



HAL
open science

Vers une nouvelle approche quantitative pour l'évaluation de l'aléa de chute de blocs

Arthur F. Rossignol, Rémy Martin, Franck Bourrier

► To cite this version:

Arthur F. Rossignol, Rémy Martin, Franck Bourrier. Vers une nouvelle approche quantitative pour l'évaluation de l'aléa de chute de blocs. 2024. hal-04565374v3

HAL Id: hal-04565374

<https://hal.science/hal-04565374v3>

Preprint submitted on 22 May 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Vers une nouvelle approche quantitative pour l'évaluation de l'aléa de chute de blocs

*Towards a novel quantitative approach for rockfall
hazard assessment*

Arthur F. Rossignol¹, Rémy Martin², Franck Bourrier³

Revue Française de Géotechnique, **2024**, 179, 2.

DOI : 10.1051/geotech/2024016

¹ École polytechnique, Institut Polytechnique de Paris, Palaiseau 91120, France.
arthur.f.rossignol@gmail.com

² Office National des Forêts, Restauration des terrains en montagne, Agence des Alpes du Nord,
Grenoble 38000, France.
remy.martin@onf.fr

³ Université Grenoble Alpes, INRAE, IGE, CNRS, IRD, Grenoble INP, IGE, Grenoble 38000, France.
franck.bourrier@inrae.fr

1 **Résumé** — L'évaluation de l'aléa de chute de blocs constitue un défi majeur pour les territoires
2 de montagne. Le changement climatique et l'évolution de l'urbanisation ne cessent de modifier
3 profondément notre rapport à l'aléa rocheux et augmentent significativement le nombre de en-
4 jeux exposés. Une quantification précise de cet aléa est donc nécessaire afin d'assurer une ges-
5 tion adaptée du risque. Toutefois, la complexité du phénomène et la multiplicité des paramètres
6 réels rendent la réalisation d'une telle quantification particulièrement délicate. Dans cet article,
7 nous introduisons une approche quantitative originale s'appuyant sur une formalisation proba-
8 biliste et permettant de quantifier précisément l'aléa résultant en combinant plusieurs probabil-
9 ités intermédiaires. Une application méthodologique en contexte opérationnel est proposée afin
10 d'en montrer le potentiel d'utilisation. Les hypothèses, critères d'approximation et effets liés aux
11 données utilisées font l'objet d'une discussion pour une mise en perspective avec les pratiques
12 actuelles. Nous illustrons également l'approche à travers deux exemples, dont un appliqué au cas
13 du Saint-Eynard dans les Alpes françaises.

14 **Mots-clés** — chutes de blocs / quantification de l'aléa / probabilité d'atteinte / simulation tra-
15 jectographique / probabilité de propagation

16 **Abstract** — Rockfall hazard assessment constitutes a major challenge for mountainous terri-
17 tories. Climate change and evolution of urbanisation have been deeply modifying our relation-
18 ship with rockfall hazard and have increased significantly the number of stakes exposed. A precise
19 quantification of this hazard is thus necessary in order to ensure an appropriate risk management.
20 However, the complexity of the phenomenon and the multiplicity of real parameters make the es-
21 tablishment of such quantification particularly delicate. Herein, we introduce an original quan-
22 titative approach based on a probabilistic framework enabling to precisely quantify the resulting
23 hazard by combining several intermediate probabilities. A methodological application in an oper-
24 ational context is proposed to demonstrate its potential use. Hypothesis, approximation criteria,
25 and effects due to data are discussed and put in perspective with current practices. We also illus-
26 trate the approach with two examples, one of which is applied to the Saint-Eynard mountain in
27 the French Alps.

28 **Keywords** — rockfalls / hazard quantification / reach probability / rock propagation simula-
29 tion / propagation probability

30 1 Introduction

31 La connaissance des risques naturels constitue un défi d'importance considérable pour les so-
32 ciétés actuelles et en particulier pour les États en charge de la sécurité de leur territoire et de leurs
33 citoyens. La gestion du risque est essentielle à la préservation de la vie humaine et à la protection
34 des biens matériels. En particulier, les chutes de blocs font partie des risques naturels présents
35 majoritairement dans les territoires montagneux, avec des dégâts potentiels très élevés. Aussi,
36 l'urbanisation des territoires de montagne observée ces dernières décennies a augmenté le nom-
37 bre d'enjeux exposés à des phénomènes de chutes de blocs, appelant dès lors à une recherche
38 constante sur ces phénomènes naturels (e.g., Lopez-Saez et al., 2016; Farvacque et al. 2019a).

39 Comme pour tous les risques gravitaires, l'évaluation du risque de chute de blocs repose sur
40 l'évaluation de l'aléa associé (e.g., Corominas et al., 2005; Farvacque et al., 2020, 2021). Cette
41 évaluation doit aboutir à la définition de la fréquence et de l'intensité de l'aléa en tout point du
42 secteur d'étude. Pour les chutes de blocs, l'intensité est classiquement quantifiée par l'énergie
43 cinétique du bloc. Plus que la probabilité d'occurrence du phénomène (c'est-à-dire la proba-
44 bilité d'atteinte), la probabilité de dépassement d'une certaine intensité est la grandeur finale à
45 caractériser. En effet, cette grandeur est nécessaire pour évaluer les dommages sur l'enjeu, clas-
46 siquement quantifiés par sa *vulnérabilité*, autrement dit la relation permettant d'évaluer le niveau
47 de dommage de l'enjeu en fonction de l'intensité. De nos jours, l'évaluation du risque rocheux
48 s'appuie principalement sur des méthodes quantitatives afin de déterminer l'aléa résultant. La
49 mise en place d'une méthode uniformisée de caractérisation et de quantification de l'aléa appa-
50 raît ainsi à la fois non seulement comme un besoin opérationnel mais aussi comme une problé-
51 matique complexe. Plusieurs travaux se sont intéressés à l'évaluation de l'aléa de chute de blocs
52 afin d'étudier le risque associé dans un secteur donné en utilisant une méthodologie quantita-
53 tive. L'article de Hantz et al. (2021) constitue une excellente synthèse des concepts de l'analyse
54 quantitative du risque rocheux.

55 Les méthodes d'évaluation de l'aléa de chute de bloc ont significativement évolué ces dernières
56 décennies, à partir de méthodes initiales qui étaient fortement simplifiées. En France, l'approche
57 historiquement la plus employée dans les Alpes, appelée "méthode A.D.G.R.T." (Azimi et al., 1982;
58 Martin et al., 2022), se base sur l'hypothèse d'une probabilité de départ égale à 1 sur la période
59 de référence (100 ans). Cela conduit à la réalisation d'un calcul de propagation sur des profils de
60 pente (en 2D), puis un seuillage en probabilité de propagation de manière à définir les niveaux
61 d'aléa (aléa fort supérieur 10^{-2} , aléa moyen entre 10^{-2} et 10^{-4} et aléa faible entre 10^{-4} et 10^{-6}).
62 L'amélioration de la puissance de calcul ainsi que l'apparition de données topographiques 3D de
63 qualité (modèle numérique de terrain) ont progressivement incité les experts à proposer des ap-
64 proches plus discriminantes intégrant les probabilités de départ des différentes sources de blocs,
65 la probabilité de propagation en fonction de la taille des blocs produits pour aboutir *in fine* à la
66 probabilité d'atteinte d'un enjeu. Des travaux récents sur la probabilité de départ permettent
67 également d'envisager des approches quantitativement plus précises et efficaces (e.g., Hantz et
68 al., 2020).

69 À l'heure actuelle, il n'existe pas toujours de consensus sur les termes employés pour désigner

70 les différentes grandeurs calculées pour quantifier l'aléa rocheux. Néanmoins, la probabilité qu'un
71 enjeu soit atteint par un bloc est généralement présentée sous la forme d'un produit de deux prob-
72 abilités associées au décrochement du bloc pour l'une et à sa propagation pour l'autre, autrement
73 dit $P_0 = P_1 \times P_2$, où P_1 est associée au décrochement et P_2 à la propagation. Les différents noms
74 donnés aux trois grandeurs P_0 , P_1 et P_2 dans la littérature peuvent être résumés comme suit :

75 — P_0 : probabilité d'impact (*impact probability*) / probabilité de passage / probabilité d'atteinte
76 (*reach probability*) / probabilité d'occurrence (*occurrence probability*)

77 — P_1 : probabilité de décrochement / probabilité de départ (*departure probability*)

78 — P_2 : probabilité de propagation (*propagation probability*) / probabilité de transit / probabil-
79 ité d'atteinte (*reach probability*)

80 Si la plupart des désignations sont suffisamment explicites quant aux phénomènes qu'elles quan-
81 tifient, on constate par exemple que le terme de *probabilité d'atteinte* peut être employé à la fois
82 pour P_0 ou pour P_2 en fonction des auteurs. Le *Glossaire du risque rocheux* (C2ROP, 2020) propose
83 une synthèse de la terminologie actuelle en français. Mais l'emploi de termes en anglais ou en
84 français soulèvent aussi la question de la traduction et de l'uniformité des usages entre la littéra-
85 ture en anglais et les usages opérationnels en France.

86 De façon plus théorique, on utilise généralement deux approches pour étudier l'aléa engen-
87 dré par la présence de plusieurs compartiments rocheux instables : l'*aléa localisé* et l'*aléa dif-*
88 *fus*. L'aléa localisé consiste en un ensemble fini de compartiments instables identifiés et localisés
89 sur la paroi rocheuse. Ces compartiments constituent un ensemble fini de sources capables de
90 générer des blocs par décrochement. À chaque source localisée peut être affectée une probabilité
91 de départ. L'aléa diffus est mobilisé lorsque des chutes de blocs peuvent survenir partout dans
92 une zone délimitée, sans que l'on puisse identifier précisément des sources individuelles. Il s'agit
93 d'une distribution surfacique continue de sources dans laquelle il est impossible d'individualiser
94 une source précise. On parle de zone de départ homogène lorsqu'on lui associe une probabilité
95 de départ surfacique (si la zone est une surface) ou linéique (si la zone est une ligne). L'évaluation
96 de l'aléa de chute de blocs est généralement réalisée sur un secteur identifié et borné. Il s'agit
97 d'un terrain en relief comprenant des parois rocheuses susceptibles de produire des blocs et des
98 surfaces sur lesquelles les blocs peuvent se propager et s'arrêter. Les blocs se propagent sur le
99 terrain par une succession de chutes libres, de rebonds, de glissements et de roulements, ce qui
100 génère autant de trajectoires différentes. La totalité du terrain est *a priori* atteignable par des blocs
101 en propagation en fonction de leurs énergies cinétique et potentielle. Cependant, de nombreux
102 paramètres influencent la propagation et rendent ce phénomène particulièrement complexe et
103 difficilement prédictible. Parmi ces paramètres, citons de façon non exhaustive : le volume et la
104 forme des blocs, les variations des énergies cinétique et potentielle, la nature et la rugosité du sol,
105 la présence de forêts ou d'autres obstacles, etc.

106 La probabilité de départ couvre des mécanismes de rupture largement dépendants de con-
107 textes géomorphologiques parfois très différents. L'approche proposée par Hantz (2011), utilisant

108 le concept d'aléa diffus, est globalisante et permet d'attribuer à une falaise une courbe fréquence-
109 volume. La probabilité de propagation, appréciée via des calculs trajectographiques, couvre des
110 mécanismes complexes, en particulier lors des rebonds (caractérisation, fragmentation) ou lors
111 des interactions avec des obstacles tels que les arbres (Volkwein et al., 2011). Face aux nombreuses
112 conditions de propagation (dépendant des caractéristiques de rebond qui sont elles-mêmes fonc-
113 tion des propriétés mécaniques locales des sols, des propriétés du bloc et de son orientation lors
114 de l'impact, de la saturation des sols, de l'enneigement, etc.), et face aux nombreuses incertitudes
115 de quantification des données du problème (taille et forme des blocs notamment), les modèles
116 dits "probabilistes" développent des calculs de propagation faisant varier les conditions de rebond
117 d'un modèle "simple" (modèle à coefficients de restitution typiquement) de manière aléatoire à
118 chaque rebond. Les nouveaux moyens de calcul, liés à la puissance des machines et à la précision
119 des modèles numériques de terrain, permettent ainsi de calculer un nombre substantiel de trajec-
120 toires différentes. Cette donnée "calculée" est alors utilisée pour réaliser des analyses statistiques
121 censées intégrer la variabilité des mécanismes réels. Le terme de "probabiliste" traduit non seule-
122 ment la variabilité réelle du phénomène mais intègre également les incertitudes de caractérisation
123 des données du problème, ce qui est de nature à créer de la confusion dans un souhait de formal-
124 isme probabiliste. Les résultats de propagation sont par ailleurs spatialement résolus car portés
125 par un modèle numérique de terrain dont la résolution a un effet sur le nombre de passage calculé
126 par cellule.

127 Cet article propose un cadre théorique permettant d'exprimer une probabilité d'atteinte d'un
128 enjeu donné, en se basant sur une formalisation et des résultats probabilistes. La méthode présent-
129 ée s'appuie notamment sur un calcul exact de cette probabilité et fournit également une approxi-
130 mation, pertinente et utile en contexte opérationnel. Deux exemples illustrent ensuite l'application
131 des expressions de la probabilité d'atteinte à l'étude d'aléas diffus : un exemple virtuel et un ex-
132 emple réel (Saint-Eynard, France). Enfin, nous proposons une discussion autour des grandes hy-
133 pothèses qui apparaissent au cours de cet exposé, ainsi que des similitudes et différences entre
134 notre approche et les méthodes actuellement utilisées pour l'évaluation de l'aléa rocheux.

135 **2 Méthode d'évaluation quantitative de l'aléa**

136 **2.1 Positionnement du problème**

137 Dans le cadre de l'approche proposée, nous considérons un secteur d'étude constitué d'un terrain
138 menacé par des compartiments rocheux instables (sources) localisés sur des parois rocheuses.
139 Les blocs produits par les sources sont susceptibles de se propager sur le terrain selon des trajec-
140 toires individuelles distinctes. Bien qu'il soit possible qu'un bloc se fragmente en plusieurs blocs
141 de tailles inférieures qui auront alors des trajectoires propres à partir de l'instant de fragmenta-
142 tion, nous ferons l'hypothèse d'une fragmentation du bloc seulement lors du décrochage du bloc.
143 Cette hypothèse forte est justifiée par l'incapacité actuelle des modèles de propagation des blocs
144 à prédire la fragmentation (Prades-Valls et al., 2022; Buzzi et Guccione, 2023).

145 2.1.1 Cas d'une source unique

146 Une chute de bloc depuis une source unique identifiée consiste en la succession de deux événe-
147 ments : le décrochage d'un bloc issu d'un compartiment rocheux instable, puis la propagation de
148 ce même bloc depuis son point de départ jusqu'à son arrêt ou sa collision avec un enjeu. Nous
149 appelons désormais *départ* le premier événement et *propagation* le deuxième événement.

