



**HAL**  
open science

## Aloha, police d'états: Un contrôle d'admission implicite ?

Thomas Bonald, Richard Combes, Fabien Mathieu

### ► To cite this version:

Thomas Bonald, Richard Combes, Fabien Mathieu. Aloha, police d'états: Un contrôle d'admission implicite?. AlgoTel 2024 – 26èmes Rencontres Francophones sur les Aspects Algorithmiques des Télécommunications, May 2024, Saint-Briac-sur-Mer, France. hal-04561239

**HAL Id: hal-04561239**

**<https://hal.science/hal-04561239>**

Submitted on 26 Apr 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Aloha, police d'états: Un contrôle d'admission implicite ?

Thomas Bonald,<sup>1</sup> Richard Combes<sup>2</sup> et Fabien Mathieu<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Télécom Paris, Palaiseau, France

<sup>2</sup>Centrale-Supélec, Gif-sur-Yvette, France

<sup>3</sup>Swapcard, Paris, France

---

Les protocoles Aloha adaptatifs permettent à plusieurs stations émettrices de se partager un même canal de communication, chaque émetteur gérant ses envois à l'aide d'un état interne. Ils sont à la base de nombreux réseaux, dont ceux de type 802.11. Dans cet article, nous considérons un scénario à temps discret où  $N$  stations « saturées » ont toujours à émettre. À l'aide d'un modèle à décroissance géométrique décrit dans la Section 1, nous apportons les contributions suivantes : dans la Section 2, nous donnons une nouvelle condition de stabilité basée sur la notion de *bruit ambiant* et proposons des formules d'approximation du comportement ; dans la Section 3, nous confrontons ces résultats à des simulations. Nous montrons en particulier que pour  $N$  grand la distinction stable/instable perd son sens car seul un régime transitoire est visible à des échelles de temps raisonnables. Dans ce régime transitoire, on observe une forme de contrôle d'admission implicite : Si  $N$  est trop grand, une partie des stations est « gelée » dans des états n'émettant presque plus, permettant aux autres un accès au canal dans des conditions raisonnables.

**Mots-clefs :** Aloha adaptatif, analyse de performance

---

## 1 Modèle

Nous considérons  $N$  stations *saturées* désirant émettre en permanence sur un canal de communication à l'aide d'une police Aloha adaptative. Nous travaillons à temps discret : à chaque unité de temps, chaque station a la possibilité d'émettre un paquet.

Les stations ne communiquent pas entre elles, et en particulier elles ne connaissent pas  $N$ . Pour se partager le canal, chaque station a un état  $c$  qui représente la taille de sa dernière série d'échecs de transmission. À chaque instant  $t$ , une station dans l'état  $c$  émet avec probabilité  $p_c = p_0 \alpha^c$ , où  $0 < p_0, \alpha < 1$  sont des paramètres du système. Si une seule station émet, la transmission réussit et l'état de la station passe à 0. En cas de collision (plusieurs émissions simultanées), toutes les transmissions échouent et chaque station impliquée incrémente son état de 1. Initialement, toutes les stations sont dans l'état 0. On identifie le système à ses paramètres  $(N, \alpha, p_0)$ .

Notre modèle est très proche de celui proposé entre autres par [Bia00, KSM05] pour le standard 802.11. La principale différence est que nous utilisons une fenêtre géométrique et non rectangulaire pour gérer les émissions<sup>†</sup>. Des simulations préliminaires montrant un impact faible sur le comportement du système ont motivé ce choix qui simplifie l'analyse. Alors que [Bia00] se concentre sur l'étude de la stabilité et [KSM05] sur la performance du régime stationnaire, nous portons un intérêt particulier au régime transitoire.

