



HAL
open science

Vers une nouvelle approche quantitative pour l'évaluation de l'aléa de chute de blocs

Arthur F. Rossignol, Rémy Martin, Franck Bourrier

► To cite this version:

Arthur F. Rossignol, Rémy Martin, Franck Bourrier. Vers une nouvelle approche quantitative pour l'évaluation de l'aléa de chute de blocs. 2024. hal-04565374v1

HAL Id: hal-04565374

<https://hal.science/hal-04565374v1>

Preprint submitted on 1 May 2024 (v1), last revised 14 May 2024 (v2)

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Vers une nouvelle approche quantitative pour l'évaluation de l'aléa de chute de blocs

Towards a novel quantitative approach for rockfall
hazard assessment

Arthur F. Rossignol

École polytechnique, Institut Polytechnique de Paris, Palaiseau 91120, France

arthur.f.rossignol@gmail.com

Rémy Martin

Office National des Forêts, Restauration des terrains en montagne, Agence des Alpes du Nord,
Grenoble 38000, France

remy.martin@onf.fr

Franck Bourrier

Univ. Grenoble Alpes, INRAE, IGE, CNRS, IRD, Grenoble INP, IGE, Grenoble 38000, France

franck.bourrier@inrae.fr

Résumé — L'évaluation de l'aléa de chute de blocs constitue un défi majeur pour les territoires de montagne. Le changement climatique et l'évolution de l'urbanisation ne cessent de modifier profondément notre rapport à l'aléa rocheux et augmentent significativement le nombre de enjeux exposés. Une quantification précise de cet aléa est donc nécessaire afin d'assurer une gestion adaptée du risque. Toutefois, la complexité du phénomène et la multiplicité des paramètres réels rendent la réalisation d'une telle quantification particulièrement délicate. Dans cet article, nous introduisons une approche quantitative originale s'appuyant sur une formalisation probabiliste et permettant de quantifier précisément l'aléa résultant en combinant plusieurs probabilités intermédiaires. Une application méthodologique en contexte opérationnel est proposée afin d'en montrer le potentiel d'utilisation. Les hypothèses, critères d'approximation et effets liés aux données utilisées font l'objet d'une discussion pour une mise en perspective avec les pratiques actuelles. Nous illustrons également l'approche à travers deux exemples, dont un appliqué au cas du Saint-Eynard dans les Alpes françaises.

Mots-clés — chutes de blocs / quantification de l'aléa / probabilité d'atteinte / simulation trajectographique / probabilité de propagation

Abstract — Rockfall hazard assessment constitutes a major challenge for mountainous territories. Climate change and evolution of urbanisation have been deeply modifying our relationship with rockfall hazard and have increased significantly the number of stakes exposed. A precise quantification of this hazard is thus necessary in order to ensure an appropriate risk management. However, the complexity of the phenomenon and the multiplicity of real parameters make the establishment of such quantification particularly delicate. Herein, we introduce an original quantitative approach based on a probabilistic framework enabling to precisely quantify the resulting hazard by combining several intermediate probabilities. A methodological application in an operational context is proposed to demonstrate its potential use. Hypothesis, approximation criteria, and effects due to data are discussed and put in perspective with current practices. We also illustrate the approach with two examples, one of which is applied to the Saint-Eynard mountain in the French Alps.

Keywords — rockfalls / hazard quantification / reach probability / rock propagation simulation / propagation probability

1 Introduction

La connaissance des risques naturels constitue un défi d'importance considérable pour les sociétés actuelles et en particulier pour les États en charge de la sécurité de leur territoire et de leurs citoyens. La gestion du risque est essentielle à la préservation de la vie humaine et à la protection des biens matériels. En particulier, les chutes de blocs font partie des risques naturels présents majoritairement dans les territoires montagneux, avec des dégâts potentiels très élevés. Aussi, l'urbanisation des territoires de montagne observée ces dernières décennies a augmenté le nombre d'enjeux exposés à des phénomènes de chutes de blocs, appelant dès lors à une recherche constante sur ces phénomènes naturels (e.g., Lopez-Saez et al., 2016; Farvacque et al. 2019a).

Comme pour tous les risques gravitaires, l'évaluation du risque de chute de blocs repose sur l'évaluation de l'aléa associé (e.g., Corominas et al., 2005; Farvacque et al., 2020, 2021). Cette évaluation doit aboutir à la définition de la fréquence et de l'intensité de l'aléa en tout point du secteur d'étude. Pour les chutes de blocs, l'intensité est classiquement quantifiée par l'énergie cinétique du bloc. Plus que la probabilité d'occurrence du phénomène (c'est-à-dire la probabilité d'atteinte), la probabilité de dépassement d'une certaine intensité est la grandeur finale à caractériser. En effet, cette grandeur est nécessaire pour évaluer les dommages sur l'enjeu, classiquement quantifiés par sa *vulnérabilité*, autrement dit la relation permettant d'évaluer le niveau de dommage de l'enjeu en fonction de l'intensité. De nos jours, l'évaluation du risque rocheux s'appuie principalement sur des méthodes quantitatives afin de déterminer l'aléa résultant. La mise en place d'une méthode uniformisée de caractérisation et de quantification de l'aléa apparaît ainsi à la fois non seulement comme un besoin opérationnel mais aussi comme une problématique complexe. Plusieurs travaux se sont intéressés à l'évaluation de l'aléa de chute de blocs afin d'étudier le risque associé dans un secteur donné en utilisant une méthodologie quantitative. L'article de Hantz et al. (2021) constitue une excellente synthèse des concepts de l'analyse quantitative du risque rocheux.

Les méthodes d'évaluation de l'aléa de chute de bloc ont significativement évolué ces dernières décennies, à partir de méthodes initiales qui étaient fortement simplifiées. En France, l'approche historiquement la plus employée dans les Alpes, appelée "méthode A.D.G.R.T." (Azimi et al., 1982; Martin et al., 2022), se base sur l'hypothèse d'une probabilité de départ égale à 1 sur la période de référence (100 ans). Cela conduit à la réalisation d'un calcul de propagation sur des profils de pente (en 2D), puis un seuillage en probabilité de propagation de manière à définir les niveaux d'aléa (aléa fort supérieur 10^{-2} , aléa moyen entre 10^{-2} et 10^{-4} et aléa faible entre 10^{-4} et 10^{-6}). L'amélioration de la puissance de calcul ainsi que l'apparition de données topographiques 3D de qualité (modèle numérique de terrain) ont progressivement incité les experts à proposer des approches plus discriminantes intégrant les probabilités de départ des différentes sources de blocs, la probabilité de propagation en fonction de la taille des blocs produits pour aboutir *in fine* à la probabilité d'atteinte d'un enjeu. Des travaux récents sur la probabilité de départ permettent également d'envisager des approches quantitativement plus précises et efficaces (e.g., Hantz et al., 2020).

À l'heure actuelle, il n'existe pas toujours de consensus sur les termes employés pour désigner les différentes grandeurs calculées pour quantifier l'aléa rocheux. Néanmoins, la probabilité qu'un enjeu soit atteint par un bloc est généralement présentée sous la forme d'un produit de deux probabilités associées au décrochement du bloc pour l'une et à sa propagation pour l'autre, autrement dit $P_0 = P_1 \times P_2$, où P_1 est associé au décrochement et P_2 à la propagation. Les différents noms donnés aux trois grandeurs P_0 , P_1 et P_2 dans la littérature peuvent être résumés comme suit :

- P_0 : probabilité d'impact (*impact probability*) / probabilité de passage / probabilité d'atteinte (*reach probability*) / probabilité d'occurrence (*occurrence probability*)
- P_1 : probabilité de décrochement / probabilité de départ (*departure probability*)
- P_2 : probabilité de propagation (*propagation probability*) / probabilité de transit / probabilité d'atteinte (*reach probability*)

Si la plupart des désignations sont suffisamment explicites quant aux phénomènes qu'elles quantifient, on constate par exemple que le terme de *probabilité d'atteinte* peut être employé à la fois pour P_0 ou pour P_2 en fonction des auteurs. Le *Glossaire du risque rocheux* (C2ROP, 2020) propose une synthèse de la terminologie actuelle en français. Mais l'emploi de termes en anglais ou en français soulèvent aussi la question de la traduction et de l'uniformité des usages entre la littérature en anglais et les usages opérationnels en France.

De façon plus théorique, on utilise généralement deux approches pour étudier l'aléa engendré par la présence de plusieurs compartiments rocheux instables : l'aléa localisé et l'aléa diffus. L'aléa localisé consiste en un ensemble fini de compartiments instables identifiés et localisés sur la paroi rocheuse. Ces compartiments constituent un ensemble fini de sources capables de générer des blocs par décrochement. À chaque source localisée peut être affectée une probabilité de départ. L'aléa diffus est mobilisé lorsque des chutes de blocs peuvent survenir partout dans une zone délimitée, sans que l'on puisse identifier précisément des sources individuelles. Il s'agit d'une distribution surfacique continue de sources dans laquelle il est impossible d'individualiser une source précise. On parle de zone de départ homogène lorsqu'on lui associe une probabilité de départ surfacique (si la zone est une surface) ou linéique (si la zone est une ligne). L'évaluation de l'aléa de chute de blocs est généralement réalisée sur un secteur identifié et borné. Il s'agit d'un terrain en relief comprenant des parois rocheuses susceptibles de produire des blocs et des surfaces sur lesquelles les blocs peuvent se propager et s'arrêter. Les blocs se propagent sur le terrain par une succession de chutes libres, de rebonds, de glissements et de roulements, ce qui génère autant de trajectoires différentes. La totalité du terrain est *a priori* atteignable par des blocs en propagation en fonction de leurs énergies cinétiques et potentielles. Cependant, de nombreux paramètres influencent la propagation et rendent ce phénomène particulièrement complexe et difficilement prédictible. Parmi ces paramètres, citons de façon non exhaustive : le volume et la forme des blocs, les variations des énergies cinétique et potentielles, la nature et la rugosité du sol, la présence de forêts ou d'autres obstacles, etc...

La probabilité de départ couvre des mécanismes de rupture largement dépendants de contextes géomorphologiques parfois très différents. L'approche proposée par Hantz (2011), utilisant le concept d'aléa diffus, est globalisante et permet d'attribuer à une falaise une courbe fréquence-volume. La probabilité de propagation, appréciée via des calculs trajectographiques, couvre des mécanismes complexes, en particulier lors des rebonds (caractérisation, fragmentation) ou lors des interactions avec des obstacles tels que les arbres (Volkwein et al., 2011). Face aux nombreuses conditions de propagation (dépendant des caractéristiques de rebond qui sont elles-mêmes fonction des propriétés mécaniques locales des sols, des propriétés du bloc et de son orientation lors de l'impact, de la saturation des sols, de l'enneigement, etc.), et face aux nombreuses incertitudes de quantification des données du problème (taille et forme des blocs notamment), les modèles dits "probabilistes" développent des calculs de propagation faisant varier les conditions de rebond d'un modèle "simple" (modèle à coefficients de restitution typiquement) de manière aléatoire à chaque rebond. Les nouveaux moyens de calcul, liés à la puissance des machines et à la précision des modèles numériques de terrain, permettent ainsi de calculer un nombre substantiel de trajectoires différentes. Cette donnée "calculée" est alors utilisée pour réaliser des analyses statistiques censées intégrer la variabilité des mécanismes réels. Le terme de "probabiliste" traduit non seulement la variabilité réelle du phénomène mais intègre également les incertitudes de caractérisation des données du problème, ce qui est de nature à créer de la confusion dans un souhait de formalisme probabiliste. Les résultats de propagation sont par ailleurs spatialement résolus car portés par un modèle numérique de terrain dont la résolution a un effet sur le nombre de passage calculé par cellule.

Cet article propose un cadre théorique permettant d'exprimer une probabilité d'atteinte d'un enjeu donné, en se basant sur une formalisation et des résultats probabilistes. La méthode présentée s'appuie notamment sur un calcul exact de cette probabilité et fournit également une approximation, pertinente et utile en contexte opérationnel. Deux exemples illustrent ensuite l'application des expressions de la probabilité d'atteinte à l'étude d'aléas diffus : un exemple virtuel et un exemple réel (Saint-Eynard, France). Enfin, nous proposons une discussion autour des grandes hypothèses qui apparaissent au cours de cet exposé, ainsi que des similitudes et différences entre notre approche et les méthodes actuellement utilisées pour l'évaluation de l'aléa rocheux.

2 Méthode d'évaluation quantitative de l'aléa

2.1 Positionnement du problème

Dans le cadre de l'approche proposée, nous considérons un secteur d'étude constitué d'un terrain menacé par des compartiments rocheux instables (sources) localisés sur des parois rocheuses. Les blocs produits par les sources sont susceptibles de se propager sur le terrain selon des trajectoires individuelles distinctes. Bien qu'il soit possible qu'un bloc se fragmente en plusieurs blocs de tailles inférieures qui auront alors des trajectoires propres à partir de l'instant de fragmentation, nous ferons l'hypothèse d'une fragmentation du bloc seulement lors du décrochage du bloc. Cette

hypothèse forte est justifiée par l’incapacité actuelle des modèles de propagation des blocs à prédire la fragmentation (Prades-Valls et al., 2022; Buzzi et Guccione, 2023).

2.1.1 Cas d’une source unique

Une chute de bloc depuis une source unique identifiée consiste en la succession de deux événements : le décrochage d’un bloc issu d’un compartiment rocheux instable, puis la propagation de ce même bloc depuis son point de départ jusqu’à son arrêt ou sa collision avec un enjeu. Nous appelons désormais *départ* le premier événement et *propagation* le deuxième événement.

