



**HAL**  
open science

## Les sous ensembles flous : un exemple des rapports entre recherche et société

Henri Prade

► **To cite this version:**

Henri Prade. Les sous ensembles flous : un exemple des rapports entre recherche et société. Bulletin pour les sous-ensembles flous et leurs applications, 1981, 9, pp.100–106. hal-04563824

**HAL Id: hal-04563824**

**<https://hal.science/hal-04563824>**

Submitted on 30 Apr 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

LES ENSEMBLES FLOUS : UN EXEMPLE DES RAPPORTS  
ENTRE RECHERCHE ET SOCIÉTÉ\*

Henri PRADE

Laboratoire "Langages et Systèmes Informatiques"  
Université Paul Sabatier  
31062 TOULOUSE CEDEX

L'apparition et le développement d'un nouveau concept dans un domaine de la pensée scientifique n'est sans doute jamais un phénomène fortuit, produit isolé du seul génie d'un homme. Encore faut-il que le moment soit venu pour que cet homme puisse rencontrer et reconnaître ce qui suscitera ce concept nouveau et pour que la communauté dans laquelle il vit soit susceptible de l'entendre. D'une certaine façon, la recherche même "fondamentale" est le produit, pas seulement au sens des crédits, de la société qui l'abrite et est le reflet des préoccupations de cette société.

Parmi les outils de modélisation mathématique récemment apparus, la théorie des ensembles flous est sans doute encore l'un des plus controversés ; cependant l'ampleur de son développement actuel semble en faire un bon exemple pour illustrer quelques uns des aspects du problème des rapports entre recherche et société.

Au moment où apparaît le concept d'ensemble flou<sup>1</sup> (en 1964) l'approche systémique est en train de marquer profondément la pensée contemporaine<sup>2</sup>. Zadeh lui-même, le père de la théorie des ensembles flous, a été l'un de ceux qui ont le plus contribué à développer l'approche par espace d'états en théorie des systèmes. Mais pour celui qui doit prévoir et décider afin de maîtriser un processus où interviennent des composantes humaines, comme pour celui qui conçoit des modèles de tels systèmes, les réalités à saisir et à prendre en compte apparaissent souvent incertaines et complexes sous nombre d'aspects. Selon Zadeh<sup>3</sup>,

\* Préparé en vue d'une contribution au débat ouvert à l'occasion des Assises Régionales et Nationales de la Recherche et de la Technologie

"plus la complexité d'un système s'accroît, plus notre aptitude à formuler des affirmations précises et ayant encore un sens sur son comportement diminue jusqu'à un seuil au-delà duquel le précis et le significatif deviennent des caractéristiques presque mutuellement exclusives". C'est cette impossibilité de cerner dans des limites précises certaines données qu'il convenait cependant de manipuler et de combiner qui a donné naissance à l'idée d'ensemble flou<sup>4</sup>, l'imprécision en cause ne semblant pas de nature aléatoire.

L'idée de départ des ensembles flous semblent rétrospectivement d'une simplicité désarmante ; le degré d'appartenance d'un élément à un ensemble peut prendre des valeurs intermédiaires entre 0 (non-appartenance stricte) et 1 (appartenance stricte). L'idée était sans doute dans l'air depuis l'éveil de l'intérêt pour les logiques multivalentes vers 1920, mais elle ne devient pensable en termes d'ensembles qu'à partir du moment où la réalité à modéliser l'impose en quelque sorte à Zadeh. Un peu comme les nombres négatifs qui, impensables pour les Grecs qui associaient l'idée de nombre à celle de longueur, deviennent pensables pour les Hindous qui les interprètent comme une dette dans un problème commercial. Interprétant un ensemble flou comme une "distribution de possibilité", Zadeh<sup>5</sup> a jeté les bases en 1977 d'une théorie des possibilités, dont il a été bientôt prouvé qu'elle était l'analogue de la théorie des probabilités tout en s'en distinguant fondamentalement<sup>6</sup>, élargissant ainsi les perspectives de modélisation de l'incertain.

