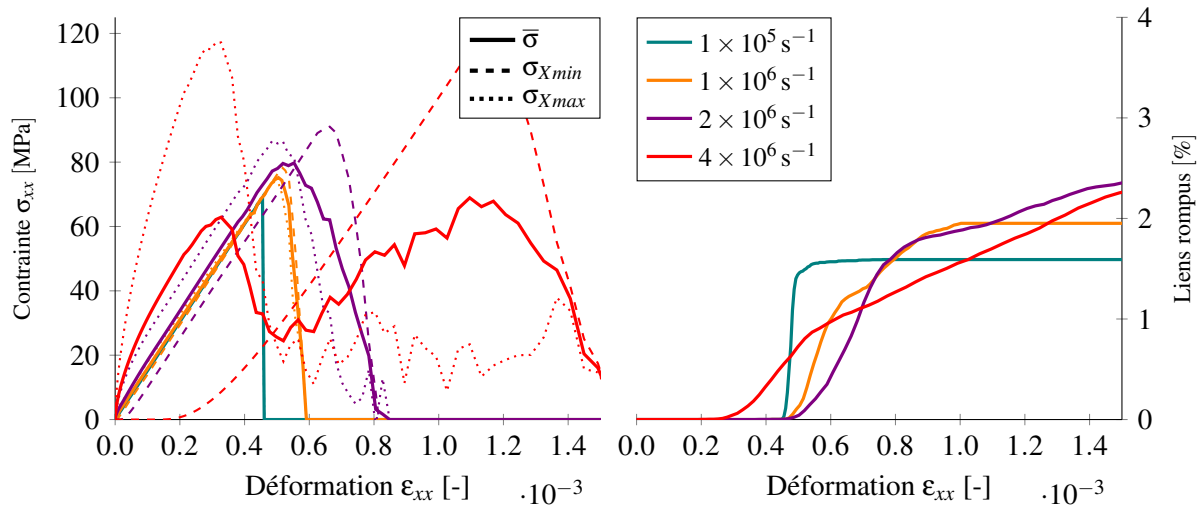
4 Résultats et analyse

Des essais numériques de traction uni-axiale sont réalisés à différentes vitesses de déformation avec les trois conditions initiales précédemment décrites. Pour chaque simulation, la Figure 2 représente les contraintes calculées à partir des forces en X_{min} (tirets) et X_{max} (pointillés), et la moyenne des deux $\bar{\sigma}$ (plein) en fonction de la déformation. L'évolution de la fissuration, quantifiée par le nombre de liens rompus normalisé par le nombre de liens initiaux, est également représentée.

