



**HAL**  
open science

# Une histoire du concept d'efficience sur les marchés financiers

Christian Walter

► **To cite this version:**

Christian Walter. Une histoire du concept d'efficience sur les marchés financiers. *Annales. Histoire, Sciences sociales*, 1996, 51 (4), pp.873-905. 10.3406/ahess.1996.410892 . hal-04560336

**HAL Id: hal-04560336**

**<https://hal.science/hal-04560336>**

Submitted on 26 Apr 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - NoDerivatives 4.0 International License

## Une histoire du concept d'efficience sur les marchés financiers

Christian Walter

### Abstract

An History of the Efficient Market Concept. C. Walter.

The so-called market efficiency, which states that prices fully reflect all available information, is a key concept of the modern financial theory. Actually, most of the practical mechanisms and financial instruments traded on markets are based on this hypothesis. This concept is closely related to a probabilistic representation of the behavior of stock market prices. This representation allows to test and possibly to falsify the concept, which is not testable per se. First proposed by a French mathematician, Louis Bachelier, in 1900, the probabilistic representation postulates a strong unpredictability of prices movements, and a gaussian distribution of returns: prices follow a random walk with drift. Its scientific usefulness is now proved, since it has changed the views and practices of market professionals, but only after hard conflicts in the field of finance world. Important point is that the probabilistic representation came before an economic explanation of the random walk. So the efficient market hypothesis has been first associated with the normal distribution: the problem of anomalies observed in testing the efficiency is clouded by this joint-hypothesis. Since the crash of October 1987, a new way of considering markets is emerging, which could lead to a split between efficiency and normal probability distribution. The history of the forming of this concept discloses, over a long time, the specific components which are at the origin of the crisis of this paradigm.

---

### Citer ce document / Cite this document :

Walter Christian. Une histoire du concept d'efficience sur les marchés financiers. In: Annales. Histoire, Sciences Sociales. 51<sup>e</sup> année, N. 4, 1996. pp. 873-905;

doi : <https://doi.org/10.3406/ahess.1996.410892>

[https://www.persee.fr/doc/ahess\\_0395-2649\\_1996\\_num\\_51\\_4\\_410892](https://www.persee.fr/doc/ahess_0395-2649_1996_num_51_4_410892)

---

Fichier pdf généré le 14/04/2018

# UNE HISTOIRE DU CONCEPT D'EFFICIENCE SUR LES MARCHÉS FINANCIERS

Christian WALTER

A quoi sert le concept d'efficience des marchés ? De manière simple et schématique, ce concept exprime que le prix coté reflète fidèlement la réalité économique sous-jacente, et permet donc une bonne prise de décision (achat ou vente), en toute connaissance de cause. Le marché est alors « efficace », dans le sens où, en tant que mécanisme d'échange, l'information nécessaire à cet échange est correctement transmise par les prix. Comme ce concept d'efficience fait intervenir l'économie de l'information, on utilise également le terme « efficience informationnelle », et l'on parle alors d'efficience informationnelle des marchés de capitaux. C'est un concept qui se trouve au fondement de la théorie financière moderne, telle qu'elle s'est élaborée en une cinquantaine d'années. N'est-ce qu'une abstraction intellectuelle forgée *a posteriori* pour rendre compte de l'utilisation de plus en plus étendue d'un grand nombre de pratiques professionnelles et d'instruments financiers, ou bien ces savoirs empiriques, ces pratiques consensuelles, ont-ils eux-mêmes été engendrés par ce concept en amont de leur développement ? En fait, depuis que la théorie financière s'est élaborée, d'abord en interaction avec la croissance de l'industrie de la gestion de fonds aux États-Unis puis dans les pays anglo-saxons, ensuite avec celle, plus récente, des marchés dérivés dans le monde entier, il a toujours existé une interrelation entre savoir empirique et formalisation théorique. Les développements des marchés financiers dans le monde ont permis et suscité une extension et un approfondissement de la théorie financière, ne serait-ce que pour pouvoir modéliser les positions de plus en plus importantes des salles de marché des banques, tandis que cette théorie se trouvait souvent à l'origine de la création d'instruments nouveaux, ou de nouvelles manières d'aborder des questions anciennes, comme par exemple la gestion des portefeuilles.

De cette féconde interconnexion entre théorie et pratique sont nés les grands marchés financiers d'aujourd'hui, qui constituent des machines de transfert de risque à l'échelle des nations, dans lesquels des intervenants

## SYSTÈME MONÉTAIRE ET MARCHÉS FINANCIERS

(acteurs privés ou institutionnels) peuvent céder leur risque financier à d'autres qui l'achètent, et reçoivent pour cela une prime (appelée, pour cette raison, « prime de risque ») plus ou moins rémunérée selon la quantité de risque unitaire achetée. Par exemple, si les institutions de retraite par capitalisation peuvent prévoir des versements de prestations définies, ou si des personnes physiques peuvent acheter des produits financiers avec garantie contre le risque de perte, c'est parce que, en dernier ressort, quelque part, il a existé un acheteur de ce risque qui ne pouvait être conservé par ceux-là mêmes qui l'ont vendu. Les dysfonctionnements éventuels des marchés financiers concerneront leur efficacité allocative : transfert de risque et transfert d'information sur les actifs qui y sont échangés.