Dans la mesure où il est quelque peu suscité par les problèmes du moment, il est naturel que cet intérêt pour modéliser l'incertain en élargissant ou en dépassant le cadre probabiliste se rencontre à la même époque chez des chercheurs qui le plus souvent indépendamment les uns des autres (tout au moins au départ) développent des idées similaires ou ayant pour le moins à la base des motivations analogues, chacun bien sûr dans la perspective de sa propre discipline. Ainsi, l'économiste anglais Shackle a-t-il mis au point une théorie de la "surprise potentielle" qui aujourd'hui se révèle très proche de la théorie des possibilités<sup>7</sup>, le linguiste français Gentilhomme a-t-il proposé, indépendamment de Zadeh, une théorie des ensembles flous (sic) qui quoique basée sur une intuition différente est similaire à celle de Zadeh<sup>8</sup>, l'américain Ramon Moore a-t-il développé, en mathématique appliquée, une théorie des intervalles d'incertitude

qui se trouvera généralisée par l'idée de nombre flou<sup>9</sup>, ainsi encore la théorie des fonctions de croyance et de plausibilité de Shafer<sup>10</sup> englobe-t-elle d'une certaine manière à la fois la théorie des probabilités et la théorie des possibilités tout en étant étroitement liée à l'idée intuitive d'ensembles aléatoires<sup>11</sup>, d'autres approches des notions de crédible ou de plausible ont-elles été proposées par divers chercheurs en intelligence artificielle en vue de modéliser le raisonnement incertain ou plausible<sup>12</sup>. La logique modale du possible et du nécessaire<sup>13</sup>, certains travaux liés à la géométrie stochastique<sup>14</sup>, et encore bien d'autres recherches contemporaines, dont l'énumération risquerait d'être fastidieuse et de toutes les façons incomplète, recoupent plus ou moins et de diverses manières les préoccupations d'imprécis et d'incertain. Si les probabilités additives ont semblé être jusqu'à un passé récent le seul modèle mathématique de l'incertain qu'il s'agisse de grandeurs d'origine fréquentielle ou subjective, il est important de souligner que Bernouilli avait déjà proposé dans son *Ars Conjectandi* posthume paru en 1713 des règles de combinaison pour des "probabilités" qui ne satisfaisaient pas  $P(A) + P(\bar{A}) = 1$ , règles qui furent ensuite perfectionnées par Lambert et qui apparaissent aujourd'hui en accord avec la théorie des fonctions de croyance développées par Shafer<sup>15</sup>. La théorie esquissée par Bernouilli et Lambert sur le problème de "la valeur du témoignage" allait complètement tomber dans l'oubli avec l'avènement de la règle de Bayes, les "probabilités non-additives" étant alors devenues impensables. Ainsi tant que la théorie des probabilités a paru pouvoir répondre à tous les besoins de modélisation de l'incertain, il n'a pas été nécessaire de forger d'autres théories. Il n'est peut être pas fortuit que cela soit dans une époque, où dans divers champs de la connaissance les réalités à prendre en compte apparaissent souvent incertaines, imprécises ou partielles, qu'on essaie de développer une théorie unifiée du possible, du probable et du nécessaire, du plausible et du crédible. La théorie des catastrophes de René Thom<sup>16</sup> permettant de décrire des changements discontinus dans l'évolution des systèmes, ou encore la théorie des objets fractals de Benoit Mandelbrot<sup>17</sup> qui reliant forme et hasard donne une interprétation "physique" à des espaces de dimensions non entières, peuvent également apparaître parmi bien d'autres dans cette perspective comme des produits "naturels" de notre époque.

Si la naissance de la théorie des ensembles flous s'inscrit dans le cadre de l'approche systémique, une bonne part de son développement actuel, au travers de la théorie des possibilités notamment est de plus en plus orientée vers la représentation de connaissances imprécises, incomplètes ou incertaines, exprimées dans le langage naturel et vers leur manipulation et combinaison en vue de raisonnements, rejoignant ainsi certaines des préoccupations fondamentales de

l'intelligence artificielle<sup>18</sup>. Cette évolution est liée au nombre de tâches de plus en plus grandes qu'on voudrait voir traiter par l'Informatique.