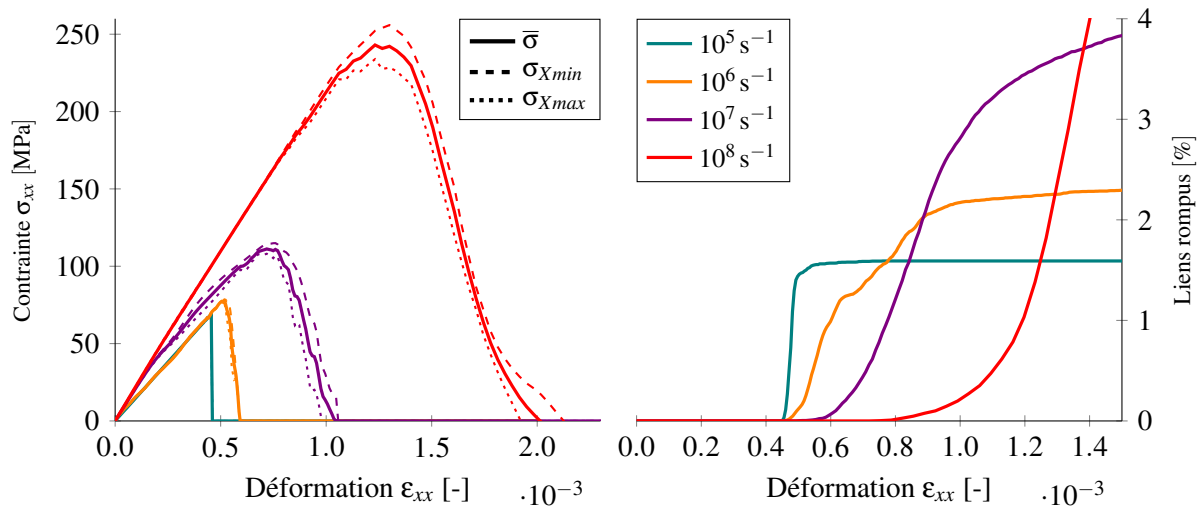
Évolution de la contrainte

Pour la condition V0 (Figure 2a), il n'y a pas d'équilibre lorsque la vitesse de déformation est supérieure à 10^6 s^{-1} (ce qui correspond bien à la limite $\dot{\epsilon}_{max}$ calculée en 3.2). En effet, pour une vitesse de déformation de $4 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$, la contrainte atteint son maximum en X_{max} alors qu'elle commence seulement à augmenter en X_{min} . De ce fait, la moyenne des deux valeurs est inexploitable. Certains auteurs [18, 13] reportent une augmentation de la contrainte maximale et du module élastique en observant uniquement X_{max} .

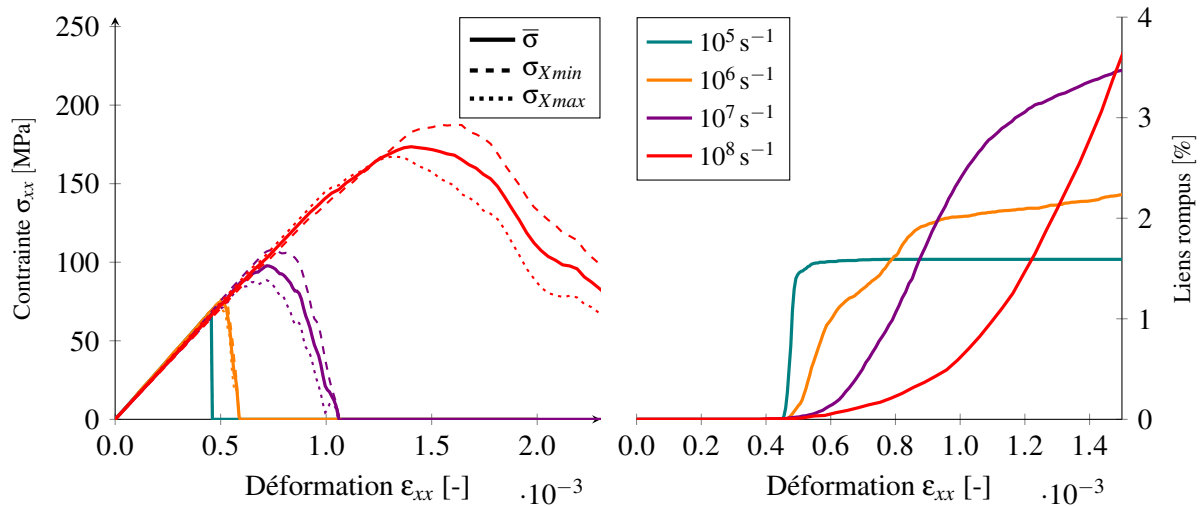
Avec les conditions VL (Figure 2b) et VH (Figure 2c), l'équilibre est assuré quelle que soit la vitesse de déformation, même pendant la rupture. En effet, $\sigma_{X_{min}}$ et $\sigma_{X_{max}}$ évoluent de manière similaire. Avec ces deux configurations, une augmentation de la contrainte maximale avec la vitesse de déformation est clairement mise en évidence (cf. Figure 3). Cette augmentation est plus importante avec la méthode VL. Cela s'explique par un module apparent plus important du fait de la simplification du champ de déformation linéaire qui ne prend pas en compte les pores. Enfin, les trois conditions initiales donnent le même résultat pour les plus faibles vitesses de déformations ($< 10^6 \text{ s}^{-1}$).



(a) Champ de vitesse initial nul (V0)



(b) Champ de vitesse initial linéaire (VL)



(c) Champ de vitesse initial hétérogène (VH)

FIGURE 2 – Évolution de la contrainte (gauche) et du nombre de liens cassés (droite) en fonction de la déformation pour différentes vitesses de déformation.

Fissuration

La fissuration s’amorce au même niveau de déformation (0,045 %) quelle que soit la vitesse de déformation, à condition que l’équilibre soit vérifié. Ce résultat est attendu, car aucune dépendance à la vitesse de

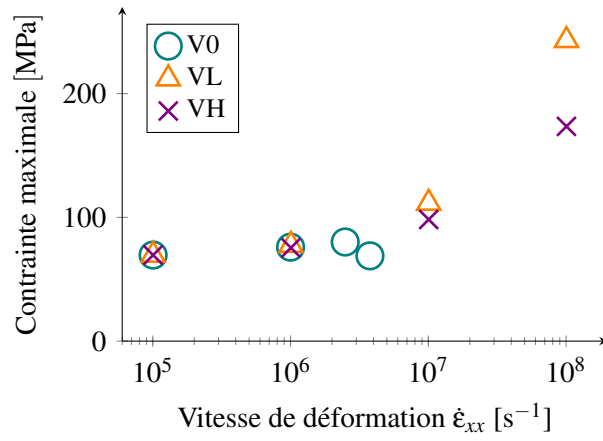


FIGURE 3 – Évolution de la contrainte maximale en fonction de la vitesse de déformation.

