



HAL
open science

Un économiste précurseur de la théorie des possibilités : G.L.S. SHACKLE

Didier Dubois

► **To cite this version:**

Didier Dubois. Un économiste précurseur de la théorie des possibilités : G.L.S. SHACKLE. Bulletin pour les sous-ensembles flous et leurs applications, 1980, 2, pp.70–73. hal-04566636

HAL Id: hal-04566636

<https://hal.science/hal-04566636>

Submitted on 2 May 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

UN ÉCONOMISTE

PRÉCURSEUR DE LA THÉORIE DES POSSIBILITÉS : G.L.S. SHACKLE

Didier DUBOIS

I - LA NOTION DE SURPRISE POTENTIELLE

Dans les années cinquante, un économiste anglais, Professeur à l'Université de Liverpool, semble avoir défrayé la chronique des revues de théorie de la décision en proposant un modèle qui ne devait rien aux probabilités. Il s'agit de George Lennox Sharman SHACKLE, l'inventeur des "degrés de surprise potentielle". Analysant les conditions dans lesquelles les hommes font des choix face à des situations données, il affirmait :

"Dans un monde prédestiné la décision est illusoire"

"Dans un monde connu la décision est vide"

"Dans un monde sans ordre naturel la décision est impuissante".

La réalité est autre, car les décisions se prennent dans un univers partiellement connu qui obéit à des lois très complexes. D'où incertitude, mais incertitude limitée. Pour Shackle, cela permet à la décision d'être créative, et c'est son trait essentiel.

Dans cette note on essaie de décrire de quelle manière Shackle percevait l'attitude du décideur, qui choisit ce qu'il préfère parmi ce qui est possible. Pour représenter le "subjectivement possible", il utilise un outil mathématique qui est une vision "en creux" de la notion de mesure de "possibilité" au sens de Zadeh.

a/ L'incertain, le probable

Le problème est de choisir parmi un ensemble de réponses à une question donnée, sachant qu'une réponse totalement juste exclut les autres. Pour cela, on attribue à chaque réponse un degré de justesse ou de fausseté. De quelle nature est la variable associée à ces degrés?

Instinctivement certains considéreront des degrés de probabilité. Si R est l'ensemble des réponses r_i envisagées, on doit avoir $\sum_R p(r_i) = 1$

On peut émettre quelques objections :

- Est-ce que R est exhaustif ? si ce n'est pas le cas, la condition de normalisation est injustifiable et $\sum_R p(r_i) < 1$ forcément. La probabilité $1 - \sum p(r_i)$ est

attribuée à l'ensemble des réponses inconnues, qu'on appelle l'hypothèse résiduelle, ce qui n'est qu'un pris aller.

- Avec la condition de normalisation, les degrés d'incertitudes dépendent du nombre de réponses envisagées, ce qui est parfois contre-intuitif. (Le fait qu'il pleuve ou non ne dépend pas du fait que le temps neigeux existe !) Rien ne prou-

ve que les degrés d'incertitude soient additifs.

En fait cela dépend du type de question posée, par exemple

. Quel temps fera-t-il les 500 prochains jours de l'an ?

Les réponses peuvent se fonder sur des données statistiques, d'où on déduit des probabilités, qui peuvent se répartir additivement sur les diverses réponses, exprimant ainsi une proportion de jours de pluie, de neige, etc...

. Quel temps fera-t-il aujourd'hui ?

Dans ce cas l'usage exclusif de la théorie des probabilités est beaucoup plus contestable ; on peut néanmoins utiliser les statistiques comme une des sources d'information. Il convient aussi de ne pas négliger les conditions climatiques locales du jour !

On voit qu'utiliser des probabilités pour mesurer l'incertitude subjective peut parfois sembler contre-intuitif quand la sémantique de la variable d'incertitude ne correspond pas aux propriétés mathématiques des probabilités.

Mais il y a pire. Le point de vue classique détermine les probabilités par une analyse a priori qui énumère toutes les configurations possibles (le nombre de faces d'un dé). Dans les situations courantes de décision une telle analyse est impossible vu la complexité du système.

Le point de vue fréquentiste remplace cette analyse par un nombre suffisant d'expériences effectuées dans des conditions identiques. En fait il est souvent difficile de prouver l'homogénéité des données au sens des conditions d'expérimentation. De plus il y a des événements intrinsèquement non répétables - par exemple ceux qu'on utilise pour calculer l'espérance de durée de vie des hommes. Et plus généralement, ne sont pas répétables les événements

i) qui bouleversent les conditions d'expérimentation (auto-destructifs) ou qui sont irrémédiables

ii) dont la mise en oeuvre répétée est trop coûteuse

iii) qui ne peuvent se répéter que de loin en loin parce que le temps de réponse est trop long, et qu'une décision immédiate est nécessaire.

En fait certains événements sont sériables u sens où on possède des statistiques sur des événements semblables (e.g. durée de vie d'un homme), qu'on peut donc utiliser pour calculer des probabilités. Mais là encore, on peut faire appel à d'autres informations de nature non statistique pour évaluer l'incertitude sur des événements sériables.