Tout changement dans les habitudes de pensée, même s'il est causé par l'apparition de nouveaux problèmes à prendre en compte, attire naturellement une réaction critique, de méfiance qui peut aller quelquefois jusqu'à la dérision de la part de certains représentants du savoir reconnu (il y a de ce point de vue une certaine antinomie entre les fonctions de professeur et de chercheur<sup>19</sup>). L'histoire des sciences est pleine de ces professeurs qui, quoiqu'eux-mêmes éminents chercheurs, ne surent pas reconnaître l'intérêt des travaux de leurs cadets, qui pourtant allaient s'imposer par la suite. Il faut reconnaître aussi que l'enthousiasme quelquefois un peu excessif (si fréquent en mathématiques) des zéloteurs de théories nouvelles ne fait rien pour arranger les choses. Les ensembles flous n'ont pas échappés à la règle et leurs détracteurs sont encore nombreux<sup>20</sup>, les plus virulents n'hésitant pas à affirmer qu'une théorie qui se préoccupe du raisonnement approximatif va à l'encontre du sacro-saint souci de rigueur des mathématiques. Il n'est pas étonnant dans ce contexte qu'à de rares exceptions près (Zadeh en est une<sup>21</sup>), l'essentiel de la recherche concernant les ensembles flous et leurs développements est l'oeuvre de jeunes chercheurs n'occupant donc pas des postes très élevés dans la hiérarchie universitaire. La méfiance générale contribue également par contrecoup à la création de chapelles, voire d'églises qui communiquent souvent mal avec le reste de la communauté scientifique.

Malgré la résistance de certains milieux, les théories des ensembles flous et des possibilités retiennent l'intérêt d'un nombre rapidement croissant de chercheurs (aujourd'hui peut être plusieurs dizaines de milliers) dans des disciplines très variées allant des mathématiques aux sciences humaines et dans la plupart des pays industrialisés de l'Europe aux Etats-Unis et de l'URSS à la Chine. L'idée d'ensembles flous commencent même à avoir un écho dans les milieux des arts et lettres comme en témoignent par exemple les livres de Claude Ollier ou de Jacques Laurent<sup>22</sup>.

L'histoire récente du développement de la théorie des ensembles flous illustre quelques uns des rapports entre recherche et société. L'intelligence artificielle fournirait sans doute une autre bonne illustration de ces rapports, mais on pourrait sans doute trouver beaucoup d'autres exemples parmi les disciplines nouvelles.