150 On définit la *probabilité d'atteinte* d'un enjeu donné comme la probabilité que cet enjeu soit
151 atteint par un bloc provenant de la source unique. La probabilité d'atteinte prend donc en compte
152 à la fois le départ du bloc et sa propagation sur le terrain, ce qui permet d'écrire la probabilité
153 d'atteinte comme la probabilité de l'intersection entre l'événement "départ" et l'événement "prop-
154 agation" : $\mathbb{P}[\text{départ} \cap \text{propagation}]$. Ensuite, en appliquant la formule de probabilité condition-
155 nelle¹ à $\mathbb{P}(\text{départ} \cap \text{propagation})$, il vient :

$$\underbrace{\mathbb{P}[\text{départ} \cap \text{propagation}]}_{(1) \text{ probabilité d'atteinte}} = \underbrace{\mathbb{P}[\text{départ}]}_{(2) \text{ probabilité de départ}} \times \underbrace{\mathbb{P}[\text{propagation} \mid \text{départ}]}_{(3) \text{ probabilité de propagation}} \quad (1)$$

156 Le terme (2) est la probabilité qu'un bloc se détache de la source considérée ; nous l'appelons
157 *probabilité de départ*. Le terme (3) est la probabilité que ce bloc se propage de la source jusqu'à
158 l'enjeu considéré ; nous l'appelons *probabilité de propagation*. La présence d'un conditionnement
159 pour la probabilité de propagation correspond au fait que la propagation d'un bloc vers l'enjeu
160 considéré ne peut avoir lieu que si ce bloc s'est effectivement détaché de la paroi rocheuse. On
161 remarque également que la probabilité de départ ne dépend que de la source unique, tandis que
162 la probabilité de propagation dépend à la fois de la source unique et de l'enjeu considéré.

163 Par ailleurs, la probabilité de départ est définie pour une période T donnée et un volume de
164 bloc V donné. Autrement dit, la probabilité de départ associée à une source est la probabilité qu'au
165 moins un bloc de volume V se décroche de cette source au cours de la période T . Par conséquent,
166 la probabilité d'atteinte est associée au même volume V et à la même période T . On considère
167 généralement des probabilités de départ annuelle (probabilité d'un départ au cours d'une année).
168 Nous reviendrons plus loin sur ces points lors de l'application de la méthode en contexte opéra-
169 tionnel (section 2.4).

170 2.1.2 Cas de sources multiples

171 Dans une situation où plusieurs compartiments rocheux instables coexistent dans un même secteur,
172 un enjeu est susceptible d'être atteint par un ou plusieurs blocs provenant d'une ou de plusieurs
173 sources parmi toutes les sources identifiées (tous les compartiments rocheux instables). Il est donc
174 nécessaire de pouvoir considérer indépendamment la contribution de chaque source à l'atteinte
175 de l'enjeu considéré. En effet, certaines sources pourront avoir une contribution nulle tandis que
176 d'autres auront une contribution plus ou moins importante.

1. Soient deux événements E_1 et E_2 tels que $\mathbb{P}(E_2) \neq 0$. La probabilité conditionnelle de l'événement E_1 sachant que l'événement E_2 s'est réalisé est la probabilité définie par $\mathbb{P}[E_1|E_2] = \frac{\mathbb{P}[E_1 \cap E_2]}{\mathbb{P}[E_2]}$. Ainsi, pour tous événements E_1 et E_2 , on a $\mathbb{P}[E_1 \cap E_2] = \mathbb{P}[E_2] \times \mathbb{P}[E_1|E_2]$.

177 Dès lors, nous introduisons les notions de *probabilité globale d'atteinte* et de *probabilité partielle d'atteinte*. Une probabilité partielle d'atteinte est associée à une source unique et un enjeu
 178 *donné* : il s'agit de la probabilité que l'enjeu considéré soit atteint par un bloc provenant de la
 179 source unique considérée. La probabilité globale d'atteinte est associée à ce même enjeu mais
 180 prend en compte les contributions de toutes les sources : il s'agit donc de la probabilité que l'enjeu
 181 considéré soit atteint par un ou plusieurs blocs provenant de n'importe quelle source parmi toutes
 182 les sources identifiées.
 183

184 À présent, on se donne un enjeu A quelconque de localisation fixée sur le terrain. Soient n
 185 sources, notées S_1, \dots, S_n , localisées sur les parois rocheuses du secteur étudié. Les sources sont en
 186 nombre fini et sont considérées comme les points de départ des trajectoires de blocs. Les nota-
 187 tions suivantes sont adoptées pour désigner les différentes probabilités :

- 188 — $p_{d,i}$: probabilité de départ (associée à la source S_i)
- 189 — $p_{p,i}^A$: probabilité de propagation (depuis la source S_i jusqu'à l'enjeu A)
- 190 — $p_{a,i}^A$: probabilité partielle d'atteinte (de l'enjeu A par la source S_i)
- 191 — \mathbb{P}_a^A : probabilité globale d'atteinte (de l'enjeu A)

192 avec $i \in \llbracket 1, n \rrbracket$ le numéro de la source. Précisons qu'il n'est pas nécessaire de parler de probabilité
 193 partielle de propagation.

194 Le fait de considérer plusieurs sources ne signifie nullement que toutes les sources identifiées
 195 menacent réellement l'enjeu considéré. Les sources dont les blocs ne peuvent jamais atteindre
 196 l'enjeu sont affectées d'une probabilité de propagation nulle. Ainsi, il est théoriquement possible
 197 de considérer autant de sources que l'on veut puisque que les sources trop lointaines ne con-
 198 tribueront mathématiquement pas à la probabilité globale d'atteinte.

199 2.2 Formalisation probabiliste du problème

200 2.2.1 Détermination de la probabilité partielle d'atteinte dans le cas d'une source unique

201 Soit une source S_i avec $i \in \llbracket 1, n \rrbracket$. On définit les deux événements suivants :

- 202 — \mathbf{D}_i : «départ d'un bloc de la source S_i »
- 203 — \mathbf{P}_i : «propagation d'un bloc provenant de la source S_i jusqu'à l'enjeu A »

204 Comme indiqué précédemment, la propagation est conditionnée par le départ puisqu'il n'est pos-
 205 sible de parler de propagation d'un bloc que lorsque ce bloc s'est effectivement détaché de la paroi
 206 rocheuse au niveau de la source correspondante. On décrit alors la chute d'un bloc provenant de
 207 la source S_i et atteignant l'enjeu A sous la forme d'une expérience aléatoire qu'il est possible de
 208 représenter par un arbre de probabilités (Fig. 1).

209 D'après la Fig. 1, on identifie trois issues possibles pour l'expérience aléatoire :

- 210 — départ et propagation : $\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i$

211 — départ et non-propagation : $\mathbf{D}_i \cap \overline{\mathbf{P}}_i$

212 — non-départ : $\overline{\mathbf{D}}_i$

213 Seule la première issue correspond à l'atteinte effective de l'enjeu A par un bloc provenant de la
214 source S_i . Les deuxième et troisième issues aboutissent à une "non-atteinte" de l'enjeu A car soit
215 le bloc ne se décroche pas, soit il se décroche mais ne se propage pas jusqu'à l'enjeu A . La formule
216 de probabilité conditionnelle permet d'exprimer la probabilité de l'événement $\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i$ comme
217 suit :

$$\mathbb{P}[\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i] = \mathbb{P}[\mathbf{D}_i] \times \mathbb{P}[\mathbf{P}_i | \mathbf{D}_i] \quad (2)$$

218 avec $\mathbb{P}[\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i]$ la probabilité partielle d'atteinte, $\mathbb{P}[\mathbf{D}_i]$ la probabilité de départ et $\mathbb{P}[\mathbf{P}_i | \mathbf{D}_i]$ la prob-
219 abilité de propagation. Avec les notations introduites à la section 2.1.2, l'équation (2) s'écrit égale-
220 ment :

$$p_{a,i}^A = p_{d,i} \times p_{p,i}^A$$

221 2.2.2 Détermination de la probabilité partielle de non-atteinte dans le cas d'une source unique

222 L'événement "l'enjeu A est atteint par (au moins) un bloc provenant de la source S_i " est égal à
223 l'intersection entre les événements "départ d'un bloc depuis la source S_i " et "propagation d'un
224 bloc provenant de la source S_i vers l'enjeu A ", ce qui correspond précisément à $\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i$. Par con-
225 séquent, l'événement "l'enjeu A n'est atteint par aucun bloc provenant de la source S_i " est le com-
226 plémentaire de l'événement $\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i$, c'est-à-dire $\overline{\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i}$. De la Fig. 1, on déduit immédiatement
227 que $\overline{\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i} = (\mathbf{D}_i \cap \overline{\mathbf{P}}_i) \cup \overline{\mathbf{D}}_i$.

228 Puisque la probabilité de l'événement $\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i$ correspond à une *probabilité partielle d'atteinte*,
229 nous désignons naturellement la probabilité de l'événement $\overline{\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i} = (\mathbf{D}_i \cap \overline{\mathbf{P}}_i) \cup \overline{\mathbf{D}}_i$ par le terme
230 de *probabilité partielle de non-atteinte*. De façon immédiate, la probabilité partielle de non-atteinte
231 s'exprime :

$$\mathbb{P}[\overline{\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i}] = 1 - \mathbb{P}[\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i] \quad (3)$$

232 2.2.3 Détermination de la probabilité globale d'atteinte dans le cas de sources multiples

233 Lorsque les sources sont multiples, la probabilité globale d'atteinte de l'enjeu A peut être exprimée
234 en combinant les contributions de chacune des sources S_1, \dots, S_n , étant donné que l'enjeu A est
235 *a priori* menacé par ces n sources. Pour cela, nous utilisons les probabilités partielles de non-
236 atteinte de chacune des sources S_1, \dots, S_n . Nous introduisons ici une hypothèse importante qui
237 sera discutée plus loin dans l'article : on suppose que les n événements $\overline{\mathbf{D}_1 \cap \mathbf{P}_1}, \dots, \overline{\mathbf{D}_n \cap \mathbf{P}_n}$ sont
238 mutuellement indépendants².

239 L'événement "l'enjeu A n'est atteint par aucun bloc provenant des sources S_1, \dots, S_n " est l'intersection
240 de tous les événements $\overline{\mathbf{D}_1 \cap \mathbf{P}_1}, \dots, \overline{\mathbf{D}_n \cap \mathbf{P}_n}$ car, pour que l'enjeu A ne soit atteint par aucun bloc,
241 il faut et il suffit qu'aucune source ne soit à l'origine d'un bloc atteignant l'enjeu A . On écrit cette

2. On dit que les événements $\mathbf{E}_1, \dots, \mathbf{E}_n$ sont mutuellement indépendants lorsque, pour toute partie $\{j_1, \dots, j_m\} \subset \{1, \dots, n\}$, on a $\mathbb{P}[\mathbf{E}_{j_1} \cap \dots \cap \mathbf{E}_{j_m}] = \mathbb{P}[\mathbf{E}_{j_1}] \times \dots \times \mathbb{P}[\mathbf{E}_{j_m}]$.

242 intersection comme suit :

$$\bigcap_{i=1}^n (\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i)$$

243 En passant à la probabilité, par indépendance mutuelle des événements $\overline{\mathbf{D}_1 \cap \mathbf{P}_1}, \dots, \overline{\mathbf{D}_n \cap \mathbf{P}_n}$, il
244 vient :

$$\mathbb{P} \left[\bigcap_{i=1}^n (\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i) \right] = \prod_{i=1}^n \mathbb{P} [\overline{\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i}]$$

245 puis, avec l'équation (3), il suit :

$$\mathbb{P} \left[\bigcap_{i=1}^n (\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i) \right] = \prod_{i=1}^n (1 - \mathbb{P} [\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i]) \quad (4)$$

246 Comme l'événement "l'enjeu A est atteint par au moins un bloc provenant des sources S_1, \dots, S_n "
247 correspond exactement au complémentaire de l'événement "l'enjeu A n'est atteint par aucun bloc
248 provenant des sources S_1, \dots, S_n ", on a immédiatement :

$$\mathbb{P} \left[\overline{\bigcap_{i=1}^n (\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i)} \right] = 1 - \mathbb{P} \left[\bigcap_{i=1}^n (\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i) \right]$$

249 puis, avec l'équation (4), il suit :

$$\mathbb{P} \left[\overline{\bigcap_{i=1}^n (\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i)} \right] = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - \mathbb{P} [\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i])$$

250 Enfin, comme la probabilité globale d'atteinte de l'enjeu A (notée \mathbb{P}_a^A) est précisément égale à
251 la probabilité que l'enjeu A soit atteint par au moins un bloc provenant des sources S_1, \dots, S_n , qui
252 elle-même s'écrit $\mathbb{P} \left[\overline{\bigcap_{i=1}^n (\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i)} \right]$, l'expression de \mathbb{P}_a^A est donc donnée par :

$$\mathbb{P}_a^A = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - p_{a,i}^A) \quad (5)$$

253 ce qui, grâce à la relation $p_{a,i}^A = p_{d,i} p_{p,i}^A$, s'écrit également :

$$\mathbb{P}_a^A = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - p_{d,i} p_{p,i}^A) \quad (6)$$

254 Nous appellerons désormais *expression exacte* de la probabilité globale d'atteinte l'équation (5).

255 2.3 Approximation des faibles probabilités

256 2.3.1 Réécriture de l'expression de la probabilité globale d'atteinte

257 L'expression exacte de la probabilité globale d'atteinte de l'enjeu A n'est pas aisée à manipuler du
258 fait de la présence d'un produit fini qui la rend non linéaire. Néanmoins, il est possible d'exprimer
259 différemment cette probabilité afin de s'affranchir de ce produit en linéarisant la formule, donnant

260 ainsi accès à une expression développée de la probabilité \mathbb{P}_a^A . Le calcul s'appuie sur la relation
 261 ensembliste suivante :

$$\overline{\bigcap_{i=1}^n (\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i)} = \bigcup_{i=1}^n (\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i)$$

262 montrant que l'événement "l'enjeu A n'est atteint par aucun bloc provenant des sources S_1, \dots, S_i "
 263 peut aussi s'exprimer comme la réunion des n événements $\mathbf{D}_1 \cap \mathbf{P}_1, \dots, \mathbf{D}_n \cap \mathbf{P}_n$. À partir de cette
 264 relation, on obtient :

$$\mathbb{P}_a^A = \mathbb{P} \left[\overline{\bigcap_{i=1}^n (\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i)} \right] = \mathbb{P} \left[\bigcup_{i=1}^n (\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i) \right]$$

265 puis la formule du crible de Poincaré³ permet de développer la probabilité $\mathbb{P} \left[\bigcup_{i=1}^n (\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i) \right]$ comme
 266 suit :

$$\mathbb{P}_a^A = \sum_{i=1}^n p_{a,i}^A + \sum_{k=2}^n (-1)^{k+1} \sum_{1 \leq j_1 < \dots < j_k \leq n} \mathbb{P} \left[\bigcap_{\ell=1}^k (\mathbf{D}_{j_\ell} \cap \mathbf{P}_{j_\ell}) \right] \quad (7)$$

267 L'équation (7) est obtenue sans utiliser l'hypothèse d'indépendance mutuelle des événements
 268 $\mathbf{D}_1 \cap \mathbf{P}_1, \dots, \mathbf{D}_n \cap \mathbf{P}_n$ qui était nécessaire pour établir l'équation (4). L'équation (7) est une expres-
 269 sion de la probabilité globale d'atteinte \mathbb{P}_a^A vraie dans tous les cas (*i.e.* sans aucune hypothèse ni
 270 simplification).