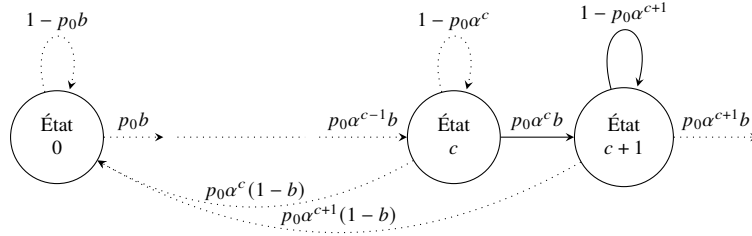
## 2 Résultats théoriques

La tolérance à un nombre arbitraire d'utilisateurs est une question fondamentale pour les polices Aloha. Elle peut se formuler ainsi : est-ce qu'il existe des paramètres  $p_0$  et  $\alpha$  tels que  $(N, \alpha, p_0)$  soit stable pour tout  $N$  ? Le Théorème suivant apporte un élément de réponse.

**Théorème 1** *Le système  $(N, \alpha, p_0)$  est stable (i.e. la chaîne de Markov associée est récurrente positive) si, et seulement si,  $\alpha > b(N - 1, \alpha, p_0)$ , où  $b(N - 1, \alpha, p_0)$  est la probabilité, à un instant quelconque dans le système  $(N, \alpha, p_0)$ , qu'au moins une station émette.*

---

<sup>†</sup>.  $p_0$  et  $\alpha$  sont les homologues de la taille minimale  $W_0$  et du facteur de croissance  $r$  dans [KSM05], avec  $p_0 W_0 \approx 2$  et  $\alpha r = 1$ .


 FIGURE 1 : Évolution d'une station unique sous un bruit ambiant  $b$ .

**Intuition de preuve** Supposons une unique station, qui à chaque émission subit une collision avec probabilité  $b$ . L'état de cette station évolue selon la Figure 1. En particulier, si  $P(x)$  est la probabilité d'être dans l'état  $x$ , nous avons  $P(c+1) = p_0 \alpha^c b P(c) + (1 - p_0 \alpha^{c+1}) P(c+1)$ , soit  $P(c+1) = \frac{b}{\alpha} P(c)$ . Si  $b < \alpha$ ,  $P$  est une suite géométrique décroissante, ce qui veut dire que le système est stable. Dans le cas contraire, l'état « part à l'infini » et le système est instable. La partie technique de la preuve, que nous omettons, consiste à relier convenablement le bruit perçu par une station donnée dans le système  $(N, \alpha, p_0)$ , qui n'est pas constant mais dépend de l'état de la station, à  $b(N-1, \alpha, p_0)$ .

En théorie, le Théorème 1 permet de déterminer la stabilité par récurrence sur  $N$  : pour  $N = 2$ ,  $b(1, \alpha, p_0) = p_0$  et la condition de stabilité est donc  $p_0 < \alpha$ . Pour  $N > 2$ , si  $(N-1, \alpha, p_0)$  est instable,  $(N, \alpha, p_0)$  l'est aussi. Si  $(N-1, \alpha, p_0)$  est stable,  $b(N-1, \alpha, p_0)$  est bien défini et détermine la stabilité de  $(N, \alpha, p_0)$ .

Les états des stations sont liés. Ainsi, si une station a un état élevé, sa probabilité d'émission est très faible. Elle est *gelée*, et les autres ont plus de chances d'émettre sans collision et d'avoir un petit état. Si l'on néglige cette dépendance, le système devient facile à résoudre : en régime stationnaire, si toutes les stations sont indépendantes, chaque station perçoit un bruit uniforme  $b$  et se comporte comme indiqué Figure 1. Pour calculer  $b$ , on vérifie que chaque station émet avec probabilité  $p_0 \frac{1-b/\alpha}{1-b}$ , d'où l'on déduit que  $b$  vérifie  $b = 1 - (1 - p_0 \frac{1-b/\alpha}{1-b})^{N-1}$ . Cette équation a une unique solution sur  $]0, 1[$ .

Sous la même hypothèse d'indépendance, on peut calculer la dynamique du système en supposant une distribution unique sur les états qui évolue dans le temps. Initialement, la distribution est concentrée sur l'état 0. À chaque instant  $t$ , on peut comme au-dessus déduire la probabilité d'émission de chaque station, le bruit ambiant  $b_t$  et donc la nouvelle distribution des états.