On définit la *probabilité d’atteinte* d’un enjeu donné comme la probabilité que cet enjeu soit atteint par un bloc provenant de la source unique. La probabilité d’atteinte prend donc en compte à la fois le départ du bloc et sa propagation sur le terrain, ce qui permet d’écrire la probabilité d’atteinte comme la probabilité de l’intersection entre l’événement “départ” et l’événement “propagation” : $\mathbb{P}[\text{départ} \cap \text{propagation}]$. Ensuite, en appliquant la formule de probabilité conditionnelle¹ à $\mathbb{P}(\text{départ} \cap \text{propagation})$, il vient :

$$\underbrace{\mathbb{P}[\text{départ} \cap \text{propagation}]}_{(1) \text{ probabilité d'atteinte}} = \underbrace{\mathbb{P}[\text{départ}]}_{(2) \text{ probabilité de départ}} \times \underbrace{\mathbb{P}[\text{propagation} \mid \text{départ}]}_{(3) \text{ probabilité de propagation}} \quad (1)$$

Le terme (2) est la probabilité qu’un bloc se détache de la source considérée ; nous l’appelons *probabilité de départ*. Le terme (3) est la probabilité que ce bloc se propage de la source jusqu’à l’enjeu considéré ; nous l’appelons *probabilité de propagation*. La présence d’un conditionnement pour la probabilité de propagation correspond au fait que la propagation d’un bloc vers l’enjeu considéré ne peut avoir lieu que si ce bloc s’est effectivement détaché de la paroi rocheuse. On remarque également que la probabilité de départ ne dépend que de la source unique, tandis que la probabilité de propagation dépend à la fois de la source unique et de l’enjeu considéré.

Par ailleurs, la probabilité de départ est définie pour une période T donnée et un volume de bloc V donné. Autrement dit, la probabilité de départ associée à une source est la probabilité qu’au moins un bloc de volume V se décroche de cette source au cours de la période T . Par conséquent, la probabilité d’atteinte est associée au même volume V et à la même période T . On considère généralement des probabilités de départ annuelle (probabilité d’un départ au cours d’une année). Nous reviendrons plus loin sur ces points lors de l’application de la méthode en contexte opérationnel (section 2.4).

2.1.2 Cas de sources multiples

Dans une situation où plusieurs compartiments rocheux instables coexistent dans un même secteur, un enjeu est susceptible d’être atteint par un ou plusieurs blocs provenant d’une ou de plusieurs sources parmi toutes les sources identifiées (tous les compartiments rocheux instables). Il est donc nécessaire de pouvoir considérer indépendamment la contribution de chaque source à l’atteinte de l’enjeu considéré. En effet, certaines sources pourront avoir une contribution nulle tandis que d’autres auront une contribution plus ou moins importante.

Dès lors, nous introduisons les notions de *probabilité globale d’atteinte* et de *probabilité partielle d’atteinte*. Une probabilité partielle d’atteinte est associée à une source unique et un enjeu donné : il s’agit de la probabilité que l’enjeu considéré soit atteint par un bloc provenant de la source unique considérée. La probabilité globale d’atteinte est associée à ce même enjeu mais prend en compte les contributions de toutes les sources : il s’agit donc de la probabilité que l’enjeu considéré soit atteint par un ou plusieurs blocs provenant de n’importe quelle source parmi toutes les sources identifiées.

À présent, on se donne un enjeu A quelconque de localisation fixée sur le terrain. Soient n sources, notées S_1, \dots, S_n , localisées sur les parois rocheuses du secteur étudié. Les sources sont en nombre fini et sont considérées comme les points de départ des trajectoires de blocs. Les notations suivantes sont adoptées pour désigner les différentes probabilités :

— $p_{d,i}$: probabilité de départ (associée à la source S_i)

1. Soient deux événements E_1 et E_2 tels que $\mathbb{P}(E_2) \neq 0$. La probabilité conditionnelle de l’événement E_1 sachant que l’événement E_2 s’est réalisé est la probabilité définie par $\mathbb{P}[E_1|E_2] = \frac{\mathbb{P}[E_1 \cap E_2]}{\mathbb{P}[E_2]}$. Ainsi, pour tous événements E_1 et E_2 , on a $\mathbb{P}[E_1 \cap E_2] = \mathbb{P}[E_2] \times \mathbb{P}[E_1|E_2]$.

- $p_{p,i}^A$: probabilité de propagation (depuis la source S_i jusqu'à l'enjeu A)
- $p_{a,i}^A$: probabilité partielle d'atteinte (de l'enjeu A par la source S_i)
- \mathbb{P}_a^A : probabilité globale d'atteinte (de l'enjeu A)

avec $i \in \llbracket 1, n \rrbracket$ le numéro de la source. Précisons qu'il n'est pas nécessaire de parler de probabilité partielle de propagation.

Le fait de considérer plusieurs sources ne signifie nullement que toutes les sources identifiées menacent réellement l'enjeu considéré. Les sources dont les blocs ne peuvent jamais atteindre l'enjeu sont affectées d'une probabilité de propagation nulle. Ainsi, il est théoriquement possible de considérer autant de sources que l'on veut puisque que les sources trop lointaines ne contribueront mathématiquement pas à la probabilité globale d'atteinte.

2.2 Formalisation probabiliste du problème

2.2.1 Détermination de la probabilité partielle d'atteinte dans le cas d'une source unique

Soit une source S_i avec $i \in \llbracket 1, n \rrbracket$. On définit les deux événements suivants :

- \mathbf{D}_i : "départ d'un bloc de la source S_i "
- \mathbf{P}_i : "propagation d'un bloc provenant de la source S_i jusqu'à l'enjeu A "

Comme indiqué précédemment, la propagation est conditionnée par le départ puisqu'il n'est possible de parler de propagation d'un bloc que lorsque ce bloc s'est effectivement détaché de la paroi rocheuse au niveau de la source correspondante. On décrit alors la chute d'un bloc provenant de la source S_i et atteignant l'enjeu A sous la forme d'une expérience aléatoire qu'il est possible de représenter par un arbre de probabilités (Fig. 1).

D'après la Fig. 1, on identifie trois issues possibles pour l'expérience aléatoire :

- départ et propagation : $\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i$
- départ et non-propagation : $\mathbf{D}_i \cap \overline{\mathbf{P}_i}$
- non-départ : $\overline{\mathbf{D}_i}$

Seule la première issue correspond à l'atteinte effective de l'enjeu A par un bloc provenant de la source S_i . Les deuxième et troisième issues aboutissent à une "non-atteinte" de l'enjeu A car soit le bloc ne se décroche pas, soit il se décroche mais ne se propage pas jusqu'à l'enjeu A . La formule de probabilité conditionnelle permet d'exprimer la probabilité de l'événement $\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i$ comme suit :

$$\mathbb{P}[\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i] = \mathbb{P}[\mathbf{D}_i] \times \mathbb{P}[\mathbf{P}_i | \mathbf{D}_i] \quad (2)$$

avec $\mathbb{P}[\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i]$ la probabilité partielle d'atteinte, $\mathbb{P}[\mathbf{D}_i]$ la probabilité de départ et $\mathbb{P}[\mathbf{P}_i | \mathbf{D}_i]$ la probabilité de propagation. Avec les notations introduites à la section 2.1.2, l'équation (2) s'écrit également :

$$p_{a,i}^A = p_{d,i} \times p_{p,i}^A$$

2.2.2 Détermination de la probabilité partielle de non-atteinte dans le cas d'une source unique

L'événement "l'enjeu A est atteint par (au moins) un bloc provenant de la source S_i " est égal à l'intersection entre les événements "départ d'un bloc depuis la source S_i " et "propagation d'un bloc provenant de la source S_i vers l'enjeu A ", ce qui correspond précisément à $\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i$. Par conséquent, l'événement "l'enjeu A n'est atteint par aucun bloc provenant de la source S_i " est le complémentaire de l'événement $\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i$, c'est-à-dire $\overline{\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i}$. De la Fig. 1, on déduit immédiatement que $\overline{\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i} = (\mathbf{D}_i \cap \overline{\mathbf{P}_i}) \cup \overline{\mathbf{D}_i}$.

Puisque la probabilité de l'événement $\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i$ correspond à une *probabilité partielle d'atteinte*, nous désignons naturellement la probabilité de l'événement $\overline{\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i} = (\mathbf{D}_i \cap \overline{\mathbf{P}_i}) \cup \overline{\mathbf{D}_i}$ par le terme de *probabilité partielle de non-atteinte*. De façon immédiate, la probabilité partielle de non-atteinte s'exprime :

$$\mathbb{P}[\overline{\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i}] = 1 - \mathbb{P}[\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i] \quad (3)$$

2.2.3 Détermination de la probabilité globale d'atteinte dans le cas de sources multiples

Lorsque les sources sont multiples, la probabilité globale d'atteinte de l'enjeu A peut être exprimée en combinant les contributions de chacune des sources S_1, \dots, S_n , étant donné que l'enjeu A est *a priori* menacé par ces n sources. Pour cela, nous utilisons les probabilités partielles de non-atteinte de chacune des sources S_1, \dots, S_n . Nous introduisons ici une hypothèse importante qui sera discutée plus loin dans l'article : on suppose que les n événements $\overline{\mathbf{D}_1 \cap \mathbf{P}_1}, \dots, \overline{\mathbf{D}_n \cap \mathbf{P}_n}$ sont mutuellement indépendants².

L'événement "l'enjeu A n'est atteint par aucun bloc provenant des sources S_1, \dots, S_n " est l'intersection de tous les événements $\overline{\mathbf{D}_1 \cap \mathbf{P}_1}, \dots, \overline{\mathbf{D}_n \cap \mathbf{P}_n}$ car, pour que l'enjeu A ne soit atteint par aucun bloc, il faut et il suffit qu'aucune source ne soit à l'origine d'un bloc atteignant l'enjeu A . On écrit cette intersection comme suit :

$$\bigcap_{i=1}^n (\overline{\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i})$$

En passant à la probabilité, par indépendance mutuelle des événements $\overline{\mathbf{D}_1 \cap \mathbf{P}_1}, \dots, \overline{\mathbf{D}_n \cap \mathbf{P}_n}$, il vient :

$$\mathbb{P} \left[\bigcap_{i=1}^n (\overline{\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i}) \right] = \prod_{i=1}^n \mathbb{P} [\overline{\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i}]$$

puis, avec l'équation (3), il suit :

$$\mathbb{P} \left[\bigcap_{i=1}^n (\overline{\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i}) \right] = \prod_{i=1}^n (1 - \mathbb{P} [\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i]) \quad (4)$$

Comme l'événement "l'enjeu A est atteint par au moins un bloc provenant des sources S_1, \dots, S_n " correspond exactement au complémentaire de l'événement "l'enjeu A n'est atteint par aucun bloc provenant des sources S_1, \dots, S_n ", on a immédiatement :

$$\mathbb{P} \left[\overline{\bigcap_{i=1}^n (\overline{\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i})} \right] = 1 - \mathbb{P} \left[\bigcap_{i=1}^n (\overline{\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i}) \right]$$

puis, avec l'équation (4), il suit :

$$\mathbb{P} \left[\overline{\bigcap_{i=1}^n (\overline{\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i})} \right] = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - \mathbb{P} [\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i])$$

Enfin, comme la probabilité globale d'atteinte de l'enjeu A (notée \mathbb{P}_a^A) est précisément égale à la probabilité que l'enjeu A soit atteint par au moins un bloc provenant des sources S_1, \dots, S_n , qui elle-même s'écrit $\mathbb{P} \left[\overline{\bigcap_{i=1}^n (\overline{\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i})} \right]$, l'expression de \mathbb{P}_a^A est donc donnée par :

$$\mathbb{P}_a^A = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - p_{a,i}^A) \quad (5)$$

ce qui, grâce à la relation $p_{a,i}^A = p_{d,i} p_{p,i}^A$, s'écrit également :

$$\mathbb{P}_a^A = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - p_{d,i} p_{p,i}^A) \quad (6)$$

Nous appellerons désormais *expression exacte* de la probabilité globale d'atteinte l'équation (5).

2.3 Approximation des faibles probabilités

2.3.1 Réécriture de l'expression de la probabilité globale d'atteinte

L'expression exacte de la probabilité globale d'atteinte de l'enjeu A n'est pas aisée à manipuler du fait de la présence d'un produit fini qui la rend non linéaire. Néanmoins, il est possible d'exprimer différemment cette probabilité afin de s'affranchir de ce produit en linéarisant la formule, donnant ainsi accès à une expression développée de la probabilité

². On dit que les événements $\mathbf{E}_1, \dots, \mathbf{E}_n$ sont mutuellement indépendants lorsque, pour toute partie $\{j_1, \dots, j_m\} \subset \{1, \dots, n\}$, on a $\mathbb{P} [\mathbf{E}_{j_1} \cap \dots \cap \mathbf{E}_{j_m}] = \mathbb{P} [\mathbf{E}_{j_1}] \times \dots \times \mathbb{P} [\mathbf{E}_{j_m}]$.

\mathbb{P}_a^A . Le calcul s'appuie sur la relation ensembliste suivante :

$$\overline{\bigcap_{i=1}^n (\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i)} = \bigcup_{i=1}^n (\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i)$$

montrant que l'événement "l'enjeu A n'est atteint par aucun bloc provenant des sources S_1, \dots, S_i " peut aussi s'exprimer comme la réunion des n événements $\mathbf{D}_1 \cap \mathbf{P}_1, \dots, \mathbf{D}_n \cap \mathbf{P}_n$. À partir de cette relation, on obtient :

$$\mathbb{P}_a^A = \mathbb{P} \left[\overline{\bigcap_{i=1}^n (\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i)} \right] = \mathbb{P} \left[\bigcup_{i=1}^n (\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i) \right]$$

puis la formule du crible de Poincaré³ permet de développer la probabilité $\mathbb{P} [\bigcup_{i=1}^n (\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i)]$ comme suit :

$$\mathbb{P}_a^A = \sum_{i=1}^n p_{a,i}^A + \sum_{k=2}^n (-1)^{k+1} \sum_{1 \leq j_1 < \dots < j_k \leq n} \mathbb{P} \left[\bigcap_{\ell=1}^k (\mathbf{D}_{j_\ell} \cap \mathbf{P}_{j_\ell}) \right] \quad (7)$$

L'équation (7) est obtenue sans utiliser l'hypothèse d'indépendance mutuelle des événements $\mathbf{D}_1 \cap \mathbf{P}_1, \dots, \mathbf{D}_n \cap \mathbf{P}_n$ qui était nécessaire pour établir l'équation (4). L'équation (7) est une expression de la probabilité globale d'atteinte \mathbb{P}_a^A vraie dans tous les cas (*i.e.* sans aucune hypothèse ni simplification).