271 Le terme $\sum_{k=2}^n (-1)^{k+1} \sum_{1 \leq j_1 < \dots < j_k \leq n} \mathbb{P} \left[\bigcap_{\ell=1}^k (\mathbf{D}_{j_\ell} \cap \mathbf{P}_{j_\ell}) \right]$ de l'équation (7) traduit la comptabil-
 272 ité des événements $\mathbf{D}_1 \cap \mathbf{P}_1, \dots, \mathbf{D}_n \cap \mathbf{P}_n$. La notion de comptabilité ne doit pas être confondue
 273 avec celle d'indépendance. En effet, deux événements sont dits compatibles lorsque la probabilité
 274 de leur intersection est non nulle, autrement dit lorsqu'ils peuvent être réalisés tous les deux en
 275 même temps. Ici, l'atteinte de l'enjeu A peut non seulement être causée par un bloc provenant
 276 d'une seule source S_i , mais aussi par deux blocs provenant de deux sources différentes S_i et S_j
 277 simultanément, ou encore par trois blocs provenant de trois sources différentes S_i, S_j, S_k simul-
 278 tanément, et ainsi de suite... Il est évident qu'une atteinte par plusieurs blocs de façon simultanée
 279 sera bien moins probable qu'une atteinte par un seul bloc car il faudrait dans ce cas que plusieurs
 280 sources (de probabilités de départ possiblement différentes) s'activent à des instants suffisam-
 281 ment proches tels que les trajectoires des blocs produits aboutissent à une atteinte simultanée de
 282 l'enjeu A .

283 Par ailleurs, en faisant à nouveau l'hypothèse d'indépendance mutuelle des événements $\mathbf{D}_1 \cap$
 284 $\mathbf{P}_1, \dots, \mathbf{D}_n \cap \mathbf{P}_n$, on obtient alors :

$$\mathbb{P} \left[\bigcap_{\ell=1}^k (\mathbf{D}_{j_\ell} \cap \mathbf{P}_{j_\ell}) \right] = \prod_{\ell=1}^k p_{a,j_\ell}^A$$

285 et l'équation (7) devient :

$$\mathbb{P}_a^A = \sum_{i=1}^n p_{a,i}^A + \sum_{k=2}^n (-1)^{k+1} \sum_{1 \leq j_1 < \dots < j_k \leq n} \prod_{\ell=1}^k p_{a,j_\ell}^A \quad (8)$$

3. La formule du crible de Poincaré permet de développer la probabilité d'une réunion d'événements. Si $\mathbf{E}_1, \dots, \mathbf{E}_n$ sont des événements, alors $\mathbb{P} \left[\bigcup_{i=1}^n \mathbf{E}_i \right] = \sum_{i=1}^n \mathbb{P}[\mathbf{E}_i] + \sum_{k=2}^n (-1)^{k+1} \sum_{1 \leq j_1 < \dots < j_k \leq n} \mathbb{P} \left[\bigcap_{\ell=1}^k \mathbf{E}_{j_\ell} \right]$.

286 Il s'agit de la forme développée de l'expression exacte que nous avons donnée dans la section 2.2.3
 287 sous une forme factorisée (équation (5)).

288 2.3.2 Expression simplifiée de la probabilité globale d'atteinte pour des petites probabilités 289 partielles d'atteinte

290 L'équation (8), associée à l'hypothèse d'indépendance mutuelle des événements $\mathbf{D}_1 \cap \mathbf{P}_1, \dots, \mathbf{D}_n \cap$
 291 \mathbf{P}_n , peut être détaillée comme suit :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}_a^A = & \sum_{i=1}^n p_{a,i}^A - \sum_{1 \leq j_1 < j_2 \leq n} p_{a,j_1}^A p_{a,j_2}^A + \sum_{1 \leq j_1 < j_2 < j_3 \leq n} p_{a,j_1}^A p_{a,j_2}^A p_{a,j_3}^A \\ & - \sum_{1 \leq j_1 < j_2 < j_3 < j_4 \leq n} p_{a,j_1}^A p_{a,j_2}^A p_{a,j_3}^A p_{a,j_4}^A + \dots + (-1)^{n+1} \prod_{j=1}^n p_{a,j}^A \end{aligned} \quad (9)$$

292 Cette expression de \mathbb{P}_a^A est en fait la combinaison linéaire de n sommes "triangulaires", la première
 293 somme étant une sommation simple (sur un seul indice), la deuxième une sommation double
 294 (sur deux indices), la troisième une sommation triple (sur trois indices), et ainsi de suite jusqu'à
 295 la dernière somme qui est une sommation d'ordre n constituée en réalité d'un seul terme (d'où
 296 l'absence de symbole de sommation pour le dernier terme dans l'équation (9)).

297 En notant \bar{p} la valeur caractéristique des probabilités partielles d'atteinte (on peut voir \bar{p} comme
 298 la valeur moyenne des $p_{a,i}^A$), il devient possible d'estimer la valeur caractéristique de chaque somme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n p_{a,i}^A \approx n \bar{p} \\ \sum_{1 \leq j_1 < j_2 \leq n} p_{a,j_1}^A p_{a,j_2}^A \approx \binom{n}{2} \bar{p}^2 \\ \sum_{1 \leq j_1 < j_2 < j_3 \leq n} p_{a,j_1}^A p_{a,j_2}^A p_{a,j_3}^A \approx \binom{n}{3} \bar{p}^3 \\ \dots \\ \sum_{1 \leq j_1 < \dots < j_{n-1} \leq n} \prod_{\ell=1}^{n-1} p_{a,j_\ell}^A \approx \binom{n}{n-1} \bar{p}^{n-1} \\ \prod_{j=1}^n p_{a,j}^A \approx \bar{p}^n \end{array} \right.$$

299 La i -ème somme a pour valeur caractéristique $\binom{n}{i} \bar{p}^i$ où $\binom{n}{i}$ est un coefficient binomial $\left(\binom{n}{i} = \frac{n!}{i!(n-i)!} \right)$.

300 Pour que la $(i+1)$ -ème somme soit négligeable devant la i -ème somme, il suffit que $\frac{\binom{n}{i+1}}{\binom{n}{i}} \bar{p} \ll 1$,

301 c'est-à-dire $\bar{p} \ll \frac{i+1}{n-i}$. La fonction $f : x \mapsto \frac{x+1}{n-x}$ est strictement croissante sur l'intervalle $[0, n[$, et

302 $\min_{x \in [0, n[} f(x) = \frac{1}{n}$. Ainsi, une condition suffisante permettant de satisfaire $\bar{p} \ll \frac{i+1}{n-i}$ pour tout i est

303 donc $\bar{p} \ll \frac{1}{n}$ (avec n le nombre de sources).

304 Par conséquent, la condition $\bar{p} \ll \frac{1}{n}$ permet de simplifier l'équation (8) en s'affranchissant de
 305 toutes les termes d'ordre strictement supérieur à 1. Nous obtenons donc une formule simplifiée
 306 pour la probabilité globale d'atteinte de l'enjeu A :

$$\mathbb{P}_a^A \approx \sum_{i=1}^n p_{a,i}^A \quad (10)$$

307 Nous appelons désormais *expression approximée* de la probabilité globale d'atteinte l'équation

308 (10). Ce résultat montre que, sous une certaine condition, il est possible d'exprimer simplement la
 309 probabilité globale d'atteinte \mathbb{P}_a^A comme la somme des probabilités partielles d'atteinte $p_{a,i}^A$. On
 310 remarque que l'expression approximée est exactement égale à l'expression générale si et seule-
 311 ment si les événements $\mathbf{D}_1 \cap \mathbf{P}_1, \dots, \mathbf{D}_n \cap \mathbf{P}_n$ sont tous incompatibles ; autrement dit, cette approx-
 312 imation revient à négliger les cas où l'enjeu A serait atteint par plusieurs blocs au même instant.
 313 L'équation (10), ainsi que l'hypothèse qui la sous-tend ($\bar{p} \ll \frac{1}{n}$), constituent l'*approximation des*
 314 *faibles probabilités* (AFP).

315 Le critère asymptotique donné par $\bar{p} \ll \frac{1}{n}$ est la condition d'application de l'approximation des
 316 faibles probabilités. En effet, ce critère implique que, pour tout $i \in \llbracket 1, n \rrbracket$, $p_{a,i} \ll \frac{1}{n}$, ce qui signifie
 317 que les probabilités partielles d'atteinte sont toutes particulièrement "petites". En particulier, cela
 318 permet d'assurer que la somme $\sum_{i=1}^n p_{a,i}^A$ reste inférieure à 1 afin que \mathbb{P}_a^A soit toujours une proba-
 319 bilité cohérente. Toutefois, le qualificatif "petit devant 1" reste peu utilisable en l'état et fera l'objet
 320 d'une discussion.

321 2.3.3 Simplification alternative par développements limités

322 Il est également possible de retrouver l'expression approximée en réalisant un développement
 323 limité de l'expression exacte de la probabilité globale d'atteinte, qui s'appuie lui-même sur les
 324 développements limités en 0 des fonctions usuelles exp et ln. La démonstration repose sur l'hypothèse
 325 $\sum_{i=1}^n p_{a,i}^A \ll 1$, et passe par une reformulation du produit fini de l'équation (5) sous la forme suiv-
 326 ante :

$$\mathbb{P}_a^A = 1 - \exp \left[\ln \left(\prod_{i=1}^n (1 - p_{a,i}^A) \right) \right] = 1 - \exp \left[\sum_{i=1}^n \ln (1 - p_{a,i}^A) \right]$$

327 Après calculs et simplifications, on obtient la relation⁴ :

$$\mathbb{P}_a^A = \sum_{i=1}^n p_{a,i}^A - \sum_{1 \leq i < j \leq n} p_{a,i}^A p_{a,j}^A + \mathcal{O} \left(\sum_{i=1}^n p_{a,i}^A{}^3 \right) \quad (11)$$

328 L'équation (11) correspond au développement limité à l'ordre 2 de l'expression exacte de la proba-
 329 bilité globale d'atteinte. Les termes d'ordre supérieur ou égal à 3 contenus dans le terme $\mathcal{O} \left(\sum_{i=1}^n p_{a,i}^A{}^3 \right)$
 330 étant négligeables devant les deux termes $\sum_{i=1}^n p_{a,i}^A$ et $\sum_{1 \leq i < j \leq n} p_{a,i}^A p_{a,j}^A$, il vient alors :

$$\mathbb{P}_a^A \approx \sum_{i=1}^n p_{a,i}^A - \sum_{1 \leq i < j \leq n} p_{a,i}^A p_{a,j}^A \quad (12)$$

331 À l'ordre 1, la somme $\sum_{1 \leq i < j \leq n} p_{a,i}^A p_{a,j}^A$ disparaît et on retrouve l'expression approximée : $\mathbb{P}_a^A \approx$
 332 $\sum_{i=1}^n p_{a,i}^A$. Par ailleurs, l'équation (11) permet d'affirmer que $\sum_{i=1}^n p_{a,i}^A \geq 1 - \prod_{i=1}^n (1 - p_{a,i}^A)$, indi-
 333 quant que l'expression approximée de la probabilité globale d'atteinte surestimerait toujours l'aléa⁵.
 334 Enfin, l'hypothèse $\sum_{i=1}^n p_{a,i}^A \ll 1$ utilisée pour établir le développement limité se ramène à la con-

4. On utilise ici la notation \mathcal{O} définie comme suit : pour toutes fonctions f et g , on a $f(x) = \mathcal{O}(g(x))$ lorsque $x \ll 1$ si et seulement s'il existe deux constantes x_0 et C telles que pour tout $x < x_0$, $|f(x)| < C|g(x)|$.

5. Il s'agit d'une remarque importante puisqu'elle indique la tendance de surestimation de l'aléa engendrée par l'utilisation de la formule approximée.

335 dition $\bar{p} \ll \frac{1}{n}$ introduite précédemment en remplaçant les $p_{a,i}^A$ par leur valeur caractéristique \bar{p} .

336 2.4 Quantification de l'aléa de chute de blocs en contexte opérationnel

337 2.4.1 Contexte opérationnel

338 L'application en contexte opérationnel de la méthode d'évaluation quantitative de l'aléa de chute
339 de blocs détaillée dans la section (2.2) nécessite la quantification des différents termes de l'équation
340 (5). En particulier, la quantification des probabilités partielles d'atteinte de l'enjeu A par la source
341 S_i nécessite l'estimation de la probabilité de départ associée à la source S_i ($p_{d,i}$) et de la probabil-
342 ité de propagation depuis la source S_i jusqu'à l'enjeu A ($p_{p,i}^A$), pour tout $i \in \llbracket 1, n \rrbracket$.

343 **Estimation de la probabilité de départ.** L'estimation des probabilités de départ $p_{d,i}$ dépend de la
344 méthode choisie pour quantifier les conditions de départ des blocs. Dans le cas d'une approche de
345 type aléa localisé, les compartiments rocheux instables identifiés sont tous distincts et localisés :
346 il est alors possible d'évaluer le volume des blocs qui peuvent se propager après détachement
347 et fragmentation d'un des compartiments rocheux. L'estimation d'une probabilité annuelle de
348 détachement pour un compartiment localisé repose très largement sur le "*dire d'expert*", ce qui
349 rend cette option opérationnelle sujette à discussions et peu reproductible.

350 L'estimation des $p_{d,i}^A$ par une approche de type aléa diffus est généralement privilégiée à l'approche
351 précédente en raison de sa plus grande reproductibilité. Elle convient à des secteurs pour lesquels
352 on dispose déjà de nombreuses données historiques et/ou géomorphologiques. Les zones de
353 falaise du secteur étudié sont tout d'abord cartographiées, généralement à l'aide de méthodes
354 semi-automatiques (définition de seuils de pentes à partir d'un modèle numérique de terrain par
355 exemple) ; puis un relevé des blocs déposés sur site sur une période temporelle fixée est réalisé
356 de manière à évaluer la fréquence des événements en fonction du volume des blocs. C'est cette
357 approche, couramment utilisée dans le cadre du zonage de l'aléa de chute de blocs, qui sera priv-
358 ilégiée dans la suite de cet article.

359 **Estimation de la probabilité de propagation.** Toute probabilité de propagation $p_{p,i}^A$ est théorique-
360 ment associée à un enjeu existant ayant une emprise spatiale. Aussi, dans le cadre de zonages
361 réglementaires notamment, il est courant d'évaluer l'aléa en tout point du secteur d'étude en se
362 référant à un enjeu fictif présent sur chaque point (ou cellule) du secteur étudié. Dès lors, une
363 hypothèse sur l'emprise spatiale de l'enjeu est nécessairement faite, sans être explicitée dans la
364 plupart des cas. Ce cas de figure plus complexe sera privilégié dans le cadre de cet article. Le calcul
365 de $p_{p,i}^A$ requiert souvent l'utilisation de logiciels de simulations de la propagation des blocs, dits
366 *logiciels d'analyse trajectographique*. Dans ce cadre, l'utilisation de logiciels de modélisation 3D
367 représentant explicitement chaque trajectoire est privilégiée.