Dans le cas d'événements non répétables et non sériables (e.g. cas ii), iii)) les probabilités semblent peu utilisables pour définir des variables d'incertitude.

b) L'incertain, le possible

Il est plus facile de prévoir ce qui peut arriver que ce qui va arriver. Ce qu'on estime pouvoir arriver, c'est ce qui ne nous surprend pas. Donc le concept de possibilité subjective d'un événement correspond à l'absence

de surprise relativement à l'occurrence de l'événement. On définit donc le degré de surprise $S(E)$ d'un événement E avec la convention :

absence de surprise = parfaite possibilité = $S(E) = 0$
surprise totale = impossibilité présumée = $S(E) = 1$

Intuitivement la surprise est un concept nuancé, d'où des degrés de surprise compris entre 0 et 1.

$S(E)$ est en fait un degré de surprise potentielle car il évalue à quel point on serait surpris si E arrivait.

Enumérons quelques propriétés naturelles de S .

Sur un ensemble \mathcal{E} d'événements envisagés, on peut avoir

$$. S(E) = 0, \quad \forall E \in \mathcal{E}$$

C'est-à-dire qu'on ne serait surpris par l'occurrence d'aucun des événements de \mathcal{E}

. $\forall E \in \mathcal{E}, S(E) = 0$. Les événements envisagés sont tels qu'il y en a un au moins qui ne nous surprendrait pas.

. Si E et \bar{E} sont des événements complémentaires, l'un des deux au moins n'est pas surprenant : $\min(S(E), S(\bar{E})) = 0$. (1)

. $S(\bar{E})$ mesure le degré de croyance en E , i.e. $C(E) = S(\bar{E})$, au sens où ma croyance en E est directement fonction de la surprise que j'éprouverai si le moins surprenant des événements élémentaires de \bar{E} arrivait :

$$C(E) = \inf_{x \in \bar{E}} S(x) \quad (2)$$

Le degré de surprise est en fait un degré de doute. On remarque que la croyance en E implique, de par le caractère exclusif des événements, le doute relativement à \bar{E} . En revanche si je doute qu' E puisse se produire, cela ne présume en rien de ma croyance dans l'occurrence de l'ensemble des événements de \bar{E} .

REMARQUE

.On ne peut représenter la possibilité parfaite ($S(E) = 0 \forall E$) par une mesure de probabilité : sinon, la valeur d'incertitude dépend du nombre d'événements envisagés : plus il y a d'événements envisagés moins chacun serait possible ce qui est contre intuitif.

. La certitude se représente par $S(E) = 0$ pour l'événement certain

$$S(E) = 1 \quad \text{pour les autres.}$$

. Les données statistiques que l'on possède peuvent influencer l'attribution des degrés de surprise.

c) Degrés de surprise et théorie des possibilités au sens de ZADEH

Une distribution de possibilité π normalisée, sur un univers U fini est telle que $\forall u \in U, \pi(u) = 1$. La fonction d'ensemble associée Π , satisfait les axiomes :

$$. \Pi(\emptyset) = 0 \quad (3)$$

$$. \Pi(U) = 1 \quad (4)$$

$$\cdot \forall A, B \subseteq U, (A \cup B) = \max(\Pi(A), \Pi(B)) \quad (5)$$

$$\text{et on a toujours } \Pi(A) = \sup_{u \in A} \pi(u) \quad (6)$$

$$\text{et aussi } \max(\Pi(A), \Pi(\bar{A})) = 1 \quad (7)$$

Il est facile de voir que si on pose $g(u) = 1 - \pi(u)$, $g(u)$ peut être utilisé pour mesurer le degré de surprise associé à u . En particulier si

$$\Pi(A) = \sup_{u \in A} (1 - g(u)) = 1 - \inf_{u \in A} g(u) \quad \text{se note } 1 - S(A),$$

alors

$$\star (4) \text{ s'écrit } \exists u \in U : g(u) = 0$$

$$\star \text{ la possibilité parfaite } (\pi(u) = 1 \forall u \in U) \Leftrightarrow (g(u) = 0 \forall u \in U)$$

$$\star (7) \text{ devient } \min(S(A), S(\bar{A})) = 0$$

Ce que Shackle appelle croyance en E , $S(\bar{E}) = 1 - \Pi(\bar{E})$ s'appelle aussi nécessité de E (e.g. Prade /1/).

On verra dans la suite que l'axiomatique des degrés de surprise, correspond tout à fait à celle de la théorie des possibilités.

REFERENCES

- /1/ PRADE H. - "Nomenclature of fuzzy measures". Proc. Seminar on theory of Fuzzy Sets LINZ 1979 (cf. BUSEFAL n°1, 1979, p.26-28).
- /2/ SHACKLE G.L.S. - "Decision, Order and Time in Human Affairs". 2^d ed. Cambridge Univ. Press 1969 (Traduction : Décision Déterminisme et Temps, Dunod - Coll. Math. Econom. 1971)
- /3/ ZADEH L.A. - "Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility", Fuzzy sets and systems 1, N°1, 1978, 3-28.