Le terme $\sum_{k=2}^n (-1)^{k+1} \sum_{1 \leq j_1 < \dots < j_k \leq n} \mathbb{P} \left[\bigcap_{\ell=1}^k (\mathbf{D}_{j_\ell} \cap \mathbf{P}_{j_\ell}) \right]$ de l'équation (7) traduit la comptabilité des événements $\mathbf{D}_1 \cap \mathbf{P}_1, \dots, \mathbf{D}_n \cap \mathbf{P}_n$. La notion de comptabilité ne doit pas être confondue avec celle d'indépendance. En effet, deux événements sont dits compatibles lorsque la probabilité de leur intersection est non nulle, autrement dit lorsqu'ils peuvent être réalisés tous les deux en même temps. Ici, l'atteinte de l'enjeu A peut non seulement être causée par un bloc provenant d'une seule source S_i , mais aussi par deux blocs provenant de deux sources différentes S_i et S_j simultanément, ou encore par trois blocs provenant de trois sources différentes S_i, S_j, S_k simultanément, et ainsi de suite... Il est évident qu'une atteinte par plusieurs blocs de façon simultanée sera bien moins probable qu'une atteinte par un seul bloc car il faudrait dans ce cas que plusieurs sources (de probabilités de départ possiblement différentes) s'activent à des instants suffisamment proches tels que les trajectoires des blocs produits aboutissent à une atteinte simultanée de l'enjeu A .

Par ailleurs, en faisant à nouveau l'hypothèse d'indépendance mutuelle des événements $\mathbf{D}_1 \cap \mathbf{P}_1, \dots, \mathbf{D}_n \cap \mathbf{P}_n$, on obtient alors :

$$\mathbb{P} \left[\bigcap_{\ell=1}^k (\mathbf{D}_{j_\ell} \cap \mathbf{P}_{j_\ell}) \right] = \prod_{\ell=1}^k p_{a,j_\ell}^A$$

et l'équation (7) devient :

$$\mathbb{P}_a^A = \sum_{i=1}^n p_{a,i}^A + \sum_{k=2}^n (-1)^{k+1} \sum_{1 \leq j_1 < \dots < j_k \leq n} \prod_{\ell=1}^k p_{a,j_\ell}^A \quad (8)$$

Il s'agit de la forme développée de l'expression exacte que nous avons donnée dans la section 2.2.3 sous une forme factorisée (équation (5)).

2.3.2 Expression simplifiée de la probabilité globale d'atteinte pour des petites probabilités partielles d'atteinte

L'équation (8), associée à l'hypothèse d'indépendance mutuelle des événements $\mathbf{D}_1 \cap \mathbf{P}_1, \dots, \mathbf{D}_n \cap \mathbf{P}_n$, peut être détaillée comme suit :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}_a^A = & \sum_{i=1}^n p_{a,i}^A - \sum_{1 \leq j_1 < j_2 \leq n} p_{a,j_1}^A p_{a,j_2}^A + \sum_{1 \leq j_1 < j_2 < j_3 \leq n} p_{a,j_1}^A p_{a,j_2}^A p_{a,j_3}^A \\ & - \sum_{1 \leq j_1 < j_2 < j_3 < j_4 \leq n} p_{a,j_1}^A p_{a,j_2}^A p_{a,j_3}^A p_{a,j_4}^A + \dots + (-1)^{n+1} \prod_{j=1}^n p_{a,j}^A \end{aligned} \quad (9)$$

3. La formule du crible de Poincaré permet de développer la probabilité d'une réunion d'événements. Si $\mathbf{E}_1, \dots, \mathbf{E}_n$ sont des événements, alors $\mathbb{P} [\bigcup_{i=1}^n \mathbf{E}_i] = \sum_{i=1}^n \mathbb{P}[\mathbf{E}_i] + \sum_{k=2}^n (-1)^{k+1} \sum_{1 \leq j_1 < \dots < j_k \leq n} \mathbb{P} \left[\bigcap_{\ell=1}^k \mathbf{E}_{j_\ell} \right]$.

Cette expression de \mathbb{P}_a^A est en fait la combinaison linéaire de n sommes "triangulaires", la première somme étant une sommation simple (sur un seul indice), la deuxième une sommation double (sur deux indices), la troisième une sommation triple (sur trois indices), et ainsi de suite jusqu'à la dernière somme qui est une sommation d'ordre n constituée en réalité d'un seul terme (d'où l'absence de symbole de sommation pour le dernier terme dans l'équation (9)).

En notant \bar{p} la valeur caractéristique des probabilités partielles d'atteinte (on peut voir \bar{p} comme la valeur moyenne des $p_{a,i}^A$), il devient possible d'estimer la valeur caractéristique de chaque somme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n p_{a,i}^A \approx n \bar{p} \\ \sum_{1 \leq j_1 < j_2 \leq n} p_{a,j_1}^A p_{a,j_2}^A \approx \binom{n}{2} \bar{p}^2 \\ \sum_{1 \leq j_1 < j_2 < j_3 \leq n} p_{a,j_1}^A p_{a,j_2}^A p_{a,j_3}^A \approx \binom{n}{3} \bar{p}^3 \\ \dots \\ \sum_{1 \leq j_1 < \dots < j_{n-1} \leq n} \prod_{\ell=1}^{n-1} p_{a,j_\ell}^A \approx \binom{n}{n-1} \bar{p}^{n-1} \\ \prod_{j=1}^n p_{a,j}^A \approx \bar{p}^n \end{array} \right.$$

La i -ème somme a pour valeur caractéristique $\binom{n}{i} \bar{p}^i$ où $\binom{n}{i}$ est un coefficient binomial $\left(\binom{n}{i} = \frac{n!}{i!(n-i)!}\right)$. Pour que la $(i+1)$ -ème somme soit négligeable devant la i -ème somme, il suffit que $\frac{\binom{n}{i+1}}{\binom{n}{i}} \bar{p} \ll 1$, c'est-à-dire $\bar{p} \ll \frac{i+1}{n-i}$. La fonction $f : x \mapsto \frac{x+1}{n-x}$ est strictement croissante sur l'intervalle $[0, n[$, et $\min_{x \in [0, n[} f(x) = \frac{1}{n}$. Ainsi, une condition suffisante permettant de satisfaire $\bar{p} \ll \frac{i+1}{n-i}$ pour tout i est donc $\bar{p} \ll \frac{1}{n}$ (avec n le nombre de sources).

Par conséquent, la condition $\bar{p} \ll \frac{1}{n}$ permet de simplifier l'équation (8) en s'affranchissant de toutes les termes d'ordre strictement supérieur à 1. Nous obtenons donc une formule simplifiée pour la probabilité globale d'atteinte de l'enjeu A :

$$\mathbb{P}_a^A \approx \sum_{i=1}^n p_{a,i}^A \quad (10)$$

Nous appelons désormais *expression approximée* de la probabilité globale d'atteinte l'équation (10). Ce résultat montre que, sous une certaine condition, il est possible d'exprimer simplement la probabilité globale d'atteinte \mathbb{P}_a^A comme la somme des probabilités partielles d'atteinte $p_{a,i}^A$. On remarque que l'expression approximée est exactement égale à l'expression générale si et seulement si les événements $\mathbf{D}_1 \cap \mathbf{P}_1, \dots, \mathbf{D}_n \cap \mathbf{P}_n$ sont tous incompatibles ; autrement dit, cette approximation revient à négliger les cas où l'enjeu A serait atteint par plusieurs blocs au même instant. L'équation (10), ainsi que l'hypothèse qui la sous-tend ($\bar{p} \ll \frac{1}{n}$), constituent l'*approximation des faibles probabilités* (AFP).

Le critère asymptotique donné par $\bar{p} \ll \frac{1}{n}$ est la condition d'application de l'approximation des faibles probabilités. En effet, ce critère implique que, pour tout $i \in \llbracket 1, n \rrbracket$, $p_{a,i} \ll \frac{1}{n}$, ce qui signifie que les probabilités partielles d'atteinte sont toutes particulièrement "petites". En particulier, cela permet d'assurer que la somme $\sum_{i=1}^n p_{a,i}^A$ reste inférieure à 1 afin que \mathbb{P}_a^A soit toujours une probabilité cohérente. Toutefois, le qualificatif "petit devant 1" reste peu utilisable en l'état et fera l'objet d'une discussion.

2.3.3 Simplification alternative par développements limités

Il est également possible de retrouver l'expression approximée en réalisant un développement limité de l'expression exacte de la probabilité globale d'atteinte, qui s'appuie lui-même sur les développements limités en 0 des fonctions usuelles exp et ln. La démonstration repose sur l'hypothèse $\sum_{i=1}^n p_{a,i}^A \ll 1$, et passe par une reformulation du produit fini de l'équation (5) sous la forme suivante :

$$\mathbb{P}_a^A = 1 - \exp \left[\ln \left(\prod_{i=1}^n (1 - p_{a,i}^A) \right) \right] = 1 - \exp \left[\sum_{i=1}^n \ln (1 - p_{a,i}^A) \right]$$

Après calculs et simplifications, on obtient la relation⁴ :

$$\mathbb{P}_a^A = \sum_{i=1}^n p_{a,i}^A - \sum_{1 \leq i < j \leq n} p_{a,i}^A p_{a,j}^A + \mathcal{O} \left(\sum_{i=1}^n p_{a,i}^A{}^3 \right) \quad (11)$$

4. On utilise ici la notation \mathcal{O} définie comme suit : pour toutes fonctions f et g , on a $f(x) = \mathcal{O}(g(x))$ lorsque $x \ll 1$ si et seulement s'il existe deux constantes x_0 et C telles que pour tout $x < x_0$, $|f(x)| < C|g(x)|$.

L'équation (11) correspond au développement limité à l'ordre 2 de l'expression exacte de la probabilité globale d'atteinte. Les termes d'ordre supérieur ou égal à 3 contenus dans le terme $\mathcal{O}\left(\sum_{i=1}^n p_{a,i}^A\right)^3$ étant négligeables devant les deux termes $\sum_{i=1}^n p_{a,i}^A$ et $\sum_{1 \leq i < j \leq n} p_{a,i}^A p_{a,j}^A$, il vient alors :

$$\mathbb{P}_a^A \approx \sum_{i=1}^n p_{a,i}^A - \sum_{1 \leq i < j \leq n} p_{a,i}^A p_{a,j}^A \quad (12)$$

À l'ordre 1, la somme $\sum_{1 \leq i < j \leq n} p_{a,i}^A p_{a,j}^A$ disparaît et on retrouve l'expression approximée : $\mathbb{P}_a^A \approx \sum_{i=1}^n p_{a,i}^A$. Par ailleurs, l'équation (11) permet d'affirmer que $\sum_{i=1}^n p_{a,i}^A \geq 1 - \prod_{i=1}^n (1 - p_{a,i}^A)$, indiquant que l'expression approximée de la probabilité globale d'atteinte surestimera toujours l'aléa⁵. Enfin, l'hypothèse $\sum_{i=1}^n p_{a,i}^A \ll 1$ utilisée pour établir le développement limité se ramène à la condition $\bar{p} \ll \frac{1}{n}$ introduite précédemment en remplaçant les $p_{a,i}^A$ par leur valeur caractéristique \bar{p} .

2.4 Quantification de l'aléa de chute de blocs en contexte opérationnel

2.4.1 Contexte opérationnel

L'application en contexte opérationnel de la méthode d'évaluation quantitative de l'aléa de chute de blocs détaillée dans la section (2.2) nécessite la quantification des différents termes de l'équation (5). En particulier, la quantification des probabilités partielles d'atteinte de l'enjeu A par la source S_i nécessite l'estimation de la probabilité de départ associée à la source S_i ($p_{d,i}$) et de la probabilité de propagation depuis la source S_i jusqu'à l'enjeu A ($p_{p,i}^A$), pour tout $i \in \llbracket 1, n \rrbracket$.

Estimation de la probabilité de départ. L'estimation des probabilités de départ $p_{d,i}$ dépend de la méthode choisie pour quantifier les conditions de départ des blocs. Dans le cas d'une approche de type aléa localisé, les compartiments rocheux instables identifiés sont tous distincts et localisés : il est alors possible d'évaluer le volume des blocs qui peuvent se propager après détachement et fragmentation d'un des compartiments rocheux. L'estimation d'une probabilité annuelle de détachement pour un compartiment localisé repose très largement sur le "*dire d'expert*", ce qui rend cette option opérationnelle sujette à discussions et peu reproductible.

L'estimation des $p_{d,i}^A$ par une approche de type aléa diffus est généralement privilégiée à l'approche précédente en raison de sa plus grande reproductibilité. Elle convient à des secteurs pour lesquels on dispose déjà de nombreuses données historiques et/ou géomorphologiques. Les zones de falaise du secteur étudié sont tout d'abord cartographiées, généralement à l'aide de méthodes semi-automatiques (définition de seuils de pentes à partir d'un modèle numérique de terrain par exemple) ; puis un relevé des blocs déposés sur site sur une période temporelle fixée est réalisé de manière à évaluer la fréquence des événements en fonction du volume des blocs. C'est cette approche, couramment utilisée dans le cadre du zonage de l'aléa de chute de blocs, qui sera privilégiée dans la suite de cet article.

Estimation de la probabilité de propagation. Toute probabilité de propagation $p_{p,i}^A$ est théoriquement associée à un enjeu existant ayant une emprise spatiale. Aussi, dans le cadre de zonages réglementaires notamment, il est courant d'évaluer l'aléa en tout point du secteur d'étude en se référant à un enjeu fictif présent sur chaque point (ou cellule) du secteur étudié. Dès lors, une hypothèse sur l'emprise spatiale de l'enjeu est nécessairement faite, sans être explicitée dans la plupart des cas. Ce cas de figure plus complexe sera privilégié dans le cadre de cet article. Le calcul de $p_{p,i}^A$ requiert souvent l'utilisation de logiciels de simulations de la propagation des blocs, dits *logiciels d'analyse trajectographique*. Dans ce cadre, l'utilisation de logiciels de modélisation 3D représentant explicitement chaque trajectoire est privilégiée.