L'avantage des approximations proposées est une complexité qui ne dépend pas de  $N$ . Par comparaison, une résolution semi-exacte qui ne considère qu'un nombre fini  $C_{\max}$  d'états par station a besoin de gérer les  $C_{\max}^N$  états globaux possibles, tandis qu'une simulation a une boucle principale qui croît avec  $N$ .

### 3 Simulations

Afin d'évaluer numériquement différents systèmes, nous avons développé un paquet Python [Mat24]. Le paquet implante les approximations proposées en Section 2 ainsi qu'un simulateur. Pour apprécier l'évolution du système, nous travaillons par *époques* de taille croissante : l'époque 0 correspond à l'instant 0, 1 aux instants 1 et 2,  $\dots$ ,  $T$  aux instants  $2^T - 1$  à  $2^{T+1} - 2$ . Chaque époque permet d'évaluer une échelle de temps différente et bénéficie d'un temps de préchauffage égal à sa durée (à un près). Nos résultats sont sur 31 époques, soit une plus grande époque de durée  $2^{30}$  pour une durée totale de  $2^{31} - 1$  instants. Pour comparer, [KSM05] considère une durée de 5 000 000 précédée d'un préchauffage de 1 000 000.

la Figure 2 donne, pour différents paramètres et époques, les deux métriques suivantes : le taux d'occupation du canal et le débit utile (taux d'occupation sans collision). On observe que les approximations sont plutôt précises pour  $p_0 = 1/8$ , mais mauvaises pour  $p_0 = \alpha = 1/2$ , où le système est instable. La stabilisation des valeurs est relativement rapide pour les petits systèmes ( $N = 4$ ), lente pour les grands ( $N = 1024$ ). En particulier, même pendant la dernière époque considérée  $T = 30$ , le taux d'occupation reste supérieur à  $1/2$ , ce qui signifie que les stations *ressentent* le bruit d'un système instable (cf Section 2).

Pour mieux comprendre ces résultats, la Figure 3 donne la distribution des états pour les mêmes paramètres. On peut observer, sur la Figure 3b, une distribution des simulations en plateau caractéristique d'un système instable, là où l'approximation prévoit un comportement stable régulier.