368 Il est essentiel de noter que les logiciels d'analyse trajectographique permettent actuellement
369 de simuler la propagation de blocs rocheux ne se fragmentant pas, ce qui implique générale-
370 ment de faire l'hypothèse que la fragmentation des compartiments rocheux a lieu lors du dé-
371 tachment initial. De plus, pour obtenir des données statistiques sur la propagation des blocs,

372 un certain nombre de blocs doivent être générés depuis chaque source. Si un compartiment in-
373 stable a été identifié (aléa localisé), la zone de départ correspond à l'emprise spatiale du com-
374 partiment. Lorsqu'une approche de type aléa diffus est employée, un certain nombre de blocs
375 sont générés depuis chaque source identifié comme potentiellement productrice de bloc. Quelle
376 que soit l'approche choisie, il est nécessaire de vérifier avant l'analyse des résultats qu'un nom-
377 bre suffisant de blocs ont été simulés de telle sorte que l'estimation statistique soit suffisamment
378 représentative.

379 **2.4.2 Application dans le cadre d'un aléa diffus et d'un modèle numérique de terrain**

380 **Utilisation d'un modèle numérique de terrain au format raster.** L'étude de l'aléa de chute de
381 blocs pour une falaise modélisée par un aléa diffus s'appuie généralement sur l'utilisation d'un
382 modèle numérique de terrain (MNT). Il s'agit d'une représentation en 2.5D de la topographie d'un
383 terrain, autrement dit il s'agit d'une représentation en 2D de l'élévation du terrain. Le terrain est
384 découpé en pixels carrés (appelés *cellules*) de dimension fixe et à chaque pixel est affectée une
385 valeur numérique correspondant à l'altitude moyenne du terrain au niveau du pixel. La résolution
386 du MNT est définie par la taille des cellules.

387 La modélisation d'un aléa diffus est permise en identifiant les cellules du MNT susceptibles
388 de produire les blocs. On appelle désormais *cellule source* toute cellule génératrice de blocs. La
389 propagation peut (théoriquement) avoir lieu sur l'ensemble des cellules du MNT en fonction des
390 trajectoires individuelles des blocs. Afin d'évaluer la probabilité globale d'atteinte en toutes cel-
391 lules du MNT, on peut appliquer l'équation (5) donnant la probabilité globale d'atteinte en rem-
392 plaçant l'enjeu quelconque A par une cellule quelconque A . Cependant, l'utilisation d'un MNT
393 nécessite de prendre en compte la résolution spatiale dans la détermination de la probabilité
394 d'atteinte qui devient dès lors une grandeur surfacique. Cette remarque est extrêmement impor-
395 tante puisqu'elle souligne les implications de la discrétisation spatiale sur la quantification de la
396 probabilité d'atteinte.

397 Bien que l'utilisation de logiciels de simulation trajectographique 3D, intégrant des modèles à
398 la fois déterministes et stochastiques (*e.g.*, Rockyfor3D, PlatRock), s'est démocratisée ces dernières
399 années, le suivi de chaque trajectoire individuelle simulée n'est généralement pas possible en
400 toutes cellules du MNT pour des raisons évidentes de coût computationnel et de quantité de
401 données à stocker. En effet, les logiciels ne fournissent que des données globales sous forme
402 de "cartes" au format raster ayant généralement la même résolution que le MNT (par exemple,
403 le nombre de passages de blocs, l'énergie moyenne des blocs, la hauteur moyenne de passage).
404 Dans le cadre de cet article, nous utiliserons exclusivement les cartes des nombres de passages de
405 blocs par cellules du MNT.

406 **Conséquences pour les probabilités de départ, de propagation et d'atteinte.** Les probabilités
407 de départ peuvent être estimées à partir de lois de type fréquence-volume exprimant la fréquence
408 temporelle d'occurrence de chutes de blocs au cours d'une période donnée en fonction du vol-
409 ume des blocs produits (Hantz et al., 2003; Hantz, 2011; Hantz et al., 2020). Il ressort que ces lois

410 fréquence-volume peuvent s'exprimer sous la forme de lois en puissance négative $f_d(V) = \alpha V^{-\beta}$
 411 où les coefficients $\alpha > 0$ et $\beta > 0$ dépendent du secteur et des falaises étudiés. Pour une fréquence
 412 de départ spatiotemporelle surfacique annuelle exprimée en $\text{m}^{-2} \cdot \text{an}^{-1}$, le coefficient α est donné
 413 en $\text{m}^{3\beta-2} \cdot \text{an}^{-1}$, tandis que le coefficient β est toujours sans dimension.

414 L'évaluation des probabilités de propagation repose sur une analyse de propagation à l'échelle
 415 du secteur étudié réalisée le plus souvent à l'aide d'une étude trajectographique par simulation
 416 numérique sur un MNT. Dès lors, il faut construire une probabilité de propagation à partir de
 417 données issues de la simulation. Nous exprimons la probabilité de propagation $p_{p,i}^A$ (de la cellule
 418 source S_i à la cellule A) comme le rapport de la quantité de blocs simulés depuis la cellule source
 419 S_i atteignant l'enjeu A sur la quantité totale de blocs simulés depuis la source S_i , c'est-à-dire :

$$p_{p,i}^A = \frac{N_{b,i}^A}{N_{sim,i}} \quad (13)$$

420 avec $N_{b,i}^A$ le nombre de blocs provenant de la cellule source S_i ayant atteint la cellule A et $N_{sim,i}$ le
 421 nombre de blocs simulés depuis la cellule source S_i . Si aucun bloc simulé depuis la cellule source
 422 S_i n'atteint la cellule A , alors $p_{p,i}^A = 0$, et si la totalité des blocs simulés depuis la cellule source S_i
 423 l'atteignent, alors $p_{p,i}^A = 1$.

424 La probabilité d'atteinte globale d'une cellule quelconque A du MNT s'écrit alors $\mathbb{P}_a^A = 1 -$
 425 $\prod_{i=1}^n \left(1 - \frac{p_{d,i} N_{b,i}^A}{N_{sim,i}}\right)$ avec l'expression exacte, et $\mathbb{P}_a^A \approx \sum_{i=1}^n \frac{p_{d,i} N_{b,i}^A}{N_{sim,i}}$ avec l'expression approximée.

426 2.4.3 Application d'un modèle probabiliste à partir de données statistiques

427 La méthode exposée dans les sections 2.1 et 2.2 s'appuie sur un raisonnement probabiliste. Le pas-
 428 sage à un contexte opérationnel nécessite la quantification effective des grandeurs probabilistes
 429 du problème. Cette quantification repose sur la substitution de grandeurs statistiques aux prob-
 430 abilités. En effet, les probabilités de départ et de propagation réelles exactes sont inaccessibles
 431 compte tenu de la complexité du phénomène. Par conséquent, une estimation statistique est
 432 utilisée, en s'appuyant sur l'hypothèse que les grandeurs statistiques obtenues sont très proches
 433 des probabilités réelles recherchées. On admet que plus le nombre de données statistiques est
 434 grands, plus les estimateurs seront asymptotiquement proches des vraies valeurs des probabilités
 435 estimées. Pour des raisons de clarté et d'uniformisation, nous continuerons d'appeler probabilités
 436 les estimateurs statistiques correspondants.

437 La périodisation temporelle (période de référence) et la discrétisation spatiale (résolution du
 438 MNT) imposent une prise en compte de dimensions respectivement temporelles et spatiales au
 439 niveau des probabilités utilisées. En toute rigueur mathématique, il serait impossible d'associer
 440 des unités à des probabilités, mais nous choisissons de le faire afin de rendre plus compréhensible
 441 leur manipulation en contexte opérationnel. Ainsi, en termes de dimensions (T pour le temps et
 442 D pour la longueur), une probabilité de départ sera donnée en T^{-1} , une probabilité partielle de
 443 propagation en L^{-2} , et donc une probabilité partielle d'atteinte en $T^{-1} \cdot L^{-2}$ (ce qui donnerait une
 444 unité en $\text{an}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$ si les probabilités de départ sont annuelles).

445 La possibilité d'utilisation de résolutions différentes lors des modélisations imposent une nor-

446 malisation des probabilités d'atteinte calculées lors du post-traitement statistique, afin de ren-
447 dre cohérents entre eux des résultats obtenus avec différentes résolutions spatiales. Nous sug-
448 gérons de fournir des probabilités globales d'atteinte ramenées à une surface égale à 1 m^2 afin
449 d'uniformiser les résultats produits. Autrement dit, il s'agit de fournir des probabilités globales
450 d'atteinte surfaciques. Ainsi, les probabilités globales d'atteinte déterminées à l'issue de simula-
451 tions effectuées sur un MNT de résolution de 5 m devront être divisées par 25 (ce qui correspond
452 à la surface d'une cellule du MNT) pour se ramener à 1 m^2 .

453 **3 Études de cas**

454 **3.1 Premier cas : exemple simple**

455 Nous proposons un premier exemple pour illustrer l'utilisation de la méthode de quantification
456 dans le cas d'un découpage d'un terrain virtuel en cellules de mêmes dimensions, de façon ana-
457 logue à un modèle numérique de terrain. Le terrain virtuel est constitué de 76 cellules dont 6
458 cellules sources. On a imaginé 50 trajectoires à partir de chaque cellule source, avec une proba-
459 bilité de départ de 0.1 par cellule source. Les données trajectographiques utilisées n'ont aucune
460 réalité et ont été inventées par les auteurs dans le cadre de cet exemple. La Fig. 2-A donne les
461 distributions des passages de blocs simulés pour chaque cellule du terrain.

462 À partir des données trajectographiques, la probabilité globale d'atteinte de chaque cellule du
463 terrain est calculée pour chacune des deux expressions, fournissant ainsi deux champs de proba-
464 bilité d'atteinte (Fig. 2-B). Sont également calculées la probabilité globale d'atteinte à l'aide du
465 développement limité d'ordre 2 et l'écart relatif (en %) entre l'expression exacte et l'expression
466 approximée (Fig. 2-B). On constate une différence importante entre la probabilité d'atteinte cal-
467 culée avec l'expression exacte et celle calculée avec l'expression approximée. Par exemple, pour
468 la cellule la plus exposée, l'écart relatif entre les deux valeurs est presque de 2 %, ce qui n'est pas
469 négligeable compte tenu de la précision attendue dans l'évaluation de l'aléa. Nuanceons toutefois
470 cette conclusion étant donné que l'exemple proposé subit les effets du faible nombre de blocs
471 simulés, empêchant la convergence des données trajectographiques vers une valeur stable de la
472 probabilité d'atteinte.

473 **3.2 Deuxième cas : Saint-Eynard**

474 **3.2.1 Présentation de l'étude**

475 Cet exemple s'appuie sur l'étude d'un secteur situé sur la commune de Biviers dans le départe-
476 ment de l'Isère (France), menacé par les falaises calcaires du Saint-Eynard dans le massif de la
477 Chartreuse. Particulièrement étudiées à cause de leurs fortes activités de chute de blocs et du
478 grand nombre d'événements recensés, les falaises du Saint-Eynard ont fait l'objet de plusieurs
479 travaux visant à en déterminer les fréquences de départ (Hantz et al., 2020). Nous en utilisons
480 donc les résultats afin de construire ce deuxième exemple applicatif de notre méthode de quan-
481 tification.

482 L'étude de la propagation en trois dimensions est réalisée sous la forme d'analyses trajec-
483 tographiques avec le logiciel Rockyfor3D (Dorren, 2016). Il s'agit d'un modèle trajectographiques
484 de chute de blocs en trois dimensions calculant les trajectoires individuelles des blocs de leur
485 décrochement à leur arrêt. Associant à la fois des modèles déterministes et stochastiques, le logi-
486 ciciel détermine la trajectoire d'un bloc par une succession de chutes libres et de rebonds. Les
487 données d'entrée sont fournies sous la forme de rasters de même résolution ; il s'agit du MNT,
488 des caractéristiques du sol, de la localisation des cellules sources, des caractéristiques des blocs.
489 En sortie, le logiciel produit plusieurs rasters dont le nombre de passages de blocs par cellule du
490 MNT, le nombre de cellules sources qui ont alimenté chaque cellule du MNT, l'énergie moyenne
491 des blocs, et les angles de ligne d'énergie.

492 De plus, comme indiqué dans le section 2.4.2, notre méthode nécessite de connaître la prove-
493 nance de chacun des blocs passés par une cellule donnée du MNT afin d'évaluer chacune des
494 probabilités partielles d'atteinte. La connaissance du nombre total de blocs passés par une cellule
495 donnée et du nombre de cellules alimentatrices n'est plus suffisant. Pour une cellule donnée du
496 MNT, parmi tous les blocs l'atteignant, nous devons accéder à la répartition des blocs en fonction
497 des cellules sources alimentatrices qui en sont à l'origine. Le logiciel Rockyfor3D ne permettant
498 pas d'accéder à de telles données en une seule simulation, nous avons contourné cette difficulté
499 en réalisant autant de simulations qu'il y a de cellules sources. Tous les rasters de nombre de pas-
500 sages de blocs ainsi générés seront finalement agrégés pour obtenir le raster de probabilité globale
501 d'atteinte selon la formule utilisée.

502 3.2.2 Hypothèses et données initiales

503 Nous modélisons la falaise rocheuse du secteur étudié par une falaise uniforme avec une hauteur
504 de 200 m et une longueur horizontale de 4 km, soit une surface totale de falaise de 800 000 m².
505 Les cellules sources sont réparties de façon équidistante au pied de la falaise. Les données de
506 modélisation sont résumées dans la Tab. 2-A pour la résolution à 1 m et pour celle à 5 m. Ainsi,
507 le nombre total de blocs simulés sur l'ensemble du secteur étudié s'élève à 200 millions dans les
508 deux cas, ce qui va nous permettre de les comparer. La hauteur de chute initiale moyenne est fixée
509 à 100 m et le volume des blocs à 5 m³. La loi fréquence-volume utilisée pour calculer la probabilité
510 de départ est $f(V) = 1.5 \times V^{-0.78}$ avec $f(V)$ en $\text{an}^{-1} \cdot \text{hm}^{-2}$ (Hantz et al., 2020).

511 Les caractéristiques géologiques du terrain et son découpage en zones correspondant à des
512 types de sols différents (Fig. 3) ont été obtenus à partir de la cartographie géologique de la France
513 du bureau de recherches géologiques et minières (BRGM). Pour chaque type de sol, les paramètres
514 du modèle de rebond de Rockyfor3D ont été fixés à des valeurs moyennes (Dorren, 2016). Les
515 valeurs utilisées sont données dans la Tab. 2-B.

516 3.2.3 Résultats

517 Les résultats sont présentés sous la forme d'un zonage logarithmique en cinq couleurs correspon-
518 dant à des intervalles de probabilité globale d'atteinte distincts, comme indiqué dans les légendes
519 des figures qui suivent. Ce choix est motivé par les recommandations actuelles de la MEZAP (Co-

520 las et al., 2021) suggérant un zonage logarithmique par intervalles en puissance de 10 allant de
521 10^{-6} à 10^{-2} ($\text{an}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}$). Nous présentons tout d'abord le zonage obtenu avec une résolution de
522 1 m (Fig. 4-A) ainsi que celui obtenu avec une résolution de 5 m (Fig. 4-B). Ensuite, la Fig. 4-C
523 fournit l'écart absolu entre le résultat de l'expression exacte et le résultat de l'expression approx-
524 imée de la probabilité globale d'atteinte en toute cellule du MNT pour la résolution à 1 m. On
525 observe que cet écart absolu peut être supérieur à 10^{-2} ($\text{an}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}$) au niveau des cellules les plus
526 exposées. Néanmoins, le zonage logarithmique rend cet écart absolu négligeable dans chaque in-
527 tervalle de log-probabilité, l'écart étant "absorbé" par le niveau de précision de l'intervalle, im-
528 pactant assez peu l'écart relatif correspondant. Par exemple, toutes les cellules présentant un
529 écart absolu supérieur à 10^{-3} ($\text{an}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}$) sont elles-mêmes classées dans le zonage supérieur à
530 10^{-2} ($\text{an}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}$).