NOTES ET REFERENCES

1. L'article original de L.A.Zadeh, "Fuzzy sets" est paru en 1965 dans le volume 8 (pp.338-353) de la revue Information and Control. Les monographies d'ensemble existant à ce jour sur le sujet sont les suivantes :
  - 1) Kaufmann,A. Introduction à la Théorie des Sous-Ensembles Flous, 4 volumes parus (1973,1975,1975,1977) chez Masson ;
  - 2) Negoita,C.V., Ralescu,D. Applications of Fuzzy Sets to Systems Analysis chez Birkhäuser (1975) ;
  - 3) Dubois,D., Prade,H. Fuzzy Sets and Systems : Theory and Applications chez Academic Press (1980). Pour une brève introduction générale on pourra lire en français : Sinaceur,H."Logique et mathématique du flou" dans Critique n°372 (pp.512-525, 1978) ou Prade,H."Le flou devient mathématique" dans le Monde-Dimanche du 11 Mai 1980.
2. Une bonne introduction à l'approche systémique dans les divers champs de la pensée est "La systémique" par D.Durand (Que Sais-je n°1795,PUF,1979). Par exemple,J.Dousset dans son article "Piaget : entre Mendeleïev et Prigogine" (L'actualité chimique, Janvier 1981, pp.31-35) présente l'oeuvre de Piaget dans une perspective systémique.
3. Zadeh,L.A. Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes. IEEE Trans.Systems,Man & Cybernetics Vol.3 n°1 pp.28-44.1973
4. Bellman,R., Kalaba,R., Zadeh,L.A. Abstraction and pattern classification. J.of Math.Anal.& Appli. Vol.13 pp.1-7.1966  
Zadeh,L.A. Fuzzy sets and systems. Proc.Symp.on System Theory, Brooklyn,N.Y. Apr.20-22,1965 pp.29-37
5. Zadeh,L.A. Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility. Fuzzy Sets and Systems Vol.1 n°1 pp.3-28. 1978
6. Voir par exemple Dubois,D., Prade,H. A class of fuzzy measures based on triangular norms. A general framework for the combination of uncertain information. Int.J.of General Systems Vol.8 n°1 1982
7. Shackle,G.L.S. Decision, Order and Time in Human Affairs. Cambridge University Press 1961. (Traduction : Décision, Déterminisme et Temps, Dunod, Coll. Math.Econom.1971). Lire le commentaire p.540 de B.Matalon dans "Epistémologie des probabilités" (in Logique et Connaissance Scientifique, Encyclopédie de la Pléiade, 1969). Pour le lien avec les possibilités, lire "Un économiste précurseur de la théorie des possibilités : G.L.S. Shackle" par D.Dubois, BUSEFAL n°2 pp.70-73, L.S.I., Univ.Paul Sabatier,Toulouse,1980
8. Gentilhomme,Y. Les ensembles flous en linguistique. Cah.Linguist.Theor.Appl. (Bucarest), Vol.V, pp.47-63.1968. Pour le lien avec les ensembles flous de Zadeh, cf. le livre de Negoita et Ralescu cité dans la note 1. Cf.également Dubois,D., Prade,H. "Fuzzily-bounded domains : a topological-like point of view. Proc.3rd Int.Seminar on Fuzzy Set Theory (E.P.Klement,ed.) J.Kepler Univ., Linz, Autriche, 7-11 Septembre 1981

9. Moore, R.E. Interval Analysis. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1966.  
 Pour la généralisation au moyen de nombres flous, lire Dubois, D., Prade, H. Operations on fuzzy numbers. Int.J.of Systems Science Vol.9 n°6 pp.613-626. 1978 et Dubois, D., Prade, H. Fuzzy real algebra : some results. Fuzzy Sets & Systems Vol.2 n°4 pp.327-348. 1979. Dans le même ordre d'idée, la théorie de l'intégration des fonctions dont la valeur est un ensemble (cf. Aumann, R.J. Integrals of set-valued functions, J.of Math.Anal. & Appl. Vol.12 pp.1-12. 1965) qui trouve des applications entre autres en économie, a été généralisée : Dubois, D., Prade, H. Towards fuzzy differential calculus. 1. Integration of fuzzy mappings. 2. Integration over fuzzy intervals. 3. Fuzzy differentiation. A paraître dans Fuzzy Sets and Systems.
10. Shafer, G. A mathematical theory of evidence. Princeton University Press. 1976. Ces travaux trouvent leur source dans Dempster, A.P. Upper and lower probabilities induced by a multivalued mapping. Ann.Math.Stat. Vol.38 pp.325-339. 1967
11. Matheron, G. Random Sets and Integral Geometry. Wiley, New York, 1975.  
 Kendall, D.G. Foundations of a theory of random sets. in Stochastic Geometry (Harding, ed.) pp.322-376, Wiley, New York. 1974. Pour le lien entre ensembles aléatoires et fonctions de croyance, lire : Nguyen, H.T. On random sets and belief functions. J.of Math.Anal.Appli. Vol.65 pp.531-542. 1978
12. a) Pour ce qui est du raisonnement à partir de prémisses incertaines (non totalement fiables ou sûres) on peut citer notamment :  
 Shortliffe, E., Buchanan, B. A model of inexact reasoning in medicine. Math.Biosciences Vol.23 pp.351-379. 1975  
 Duda, R., Hart, P., Nilsson, N. Subjective Bayesian methods for rule-based inference systems. SRI-International. Note Technique n°124, Menlo Park, Californie. 1976  
 Kaiser, D. Vers une modélisation du raisonnement "approximatif"  
 Rapport de Recherche n°47 L.R.I. Orsay, Univ.Paris Sud. 1979
- b) Pour ce qui est de l'induction plausible, on pourra lire  
 Polya, G. How to solve it. A new aspect of mathematical method. Princeton University Press. 1945  
 et la quantification du modèle de Polya proposée par  
 Friedman, L. Plausible inference : a multi-valued logic for problem solving. J.P.L. publication n°79-11. Pasadena. Californie 1979  
 Lire également : Rescher, N. Plausible reasoning. Van Gorcum. 1976
- c) par ailleurs, Zadeh a lui-même développé une théorie du raisonnement approché à partir de prémisses floues ou imprécises : Zadeh, L.A. A theory of approximate reasoning. in Machine Intelligence. Vol.9 (J.E.Hayes, D.Michie, L.I.Mikulich, eds.) pp.149-194. 1979
13. Ainsi, l'approche basée sur la logique modale, proposée par Lipski en matière d'informations incomplètes dans une base de données (Lipski, W., Jr. On semantic issues connected with incomplete information databases. ACM Trans.Database Systems Vol.4 n°3 pp.262-296. 1979) peut-elle être reprise et quelque peu généralisée dans le cadre de la théorie des possibilités de Zadeh (cf. Prade, H. The connection between Lipski's approach to incomplete information data bases and Zadeh's possibility theory. Proc.Int.Conf.on Systems Methodology ; Washington, D.C., Jan.5-9, 1982)