Il est essentiel de noter que les logiciels d'analyse trajectographique permettent actuellement de simuler la propagation de blocs rocheux ne se fragmentant pas, ce qui implique généralement de faire l'hypothèse que la fragmentation des compartiments rocheux a lieu lors du détachement initial. De plus, pour obtenir des données statistiques sur la propagation des blocs, un certain nombre de blocs doivent être générés depuis chaque source. Si un compartiment instable a été identifié (aléa localisé), la zone de départ correspond à l'emprise spatiale du compartiment. Lorsqu'une approche

⁵ Il s'agit d'une remarque importante puisqu'elle indique la tendance de surestimation de l'aléa engendrée par l'utilisation de la formule approximée.

de type aléa diffus est employée, un certain nombre de blocs sont générés depuis chaque source identifiée comme potentiellement productrice de bloc. Quelle que soit l'approche choisie, il est nécessaire de vérifier avant l'analyse des résultats qu'un nombre suffisant de blocs ont été simulés de telle sorte que l'estimation statistique soit suffisamment représentative.

2.4.2 Application dans le cadre d'un aléa diffus et d'un modèle numérique de terrain

Utilisation d'un modèle numérique de terrain au format raster. L'étude de l'aléa de chute de blocs pour une falaise modélisée par un aléa diffus s'appuie généralement sur l'utilisation d'un modèle numérique de terrain (MNT). Il s'agit d'une représentation en 2.5D de la topographie d'un terrain, autrement dit il s'agit d'une représentation en 2D de l'élévation du terrain. Le terrain est découpé en pixels carrés (appelés *cellules*) de dimension fixe et à chaque pixel est affectée une valeur numérique correspondant à l'altitude moyenne du terrain au niveau du pixel. La résolution du MNT est définie par la taille des cellules.

La modélisation d'un aléa diffus est permise en identifiant les cellules du MNT susceptibles de produire les blocs. On appelle désormais *cellule source* toute cellule génératrice de blocs. La propagation peut (théoriquement) avoir lieu sur l'ensemble des cellules du MNT en fonction des trajectoires individuelles des blocs. Afin d'évaluer la probabilité globale d'atteinte en toutes cellules du MNT, on peut appliquer l'équation (5) donnant la probabilité globale d'atteinte en remplaçant l'enjeu quelconque A par une cellule quelconque A . Cependant, l'utilisation d'un MNT nécessite de prendre en compte la résolution spatiale dans la détermination de la probabilité d'atteinte qui devient dès lors une grandeur surfacique. Cette remarque est extrêmement importante puisqu'elle souligne les implications de la discrétisation spatiale sur la quantification de la probabilité d'atteinte.

Bien que l'utilisation de logiciels de simulation trajectographique 3D, intégrant des modèles à la fois déterministes et stochastiques (e.g., Rockyfor3D, PlatRock), s'est démocratisée ces dernières années, le suivi de chaque trajectoire individuelle simulée n'est généralement pas possible en toutes cellules du MNT pour des raisons évidentes de coût computationnel et de quantité de données à stocker. En effet, les logiciels ne fournissent que des données globales sous forme de "cartes" au format raster ayant généralement la même résolution que le MNT (par exemple, le nombre de passages de blocs, l'énergie moyenne des blocs, la hauteur moyenne de passage). Dans le cadre de cet article, nous utiliserons exclusivement les cartes des nombres de passages de blocs par cellules du MNT.

Conséquences pour les probabilités de départ, de propagation et d'atteinte. Les probabilités de départ peuvent être estimées à partir de lois de type fréquence-volume exprimant la fréquence temporelle d'occurrence de chutes de blocs au cours d'une période donnée en fonction du volume des blocs produits (Hantz et al., 2003; Hantz, 2011; Hantz et al., 2020). Il ressort que ces lois fréquence-volume peuvent s'exprimer sous la forme de lois en puissance négative $f_d(V) = \alpha V^{-\beta}$ où les coefficients $\alpha > 0$ et $\beta > 0$ dépendent du secteur et des falaises étudiés. Pour une fréquence de départ spatiotemporelle surfacique annuelle exprimée en $m^{-2} \cdot an^{-1}$, le coefficient α est donné en $m^{3\beta-2} \cdot an^{-1}$, tandis que le coefficient β est toujours sans dimension.

L'évaluation des probabilités de propagation repose sur une analyse de propagation à l'échelle du secteur étudié réalisée le plus souvent à l'aide d'une étude trajectographique par simulation numérique sur un MNT. Dès lors, il faut construire une probabilité de propagation à partir de données issues de la simulation. Nous exprimons la probabilité de propagation $p_{p,i}^A$ (de la cellule source S_i à la cellule A) comme le rapport de la quantité de blocs simulés depuis la cellule source S_i atteignant l'enjeu A sur la quantité totale de blocs simulés depuis la source S_i , c'est-à-dire :

$$p_{p,i}^A = \frac{N_{b,i}^A}{N_{sim,i}} \quad (13)$$

avec $N_{b,i}^A$ le nombre de blocs provenant de la cellule source S_i ayant atteint la cellule A et $N_{sim,i}$ le nombre de blocs simulés depuis la cellule source S_i . Si aucun bloc simulé depuis la cellule source S_i n'atteint la cellule A , alors $p_{p,i}^A = 0$, et si la totalité des blocs simulés depuis la cellule source S_i l'atteignent, alors $p_{p,i}^A = 1$.

La probabilité d'atteinte globale d'une cellule quelconque A du MNT s'écrit alors $\mathbb{P}_a^A = 1 - \prod_{i=1}^n \left(1 - \frac{p_{d,i} N_{b,i}^A}{N_{sim,i}}\right)$ avec l'expression exacte, et $\mathbb{P}_a^A \approx \sum_{i=1}^n \frac{p_{d,i} N_{b,i}^A}{N_{sim,i}}$ avec l'expression approximée.

2.4.3 Application d'un modèle probabiliste à partir de données statistiques

La méthode exposée dans les sections 2.1 et 2.2 s'appuie sur un raisonnement probabiliste. Le passage à un contexte opérationnel nécessite la quantification effective des grandeurs probabilistes du problème. Cette quantification repose sur la substitution de grandeurs statistiques aux probabilités. En effet, les probabilités de départ et de propagation réelles exactes sont inaccessibles compte tenu de la complexité du phénomène. Par conséquent, une estimation statistique est utilisée, en s'appuyant sur l'hypothèse que les grandeurs statistiques obtenues sont très proches des probabilités réelles recherchées. On admet que plus le nombre de données statistiques est grand, plus les estimateurs seront asymptotiquement proches des vraies valeurs des probabilités estimées. Pour des raisons de clarté et d'uniformisation, nous continuerons d'appeler probabilités les estimateurs statistiques correspondants.

La périodisation temporelle (période de référence) et la discrétisation spatiale (résolution du MNT) imposent une prise en compte de dimensions respectivement temporelles et spatiales au niveau des probabilités utilisées. En toute rigueur mathématique, il serait impossible d'associer des unités à des probabilités, mais nous choisissons de le faire afin de rendre plus compréhensible leur manipulation en contexte opérationnel. Ainsi, en termes de dimensions (T pour le temps et D pour la longueur), une probabilité de départ sera donnée en T^{-1} , une probabilité partielle de propagation en L^{-2} , et donc une probabilité partielle d'atteinte en $T^{-1} \cdot L^{-2}$ (ce qui donnerait une unité en $\text{an}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$ si les probabilités de départ sont annuelles).

La possibilité d'utilisation de résolutions différentes lors des modélisations imposent une normalisation des probabilités d'atteinte calculées lors du post-traitement statistique, afin de rendre cohérents entre eux des résultats obtenus avec différentes résolutions spatiales. Nous suggérons de fournir des probabilités globales d'atteinte ramenées à une surface égale à 1 m^2 afin d'uniformiser les résultats produits. Autrement dit, il s'agit de fournir des probabilités globales d'atteinte surfaciques. Ainsi, les probabilités globales d'atteinte déterminées à l'issue de simulations effectuées sur un MNT de résolution de 5 m devront être divisées par 25 (ce qui correspond à la surface d'une cellule du MNT) pour se ramener à 1 m^2 .

3 Études de cas

3.1 Premier cas : exemple simple

Nous proposons un premier exemple pour illustrer l'utilisation de la méthode de quantification dans le cas d'un découpage d'un terrain virtuel en cellules de mêmes dimensions, de façon analogue à un modèle numérique de terrain. Le terrain virtuel est constitué de 76 cellules dont 6 cellules sources. On a imaginé 50 trajectoires à partir de chaque cellule source, avec une probabilité de départ de 0.1 par cellule source. Les données trajectographiques utilisées n'ont aucune réalité et ont été inventées par les auteurs dans le cadre de cet exemple. La Fig. 2-A donne les distributions des passages de blocs simulés pour chaque cellule du terrain.

À partir des données trajectographiques, la probabilité globale d'atteinte de chaque cellule du terrain est calculée pour chacune des deux expressions, fournissant ainsi deux champs de probabilité d'atteinte (Fig. 2-B). Sont également calculées la probabilité globale d'atteinte à l'aide du développement limité d'ordre 2 et l'écart relatif (en %) entre l'expression exacte et l'expression approximée (Fig. 2-B). On constate une différence importante entre la probabilité d'atteinte calculée avec l'expression exacte et celle calculée avec l'expression approximée. Par exemple, pour la cellule la plus exposée, l'écart relatif entre les deux valeurs est presque de 2% , ce qui n'est pas négligeable compte tenu de la précision attendue dans l'évaluation de l'aléa. Nuançons toutefois cette conclusion étant donné que l'exemple proposé subit les effets du faible nombre de blocs simulés, empêchant la convergence des données trajectographiques vers une valeur stable de la probabilité d'atteinte.

3.2 Deuxième cas : Saint-Eynard

3.2.1 Présentation de l'étude

Cet exemple s'appuie sur l'étude d'un secteur situé sur la commune de Biviers dans le département de l'Isère (France), menacé par les falaises calcaires du Saint-Eynard dans le massif de la Chartreuse. Particulièrement étudiées à cause de

leurs fortes activités de chute de blocs et du grand nombre d'événements recensés, les falaises du Saint-Eynard ont fait l'objet de plusieurs travaux visant à en déterminer les fréquences de départ (Hantz et al., 2020). Nous en utilisons donc les résultats afin de construire ce deuxième exemple applicatif de notre méthode de quantification.

L'étude de la propagation en trois dimensions est réalisée sous la forme d'analyses trajectographiques avec le logiciel Rockyfor3D. Il s'agit d'un modèle trajectographiques de chute de blocs en trois dimensions calculant les trajectoires individuelles des blocs de leur décrochement à leur arrêt. Associant à la fois des modèles déterministes et stochastiques, le logiciel détermine la trajectoire d'un bloc par une succession de chutes libres et de rebonds. Les données d'entrée sont fournies sous la forme de rasters de même résolution ; il s'agit du MNT, des caractéristiques du sol, de la localisation des cellules sources, des caractéristiques des blocs. En sortie, le logiciel produit plusieurs rasters dont le nombre de passages de blocs par cellule du MNT, le nombre de cellules sources qui ont alimenté chaque cellule du MNT, l'énergie moyenne des blocs, et les angles de ligne d'énergie.

De plus, comme indiqué dans le section 2.4.2, notre méthode nécessite de connaître la provenance de chacun des blocs passés par une cellule donnée du MNT afin d'évaluer chacune des probabilités partielles d'atteinte. La connaissance du nombre total de blocs passés par une cellule donnée et du nombre de cellules alimentatrices ne sont plus suffisants. Pour une cellule donnée du MNT, parmi tous les blocs l'atteignant, nous devons accéder à la répartition des blocs en fonction des cellules sources alimentatrices qui en sont à l'origine. Le logiciel Rockyfor3D ne permettant pas d'accéder à de telles données en une seule simulation, nous avons contourné cette difficulté en réalisant autant de simulations qu'il y a de cellules sources. Tous les rasters de nombre de passages de blocs ainsi générés seront finalement agrégés pour obtenir le raster de probabilité globale d'atteinte selon la formule utilisée.

3.2.2 Hypothèses et données initiales

Nous modélisons la falaise rocheuse du secteur étudié par une falaise uniforme avec une hauteur de 200 m et une longueur horizontale de 4 km, soit une surface totale de falaise de 800 000 m². Les cellules sources sont réparties de façon équidistante au pied de la falaise. Les données de modélisation sont résumées dans la Tab. 2-A pour la résolution à 1 m et pour celle à 5 m. Ainsi, le nombre total de blocs simulés sur l'ensemble du secteur étudié s'élève à 200 millions dans les deux cas, ce qui va nous permettre de les comparer. La hauteur de chute initiale moyenne est fixée à 100 m et le volume des blocs à 5 m³. La loi fréquence-volume utilisée pour calculer la probabilité de départ est $f(V) = 1.5 \times V^{-0.78}$ avec $f(V)$ en $\text{an}^{-1} \cdot \text{hm}^{-2}$ (Hantz et al., 2020).

Les caractéristiques géologiques du terrain et son découpage en zones correspondant à des types de sols différents (Fig. 3) ont été obtenus à partir de la cartographie géologique de la France du bureau de recherches géologiques et minières (BRGM). Pour chaque type de sol, les paramètres du modèle de rebond de Rockyfor3D ont été fixés à des valeurs moyennes (Dorren, 2016). Les valeurs utilisées sont données dans la Tab. 2-B.

3.2.3 Résultats

Les résultats sont présentés sous la forme d'un zonage logarithmique en cinq couleurs correspondant à des intervalles de probabilité globale d'atteinte distincts, comme indiqué dans les légendes des figures qui suivent. Ce choix est motivé par les recommandations actuelles de la MEZAP (Colas et al., 2021) suggérant un zonage logarithmique par intervalles en puissance de 10 allant de 10^{-6} à 10^{-2} ($\text{an}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$). Nous présentons tout d'abord le zonage obtenu avec une résolution de 1 m (Fig. 4-A) ainsi que celui obtenu avec une résolution de 5 m (Fig. 4-B). Ensuite, la Fig. 4-C fournit l'écart absolu entre le résultat de l'expression exacte et le résultat de l'expression approximée de la probabilité globale d'atteinte en toute cellule du MNT pour la résolution à 1 m. On observe que cet écart absolu peut être supérieur à 10^{-2} ($\text{an}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$) au niveau des cellules les plus exposées. Néanmoins, le zonage logarithmique rend cet écart absolu négligeable dans chaque intervalle de log-probabilité, l'écart étant "absorbé" par le niveau de précision de l'intervalle, impactant assez peu l'écart relatif correspondant. Par exemple, toutes les cellules présentant un écart absolu supérieur à 10^{-3} ($\text{an}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$) sont elles-mêmes classées dans le zonage supérieur à 10^{-2} ($\text{an}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$).