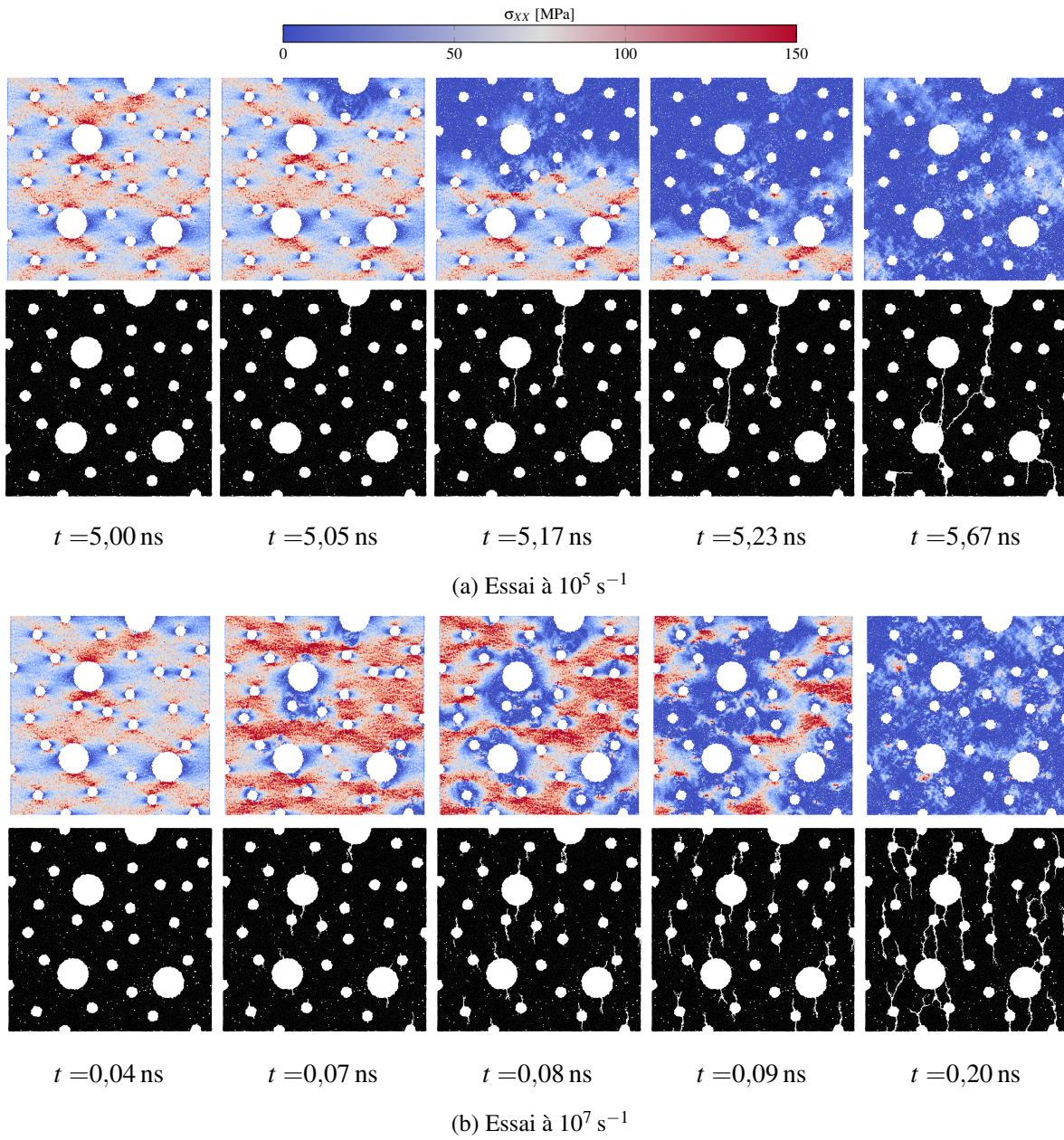


FIGURE 4 – Représentation des champs de contrainte viriel axiale σ_{xx} (les zones bleues ont une contrainte négative ou nulle), et des liens (en noir, les pores et fissures sont visible en blanc).