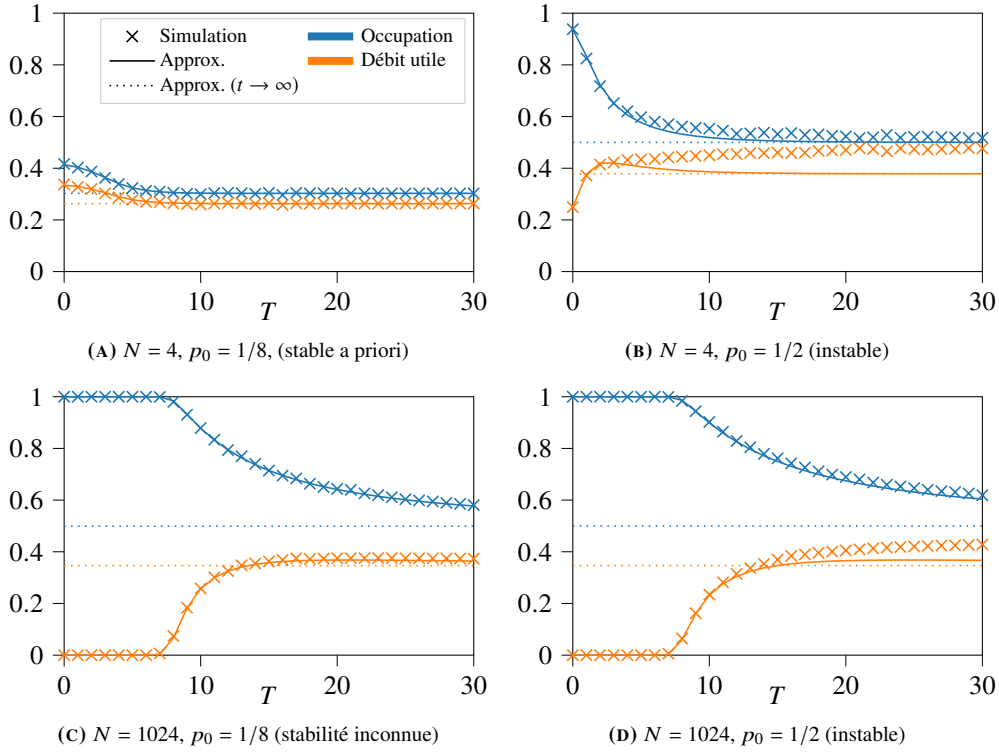


FIGURE 2 : Taux d'occupation et débit utile en fonction de l'époque pour différents paramètres ( $\alpha = 1/2$ ).

Pour  $N = 1024$ , les distributions semblent instables (en pente ascendante), mais il faut tenir compte des temps de transitions : pour  $\alpha = 1/2$ , le temps caractéristique de passage de  $c$  à  $c + 1$  est de l'ordre du temps d'émission, en  $2^c/p_0$ . En particulier, à l'époque  $T$ , il est très peu probable d'observer un état  $c \geq T$  : les pics de probabilité observés pour  $N = 1024$  sont juste les fronts d'exploration des états raisonnablement accessibles. Nous tirons de cette observation deux conclusions importantes : tout d'abord, il n'est pas possible, à une époque  $T$ , de distinguer un système instable d'un système stable dont l'état stationnaire contient une proportion non négligeable d'états supérieurs à  $T$ . Ensuite, cette impossibilité n'est pas gênante en pratique si seul le comportement transitoire est observable. Ainsi, en extrapolant la Figure 3c, on peut supposer que même  $T = 60$  ( $2^{60}$  instants, soit plus que l'âge de l'univers en secondes) ne permettrait pas d'observer l'éventuelle stabilité du système.

Pour terminer, considérons, à une époque  $T$ , le nombre moyen  $N_k$  de stations dont l'état est inférieur à une valeur donnée.  $N_k$  peut s'interpréter comme le nombre moyen de stations *actives*. La Figure 4 montre que  $N_4$  croît avec  $N$ , ce qu'on peut interpréter comme une forme de contrôle d'admission : en présence de beaucoup de stations, le système en gèle une partie (via leurs états) pour qu'un minimum de stations soient actives. Notons que cette auto-régulation n'existe pas dans l'implantation actuelle de 802.11, qui limite la valeur maximale de  $c$  à 10 [BH09]. Ainsi, aucune station n'est jamais gelée, mais si  $N$  est grand, les performances de toutes les stations sont dégradées.

## 4 Conclusion

Un lecteur pessimiste pourra retenir notre incapacité à déterminer la stabilité d'un système Aloha adaptatif et à fournir une approximation des performances valable pour tous les paramètres. Un lecteur plus optimiste notera une relation simple entre stabilité et bruit ambiant, même si la notion de stabilité est finalement peu pertinente. Nous avons aussi proposé des approximations valables sur une large plage de paramètres et montré une forme de contrôle d'admission implicite, où certaines stations sont *gelées* pour permettre à d'autres un taux d'émission raisonnable.