14. En particulier les travaux de Karl Menger :  
Menger, K. Ensembles flous et fonctions aléatoires. CRAS Paris Vol.232 pp.2001-2003, 1951. Les ensembles flous en question ont une interprétation probabiliste et diffèrent donc quelque peu des ensembles flous introduits plus tard par Zadeh. Lire à ce sujet : Menger, K. Geometry and positivism. A probabilistic microgeometry, in Selected Papers in Logic and Foundations, Didactics, Economics. pp.225-234. D.Reidel 1979
15. Lire à ce sujet le très bel article  
Shafer, G. Non-additive probabilities in the work of Bernouilli and Lambert. Archive for History of Exact Sciences Vol.19 n°4 pp.309-370.1978
16. Thom, R. Modèles mathématiques de la morphogénèse. U.G.E. Collec.10.18 n°887.1974
17. Mandelbrot, B. Les objets fractals : forme, hasard et dimension Flammarion.1975
18. Zadeh, L.A. PRUF - A meaning representation language for natural languages. Int.J.Man-Machine Studies Vol.10 n°4 pp.395-460.1978
19. On pourra lire à ce sujet le pamphlet de Jean Dubuffet, "Asphyxiante Culture" Pauvert.1968
20. Lire par exemple la discussion entre Kalman et Zadeh dans "Man and Computer" (M.Marois, ed.) pp.93-94, North Holland.1974  
ou la revue critique de trois livres sur les ensembles flous par Arbib dans le Bulletin of the American Mathematical Society (Vol.83, N°5, pp.946-951, 1977)
21. Zadeh avait 43 ans quand il a donné les premiers éléments de la théorie des ensembles flous
22. Claude Ollier : Fuzzy Sets. U.G.E. Coll.10.18 n°1009 1975  
Jacques Laurent : Les Sous-Ensembles Flous. Grasset. 1981  
Dans le domaine des arts graphiques voir par exemple  
Makarovitsch, A. How to build fuzzy visual symbols. Computer Graphics and Art Vol.1 1976  
Makarovitsch, A. Visual fuzziness. Computer Graphics and Art Vol.2 Nov.1977