déformation n'est prise en compte dans le comportement des liens. Cependant, plus la vitesse de déformation est importante, plus la pente des courbes diminue, mais cela ne signifie pas que la fissuration est plus lente. En effet, comme la déformation augmente plus rapidement, l'augmentation de la fissuration par rapport à la déformation est de fait plus faible. Par ailleurs, la quantité finale de liens rompus (c'est-à-dire de fissures générées) augmente avec la vitesse de déformation. Ce résultat est en accord avec les observations expérimentales [7], et est lié au passage d'une rupture simple à une fragmentation multiple. Une explication de cette transition réside dans le concept d'occultation [10], selon lequel la fissuration induit une relaxation des contraintes qui empêche l'amorçage de nouvelles fissures sur les défauts avoisinants. Lorsque la contrainte augmente suffisamment rapidement, plusieurs défauts peuvent initier des fissures avant d'être occultés. Ce qui conduit à une fissuration multiple.

Afin de confirmer cette hypothèse, l'évolution du champ de contrainte viriel (local au niveau des éléments [2]) et de la fissuration (via les liens), sont représentés pour deux simulations à $\dot{\epsilon}_{xx} = 10^5 \text{ s}^{-1}$ (Figure 4a) et $\dot{\epsilon}_{xx} = 10^7 \text{ s}^{-1}$ (Figure 4b). Pour la vitesse de déformation la plus faible (Figure 4a), la fissuration s'amorce au niveau des plus gros pores. Les détentes se propagent et font grandir la zone occultée (en bleue) qui empêche les plus petits pores d'amorcer des fissures. À plus grande vitesse de déformation (Figure 4b), la fissuration s'amorce au même endroit et les ondes de détentes se propagent à la même vitesse (C_0). Cependant, la contrainte dans le reste de l'échantillon augmente plus rapidement, ce qui permet aux petits pores d'amorcer des fissures avant qu'ils ne soient occultés par les détentes initiées par l'ouverture des premières fissures.

5 Conclusions

Un modèle MED 2D est développé pour simuler des essais de traction uni-axiale sur un matériau fragile poreux jusqu'à de très grandes vitesses de déformation ($> 10^6 \text{ s}^{-1}$). Ce régime de chargement est représentatif d'expériences de choc laser. À cet effet, un protocole de simulation original est développé, il repose sur l'utilisation d'un champ de vitesse hétérogène. Cela permet d'imposer une vitesse de déformation constante et de s'affranchir des limitations liées à l'équilibre des forces dans l'échantillon.

Les résultats numériques mettent en évidence une augmentation de la contrainte maximale avec la vitesse de déformation, bien qu'aucune dépendance à la vitesse n'est explicitement intégrée dans le modèle numérique. Par ailleurs, la transition d'une rupture simple à une fragmentation multiple est bien reproduite. Ces résultats sont à relier au phénomène d'occultation.

La définition d'une condition initiale de type hétérogène résous les problèmes d'autres approches de la littérature. Ce travail contribue également à renforcer l'intérêt d'utiliser des approches numériques, car il est plus facile de discerner les contributions des différents phénomènes physiques.

Ces résultats montrent les possibilités offertes par la MED pour comprendre le lien entre les mécanismes de fissuration et la microstructure des matériaux fragiles. Dans la suite de ces travaux, il est prévu d'étudier les effets de la taille des échantillons, de la porosité (distribution, forme) et des propriétés élastiques de la matrice. Cette approche sera appliquée sur des microstructures réelles de céramique projetée plasma.

Références

- [1] D. André, I. Iordanoff, J.-l. Charles, and J. Néauport. Discrete element method to simulate continuous material by using the cohesive beam model. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 213-216 :113–125, Mar. 2012.
- [2] D. André, M. Jebahi, I. Iordanoff, J.-l. Charles, and J. Néauport. Using the discrete element method to simulate brittle fracture in the indentation of a silica glass with a blunt indenter. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 265 :136–147, 2013.
- [3] F. Asadi, D. André, S. Emam, P. Doumalin, and M. Huger. Numerical modelling of the quasi-brittle behaviour of refractory ceramics by considering microcracks effect. *J. Am. Ceram. Soc.*, 42(3) :1149–1161, Mar. 2022.