Le zonage obtenu diffère significativement en fonction de la résolution du MNT : le zonage est plus pessimiste sur la Fig. 4-B (résolution de 5 m) que sur la Fig. 4-A (résolution de 1 m). Ceci est dû à un effet d'intégration du nombre de passages de blocs sur la surface des cellules du MNT. Dans le cas de la résolution de 5 m, les cellules du MNT ont une surface de 25 m² : ceci a pour conséquence que, pour un nombre total de blocs simulés identique, le nombre de

blocs passant sur chaque cellule sera (environ) 25 fois plus grand dans le cas de la résolution de 5 m que dans celui de la résolution à 1 m. En effet, en supposant que la densité surfacique de passage sur les cellules est la même pour les deux résolutions, le nombre de blocs passant par chaque cellule du MNT diminue lorsque la précision de la résolution augmente (car les trajectoires simulées sont mieux individualisées), et les valeurs de probabilité de propagation sont par conséquent plus faibles.

Pour tenter de corriger cet effet intégrateur lié à la surface des cellules, on propose de normaliser les résultats de la simulation avec la résolution de 5 m en divisant les probabilités d'atteinte des cellules par 25. La Fig. 4-D donne le zonage obtenu après normalisation. De façon prévisible, le zonage a tendance à remonter puisqu'on diminue les valeurs des probabilités d'atteinte d'un facteur de l'ordre de 0.1 (décalage global d'une couleur vers la suivante). Toutefois, la normalisation entraîne une forte remontée du zonage qui devient alors moins pessimiste que celui de la Fig. 4-B. La normalisation ne semble donc pas corriger correctement la différence liée à l'effet d'intégration de la résolution.

Les résultats de ce deuxième exemple illustrent efficacement notre méthode de quantification en l'appliquant sur un cas d'étude réel typique de falaises productrices de blocs. Ils permettent également de souligner les écueils possibles lors d'une manipulation trop rapide des hypothèses et approximations des formules.

4 Discussion

4.1 Comparaison avec les méthodes issues de la littérature

Comme précisé dans l'introduction, une quantification probabiliste de l'aléa de chute de blocs se divise en deux sous-études : d'une part celle du départ (P_1) et d'autre part celle de la propagation (P_2). La quantification de la probabilité de départ a déjà fait l'objet de nombreux travaux et les modèles utilisés aujourd'hui sont souvent suffisamment adaptés pour les besoins de l'évaluation de l'aléa. Néanmoins, la détermination de la probabilité de propagation pose certains problèmes dans la mesure où elle nécessite généralement d'effectuer des analyses trajectographiques basées sur des simulations numériques sur un MNT. La Tab. 1 fournit plusieurs exemples d'articles avec les formules utilisées par les auteurs pour accéder à une "probabilité de propagation" (P_2) dans le cadre de l'étude d'un secteur d'intérêt.

La majorité des articles utilisent un même modèle d'expression pour quantifier la probabilité d'atteinte P_a d'une cellule du MNT que nous pouvons résumer sous la forme :

$$P_a = P_d \frac{N_b}{N_t} \quad (14)$$

où P_d est la probabilité de départ de la zone source, N_t le nombre total de blocs simulés depuis la zone source, et N_b le nombre de blocs simulés ayant atteint la cellule. Dans la plupart des articles qui cherchent à quantifier l'aléa de chute de blocs sur un terrain donné, l'équation (14) est souvent utilisée pour calculer la probabilité d'atteinte d'une cellule du MNT, sans aucune discussion sur son origine ou sa validité. Pour une cellule quelconque menacée par une zone source, cette formule est toujours donnée par l'équation (14) mais avec P_d est la probabilité de départ de la zone source, N_t le nombre total de blocs simulés depuis la zone source, et N_b le nombre de blocs simulés ayant atteint la cellule. Cette formulation globale ne considère qu'une seule probabilité de départ uniforme et ne prend pas en compte les contributions différentes de chaque cellule source.

Il est possible de retrouver cette formule à partir de l'expression approximée de la probabilité globale d'atteinte. En supposant l'AFP vérifiée, il vient :

$$\mathbb{P}_a^A \approx \sum_{i=1}^n p_{d,i} p_{p,i}^A = p_d \sum_{i=1}^n \frac{N_{b,i}^A}{N_{sim}} = \frac{p_d}{N_{sim}} \sum_{i=1}^n N_{b,i}^A = p_d \frac{N_{tot}^A}{N_{sim}} = \mathbb{P}_d \frac{N_{tot}^A}{N_{sim,tot}}$$

où $\mathbb{P}_d = np_d$ et $N_{sim,tot} = nN_{sim}$. En identifiant \mathbb{P}_d à P_d , N_{tot}^A à N_b , et $N_{sim,tot}$ à N_t , on retrouve immédiatement l'équation (14). La formule communément utilisée dans la littérature est donc un cas particulier de l'expression approximée que nous avons déterminée à la section 2.3.2. Ainsi, de nombreux auteurs utilisent implicitement l'AFP sans pour autant en vérifier la validité. Une hypothèse de probabilité de départ uniforme depuis les cellules sources est également faite. En résumé, les méthodes classiquement utilisées dans la littérature sont plus précises dans le cas de blocs de volumes importants (donc ayant des probabilités de départ faibles), pour des cellules suffisamment éloignées

des zones de départ (donc ayant des probabilités de propagation suffisamment faibles), et pour des zones de départ homogènes (pour lesquelles les conditions de départ sont homogènes).

4.2 Analyse de l'hypothèse d'indépendance mutuelle

4.2.1 Problématique générale

L'hypothèse d'indépendance mutuelle, introduite dans la section 2.2.3, demande que les n événements $\overline{\mathbf{D}_1 \cap \mathbf{P}_1}, \dots, \overline{\mathbf{D}_n \cap \mathbf{P}_n}$ soient mutuellement indépendants. Elle intervient lors de la transformation de la probabilité de l'intersection des événements $\overline{\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i}$ en le produit des probabilités de chacun des événements $\overline{\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i}$. Elle permet notamment de prouver l'équivalence entre l'équation $\mathbb{P}[\overline{\mathbf{D}_1 \cap \mathbf{P}_1} \cap \dots \cap \overline{\mathbf{D}_n \cap \mathbf{P}_n}] = \mathbb{P}[\overline{\mathbf{D}_1 \cap \mathbf{P}_1}] \times \dots \times \mathbb{P}[\overline{\mathbf{D}_n \cap \mathbf{P}_n}]$ et l'équation $\mathbb{P}[(\mathbf{D}_1 \cap \mathbf{P}_1) \cup \dots \cup (\mathbf{D}_n \cap \mathbf{P}_n)] = 1 - (1 - \mathbb{P}[\mathbf{D}_1 \cap \mathbf{P}_1]) \times \dots \times (1 - \mathbb{P}[\mathbf{D}_n \cap \mathbf{P}_n])$. Pour mémoire, $\overline{\mathbf{D}_i \cap \mathbf{P}_i}$ correspond à l'événement "l'enjeu A n'est atteint par aucun bloc provenant de la source S_i ". L'indépendance mutuelle des $\overline{\mathbf{D}_1 \cap \mathbf{P}_1}, \dots, \overline{\mathbf{D}_n \cap \mathbf{P}_n}$ est donc l'indépendance mutuelle des événements "l'enjeu A n'est atteint par aucun bloc provenant de la source S_i " pour tout $i \in \llbracket 1, n \rrbracket$. Mais l'indépendance mutuelle des $\overline{\mathbf{D}_1 \cap \mathbf{P}_1}, \dots, \overline{\mathbf{D}_n \cap \mathbf{P}_n}$ n'est pas équivalente à l'indépendance mutuelle des $\mathbf{D}_1 \cap \mathbf{P}_1, \dots, \mathbf{D}_n \cap \mathbf{P}_n$. Le fait que l'enjeu A ne soit pas atteint par une cellule source donnée n'a donc pas d'influence sur le fait que l'enjeu A ne soient pas atteint par une autre cellule source. Si une telle hypothèse a une définition et des implications mathématiques claires, il est moins aisé de rendre compte de ces conséquences sur un terrain réel dans le cadre de cet article.

En effet, la réalité de cette hypothèse dépend beaucoup de la nature du terrain étudié et des choix de modélisation dans le cas d'une étude trajectographique de la propagation. Par exemple, une falaise parfaitement linéaire, homogène et d'altitude constante peut suggérer une modélisation sous la forme d'une succession de cellules sources équidistances et alignées en pieds de falaise, de sorte que le comportement de chaque cellule source sera indépendant de celui des autres cellules sources. *A contrario*, si on modélise deux falaises telles que l'une se situe en amont de l'autre, alors il se peut que la propagation d'un bloc depuis la falaise la plus haute puisse engendrer le déclenchement d'une cellule source située sur la falaise plus basse. Dans ce cas, on parle de couplage des sources ; nous discutons plus précisément cette question dans la section suivante. Par ailleurs, la survenue d'un événement dans une cellule source peut potentiellement modifier la probabilité d'occurrence d'un événement dans une cellule voisine. À titre d'exemple, si un départ de bloc a lieu dans une cellule, cela peut augmenter la probabilité de départ pour les cellules voisines si cela induit la déstabilisation des parois rocheuses limitrophes à la cellule (*e.g.*, effets mécaniques, fragilisation, "bloc-clé") ; on parlera alors d'un *départ induit*. Enfin, pour les blocs ayant des volumes importants, on pourrait considérer que le départ d'un bloc d'une cellule diminue la probabilité de départ dans les cellules voisines car l'emprise spatiale du bloc correspond à plusieurs cellules.

4.2.2 Couplage entre sources

La non-indépendance mutuelle des événements $\mathbf{D}_1 \cap \mathbf{P}_1, \dots, \mathbf{D}_n \cap \mathbf{P}_n$ traduit l'existence de couplages entre les sources. Par exemple, pour $(j_1, j_2) \in \llbracket 1, n \rrbracket^2$, si les deux événements $\mathbf{D}_{j_1} \cap \mathbf{P}_{j_1}$ et $\mathbf{D}_{j_2} \cap \mathbf{P}_{j_2}$ ne sont pas indépendants, cela signifie qu'il n'est pas impossible que le déclenchement de la source S_{j_1} entraîne le déclenchement de la source S_{j_2} , ou inversement. Autrement dit, il existe un *couplage* entre les deux sources S_{j_1} et S_{j_2} .

Pour quantifier le *couplage global* des sources S_1, \dots, S_n relativement à l'atteinte de A , on peut comparer les équations (7) et (8) par soustraction. Le couplage global \mathcal{C} s'exprime alors :

$$\mathcal{C} = \sum_{k=2}^n (-1)^{k+1} \sum_{1 \leq j_1 < \dots < j_k \leq n} \left(\mathbb{P} \left[\bigcap_{\ell=1}^k (\mathbf{D}_{j_\ell} \cap \mathbf{P}_{j_\ell}) \right] - \prod_{\ell=1}^k p_{a, j_\ell}^A \right) \quad (15)$$

et plus simplement :

$$\mathcal{C} = \sum_{k=2}^n (-1)^{k+1} \sum_{1 \leq j_2 < \dots < j_k \leq n} \mathcal{C}_{k, j_2, \dots, j_k}$$

où les $\mathcal{C}_{k,j_2,\dots,j_k}$ (avec $2 \leq k \leq n$ et $1 \leq j_2 < \dots < j_k \leq n$) sont les termes de *couplage partiel* tels que :

$$\mathcal{C}_{k,j_1,\dots,j_k} = \mathbb{P} \left[\bigcap_{\ell=1}^k (\mathbf{D}_{j_\ell} \cap \mathbf{P}_{j_\ell}) \right] - \prod_{\ell=1}^k p_{a,j_\ell}^A$$

Chaque terme de couplage partiel représente le couplage dans un groupe de sources constitué d'un nombre de sources compris entre 2 et n . Il existe donc différents degrés de couplage : des couplages de degré 2 lorsque deux sources sont concernées, des couplages de degré 3 pour trois sources, et ainsi de suite jusqu'au couplage de degré n entre les n sources. Ainsi, pour un couplage partiel $\mathcal{C}_{k,j_1,\dots,j_k}$, l'indice k correspond au degré de couplage.

Tous les couplages partiels, et *a fortiori* le couplage global, dépendent complètement de la nature du terrain étudié et de la localisation des sources les unes par rapport aux autres. Il est donc difficile voire impossible de calculer *a priori* la valeur des termes de couplage dans un cas réel. Par conséquent, la vérification de l'hypothèse d'indépendance mutuelle est difficilement réalisable dans la pratique.

Néanmoins, il est possible de déterminer une certaine forme de couplage au niveau des probabilités de départ des sources. En effet, une source située en aval d'autres sources peut être déclenchée à cause de la propagation d'un bloc issu d'une source située en amont. En introduisant $p'_{d,i}$ la probabilité de déclenchement de la source S_i sachant qu'elle a été atteinte par un bloc, on peut exprimer une probabilité de départ couplée $p_{d,i}^*$ de la source S_i comme suit :

$$p_{d,i}^* = p_{d,i} + p'_{d,i} \mathbb{P}_a^{S_i}$$

où $\mathbb{P}_a^{S_i}$ est la probabilité d'atteinte de la source S_i avec la convention $p_i^{S_i} = 0$ (*i.e.* la propagation depuis la source S_i vers la source S_i est impossible), ce qui donne de façon explicite :

$$p_{d,i}^* = p_{d,i} \left(1 + \alpha_i \left(1 - \prod_{1 \leq j \neq i \leq n} p_{d,j} p_{p,j}^{S_i} \right) \right) \quad (16)$$

avec $\alpha_i = \frac{p'_{d,i}}{p_{d,i}}$. La détermination des α_i dépend, au même titre que les $p_{d,i}$, de la nature géomorphologique des compartiments rocheux correspondant aux sources identifiées. À partir de l'équation (16) et une fois les valeurs des $p_{d,i}^*$ obtenues, on peut réitérer le calcul afin de prendre un compte les éventuels couplages qui impacteraient les $p_{d,j}$ pour déterminer une nouvelle probabilité de départ couplée $p_{d,i}^{**}$ de la source S_i , autrement dit :

$$p_{d,i}^{**} = p_{d,i}^* \left(1 + \alpha_i^* \left(1 - \prod_{1 \leq j \neq i \leq n} p_{d,j}^* p_{p,j}^{S_i} \right) \right)$$

avec $\alpha_i^* = \frac{p'_{d,i}}{p_{d,i}^*}$. Des niveaux supérieurs de correction peuvent être obtenus par itérations successives de ce calcul.