531 Le zonage obtenu diffère significativement en fonction de la résolution du MNT : le zonage est
532 plus pessimiste sur la Fig. 4-B (résolution de 5 m) que sur la Fig. 4-A (résolution de 1 m). Ceci est dû
533 à un effet d'intégration du nombre de passages de blocs sur la surface des cellules du MNT. Dans le
534 cas de la résolution de 5 m, les cellules du MNT ont une surface de 25 m^2 : ceci a pour conséquence
535 que, pour un nombre total de blocs simulés identique, le nombre de blocs passant sur chaque
536 cellule sera (environ) 25 fois plus grand dans le cas de la résolution de 5 m que dans celui de
537 la résolution à 1 m. En effet, en supposant que la densité surfacique de passage sur les cellules
538 est la même pour les deux résolutions, le nombre de blocs passant par chaque cellule du MNT
539 diminue lorsque la précision de la résolution augmente (car les trajectoires simulées sont mieux
540 individualisées), et les valeurs de probabilité de propagation sont par conséquent plus faibles.

541 Pour tenter de corriger cet effet intégrateur lié à la surface des cellules, on propose de nor-
542 maliser les résultats de la simulation avec la résolution de 5 m en divisant les probabilités d'atteinte
543 des cellules par 25. La Fig. 4-D donne le zonage obtenu après normalisation. De façon prévisible,
544 le zonage a tendance à remonter puisqu'on diminue les valeurs des probabilités d'atteinte d'un
545 facteur de l'ordre de 0.1 (décalage global d'une couleur vers la suivante). Toutefois, la normali-
546 sation entraîne une forte remontée du zonage qui devient alors moins pessimiste que celui de la
547 Fig. 4-B. La normalisation ne semble donc pas corriger correctement la différence liée à l'effet
548 d'intégration de la résolution.

549 Les résultats de ce deuxième exemple illustrent efficacement notre méthode de quantification
550 en l'appliquant sur un cas d'étude réel typique de falaises productrices de blocs. Ils permettent
551 également de souligner les écueils possibles lors d'une manipulation trop rapide des hypothèses
552 et approximations des formules.

553 4 Discussion

554 4.1 Comparaison avec les méthodes issues de la littérature

555 Comme précisé dans l'introduction, une quantification probabiliste de l'aléa de chute de blocs se
556 divise en deux sous-études : d'une part celle du départ (P_1) et d'autre part celle de la propagation
557 (P_2). La quantification de la probabilité de départ a déjà fait l'objet de nombreux travaux et les

558 modèles utilisés aujourd'hui sont souvent suffisamment adaptés pour les besoins de l'évaluation
 559 de l'aléa. Néanmoins, la détermination de la probabilité de propagation pose certains problèmes
 560 dans la mesure où elle nécessite généralement d'effectuer des analyses trajectographiques basées
 561 sur des simulations numériques sur un MNT. La Tab. 1 fournit plusieurs exemples d'articles avec
 562 les formules utilisées par les auteurs pour accéder à une "probabilité de propagation" (P_2) dans le
 563 cadre de l'étude d'un secteur d'intérêt.

564 La majorité des articles utilisent un même modèle d'expression pour quantifier la probabilité
 565 d'atteinte P_a d'une cellule du MNT que nous pouvons résumer sous la forme :

$$P_a = P_d \frac{N_b}{N_t} \quad (14)$$

566 où P_d est la probabilité de départ de la zone source, N_t le nombre total de blocs simulés depuis la
 567 zone source, et N_b le nombre de blocs simulés ayant atteint la cellule. Dans la plupart des articles
 568 qui cherchent à quantifier l'aléa de chute de blocs sur un terrain donné, l'équation (14) est souvent
 569 utilisée pour calculer la probabilité d'atteinte d'une cellule du MNT, sans aucune discussion sur
 570 son origine ou sa validité. En particulier, cette formulation globale ne considère qu'une seule
 571 probabilité de départ uniforme et ne prend pas en compte les contributions différentes de chaque
 572 cellule source.

573 Il est possible de retrouver cette formule à partir de l'expression approximée de la probabilité
 574 globale d'atteinte. En supposant l'AFP vérifiée, il vient :

$$\mathbb{P}_a^A \approx \sum_{i=1}^n p_{d,i} p_{p,i}^A = p_d \sum_{i=1}^n \frac{N_{b,i}^A}{N_{sim}} = \frac{p_d}{N_{sim}} \sum_{i=1}^n N_{b,i}^A = p_d \frac{N_{tot}^A}{N_{sim}} = \mathbb{P}_d \frac{N_{tot}^A}{N_{sim,tot}}$$

575 où $\mathbb{P}_d = np_d$ et $N_{sim,tot} = nN_{sim}$. En identifiant \mathbb{P}_d à P_d , N_{tot}^A à N_b , et $N_{sim,tot}$ à N_t , on retrouve
 576 immédiatement l'équation (14). La formule communément utilisée dans la littérature est donc un
 577 cas particulier de l'expression approximée que nous avons déterminée à la section 2.3.2. Ainsi,
 578 de nombreux auteurs utilisent implicitement l'AFP sans pour autant en vérifier la validité. Une
 579 hypothèse de probabilité de départ uniforme depuis les cellules sources est également faite. En
 580 résumé, les méthodes classiquement utilisées dans la littérature sont plus précises dans le cas
 581 de blocs de volumes importants (donc ayant des probabilités de départ faibles), pour des cel-
 582 lules suffisamment éloignées des zones de départ (donc ayant des probabilités de propagation
 583 suffisamment faibles), et pour des zones de départ homogènes (pour lesquelles les conditions de
 584 départ sont homogènes).

585 4.2 Analyse de l'hypothèse d'indépendance mutuelle

586 4.2.1 Problématique générale

587 L'hypothèse d'indépendance mutuelle, introduite dans la section 2.2.3, demande que les n événe-
 588 ments $\overline{\mathbf{D}_1 \cap \mathbf{P}_1}, \dots, \overline{\mathbf{D}_n \cap \mathbf{P}_n}$ soient mutuellement indépendants. Elle intervient lors de la transfor-
 589 mation de la probabilité de l'intersection des événements $\overline{\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i}$ en le produit des probabilités de

590 chacun des événements $\overline{\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i}$. Elle permet notamment de prouver l'équivalence entre l'équation
591 $\mathbb{P}[\overline{\mathbf{D}_1 \cap \mathbf{P}_1} \cap \dots \cap \overline{\mathbf{D}_n \cap \mathbf{P}_n}] = \mathbb{P}[\overline{\mathbf{D}_1 \cap \mathbf{P}_1}] \times \dots \times \mathbb{P}[\overline{\mathbf{D}_n \cap \mathbf{P}_n}]$ et l'équation $\mathbb{P}[(\mathbf{D}_1 \cap \mathbf{P}_1) \cup \dots \cup (\mathbf{D}_n \cap \mathbf{P}_n)] =$
592 $1 - (1 - \mathbb{P}[\mathbf{D}_1 \cap \mathbf{P}_1]) \times \dots \times (1 - \mathbb{P}[\mathbf{D}_n \cap \mathbf{P}_n])$. Pour mémoire, $\overline{\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i}$ correspond à l'événement "l'enjeu
593 A n'est atteint par aucun bloc provenant de la source S_i ". L'indépendance mutuelle des $\overline{\mathbf{D}_1 \cap \mathbf{P}_1}$,
594 \dots , $\overline{\mathbf{D}_n \cap \mathbf{P}_n}$ est donc l'indépendance mutuelle des événements "l'enjeu A n'est atteint par aucun
595 bloc provenant de la source S_i " pour tout $i \in \llbracket 1, n \rrbracket$. Mais l'indépendance mutuelle des $\overline{\mathbf{D}_1 \cap \mathbf{P}_1}$,
596 \dots , $\overline{\mathbf{D}_n \cap \mathbf{P}_n}$ n'est pas équivalente à l'indépendance mutuelle des $\mathbf{D}_1 \cap \mathbf{P}_1$, \dots , $\mathbf{D}_n \cap \mathbf{P}_n$. Le fait que
597 l'enjeu A ne soit pas atteint par une cellule source donnée n'a donc pas d'influence sur le fait que
598 l'enjeu A ne soient pas atteint par une autre cellule source. Si une telle hypothèse a une définition
599 et des implications mathématiques claires, il est moins aisé de rendre compte de ces conséquences
600 sur un terrain réel dans le cadre de cet article.

601 En effet, la réalité de cette hypothèse dépend beaucoup de la nature du terrain étudié et des
602 choix de modélisation dans le cas d'une étude trajectographique de la propagation. Par exemple,
603 une falaise parfaitement linéaire, homogène et d'altitude constante peut suggérer une modéli-
604 sation sous la forme d'une succession de cellules sources équidistances et alignées en pieds de
605 falaise, de sorte que le comportement de chaque cellule source sera indépendant de celui des
606 autres cellules sources. *A contrario*, si on modélise deux falaises telles que l'une se situe en amont
607 de l'autre, alors il se peut que la propagation d'un bloc depuis la falaise la plus haute puisse en-
608 gendrer le déclenchement d'une cellule source située sur la falaise plus basse. Dans ce cas, on
609 parle de couplage des sources ; nous discutons plus précisément cette question dans la section
610 suivante. Par ailleurs, la survenue d'un événement dans une cellule source peut potentiellement
611 modifier la probabilité d'occurrence d'un événement dans une cellule voisine. À titre d'exemple,
612 si un départ de bloc a lieu dans une cellule, cela peut augmenter la probabilité de départ pour les
613 cellules voisines si cela induit la déstabilisation des parois rocheuses limitrophes à la cellule (*e.g.*,
614 effets mécaniques, fragilisation, "bloc-clé") ; on parlera alors d'un *départ induit*. Enfin, pour les
615 blocs ayant des volumes importants, on pourrait considérer que le départ d'un bloc d'une cellule
616 diminue la probabilité de départ dans les cellules voisines car l'emprise spatiale du bloc corre-
617 spond à plusieurs cellules.

618 4.2.2 Couplage entre sources

619 La non-indépendance mutuelle des événements $\mathbf{D}_1 \cap \mathbf{P}_1, \dots, \mathbf{D}_n \cap \mathbf{P}_n$ traduit l'existence de couplages
620 entre les sources. Par exemple, pour $(j_1, j_2) \in \llbracket 1, n \rrbracket^2$, si les deux événements $\mathbf{D}_{j_1} \cap \mathbf{P}_{j_1}$ et $\mathbf{D}_{j_2} \cap$
621 \mathbf{P}_{j_2} ne sont pas indépendants, cela signifie qu'il n'est pas impossible que le déclenchement de la
622 source S_{j_1} entraîne le déclenchement de la source S_{j_2} , ou inversement. Autrement dit, il existe un
623 *couplage* entre les deux sources S_{j_1} et S_{j_2} .

624 Pour quantifier le *couplage global* des sources S_1, \dots, S_n relativement à l'atteinte de A , on peut
625 comparer les équations (7) et (8) par soustraction. Le couplage global \mathcal{C} s'exprime alors :

$$\mathcal{C} = \sum_{k=2}^n (-1)^{k+1} \sum_{1 \leq j_1 < \dots < j_k \leq n} \left(\mathbb{P} \left[\bigcap_{\ell=1}^k (\mathbf{D}_{j_\ell} \cap \mathbf{P}_{j_\ell}) \right] - \prod_{\ell=1}^k p_{a, j_\ell}^A \right) \quad (15)$$

626 et plus simplement :

$$\mathcal{C} = \sum_{k=2}^n (-1)^{k+1} \sum_{1 \leq j_2 < \dots < j_k \leq n} \mathcal{C}_{k,j_2,\dots,j_k}$$

627 où les $\mathcal{C}_{k,j_2,\dots,j_k}$ (avec $2 \leq k \leq n$ et $1 \leq j_2 < \dots < j_k \leq n$) sont les termes de *couplage partiel* tels que :

$$\mathcal{C}_{k,j_1,\dots,j_k} = \mathbb{P} \left[\bigcap_{\ell=1}^k (\mathbf{D}_{j_\ell} \cap \mathbf{P}_{j_\ell}) \right] - \prod_{\ell=1}^k p_{a,j_\ell}^A$$

628 Chaque terme de couplage partiel représente le couplage dans un groupe de sources constitué
 629 d'un nombre de sources compris entre 2 et n . Il existe donc différents degrés de couplage : des
 630 couplages de degré 2 lorsque deux sources sont concernées, des couplages de degré 3 pour trois
 631 sources, et ainsi de suite jusqu'au couplage de degré n entre les n sources. Ainsi, pour un couplage
 632 partiel $\mathcal{C}_{k,j_1,\dots,j_k}$, l'indice k correspond au degré de couplage.

633 Tous les couplages partiels, et *a fortiori* le couplage global, dépendent totalement de la nature
 634 du terrain étudié et de la localisation des sources les unes par rapport aux autres. Il est donc dif-
 635 ficile voire impossible de calculer *a priori* la valeur des termes de couplage dans un cas réel. Par
 636 conséquent, la vérification de l'hypothèse d'indépendance mutuelle est difficilement réalisable
 637 dans la pratique.

638 Néanmoins, il est possible de déterminer une certaine forme de couplage au niveau des prob-
 639 abilities de départ des sources. En effet, une source située en aval d'autres sources peut être dé-
 640 clenchée à cause de la propagation d'un bloc issu d'une source située en amont. En introduisant
 641 $p'_{d,i}$ la probabilité de déclenchement de la source S_i sachant qu'elle a été atteinte par un bloc, on
 642 peut exprimer une probabilité de départ couplée $p_{d,i}^*$ de la source S_i comme suit :

$$p_{d,i}^* = p_{d,i} + p'_{d,i} \mathbb{P}_a^{S_i}$$

643 où $\mathbb{P}_a^{S_i}$ est la probabilité d'atteinte de la source S_i avec la convention $p_i^{S_i} = 0$ (*i.e.* la propagation
 644 depuis la source S_i vers la source S_i est impossible), ce qui donne de façon explicite :

$$p_{d,i}^* = p_{d,i} \left(1 + \alpha_i \left(1 - \prod_{1 \leq j \neq i \leq n} p_{d,j} p_{p,j}^{S_i} \right) \right) \quad (16)$$

645 avec $\alpha_i = \frac{p'_{d,i}}{p_{d,i}}$. La détermination des α_i dépend, au même titre que les $p_{d,i}$, de la nature géo-
 646 morphologique des compartiments rocheux correspondant aux sources identifiées. À partir de
 647 l'équation (16) et une fois les valeurs des $p_{d,i}^*$ obtenues, on peut réitérer le calcul afin de pren-
 648 dre un compte les éventuels couplages qui impacteraient les $p_{d,j}$ pour déterminer une nouvelle
 649 probabilité de départ couplée $p_{d,i}^{**}$ de la source S_i , autrement dit :

$$p_{d,i}^{**} = p_{d,i}^* \left(1 + \alpha_i^* \left(1 - \prod_{1 \leq j \neq i \leq n} p_{d,j}^* p_{p,j}^{S_i} \right) \right)$$

650 avec $\alpha_i^* = \frac{p'_{d,i}}{p_{d,i}^*}$. Des niveaux supérieurs de correction peuvent être obtenus par itérations succes-

651 sives de ce calcul.