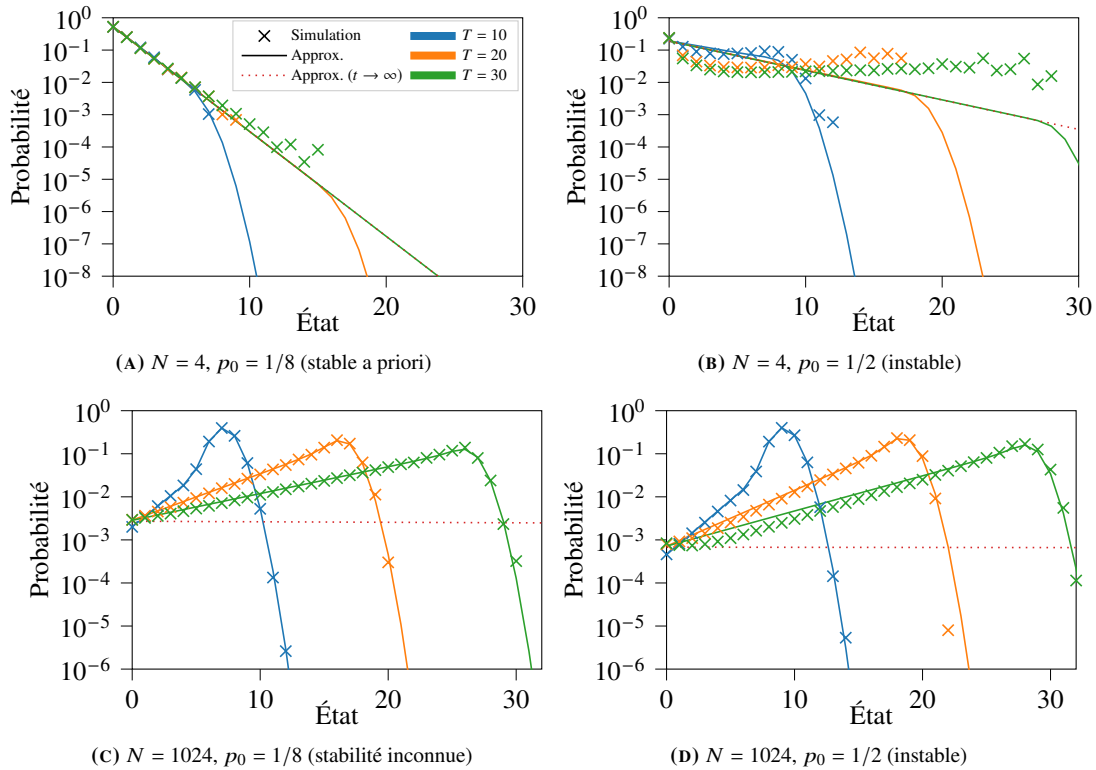


FIGURE 3 : Distribution des états en fonction de l'époque pour différent paramètres ( $\alpha = 1/2$ ).

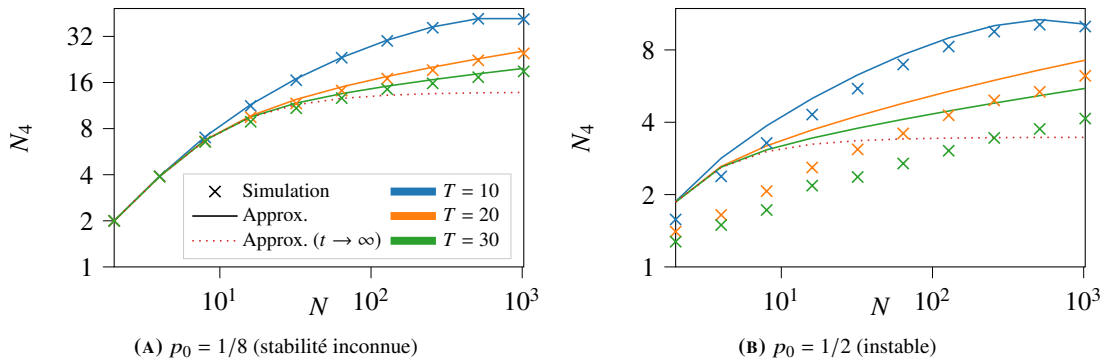


FIGURE 4 : Nombre moyen de stations dont l'état vaut 4 ou moins en fonction de  $N$  et de l'époque.

## Références

- [BH09] Marcus Burton and G Hill. 802.11 arbitration. *White Paper, Certified Wireless Network Professional Inc., Durham, NC*, 2009.
- [Bia00] Giuseppe Bianchi. Performance analysis of the IEEE 802.11 distributed coordination function. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 18(3) :535–547, 2000.
- [KSM05] Byung-Jae Kwak, Nah-Oak Song, and L.E. Miller. Performance analysis of exponential backoff. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 13(2) :343–355, 2005.
- [Mat24] Fabien Mathieu. Slotted Aloha Simulator. <https://balouf.github.io/slotted-aloha-simulator/index.html>, 2024.