4.3 Proposition d'un critère de précision de l'approximation des faibles probabilités

4.3.1 Expression du critère

Compte tenu du besoin de précision dans la quantification de l'aléa rocheux, nous proposons un critère simple permettant de contrôler l'erreur absolue de l'AFP. Il s'agit alors d'estimer l'écart absolu entre l'expression approximée et l'expression exacte. D'après l'équation (12), nous avons :

$$\left| 1 - \prod_{i=1}^n (1 - p_{a,i}^A) - \sum_{i=1}^n p_{a,i}^A \right| \approx \sum_{1 \leq i < j \leq n} p_{a,i}^A p_{a,j}^A$$

donc l'écart absolu entre l'expression approximée et l'expression exacte repose globalement sur la taille du terme du deuxième ordre $\sum_{1 \leq i < j \leq n} p_{a,i}^A p_{a,j}^A$. Ce terme a pour borne supérieure $\binom{n}{2} \max_{1 \leq i \leq n} \{p_{a,i}^A\}^2$ avec $\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2} < \frac{n^2}{2}$. Ainsi, pour que l'écart absolu entre les deux expressions soit inférieur à $e = 10^{-\epsilon}$ où e est appelé *précision* et ϵ est appelé

coefficient de précision logarithmique, il suffit que :

$$\frac{n^2}{2} \max_{1 \leq i \leq n} \{p_{a,i}^A\}^2 < 10^{-\epsilon}$$

autrement dit :

$$n \max_{1 \leq i \leq n} \{p_{a,i}^A\} < \sqrt{2} \times 10^{-\epsilon/2} \quad (17)$$

L'équation (17) fournit un critère de précision de l'AFP. La Fig. 5 en propose une synthèse graphique, en traçant les courbes $f(\epsilon) = \sqrt{2} \times 10^{-\epsilon/2}$ et $g(\epsilon) = 10^{-\epsilon}$ sur une échelle logarithmique pour l'axe des ordonnées. Ainsi, pour une valeur donnée du coefficient de précision logarithmique ϵ , on obtient un intervalle pour $n \times \max_{1 \leq i \leq n} \{p_{a,i}^A\}$ dans lequel la précision e correspondante est assurée. On identifie trois domaines sur la Fig. 5 : un premier domaine où l'AFP n'est jamais vérifiée ; un deuxième domaine où l'écart est supérieur à la précision souhaitée ; un troisième domaine où l'écart est inférieur à la précision souhaitée *i.e.* le domaine satisfaisant. De plus, le critère suffisant de validité de l'AFP pouvant s'exprimer $\max_{1 \leq i \leq n} \{p_{a,i}^A\} \ll \frac{1}{n}$, il faut veiller à ce que $n \times \max_{1 \leq i \leq n} \{p_{a,i}^A\}$ ne soit pas trop proche ni supérieur à 1, au risque d'obtenir des valeurs de probabilités d'atteinte absurdes car supérieures à 1.

4.3.2 Interprétation du critère

Dans le cas d'une simulation trajectographique où $p_{a,i}^A = \frac{p_{d,i} N_{b,i}^A}{N_{sim}}$, l'équation (17) devient :

$$\max_{1 \leq i \leq n} \{N_{b,i}^A\} < \left\lceil \frac{\sqrt{2} \times 10^{-\epsilon/2} N_{sim}}{n \max_{1 \leq i \leq n} \{p_{d,i}\}} \right\rceil \quad (18)$$

où $\lceil \cdot \rceil$ désigne la partie entière supérieure. L'équation (18) traduit le critère de précision de l'AFP pour un coefficient de précision logarithmique ϵ dans le cas d'une étude de la propagation par simulation trajectographique. Par exemple, dans le cas d'une simulation constituée de 100 cellules sources de probabilité de départ de 0.01 et avec 1 million de blocs simulés par cellule source, une précision souhaitée de $e = 10^{-6}$ ($\epsilon = 6$) impose alors $\max_{1 \leq i \leq n} \{N_{b,i}^A\} < 1415$. Par conséquent, le nombre de bloc passant par les cellules du MNT doit rester inférieur à 1415 afin que le résultat de l'expression approximée corresponde à celui de l'expression exacte avec une précision de 10^{-6} .

Ce critère montre que le risque d'erreur de quantification de l'aléa dans une cellule en utilisant l'expression approximée augmente avec la probabilité d'atteinte de cette même cellule. C'est particulièrement le cas pour les cellules situées à proximité immédiate des cellules sources : directement alimentées par un très grand nombre de blocs simulés, celles-ci voient leur nombre de passages de blocs augmenter au risque de sortir de l'AFP.

Les recommandations françaises, en particulier celles proposées dans le guide MEZAP (Colas et al., 2021) pour la réalisation d'un zonage de l'aléa, imposent l'évaluation de la probabilité globale d'atteinte sous la forme d'une échelle logarithmique (zonage en log-probabilité). Logarithmiquement, un écart absolu de l'ordre de 10^{-4} n'a pas la même importance pour des probabilités de l'ordre de 10^{-2} que pour pour des probabilités de l'ordre de 10^{-4} . Il apparaît pertinent d'étudier le comportement de l'écart relatif entre les deux expressions $\left(\frac{1}{\bar{p}_a^A} \sum_{1 \leq i < j \leq n} p_{a,i}^A p_{a,j}^A \right)$ car il permet de rapporter l'écart absolu à la valeur effective de la probabilité globale d'atteinte. Ainsi, bien qu'un nombre de passages élevé implique un écart absolu important, l'écart relatif reste faiblement impacté. Lorsque ces effets sont présents au niveau des cellules avec de fortes probabilités d'atteinte, le résultat donné par l'expression approximée reste alors faiblement impacté par l'erreur en termes d'écart relatif.

Si une augmentation arbitraire de N_{sim} dans l'équation (18) semble permettre de baisser la contrainte du critère sur le nombre de blocs, il est toutefois nécessaire de travailler sur un terrain dans lequel les effets de chenalisation sont faibles et peu présents dans la mesure où les valeurs des $N_{b,i}^A$ en dépendent fortement. Un chenal a un effet d'attraction qui entraîne une concentration de nombreux blocs simulés sur un nombre restreint de cellules, d'où une augmentation significative des $N_{b,i}$, ce qui rend les effets dus à l'erreur plus importants.

5 Conclusion et perspectives

Dans cet article, nous avons proposé un cadre théorique général aboutissant à l'expression d'une probabilité d'atteinte d'un enjeu par un bloc rocheux. La formalisation repose sur la détermination de plusieurs probabilités intermédiaires qui, combinées entre elles en appliquant plusieurs propriétés probabilistes, fournissent l'expression souhaitée. Ce cadre permet également de formaliser et d'évaluer les hypothèses faites dans le cadre des méthodes de quantification de l'aléa aujourd'hui proposées. En particulier, certaines hypothèses importantes sont réalisées, notamment l'indépendance mutuelle de certains événements probabilistes et l'approximation proposée pour des probabilités d'atteinte faibles. De plus, l'usage de données topographiques résolues, à travers un modèle numérique de terrain, a un impact majeur sur la quantification de l'aléa. En exigeant une normalisation des probabilités calculées, on permet d'uniformiser les données produites, ce qui toutefois ne donne pas entière satisfaction sur la comparabilité effective des résultats. Par ailleurs, l'approximation des faibles probabilités, bien que peu adaptée aux seuils logarithmique de d'aléa supérieurs à 10^{-4} ($\text{an}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$), reste tout à fait acceptable pour des seuils plus faibles, et elle sous-tend les formules couramment utilisées dans la littérature. L'amélioration de l'évaluation de l'aléa se heurte à une difficulté déjà ressentie car, s'il y a eu de débats sur les extensions maximales, c'est bien souvent sur les propagations intermédiaires que des améliorations sont attendues. Rappelons que la probabilité d'atteinte n'est en fait qu'une partie du résultat final interprétable ; il serait souhaitable en effet d'aboutir à des probabilités de dépassement d'une intensité exprimée en énergie. Les difficultés rencontrées pour passer du cadre théorique du calcul de probabilité au contexte opérationnel, en utilisant les outils existants, montrent qu'il reste encore de nombreuses perspectives d'approfondissement. Cela étant, la réalisation d'une évaluation quantitative de l'aléa rocheux, si elle se veut homogène, implique l'usage de méthodes simples, reproductibles, partagées et consensuelles.

6 Remerciements

Les auteurs remercient le Ministère de la transition écologique et de la cohésion des territoires pour le financement de ce travail dans le cadre de la prévention des risques naturels. Arthur Rossignol remercie l'École polytechnique et l'Office National des Forêts pour le financement du stage qui a mené à la rédaction de cet article.

References

- Abbruzzese, J. M., and C. Labiouse. "New Cadanav Methodology for Rock Fall Hazard Zoning Based on 3D Trajectory Modelling." *Geosciences* 10, no. 11 (2020): 434.
- Agliardi, F., G. B. Crosta, and P. Frattini. "Integrating rockfall risk assessment and countermeasure design by 3D modelling techniques." *Natural Hazards and Earth System Sciences* 9, no. 4 (2009): 1059–1073.
- Azimi, C., P. Desvarreux, A. Giraud, and J. Martin-Cocher. "Méthode de calcul de la dynamique des chutes de blocs – Application à l'étude du versant de la montagne de la Pale (Vercors)." *Bulletin de liaison des laboratoires des ponts et chaussées* 122 (1982): 93–102.
- Buzzi, O., and D. E. Guccione. "An analytical model to predict the survival probability of irregular brittle rocks in rockfall under collinear impact." *Rock Mechanics and Rock Engineering* 56, no. 6 (2023): 4659–4665.
- C2ROP. *Glossaire du risque rocheux*. Références. Cerema, 2020. ISBN: 978-2-37180-452-4.
- Chen, L., Y. Zhao, Y. Li, L. Gui, K. Yin, and D. P. Shrestha. *Understanding rockfalls along the national road G318 in China: from source area identification to hazard probability simulation*. Preprint. Other Hazards (e.g., Glacial, Snow Hazards, Karst, Wildfires Hazards, and Medical Geo-Hazards), 2021.
- Colas, B., F. Berger, and R. Martin. *Guide technique MEZAP. Caractérisation de l'aléa rocheux dans le cadre d'un Plan de Prévention des Risques Naturels (PPRn) ou d'un Porter à connaissance (PAC)*. Collection scientifique et technique. BRGM, 2021. ISBN: 978-2-7159-2760-5.

- Copons, R., J. M. Vilaplana, and R. Linares. "Rockfall travel distance analysis by using empirical models (Solà d'Andorra la Vella, Central Pyrenees)." *Natural Hazards and Earth System Sciences* 9, no. 6 (2009): 2107–2118.
- Corominas, J., R. Copons, J. Moya, J. M. Vilaplana, J. Altimir, and J. Amigó. "Quantitative assessment of the residual risk in a rockfall protected area." *Landslides* 2 (2005): 343–357.
- Corominas, J., G. Matas, and R. Ruiz-Carulla. "Quantitative analysis of risk from fragmental rockfalls." *Landslides* 16, no. 1 (2019): 5–21.
- Crosta, G. B., and F. Agliardi. "A methodology for physically based rockfall hazard assessment." *Natural Hazards and Earth System Sciences* 3, no. 5 (2003): 407–422.
- Dorren, L. *Rockyfor3D (v5.2) revealed. Transparent description of the complete 3D rockfall model*, 2016.
- Dorren, L., F. Berger, F. Bourrier, Nicolas Eckert, C. Saroglou, M. Schwarz, M. Stoffel, D. Trappmann, H.-H. Utelli, and C. Moos. *Delimiting rockfall runout zones using reach probability values simulated with a Monte-Carlo based 3D trajectory model*. Preprint. *Landslides and Debris Flows Hazards*, 2022. <https://doi.org/10.5194/nhess-2022-32>.
- Dorren, L., C. Schaller, A. Erbach, and C. Moos. "Automated Delimitation of Rockfall Hazard Indication Zones Using High-Resolution Trajectory Modelling at Regional Scale." *Geosciences* 13, no. 6 (2023): 182.
- Farvacque, M., N. Eckert, F. Bourrier, C. Corona, J. Lopez-Saez, and D. Toe. "Évaluation quantitative du risque rocheux : de la formalisation à l'application sur les zones urbanisées ou urbanisables." *Revue Française de Géotechnique*, no. 163 (2020): 7.
- . "Quantile-based individual risk measures for rockfall-prone areas." *International Journal of Disaster Risk Reduction* 53 (2021): 101932.
- Farvacque, M., J. Lopez-Saez, C. Corona, D. Toe, F. Bourrier, and N. Eckert. "How is rockfall risk impacted by land-use and land-cover changes? Insights from the French Alps." *Global and Planetary Change* 174 (2019): 138–152.
- . "Quantitative risk assessment in a rockfall-prone area: the case study of the Crolles municipality (Massif de la Chartreuse, French Alps)." *Géomorphologie : relief, processus, environnement* 25, no. 1 (2019): 7–19.
- Hantz, D. "Quantitative assessment of diffuse rock fall hazard along a cliff foot." *Natural Hazards and Earth System Sciences* 11, no. 5 (2011): 1303–1309.
- Hantz, D., B. Colas, T. Dewez, C. Lévy, J.-P. Rossetti, A. Guerin, and M. Jaboyedoff. "Caractérisation quantitative des aléas rocheux de départ diffus." *Revue Française de Géotechnique*, no. 163 (2020): 2.
- Hantz, D., J. Corominas, G. B. Crosta, and M. Jaboyedoff. "Definitions and Concepts for Quantitative Rockfall Hazard and Risk Analysis." *Geosciences* 11, no. 4 (2021): 158.
- Hantz, D., J. M. Vengeon, and C. Dussauge-Peisser. "An historical, geomechanical and probabilistic approach to rockfall hazard assessment." *Natural Hazards and Earth System Sciences* 3, no. 6 (2003): 693–701.
- Hantz, D., Q. Ventroux, J. P. Rossetti, and F. Berger. "A new approach of diffuse rockfall hazard." In *Landslides and Engineered Slopes. Experience, Theory and Practice: Proceedings of the 12th International Symposium on Landslides (Napoli, Italy, 12-19 June 2016)*. Napoli, Italy: CRC Press, 2016. ISBN: 978-1-138-02988-0.
- Jaboyedoff, M., J. P. Dudt, and V. Labiouse. "An attempt to refine rockfall hazard zoning based on the kinetic energy, frequency and fragmentation degree." *Natural Hazards and Earth System Sciences* 5, no. 5 (2005): 621–632.
- Jiang, N., H. Li, M. Liu, J. Zhang, and J. Zhou. "Quantitative hazard assessment of rockfall and optimization strategy for protection systems of the Huashiya cliff, southwest China." *Geomatics, Natural Hazards and Risk* 11, no. 1 (2020): 1939–1965.
- Kanno, H., S. Moriguchi, Y. Tsuda, I. Yoshida, S. Iwanaga, and K. Terada. "A method for rockfall risk quantification and optimal arrangement of protection structures along a road." *Engineering Geology* 314 (2023): 107004.