652 4.3 Proposition d'un critère de précision de l'approximation des faibles prob- 653 abilities

654 4.3.1 Expression du critère

655 Compte tenu du besoin de précision dans la quantification de l'aléa rocheux, nous proposons
656 un critère simple permettant de contrôler l'erreur absolue de l'AFP. Il s'agit alors d'estimer l'écart
657 absolu entre l'expression approximée et l'expression exacte. D'après l'équation (12), nous avons :

$$\left| 1 - \prod_{i=1}^n (1 - p_{a,i}^A) - \sum_{i=1}^n p_{a,i}^A \right| \approx \sum_{1 \leq i < j \leq n} p_{a,i}^A p_{a,j}^A$$

658 donc l'écart absolu entre l'expression approximée et l'expression exacte repose globalement sur la
659 taille du terme du deuxième ordre $\sum_{1 \leq i < j \leq n} p_{a,i}^A p_{a,j}^A$. Ce terme a pour borne supérieure $\binom{n}{2} \max_{1 \leq i \leq n} \{p_{a,i}^A\}^2$
660 avec $\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2} < \frac{n^2}{2}$. Ainsi, pour que l'écart absolu entre les deux expressions soit inférieur à
661 $e = 10^{-\epsilon}$ où e est appelé *précision* et ϵ est appelé *coefficient de précision logarithmique*, il suffit
662 que :

$$\frac{n^2}{2} \max_{1 \leq i \leq n} \{p_{a,i}^A\}^2 < 10^{-\epsilon}$$

663 autrement dit :

$$n \max_{1 \leq i \leq n} \{p_{a,i}^A\} < \sqrt{2} \times 10^{-\epsilon/2} \quad (17)$$

664 L'équation (17) fournit un critère de précision de l'AFP. La Fig. 5 en propose une synthèse
665 graphique, en traçant les courbes $f(\epsilon) = \sqrt{2} \times 10^{-\epsilon/2}$ et $g(\epsilon) = 10^{-\epsilon}$ sur une échelle logarithmique
666 pour l'axe des ordonnées. Ainsi, pour une valeur donnée du coefficient de précision logarithmique
667 ϵ , on obtient un intervalle pour $n \times \max_{1 \leq i \leq n} \{p_{a,i}^A\}$ dans lequel la précision e correspondante est as-
668 surée. On identifie trois domaines sur la Fig. 5 : un premier domaine où l'AFP n'est jamais vérifiée ;
669 un deuxième domaine où l'écart est supérieur à la précision souhaitée ; un troisième domaine où
670 l'écart est inférieur à la précision souhaitée (*i.e.* le domaine satisfaisant). De plus, le critère suffi-
671 sant de validité de l'AFP pouvant s'exprimer $\max_{1 \leq i \leq n} \{p_{a,i}^A\} \ll \frac{1}{n}$, il faut veiller à ce que $n \times \max_{1 \leq i \leq n} \{p_{a,i}^A\}$
672 ne soit pas trop proche ni supérieur à 1, au risque d'obtenir des valeurs de probabilités d'atteinte
673 absurdes car supérieures à 1.

674 4.3.2 Interprétation du critère

675 Dans le cas d'une simulation trajectographique où $p_{a,i}^A = \frac{p_{d,i} N_{b,i}^A}{N_{sim}}$, l'équation (17) devient :

$$\max_{1 \leq i \leq n} \{N_{b,i}^A\} < \left[\frac{\sqrt{2} \times 10^{-\epsilon/2} N_{sim}}{n \max_{1 \leq i \leq n} \{p_{d,i}\}} \right] \quad (18)$$

676 où $\lceil \cdot \rceil$ désigne la partie entière supérieure. L'équation (18) traduit le critère de précision de l'AFP
677 pour un coefficient de précision logarithmique ϵ dans le cas d'une étude de la propagation par
678 simulation trajectographique. Par exemple, dans le cas d'une simulation constituée de 100 cel-
679 lules sources de probabilité de départ de 0.01 et avec 1 million de blocs simulés par cellule source,
680 une précision souhaitée de $e = 10^{-6}$ ($\epsilon = 6$) impose alors $\max_{1 \leq i \leq n} \{N_{b,i}^A\} < 1415$. Par conséquent, le
681 nombre de bloc passant par les cellules du MNT doit rester inférieur à 1415 afin que le résultat de
682 l'expression approximée corresponde à celui de l'expression exacte avec une précision de 10^{-6} .

683 Ce critère montre que le risque d'erreur de quantification de l'aléa dans une cellule en util-
684 isant l'expression approximée augmente avec la probabilité d'atteinte de cette même cellule. C'est
685 particulièrement le cas pour les cellules situées à proximité immédiate des cellules sources : di-
686 rectement alimentées par un très grand nombre de blocs simulés, celles-ci voient leur nombre de
687 passages de blocs augmenter au risque de sortir de l'AFP.

688 Les recommandations françaises, en particulier celles proposées dans le guide MEZAP (Colas
689 et al., 2021) pour la réalisation d'un zonage de l'aléa, imposent l'évaluation de la probabilité glob-
690 ale d'atteinte sous la forme d'une échelle logarithmique (zonage en log-probabilité). Logarith-
691 miquement, un écart absolu de l'ordre de 10^{-4} n'a pas la même importance pour des probabilités
692 de l'ordre de 10^{-2} que pour pour des probabilités de l'ordre de 10^{-4} . Il apparaît pertinent d'étudier
693 le comportement de l'écart relatif entre les deux expressions $\left(\frac{1}{\mathbb{P}_a^A} \sum_{1 \leq i < j \leq n} p_{a,i}^A p_{a,j}^A\right)$ car il permet de
694 rapporter l'écart absolu à la valeur effective de la probabilité globale d'atteinte. Ainsi, bien qu'un
695 nombre de passages élevé implique un écart absolu important, l'écart relatif reste faiblement im-
696 pacté. Lorsque ces effets sont présents au niveau des cellules avec de fortes probabilités d'atteinte,
697 le résultat donné par l'expression approximée reste alors faiblement impacté par l'erreur en ter-
698 mes d'écart relatif.

699 Si une augmentation arbitraire de N_{sim} dans l'équation (18) semble permettre de baisser la
700 contrainte du critère sur le nombre de blocs, il est toutefois nécessaire de travailler sur un terrain
701 dans lequel les effets de chenalisation sont faibles et peu présents dans la mesure où les valeurs des
702 $N_{b,i}^A$ en dépendent fortement. Un chenal a un effet d'attraction qui entraîne une concentration de
703 nombreux blocs simulés sur un nombre restreint de cellules, d'où une augmentation significative
704 des $N_{b,i}$, ce qui rend les effets dus à l'erreur plus importants.

705 **5 Conclusion et perspectives**

706 Dans cet article, nous avons proposé un cadre théorique général aboutissant à l'expression d'une
707 probabilité d'atteinte d'un enjeu par un bloc rocheux. La formalisation repose sur la détermina-
708 tion de plusieurs probabilités intermédiaires qui, combinées entre elles en appliquant plusieurs
709 propriétés probabilistes, fournissent l'expression souhaitée. Ce cadre permet également de for-
710 maliser et d'évaluer les hypothèses faites dans le cadre des méthodes de quantification de l'aléa
711 aujourd'hui proposées. En particulier, certaines hypothèses importantes sont réalisées, notam-
712 ment l'indépendance mutuelle de certains événements probabilistes et l'approximation proposée
713 pour des probabilités d'atteinte faibles. De plus, l'usage de données topographiques résolues, à

714 travers un modèle numérique de terrain, a un impact majeur sur la quantification de l'aléa. En
715 exigeant une normalisation des probabilités calculées, on permet d'uniformiser les données pro-
716 duites, ce qui toutefois ne donne pas entière satisfaction sur la comparabilité effective des résul-
717 tats. Par ailleurs, l'approximation des faibles probabilités, bien que peu adaptée aux seuils loga-
718 rithmique de d'aléa supérieurs à 10^{-4} ($\text{an}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}$), reste tout à fait acceptable pour des seuils plus
719 faibles, et elle sous-tend les formules couramment utilisées dans la littérature. L'amélioration de
720 l'évaluation de l'aléa se heurte à une difficulté déjà ressentie car, s'il y a peu de débats sur les ex-
721 tensions maximales, c'est bien souvent sur les propagations intermédiaires que des améliorations
722 sont attendues. Rappelons que la probabilité d'atteinte n'est en fait qu'une partie du résultat final
723 interprétable ; il serait en effet souhaitable d'aboutir à des probabilités de dépassement d'une in-
724 tensité exprimée en énergie. Les difficultés rencontrées pour passer du cadre théorique du calcul
725 de probabilité au contexte opérationnel, en utilisant les outils existants, montrent qu'il reste en-
726 core de nombreuses perspectives d'approfondissement. Cela étant, la réalisation d'une évaluation
727 quantitative de l'aléa rocheux, si elle se veut homogène, implique l'usage de méthodes simples, re-
728 productibles, partagées et consensuelles.

729 **6 Remerciements**

730 Les auteurs remercient le Ministère de la transition écologique et de la cohésion des territoires
731 pour le financement de ce travail dans le cadre de la prévention des risques naturels. Arthur F.
732 Rossignol remercie l'École polytechnique et l'Office National des Forêts pour le financement du
733 stage qui a mené à la rédaction de cet article.

734 **References**

- 735 Abbruzzese, J. M., and C. Labiouse. "New Cadanav Methodology for Rock Fall Hazard Zoning Based
736 on 3D Trajectory Modelling." *Geosciences* 10, no. 11 (2020): 434.
- 737 Agliardi, F., G. B. Crosta, and P. Frattini. "Integrating rockfall risk assessment and countermea-
738 sure design by 3D modelling techniques." *Natural Hazards and Earth System Sciences* 9, no. 4
739 (2009): 1059–1073.
- 740 Azimi, C., P. Desvarreux, A. Giraud, and J. Martin-Cocher. "Méthode de calcul de la dynamique
741 des chutes de blocs – Application à l'étude du versant de la montagne de la Pale (Vercors)."
742 *Bulletin de liaison des laboratoires des ponts et chaussées* 122 (1982): 93–102.
- 743 Buzzi, O., and D. E. Guccione. "An analytical model to predict the survival probability of irregular
744 bittle rocks in rockfall under collinear impact." *Rock Mechanics and Rock Engineering* 56, no.
745 6 (2023): 4659–4665.
- 746 C2ROP. *Glossaire du risque rocheux*. Références. Cerema, 2020. ISBN: 978-2-37180-452-4.

- 747 Chen, L., Y. Zhao, Y. Li, L. Gui, K. Yin, and D. P. Shrestha. *Understanding rockfalls along the na-*
748 *tional road G318 in China: from source area identification to hazard probability simulation.*
749 Preprint. Other Hazards (e.g., Glacial, Snow Hazards, Karst, Wildfires Hazards, and Medical
750 Geo-Hazards), 2021.
- 751 Colas, B., F. Berger, and R. Martin. *Guide technique MEZAP. Caractérisation de l'aléa rocheux dans*
752 *le cadre d'un Plan de Prévention des Risques Naturels (PPRn) ou d'un Porter à connaissance*
753 *(PAC).* Collection scientifique et technique. BRGM, 2021. ISBN: 978-2-7159-2760-5.
- 754 Copons, R., J. M. Vilaplana, and R. Linares. "Rockfall travel distance analysis by using empirical
755 models (Solà d'Andorra la Vella, Central Pyrenees)." *Natural Hazards and Earth System Sci-*
756 *ences* 9, no. 6 (2009): 2107–2118.
- 757 Corominas, J., R. Copons, J. Moya, J. M. Vilaplana, J. Altimir, and J. Amigó. "Quantitative assess-
758 ment of the residual risk in a rockfall protected area." *Landslides* 2 (2005): 343–357.
- 759 Corominas, J., G. Matas, and R. Ruiz-Carulla. "Quantitative analysis of risk from fragmental rock-
760 falls." *Landslides* 16, no. 1 (2019): 5–21.
- 761 Crosta, G. B., and F. Agliardi. "A methodology for physically based rockfall hazard assessment."
762 *Natural Hazards and Earth System Sciences* 3, no. 5 (2003): 407–422.
- 763 Dorren, L. *Rockyfor3D (v5.2) revealed. Transparent description of the complete 3D rockfall model,*
764 2016.
- 765 Dorren, L., F. Berger, F. Bourrier, Nicolas Eckert, C. Saroglou, M. Schwarz, M. Stoffel, D. Trappmann,
766 H.-H. Utelli, and C. Moos. *Delimiting rockfall runout zones using reach probability values sim-*
767 *ulated with a Monte-Carlo based 3D trajectory model.* Preprint. Landslides and Debris Flows
768 Hazards, 2022.
- 769 Dorren, L., C. Schaller, A. Erbach, and C. Moos. "Automated Delimitation of Rockfall Hazard Indi-
770 cation Zones Using High-Resolution Trajectory Modelling at Regional Scale." *Geosciences* 13,
771 no. 6 (2023): 182.
- 772 Farvacque, M., N. Eckert, F. Bourrier, C. Corona, J. Lopez-Saez, and D. Toe. "Évaluation quantita-
773 tive du risque rocheux : de la formalisation à l'application sur les zones urbanisées ou urban-
774 isables." *Revue Française de Géotechnique*, no. 163 (2020): 7.
- 775 ———. "Quantile-based individual risk measures for rockfall-prone areas." *International Journal*
776 *of Disaster Risk Reduction* 53 (2021): 101932.
- 777 Farvacque, M., J. Lopez-Saez, C. Corona, D. Toe, F. Bourrier, and N. Eckert. "How is rockfall risk
778 impacted by land-use and land-cover changes? Insights from the French Alps." *Global and*
779 *Planetary Change* 174 (2019): 138–152.
- 780 ———. "Quantitative risk assessment in a rockfall-prone area: the case study of the Crolles mu-
781 nicipality (Massif de la Chartreuse, French Alps)." *Géomorphologie : relief, processus, environ-*
782 *nement* 25, no. 1 (2019): 7–19.