- [4] S. Bardy, B. Aubert, L. Berthe, P. Combis, D. Hébert, E. Lescoute, J.-L. Rullier, and L. Videau. Numerical study of laser ablation on aluminum for shock-wave applications : development of a suitable model by comparison with recent experiments. *Opt. Eng.*, 56(1) :011014, Aug. 2016.
- [5] G. Bruno and M. Kachanov. Microstructure-Property Connections for Porous Ceramics : The Possibilities Offered by Micromechanics. *J. Am. Ceram. Soc.*, 99(12) :3829–3852, 2016.
- [6] N. P. Daphalapurkar, K. Ramesh, L. Graham-Brady, and J.-F. Molinari. Predicting variability in the dynamic failure strength of brittle materials considering pre-existing flaws. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 59(2) :297–319, 2011.
- [7] C. Denoual. A damage model for the dynamic fragmentation of brittle solids q. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 2000.
- [8] N. Ferguen, Y. Mebdoua-Lahmar, H. Lahmar, W. Leclerc, and M. Guessasma. DEM model for simulation of crack propagation in plasma-sprayed alumina coatings. *Surface and Coatings Technology*, 371 :287–297, Aug. 2019.
- [9] P. Forquin. Brittle materials at high-loading rates : an open area of research. *Phil. Trans. R. Soc. A.*, 375(2085) :20160436, Jan. 2017.
- [10] P. Forquin, M. C. Blasone, D. Georges, and M. Dargaud. Continuous and discrete methods based on X-ray computed-tomography to model the fragmentation process in brittle solids over a wide range of strain-rates - application to three brittle materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 152 :104412, 2021.
- [11] F. Gatuingt, L. Snozzi, and J.-F. Molinari. Determination of the dynamic tensile response and dissipated fracture energy of concrete with a cohesive element model. 2012.
- [12] D. Grady. Analytic Solutions and Constitutive Relations for Shock Propagation in Porous Media. In *AIP Conference Proceedings*, volume 706, pages 205–208, Portland, Oregon (USA), 2004. AIP.
- [13] Y. Huang, Z. Yang, X. Chen, and G. Liu. Monte Carlo simulations of meso-scale dynamic compressive behavior of concrete based on X-ray computed tomography images. *International Journal of Impact Engineering*, 97 :102–115, 2016.
- [14] J. Kimberley, K. Ramesh, and N. Daphalapurkar. A scaling law for the dynamic strength of brittle solids. *Acta Materialia*, 61(9) :3509–3521, May 2013.
- [15] J.-L. Le, J. Eliáš, A. Gorgogianni, J. Vievering, and J. Květoň. Rate-Dependent Scaling of Dynamic Tensile Strength of Quasibrittle Structures. *Journal of Applied Mechanics*, 85(2) :021003, Feb. 2018.
- [16] V. Longchamp, J. Girardot, D. André, F. Malaise, and I. Iordanoff. Modélisation 3D par élément discret de céramiques projetées plasma à l'échelle de la porosité sous sollicitation dynamique. *Presqu'île de Giens*, 2022.
- [17] B. Paliwal and K. Ramesh. An interacting micro-crack damage model for failure of brittle materials under compression. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 56(3) :896–923, 2008.
- [18] C. Qin and C. Zang. Numerical study of dynamic behavior of concrete by meso-scale particle element modeling. *International Journal of Impact Engineering*, 2011.
- [19] G. Ravichandran and G. Subhash. A micromechanical model for high strain rate behavior of ceramics. *International Journal of Solids and Structures*, 32(17-18) :2627–2646, 1995.
- [20] M. Sage, J. Girardot, J.-B. Kopp, and S. Morel. A damaging beam-lattice model for quasi-brittle fracture. *Int. J. Solids Struct.*, 239-240 :111404, Mar. 2022.
- [21] X. Song, J. Zhang, C. Lin, Z. Liu, C. Jiang, M. Kong, and Y. Zeng. Microstructures and residual strain/stresses of YSZ coatings prepared by plasma spraying. *Materials Letters*, 240 :217–220, 2019.
- [22] Z. Song and Y. Lu. Mesoscopic analysis of concrete under excessively high strain rate compression and implications on interpretation of test data. *International Journal of Impact Engineering*, 2012.
- [23] G. Z. Voyiadjis, editor. *Handbook of damage mechanics : nano to macro scale for materials and structures*, volume 2 of *Springer nature reference*. Springer, 2022.
- [24] Y. Yu, X. Cao, J. Yang, Y. Li, W. Wang, and H. He. Delayed fracture of porous ceramics under shock-wave compression. *Eng. Fract. Mech.*, 208 :38–44, Mar. 2019.