- Lanfranconi, C., P. Frattini, G. Sala, G. Dattola, D. Bertolo, J. Sun, and G. B. Crosta. "Accounting for the effect of forest and fragmentation in probabilistic rockfall hazard." *Natural Hazards and Earth System Sciences* 23, no. 6 (2023): 2349–2363.
- Li, X., S. Ling, C. Sun, T. Xu, and T. Huang. "Integrated rockfall hazard and risk assessment along highways: An example for Jiuzhaigou area after the 2017 Ms 7.0 Jiuzhaigou earthquake, China." *Journal of Mountain Science* 16, no. 6 (2019): 1318–1335.
- Lopez-Saez, J., C. Corona, N. Eckert, M. Stoffel, F. Bourrier, and F. Berger. "Impacts of land-use and land-cover changes on rockfall propagation: Insights from the Grenoble conurbation." *Science of The Total Environment* 547 (2016): 345–355.
- Losasso, L., M. Jaboyedoff, and F. Sdao. "Potential rock fall source areas identification and rock fall propagation in the province of Potenza territory using an empirically distributed approach." *Landslides* 14, no. 5 (2017): 1593–1602.
- Martin, R., Y. Robert, P. Dupire, O. Fayard, and S. Carladous. "Histoire de l'usage des modèles de propagation de blocs dans un organisme gérant des problématiques de risques naturels en montagne." *Revue Française de Géotechnique*, no. 170 (2022): 4.
- Moos, C., L. Dorren, and M. Stoffel. "Quantifying the effect of forests on frequency and intensity of rockfalls." *Natural Hazards and Earth System Sciences* 17, no. 2 (2017): 291–304.
- Moos, C., M. Fehlmann, D. Trappmann, M. Stoffel, and L. Dorren. "Integrating the mitigating effect of forests into quantitative rockfall risk analysis – Two case studies in Switzerland." *International Journal of Disaster Risk Reduction* 32 (2018): 55–74.
- Moos, C., N. Khelidj, A. Guisan, H. Lischke, and C. F. Randin. "A quantitative assessment of rockfall influence on forest structure in the Swiss Alps." *European Journal of Forest Research* 140, no. 1 (2021): 91–104.
- Prades-Valls, A., J. Corominas, N. Lantada, Gerard Matas, and M. A. Núñez-Andrés. "Capturing rockfall kinematic and fragmentation parameters using high-speed camera system." *Engineering Geology* 302 (2022): 106629.
- Uzielli, Marco, Guido Rianna, Fabio Ciervo, Paola Mercogliano, and Unni K. Eidsvig. "Temporal evolution of flow-like landslide hazard for a road infrastructure in the municipality of Nocera Inferiore (southern Italy) under the effect of climate change." *Natural Hazards and Earth System Sciences* 18, no. 11 (2018): 3019–3035.
- Volkwein, A., K. Schellenberg, V. Labiouse, F. Agliardi, F. Berger, F. Bourrier, L. K. A. Dorren, W. Gerber, and M. Jaboyedoff. "Rockfall characterisation and structural protection – a review." *Natural Hazards and Earth System Sciences* 11, no. 9 (2011): 2617–2651.
- Wang, X., P. Frattini, G. B. Crosta, L. Zhang, F. Agliardi, S. Lari, and Z. Yang. "Uncertainty assessment in quantitative rockfall risk assessment." *Landslides* 11, no. 4 (2014): 711–722.
- Wang, X., P. Frattini, D. Stead, J. Sun, H. Liu, A. Valagussa, and L. Li. "Dynamic rockfall risk analysis." *Engineering Geology* 272 (2020): 105622.
- Zhang, W., X. Zhao, X. Pan, M. Wei, J. Yan, and J. Chen. "Characterization of high and steep slopes and 3D rockfall statistical kinematic analysis for Kangyuqu area, China." *Engineering Geology* 308 (2022): 106807.

| référence | dénomination | expression |
|--------------------------------|---|---|
| (Crosta et Agliardi, 2003) | probabilité d'occurrence | α nombre de trajectoires de blocs |
| (Iaboyedoff et al., 2005) | probabilité de propagation $P_p(m, n)$ | $\frac{\text{nombre de trajectoires traversant une cellule du MNT indexée par } m, n}{\text{nombre total de trajectoires}}$ |
| (Agliardi et al., 2009) | probabilité d'atteinte $P(T L)_{ij}$ | $\frac{\text{nombre total de blocs atteignant chaque bâtiment } i}{\text{nombre total de trajectoires simulées par le modèle}}$ |
| (Copons et al., 2009) | probabilité d'atteinte | fréquence de blocs qui pourraient atteindre un point de l'aire exposée située sous une falaise rocheuse |
| (Wang et al., 2014) | probabilité d'atteinte | $\frac{\text{nombre total de blocs traversant un lieu donné}}{\text{nombre total de blocs lancés dans le modèle}}$ |
| (Hantz et al., 2016) | fréquence d'impact | nombre de blocs atteignant une cellule de la pente durée de la période de simulation choisie |
| (Moos et al., 2017) | probabilité de propagation $P_{prop,EL,i,j}$ | $\frac{\text{nombre de blocs passant une ligne d'évaluation (EL) pour la classe de volume } j}{\text{nombre de cellules sources} \times \text{nombre de simulations par bloc}}$ |
| (Losasso et al., 2017) | probabilité de propagation spatiale | susceptibilité du logiciel Flow-R |
| (Moos et al., 2018) | probabilité de propagation $P_{prop,i,j}$ | $\frac{\text{nombre de trajectoires potentielles de volume } j \text{ passant à la position } i}{\text{nombre total de blocs simulés depuis la source de blocs}}$ |
| (Uzielli et al., 2018) | probabilité d'atteinte | susceptibilité du logiciel Flow-R |
| (Farvacque et al., 2019) | probabilité d'atteinte $p_z(V_{Cl})$ | $\frac{\text{nombre total de blocs simulés dans la classe de volume } V_{Cl} \text{ qui atteignent le bâtiment } z}{\text{nombre total de blocs simulés dans la classe de volume } V_{Cl}}$ |
| (Corominas et al., 2019) | probabilité d'atteinte $P(X D)$ | pourcentage de blocs simulés qui traversent une section de référence |
| (Li et al., 2019) | probabilité d'atteinte $P(X D)_j$ | $\frac{\text{nombre de trajectoires potentielles de volume donné } j \text{ passant sur une certaine cellule}}{\text{nombre total de blocs simulés depuis la zone source}}$ |
| (Abbruzzese et Labiouse, 2020) | probabilité d'atteinte $P_r(E, x)$ | $1 - \frac{\text{nombre de blocs traversant un lieu d'abscisse } x \text{ avec une énergie inférieure ou égale à } E}{\text{nombre total de trajectoires calculées}}$ |
| (Jiang et al., 2020) | fréquence spatiale F_R | $\frac{\text{somme des trajectoires de blocs traversant la grille}}{\text{nombre total de blocs simulés par arbre}}$ |
| (Wang et al., 2020) | probabilité d'atteinte $P(T L)$ | $\frac{\text{nombre total de blocs passant sur un lieu donné}}{\text{nombre total de blocs lancés dans le modèle}}$ |
| (Moos et al., 2021) | probabilité conditionnelle d'impact P_{imp} | $\frac{\text{nombre de blocs simulés par arbre}}{\text{nombre de blocs simulés par arbre}}$ |
| (Hantz et al., 2021) | probabilité de propagation | $\frac{\text{nombre de simulations telles que le nombre de blocs passant à travers une cellule est supérieur à 1}}{\text{nombre de chutes de bloc simulées par cellule source}}$ |
| (Chen et al., 2021) | probabilité d'atteinte | susceptibilité du logiciel Flow-R |
| (Dorren et al., 2022) | probabilité d'atteinte $P_{reach(x)}$ | $\frac{\text{nombre de blocs traversant la cellule } x}{\text{nombre de blocs individuels simulés depuis chaque cellule source} \times \text{nombre de cellules sources alimentant la cellule } x}$ |
| (Zhang et al., 2022) | probabilité d'atteinte | $\frac{\text{nombre total de blocs atteignant l'entrée du tunnel}}{\text{nombre total de blocs simulés}}$ |
| (Kanno et al., 2023) | probabilité spatiale de propagation $P_{s,i,j}$ | $\frac{\text{nombre total de blocs de magnitude } j \text{ tombant sur la route}}{\text{nombre de blocs atteignant la section } i}$ |
| (Lanfranconi et al., 2023) | fréquence relative de transit $f_{r,s}$ | $\frac{\text{nombre de trajectoires potentielles passant à travers une position } s}{\text{nombre de chutes individuelles simulées}}$ |
| (Dorren et al., 2023) | probabilité d'atteinte | $\frac{\text{nombre de trajectoires simulées passant à travers une cellule donnée}}{\text{nombre de chutes individuelles simulées par cellule source} \times \text{nombre de cellules sources}}$ |

Table 1: Dénominations et formules issues de la littérature. *Denominations and formulas from literature.*

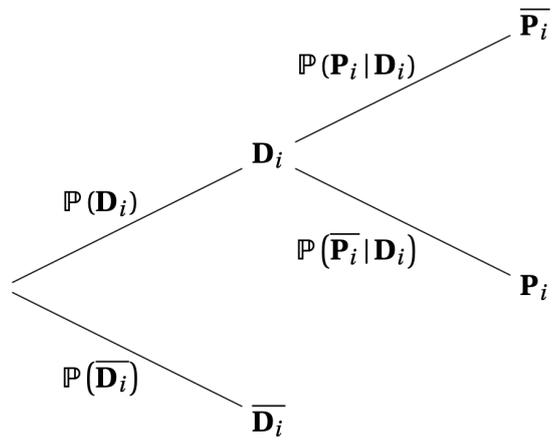


Figure 1: Arbre de probabilités de l'expérience aléatoire associée à la chute d'un bloc. *Probability tree of the random experiment associated to a rockfall.*

| | | | | | | | | | |
|---|---|----|----|----|----|----|----|---|---|
| | | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | | |
| 0 | 2 | 45 | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 5 | 37 | 8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 1 | 23 | 22 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 0 | 9 | 36 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 0 | 0 | 45 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 0 | 0 | 45 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 0 | 12 | 25 | 8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

trajectoires simulées à partir de la cellule-source S1

| | | | | | | | | | |
|---|---|----|----|----|----|----|----|---|---|
| | | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | | |
| 0 | 0 | 0 | 50 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 50 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 50 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 50 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 50 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 50 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 50 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 16 | 28 | 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

trajectoires simulées à partir de la cellule-source S2

| | | | | | | | | | |
|---|---|----|----|----|----|----|----|---|---|
| | | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 10 | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 50 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 3 | 47 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 4 | 46 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 37 | 13 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 39 | 11 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 48 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 32 | 17 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

trajectoires simulées à partir de la cellule-source S3

| | | | | | | | | | |
|---|---|----|----|----|----|----|---|---|---|
| | | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 7 | 43 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 4 | 15 | 31 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 10 | 33 | 7 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 41 | 9 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 43 | 7 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 43 | 4 | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 11 | 30 | 9 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

trajectoires simulées à partir de la cellule-source S4

| | | | | | | | | | |
|---|---|----|----|----|----|----|----|---|---|
| | | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 13 | 37 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 47 | 3 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 39 | 11 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 33 | 17 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 38 | 12 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 46 | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 18 | 26 | 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

trajectoires simulées à partir de la cellule-source S5

| | | | | | | | | | |
|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|
| | | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 44 | 2 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 9 | 41 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 | 5 | 42 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 8 | 42 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 14 | 36 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 15 | 35 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 | 46 |

trajectoires simulées à partir de la cellule-source S6

A – Dénombrement sur chaque cellule du terrain des passages de blocs simulés issus de chaque cellule-source

| | | | | | | | | | |
|--------|--------|---------|---------|---------|---------|--------|--------|--------|--------|
| | | S1 | S2 | S3 | S4 | S5 | S6 | | |
| 0 | 0,0004 | 0,009 | 0,01059 | 0,01139 | 0,01118 | 0,0074 | 0,0088 | 0,0004 | 0 |
| 0 | 0,001 | 0,0074 | 0,01297 | 0,01237 | 0,01554 | 0,0006 | 0,0018 | 0,0082 | 0 |
| 0,0008 | 0,0002 | 0,0046 | 0,01711 | 0,02342 | 0,0036 | 0 | 0,0006 | 0,001 | 0,0084 |
| 0,001 | 0 | 0,0018 | 0,03879 | 0,00778 | 0 | 0 | 0 | 0,0016 | 0,0084 |
| 0,001 | 0 | 0 | 0,04227 | 0,00599 | 0 | 0 | 0 | 0,0028 | 0,0072 |
| 0,001 | 0 | 0 | 0,04555 | 0,0022 | 0,0006 | 0 | 0 | 0,003 | 0,007 |
| 0,001 | 0 | 0,01155 | 0,02788 | 0,00917 | 0 | 0 | 0 | 0,0008 | 0,0092 |