- 783 Hantz, D. “Quantitative assessment of diffuse rock fall hazard along a cliff foot.” *Natural Hazards*
784 *and Earth System Sciences* 11, no. 5 (2011): 1303–1309.
- 785 Hantz, D., B. Colas, T. Dewez, C. Lévy, J.-P. Rossetti, A. Guerin, and M. Jaboyedoff. “Caractérisation
786 quantitative des aléas rocheux de départ diffus.” *Revue Française de Géotechnique*, no. 163
787 (2020): 2.
- 788 Hantz, D., J. Corominas, G. B. Crosta, and M. Jaboyedoff. “Definitions and Concepts for Quantita-
789 tive Rockfall Hazard and Risk Analysis.” *Geosciences* 11, no. 4 (2021): 158.
- 790 Hantz, D., J. M. Vengeon, and C. Dussauge-Peisser. “An historical, geomechanical and probabilistic
791 approach to rock-fall hazard assessment.” *Natural Hazards and Earth System Sciences* 3, no. 6
792 (2003): 693–701.
- 793 Hantz, D., Q. Ventroux, J. P. Rossetti, and F. Berger. “A new approach of diffuse rockfall hazard.”
794 In *Landslides and Engineered Slopes. Experience, Theory and Practice: Proceedings of the 12th*
795 *International Symposium on Landslides (Napoli, Italy, 12-19 June 2016)*. Napoli, Italy: CRC
796 Press, 2016. ISBN: 978-1-138-02988-0.
- 797 Jaboyedoff, M., J. P. Dudt, and V. Labiouse. “An attempt to refine rockfall hazard zoning based on
798 the kinetic energy, frequency and fragmentation degree.” *Natural Hazards and Earth System*
799 *Sciences* 5, no. 5 (2005): 621–632.
- 800 Jiang, N., H. Li, M. Liu, J. Zhang, and J. Zhou. “Quantitative hazard assessment of rockfall and op-
801 timization strategy for protection systems of the Huashiya cliff, southwest China.” *Geomatics,*
802 *Natural Hazards and Risk* 11, no. 1 (2020): 1939–1965.
- 803 Kanno, H., S. Moriguchi, Y. Tsuda, I. Yoshida, S. Iwanaga, and K. Terada. “A method for rockfall risk
804 quantification and optimal arrangement of protection structures along a road.” *Engineering*
805 *Geology* 314 (2023): 107004.
- 806 Lanfranconi, C., P. Frattini, G. Sala, G. Dattola, D. Bertolo, J. Sun, and G. B. Crosta. “Accounting for
807 the effect of forest and fragmentation in probabilistic rockfall hazard.” *Natural Hazards and*
808 *Earth System Sciences* 23, no. 6 (2023): 2349–2363.
- 809 Li, X., S. Ling, C. Sun, T. Xu, and T. Huang. “Integrated rockfall hazard and risk assessment along
810 highways: An example for Jiuzhaigou area after the 2017 Ms 7.0 Jiuzhaigou earthquake, China.”
811 *Journal of Mountain Science* 16, no. 6 (2019): 1318–1335.
- 812 Lopez-Saez, J., C. Corona, N. Eckert, M. Stoffel, F. Bourrier, and F. Berger. “Impacts of land-use
813 and land-cover changes on rockfall propagation: Insights from the Grenoble conurbation.”
814 *Science of The Total Environment* 547 (2016): 345–355.
- 815 Losasso, L., M. Jaboyedoff, and F. Sdao. “Potential rock fall source areas identification and rock fall
816 propagation in the province of Potenza territory using an empirically distributed approach.”
817 *Landslides* 14, no. 5 (2017): 1593–1602.

- 818 Martin, R., Y. Robert, P. Dupire, O. Fayard, and S. Carlados. "Histoire de l'usage des modèles de
819 propagation de blocs dans un organisme gérant des problématiques de risques naturels en
820 montagne." *Revue Française de Géotechnique*, no. 170 (2022): 4.
- 821 Moos, C., L. Dorren, and M. Stoffel. "Quantifying the effect of forests on frequency and intensity of
822 rockfalls." *Natural Hazards and Earth System Sciences* 17, no. 2 (2017): 291–304.
- 823 Moos, C., M. Fehlmann, D. Trappmann, M. Stoffel, and L. Dorren. "Integrating the mitigating effect
824 of forests into quantitative rockfall risk analysis – Two case studies in Switzerland." *International Journal of Disaster Risk Reduction* 32 (2018): 55–74.
- 825
- 826 Moos, C., N. Khelidj, A. Guisan, H. Lischke, and C. F. Randin. "A quantitative assessment of rockfall
827 influence on forest structure in the Swiss Alps." *European Journal of Forest Research* 140, no. 1
828 (2021): 91–104.
- 829 Prades-Valls, A., J. Corominas, N. Lantada, Gerard Matas, and M. A. Núñez-Andrés. "Capturing
830 rockfall kinematic and fragmentation parameters using high-speed camera system." *Engineering Geology* 302 (2022): 106629.
- 831
- 832 Uzielli, Marco, Guido Rianna, Fabio Ciervo, Paola Mercogliano, and Unni K. Eidsvig. "Temporal
833 evolution of flow-like landslide hazard for a road infrastructure in the municipality of Nocera
834 Inferiore (southern Italy) under the effect of climate change." *Natural Hazards and Earth System Sciences* 18, no. 11 (2018): 3019–3035.
- 835
- 836 Volkwein, A., K. Schellenberg, V. Labiouse, F. Agliardi, F. Berger, F. Bourrier, L. K. A. Dorren, W.
837 Gerber, and M. Jaboyedoff. "Rockfall characterisation and structural protection – a review." *Natural Hazards and Earth System Sciences* 11, no. 9 (2011): 2617–2651.
- 838
- 839 Wang, X., P. Frattini, G. B. Crosta, L. Zhang, F. Agliardi, S. Lari, and Z. Yang. "Uncertainty assessment
840 in quantitative rockfall risk assessment." *Landslides* 11, no. 4 (2014): 711–722.
- 841 Wang, X., P. Frattini, D. Stead, J. Sun, H. Liu, A. Valagussa, and L. Li. "Dynamic rockfall risk analysis." *Engineering Geology* 272 (2020): 105622.
- 842
- 843 Zhang, W., X. Zhao, X. Pan, M. Wei, J. Yan, and J. Chen. "Characterization of high and steep slopes
844 and 3D rockfall statistical kinematic analysis for Kangyuqu area, China." *Engineering Geology*
845 308 (2022): 106807.

référence	dénomination	expression
(Crosta et Agliardi, 2003)	probabilité d'occurrence	α nombre de trajectoires de blocs
(Jaboyedoff et al., 2005)	probabilité de propagation $P_p(m, n)$	$\frac{\text{nombre de trajectoires traversant une cellule du MNT indexée par } m, n}{\text{nombre total de trajectoires}}$
(Agliardi et al., 2009)	probabilité d'atteinte $P(T L)_{ij}$	$\frac{\text{nombre total de blocs atteignant chaque bâtiment } i}{\text{nombre total de trajectoires simulées par le modèle}}$
(Copons et al., 2009)	probabilité d'atteinte	fréquence de blocs qui pourraient atteindre un point de l'aire exposée située sous une falaise rocheuse
(Wang et al., 2014)	probabilité d'atteinte	$\frac{\text{nombre total de blocs traversant un lieu donné}}{\text{nombre total de blocs lancés dans le modèle}}$
(Hantz et al., 2016)	fréquence d'impact	$\frac{\text{nombre de blocs atteignant une cellule de la pente}}{\text{durée de la période de simulation choisie}}$
(Moos et al., 2017)	probabilité de propagation $P_{prob, EL, j}$	$\frac{\text{nombre de blocs passant une ligne d'évaluation (EL) pour la classe de volume } j}{\text{nombre de cellules sources} \times \text{nombre de simulations par bloc}}$
(Losasso et al., 2017)	probabilité de propagation spatiale	susceptibilité du logiciel Flow-R
(Moos et al., 2018)	probabilité de propagation $P_{prop, i, j}$	$\frac{\text{nombre de trajectoires potentielles de volume } j \text{ passant à la position } i}{\text{nombre total de blocs simulés depuis la source de blocs}}$
(Uzielli et al., 2018)	probabilité d'atteinte	susceptibilité du logiciel Flow-R
(Farvaque et al., 2019)	probabilité d'atteinte $p_z(V_{CL})$	$\frac{\text{nombre total de blocs simulés dans la classe de volume } V_{CL} \text{ qui atteignent le bâtiment } z}{\text{nombre total de blocs simulés dans la classe de volume } V_{CL}}$
(Corominas et al., 2019)	probabilité d'atteinte $P(X D)$	pourcentage de blocs simulés qui traversent une section de référence
(Li et al., 2019)	probabilité d'atteinte $P(X D)_j$	$\frac{\text{nombre de trajectoires potentielles de volume donné } j \text{ passant sur une certaine cellule}}{\text{nombre total de blocs simulés depuis la zone source}}$
(Abbruzzese et Labiouse, 2020)	probabilité d'atteinte $P_r(E, x)$	$1 - \frac{\text{nombre de blocs traversant un lieu d'abscisse } x \text{ avec une énergie inférieure ou égale à } E}{\text{nombre total de trajectoires calculées}}$
(Jiang et al., 2020)	fréquence spatial F_R	$\frac{\text{somme des trajectoires de blocs traversant la grille}}{\text{somme de toutes les trajectoires}}$
(Wang et al., 2020)	probabilité d'atteinte $P(T L)$	$\frac{\text{nombre total de blocs passant sur un lieu donné}}{\text{nombre total de blocs lancés dans le modèle}}$
(Moos et al., 2021)	probabilité conditionnelle d'impact P_{imp}	$\frac{\text{nombre d'atteintes par arbre}}{\text{nombre de blocs simulés par arbre}}$
(Hantz et al., 2021)	probabilité de propagation	nombre de simulations telles que le nombre de blocs passant à travers une cellule est supérieur à 1
(Chen et al., 2021)	probabilité d'atteinte	nombre de chutes de bloc simulées par cellule source
(Dorren et al., 2022)	probabilité d'atteinte $P_{reach(x)}$	susceptibilité du logiciel Flow-R
(Zhang et al., 2022)	probabilité d'atteinte	$\frac{\text{nombre de blocs traversant la cellule } x}{\text{nombre de blocs individuels simulés depuis chaque cellule source} \times \text{nombre de cellules sources alimentant la cellule } x}$
(Kanno et al., 2023)	probabilité spatiale de propagation $P_{S, ij}$	$\frac{\text{nombre total de blocs atteignant l'entrée du tunnel}}{\text{nombre total de blocs simulés}}$
(Lanfronconi et al., 2023)	fréquence relative de transit f_{ts}	$\frac{\text{nombre de blocs atteignant la section } i}{\text{nombre total de blocs de magnitude } j \text{ tombant sur la route}}$
(Dorren et al., 2023)	probabilité d'atteinte	$\frac{\text{nombre de trajectoires potentielles passant à travers une position } s}{\text{nombre total de trajectoires simulées}}$ $\frac{\text{nombre de trajectoires simulées passant à travers une cellule donnée}}{\text{nombre de cellules individuelles simulées par cellule source} \times \text{nombre de cellules sources}}$

Table 1: Dénominations et formules issues de la littérature. *Denominations and formulas from literature.*

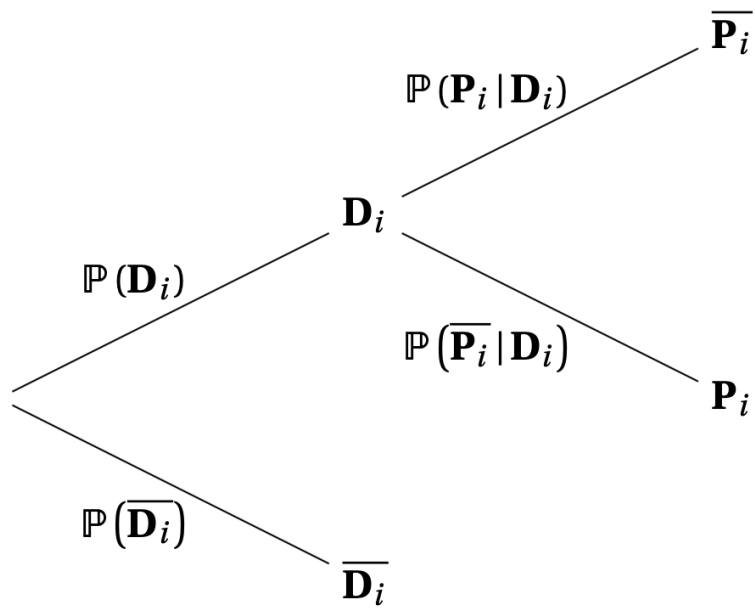


Figure 1: Arbre de probabilités de l'expérience aléatoire associée à la chute d'un bloc. *Probability tree of the random experiment associated to a rockfall.*

	50	50	50	50	50	50			
0	2	45	3	0	0	0	0	0	0
0	5	37	8	0	0	0	0	0	0
4	1	23	22	0	0	0	0	0	0
5	0	9	36	0	0	0	0	0	0
5	0	0	45	0	0	0	0	0	0
5	0	0	45	0	0	0	0	0	0
5	0	0	25	8	0	0	0	0	0

trajectoires simulées à partir de la cellule-source S1

	50	50	50	50	50	50			
0	0	0	50	0	0	0	0	0	0
0	0	0	50	0	0	0	0	0	0
0	0	0	50	0	0	0	0	0	0
0	0	0	50	0	0	0	0	0	0
0	0	0	50	0	0	0	0	0	0
0	0	0	50	1	0	0	0	0	0
0	0	16	28	6	0	0	0	0	0

trajectoires simulées à partir de la cellule-source S2

	50	50	50	50	50	10			
0	0	0	0	50	0	0	0	0	0
0	0	0	3	47	0	0	0	0	0
0	0	0	4	46	0	0	0	0	0
0	0	0	37	13	0	0	0	0	0
0	0	0	39	11	0	0	0	0	0
0	0	0	48	2	0	0	0	0	0
0	0	1	32	17	0	0	0	0	0

trajectoires simulées à partir de la cellule-source S3

	50	50	50	50	50	50			
0	0	0	0	7	43	0	0	0	0
0	0	0	4	15	31	0	0	0	0
0	0	0	10	33	7	0	0	0	0
0	0	0	41	9	0	0	0	0	0
0	0	0	43	7	0	0	0	0	0
0	0	0	43	4	3	0	0	0	0
0	0	11	30	9	0	0	0	0	0

trajectoires simulées à partir de la cellule-source S4

	50	50	50	50	50	50			
0	0	0	0	0	13	37	0	0	0
0	0	0	0	0	47	3	0	0	0
0	0	0	0	39	11	0	0	0	0
0	0	0	33	17	0	0	0	0	0
0	0	0	38	12	0	0	0	0	0
0	0	0	46	4	0	0	0	0	0
0	0	18	26	6	0	0	0	0	0

trajectoires simulées à partir de la cellule-source S5

	50	50	50	50	50	50			
0	0	0	0	0	0	44	2	0	0
0	0	0	0	0	0	9	41	0	0
0	0	0	0	0	0	3	5	42	0
0	0	0	0	0	0	0	8	42	0
0	0	0	0	0	0	0	14	36	0
0	0	0	0	0	0	0	15	35	0
0	0	0	0	0	0	0	4	46	0

trajectoires simulées à partir de la cellule-source S6

A – Dénombrement sur chaque cellule du terrain des passages de blocs simulés issus de chaque cellule-source