probabilité globale d'atteinte calculée avec l'expression générale

| | | | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | | S1 | S2 | S3 | S4 | S5 | S6 | | |
| 0 | 0,0004 | 0,009 | 0,0106 | 0,0114 | 0,0112 | 0,0074 | 0,0088 | 0,0004 | 0 |
| 0 | 0,001 | 0,0074 | 0,013 | 0,0124 | 0,0156 | 0,0006 | 0,0018 | 0,0082 | 0 |
| 0,0008 | 0,0002 | 0,0046 | 0,0172 | 0,0236 | 0,0036 | 0 | 0,0006 | 0,001 | 0,0084 |
| 0,001 | 0 | 0,0018 | 0,0394 | 0,0078 | 0 | 0 | 0 | 0,0016 | 0,0084 |
| 0,001 | 0 | 0 | 0,043 | 0,006 | 0 | 0 | 0 | 0,0028 | 0,0072 |
| 0,001 | 0 | 0 | 0,0464 | 0,0022 | 0,0006 | 0 | 0 | 0,003 | 0,007 |
| 0,001 | 0 | 0,0116 | 0,0282 | 0,0092 | 0 | 0 | 0 | 0,0008 | 0,0092 |

probabilité globale d'atteinte calculée avec l'expression approximée

| | | | | | | | | | |
|--------|--------|---------|---------|---------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | | S1 | S2 | S3 | S4 | S5 | S6 | | |
| 0 | 0,0004 | 0,009 | 0,01059 | 0,01139 | 0,0112 | 0,0074 | 0,0088 | 0,0004 | 0 |
| 0 | 0,001 | 0,0074 | 0,01297 | 0,01237 | 0,0156 | 0,0006 | 0,0018 | 0,0082 | 0 |
| 0,0008 | 0,0002 | 0,0046 | 0,01711 | 0,02347 | 0,0036 | 0 | 0,0006 | 0,001 | 0,0084 |
| 0,001 | 0 | 0,0018 | 0,03884 | 0,00779 | 0 | 0 | 0 | 0,0016 | 0,0084 |
| 0,001 | 0 | 0 | 0,04233 | 0,00599 | 0 | 0 | 0 | 0,0028 | 0,0072 |
| 0,001 | 0 | 0 | 0,04562 | 0,0022 | 0,0006 | 0 | 0 | 0,003 | 0,007 |
| 0,001 | 0 | 0,01156 | 0,02791 | 0,00917 | 0 | 0 | 0 | 0,0008 | 0,0092 |

probabilité globale d'atteinte calculée avec le développement limité à l'ordre 2

| | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | | S1 | S2 | S3 | S4 | S5 | S6 | | |
| 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,06% | 0,12% | 0,20% | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% |
| 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,25% | 0,23% | 0,37% | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% |
| 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,50% | 0,78% | 0,09% | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% |
| 0,00% | 0,00% | 0,00% | 1,58% | 0,25% | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% |
| 0,00% | 0,00% | 0,00% | 1,73% | 0,20% | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% |
| 0,00% | 0,00% | 0,00% | 1,87% | 0,08% | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% |
| 0,00% | 0,00% | 0,44% | 1,13% | 0,35% | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% |

écart relatif entre l'expression générale et l'expression approximée

B – Calcul des probabilités globales d'atteinte pour chaque cellule du terrain

Figure 2: Données et calculs de l'exemple simple. *Data and calculation of the simple example.*

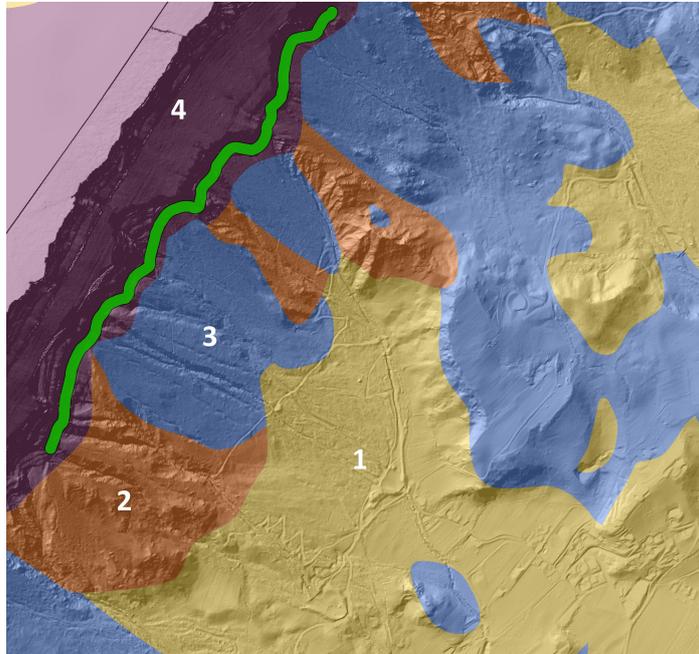
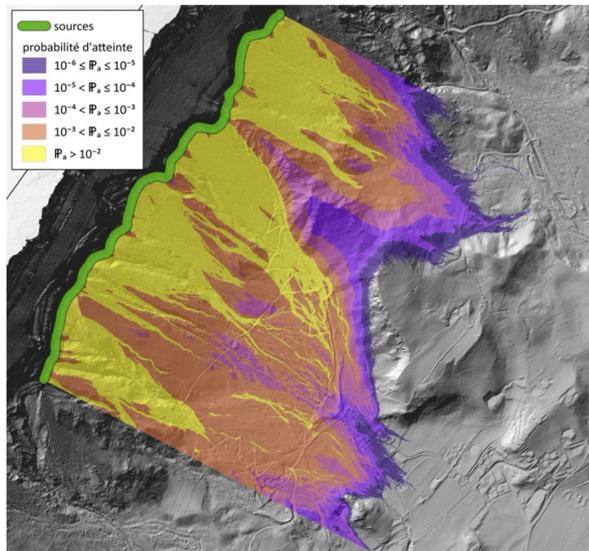
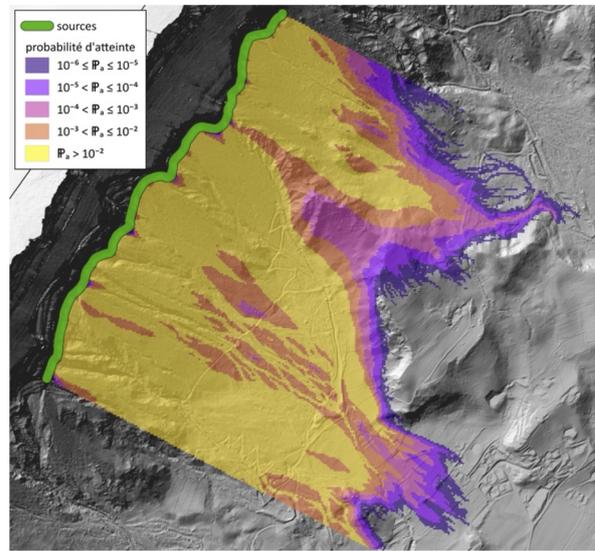


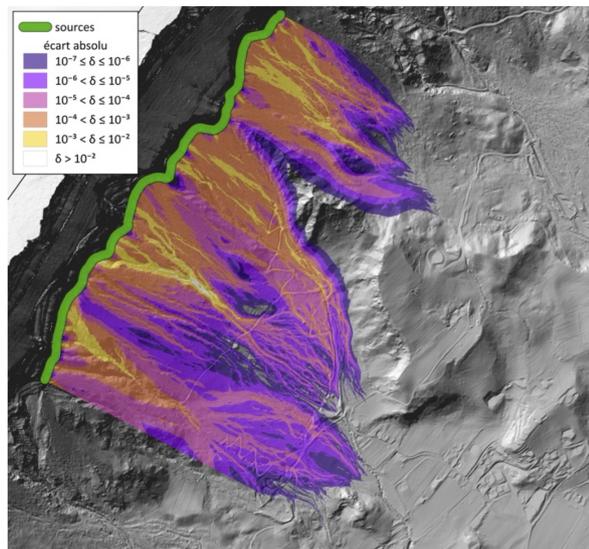
Figure 3: Typologie des sols de l'exemple du Saint-Eynard. *Typology of soils of the example of Saint-Eynard.*



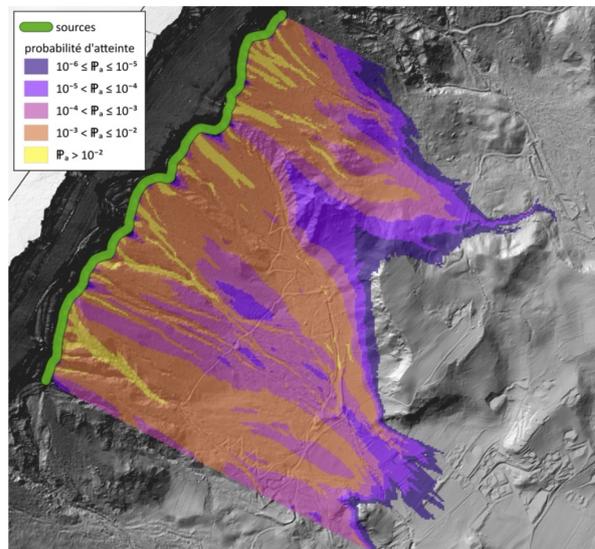
A – Zonage de la probabilité d'atteinte (résolution de 1 m)



B – Zonage de la probabilité d'atteinte (résolution de 5 m)



C – Écart absolu de la probabilité d'atteinte entre l'expression exacte et l'expression approximée



D – Zonage de la probabilité d'atteinte (résolution de 5 m et normalisation à 1 m)

Figure 4: Zonages de la probabilité d'atteinte pour l'exemple du Saint-Eynard [probabilités en $\text{an}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$]. Zonings of the reach probability for the example of Saint-Eynard [probabilities in $\text{year}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$].

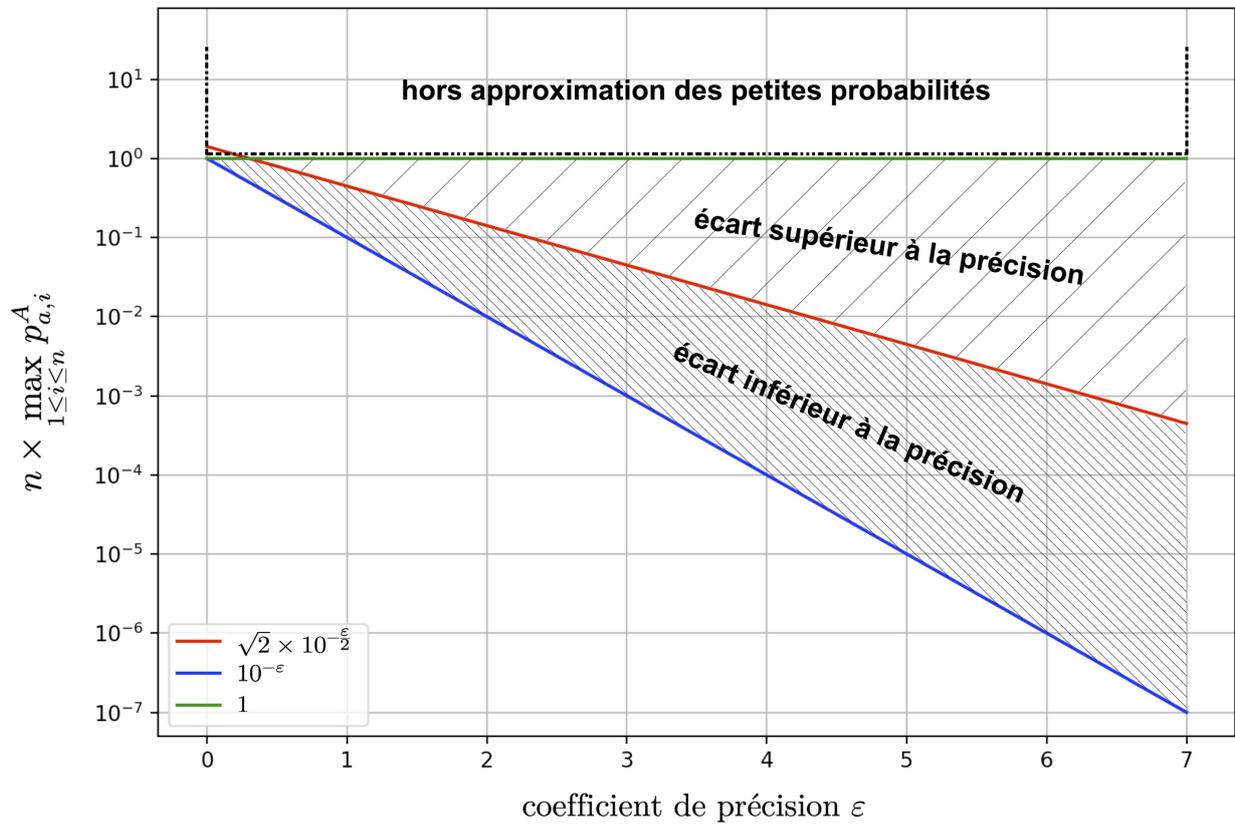


Figure 5: Synthèse graphique du critère de précision de l'approximation des faibles probabilités. *Graphical synthesis of the precision criterion of the small probabilities approximation.*

| | | |
|--|----------------------|-----------------------|
| <i>résolution du MNT</i> | 1 m | 5 m |
| <i>nombre total de cellules sources</i> | 200 | 40 |
| <i>surface de falaise modalisée par cellule source</i> | 4 000 m ² | 20 000 m ² |
| <i>nombre de blocs simulés par cellule source</i> | 1 million | 5 millions |
| <i>probabilité de départ d'une cellule source (départs/an)</i> | 0.171 | 0.855 |

A – Paramètres généraux de simulation

| <i>numéro (Fig. 4-A)</i> | <i>description</i> | <i>type de sol</i> | <i>rugosité</i> | | |
|------------------------------|---|--------------------|-----------------|-------------|-------------|
| | | | <i>70 %</i> | <i>20 %</i> | <i>10 %</i> |
| 1 | éboulis fin, sol moyennement compacté | 3 | 0.05 | 0.05 | 0.05 |
| 2 | éboulis grossier, sol compacté | 4 | 0.2 | 0.5 | 0.8 |
| 3 | roche mère avec couvert fin de matériau | 5 | 0 | 0.05 | 0.01 |
| 4 | roche mère | 6 | 0 | 0 | 0.05 |

B – Paramètres de rebond retenus pour les différents types de sol

Table 2: Paramètres de simulation pour Rockyfor3D. *Simulation parameters for Rockyfor3D.*