	S1	S2	S3	S4	S5	S6			
0	0,0004	0,009	0,01059	0,01139	0,01118	0,0074	0,0088	0,0004	0
0	0,001	0,0074	0,01297	0,01237	0,01554	0,0006	0,0018	0,0082	0
0,0008	0,0002	0,0046	0,01711	0,02342	0,0036	0	0,0006	0,001	0,0084
0,001	0	0,0018	0,03879	0,00778	0	0	0	0,0016	0,0084
0,001	0	0	0,04227	0,00599	0	0	0	0,0028	0,0072
0,001	0	0	0,04555	0,0022	0,0006	0	0	0,003	0,007
0,001	0	0,01155	0,02788	0,00917	0	0	0	0,0008	0,0092

probabilité globale d'atteinte calculée avec l'expression générale

	S1	S2	S3	S4	S5	S6			
0	0,0004	0,009	0,0106	0,0114	0,0112	0,0074	0,0088	0,0004	0
0	0,001	0,0074	0,013	0,0124	0,0156	0,0006	0,0018	0,0082	0
0,0008	0,0002	0,0046	0,0172	0,0236	0,0036	0	0,0006	0,001	0,0084
0,001	0	0,0018	0,0394	0,0078	0	0	0	0,0016	0,0084
0,001	0	0	0,043	0,006	0	0	0	0,0028	0,0072
0,001	0	0	0,0464	0,0022	0,0006	0	0	0,003	0,007
0,001	0	0,0116	0,0282	0,0092	0	0	0	0,0008	0,0092

probabilité globale d'atteinte calculée avec l'expression approximée

	S1	S2	S3	S4	S5	S6			
0	0,0004	0,009	0,01059	0,01139	0,0112	0,0074	0,0088	0,0004	0
0	0,001	0,0074	0,01297	0,01237	0,0156	0,0006	0,0018	0,0082	0
0,0008	0,0002	0,0046	0,01711	0,02347	0,0036	0	0,0006	0,001	0,0084
0,001	0	0,0018	0,03884	0,00779	0	0	0	0,0016	0,0084
0,001	0	0	0,04233	0,00599	0	0	0	0,0028	0,0072
0,001	0	0	0,04562	0,0022	0,0006	0	0	0,003	0,007
0,001	0	0,01156	0,02791	0,00917	0	0	0	0,0008	0,0092

probabilité globale d'atteinte calculée avec le développement limité à l'ordre 2

	S1	S2	S3	S4	S5	S6			
0,00%	0,00%	0,00%	0,06%	0,12%	0,20%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
0,00%	0,00%	0,00%	0,25%	0,23%	0,37%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
0,00%	0,00%	0,00%	0,50%	0,78%	0,09%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
0,00%	0,00%	0,00%	1,58%	0,25%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
0,00%	0,00%	0,00%	1,73%	0,20%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
0,00%	0,00%	0,00%	1,87%	0,08%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
0,00%	0,00%	0,44%	1,13%	0,35%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

écart relatif entre l'expression générale et l'expression approximée

B – Calcul des probabilités globales d'atteinte pour chaque cellule du terrain

Figure 2: Données et calculs de l'exemple simple. *Data and calculation of the simple example.*

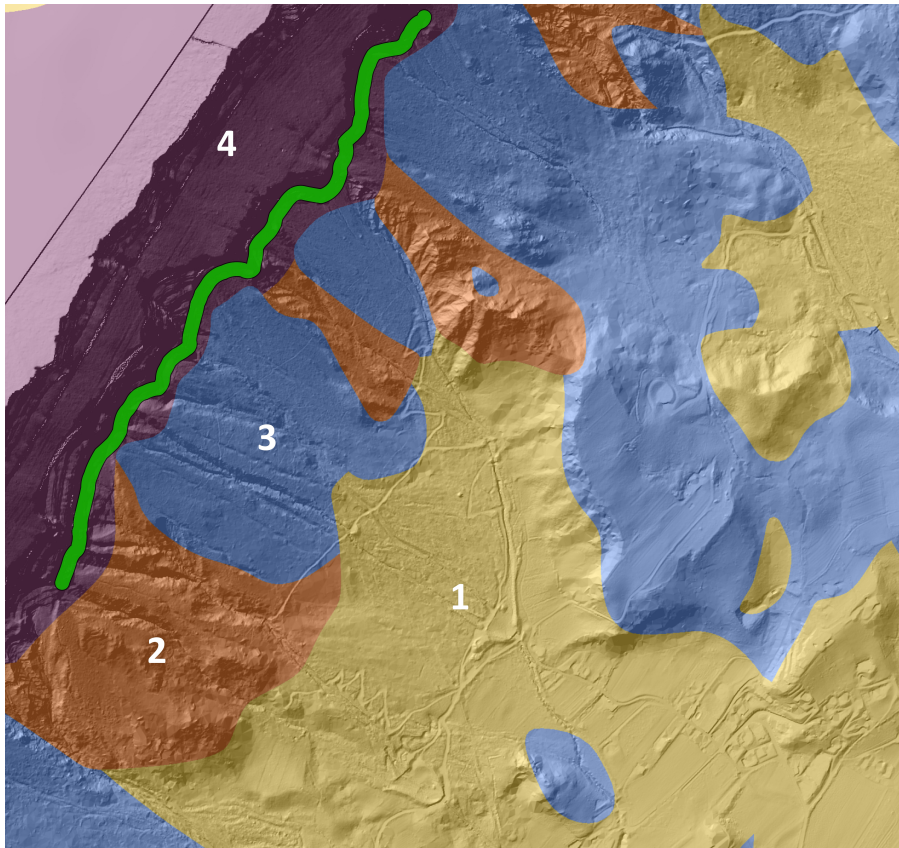
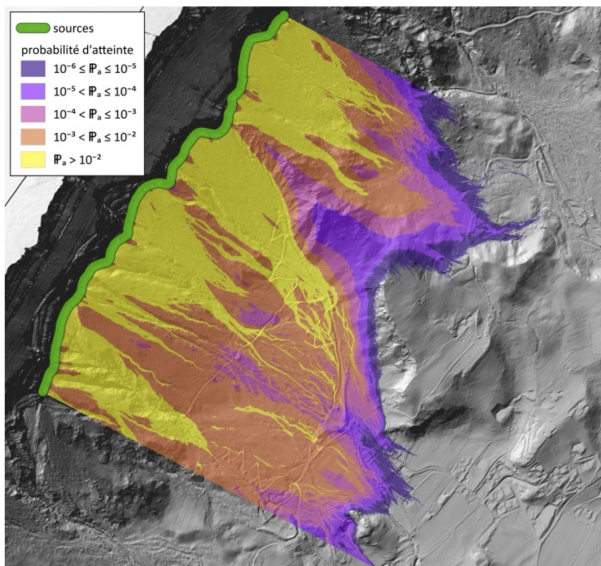
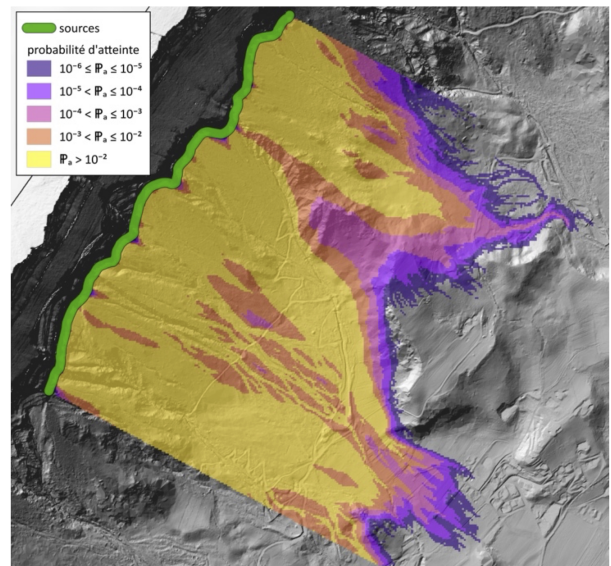


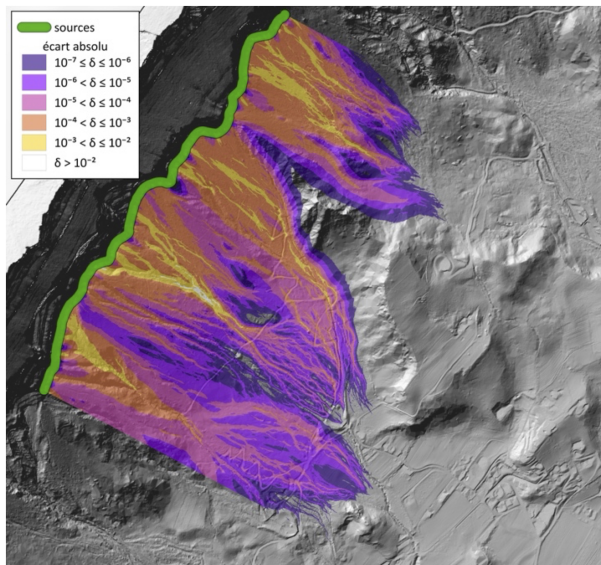
Figure 3: Typologie des sols de l'exemple du Saint-Eynard. *Typology of soils of the example of Saint-Eynard.*



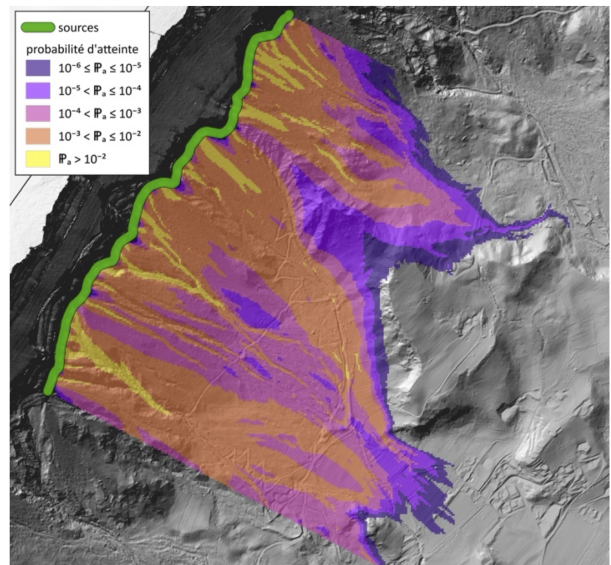
A – Zonage de la probabilité d'atteinte (résolution de 1 m)



B – Zonage de la probabilité d'atteinte (résolution de 5 m)



C – Écart absolu de la probabilité d'atteinte entre l'expression exacte et l'expression approximée



D – Zonage de la probabilité d'atteinte (résolution de 5 m et normalisation à 1 m)

Figure 4: Zonages de la probabilité d'atteinte pour l'exemple du Saint-Eynard [probabilités en $\text{an}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$]. Zonings of the reach probability for the example of Saint-Eynard [probabilities in $\text{year}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$].

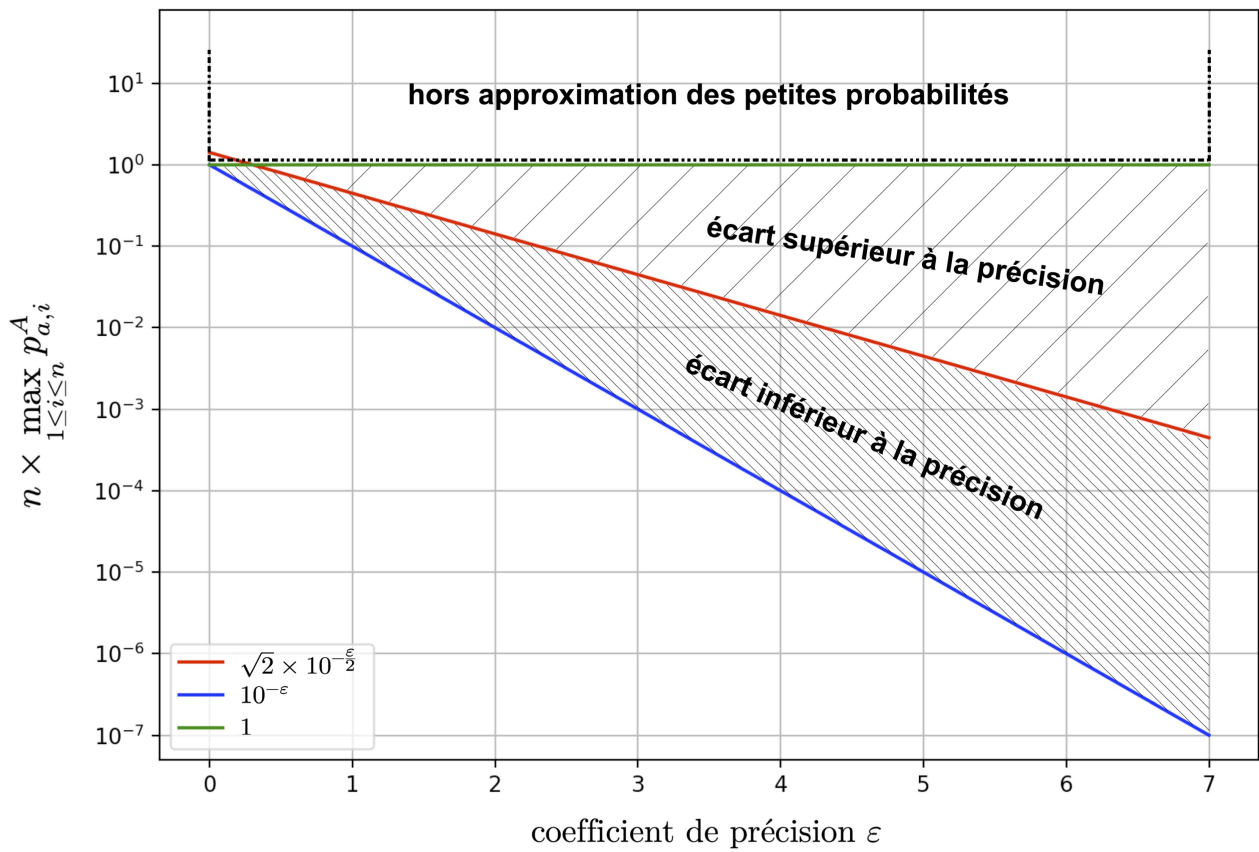


Figure 5: Synthèse graphique du critère de précision de l'approximation des faibles probabilités.
Graphical synthesis of the precision criterion of the small probabilities approximation.

<i>résolution du MNT</i>	1 m	5 m
<i>nombre total de cellules sources</i>	200	40
<i>surface de falaise modalisée par cellule source</i>	4 000 m ²	20 000 m ²
<i>nombre de blocs simulés par cellule source</i>	1 million	5 millions
<i>probabilité de départ d'une cellule source (départs/an)</i>	0.171	0.855

A – Paramètres généraux de simulation

<i>numéro (Fig. 4-A)</i>	<i>description</i>	<i>type de sol</i>	<i>rugosité</i>		
			<i>70 %</i>	<i>20 %</i>	<i>10 %</i>
1	éboulis fin, sol moyennement compacté	3	0.05	0.05	0.05
2	éboulis grossier, sol compacté	4	0.2	0.5	0.8
3	roche mère avec couvert fin de matériau	5	0	0.05	0.01
4	roche mère	6	0	0	0.05

B – Paramètres de rebond retenus pour les différents types de sol

Table 2: Paramètres de simulation pour Rockyfor3D. *Simulation parameters for Rockyfor3D.*