Cette efficacité allocative des marchés de capitaux représente le fondement théorique de leur fonctionnement. Sans bonne répartition du risque et de l'information, les acteurs ne peuvent plus intervenir sur les marchés, ou plus de la même manière. Il suffit de considérer les délits d'initiés ou les faillites issues de l'absence de contrôle des risques pour comprendre que l'élément essentiel au bon fonctionnement d'un marché boursier est la transparence de l'information et la bonne évaluation du prix du risque. Sans ces conditions, le fonctionnement du marché ne sera pas efficace dans l'ordre de l'allocation des ressources.

Cette efficacité allocative des marchés est formalisée par le concept clé d'efficacité informationnelle. C'est ce concept, donc, qui se trouve au fondement de la théorie financière moderne. La quasi-totalité des instruments financiers, des pratiques professionnelles, des modes de couverture des positions des salles de marché, des techniques de gestion des fonds, fait intervenir, quelque part, une hypothèse d'efficacité informationnelle des marchés. Devant l'étendue des applications de ce concept, il peut être utile d'effectuer un retour sur sa naissance, son émergence intellectuelle. Ceci d'autant plus que, en raison de certains dysfonctionnements apparus sur certains marchés, on voit surgir un questionnement sur la validité du concept d'efficacité, sans qu'aucun fondement théorique de remplacement n'apparaisse pour le moment.

Or, aujourd'hui, le concept d'efficacité informationnelle des marchés est étroitement associé à un paradigme statistique-probabiliste, mettant en œuvre un appareil calculatoire issu de la théorie des probabilités et de la physique. Les anomalies observées sur les marchés sont essentiellement des violations de ce cadre probabiliste. Comprendre la nature de l'articulation entre efficacité informationnelle et modèle probabiliste permet de mieux appréhender les problèmes qui se posent aujourd'hui sur les marchés boursiers. C'est la raison pour laquelle un détour par la naissance de ce concept est utile : connaissant sa genèse, on est à même d'en mieux comprendre sa nature. C'est donc à une archéologie du savoir en théorie financière que cette contribution invite : une investigation dans les origines intellectuelles de la théorie financière moderne. L'année de départ en sera 1900, date cruciale pour la naissance de l'efficacité au sens moderne du terme, car c'est le 29 mars 1900 que le mathématicien français Louis Bachelier soutient sa thèse de doctorat en mathématique, devant Henri Poincaré, sur l'étude des variations boursières de la bourse de Paris. Cette thèse, intitulée « Théorie

de la spéculation », peut être considérée comme le point de départ de la finance moderne, et la racine lointaine du concept d'efficacité informationnelle dans son acception probabiliste.

### **Louis Bachelier et la naissance du modèle de « marche au hasard »**

*« L'espérance nulle du spéculateur » :  
l'abandon de la recherche de la prévisibilité*

Louis Bachelier est une figure atypique de l'histoire des sciences. On connaît peu de choses de lui. La plupart des archives le concernant ont brûlé, et la trace qu'il a laissée est ténue. Ainsi, il est difficile de reconstituer sa vie de mathématicien et, plus généralement, les épisodes de son existence. Né le 11 mars 1870, il a eu une carrière universitaire relativement lente. On sait de lui qu'il a postulé, sans succès, pour être professeur à l'université de Dijon, échec dû à l'opinion du grand mathématicien français Paul Lévy. Ce dernier relate cet épisode en ces termes<sup>1</sup> : « J'ai entendu parler de lui (Bachelier) pour la première fois peu d'années après la publication de mon calcul des probabilités ; donc en 1928, à un ou deux ans près. Il était candidat à un poste de professeur à l'université de Dijon. Gevrey, qui était professeur, est venu me demander mon avis sur un travail de Bachelier paru en 1913. Il y définissait la fonction de Wiener (avant Wiener) comme suit [...]. Gevrey était scandalisé par cette erreur et me demandait mon avis. Je lui ai dit que j'étais d'accord avec lui et, sur sa demande, l'ai confirmé par une lettre qu'il a lue à ses collègues de Dijon. Bachelier a été blackboulé ». Un autre élément qui l'a handicapé fut le sujet même de sa thèse (on ne connaît d'ailleurs pas les raisons de ce choix). Poincaré en avait dit, en termes ambigus : « Le sujet s'éloigne un peu de ceux qui sont habituellement traités par nos candidats ». Commentaire qui laisse percevoir une sorte de surprise devant l'intrusion de la bourse dans la sphère des mathématiques, et conjecturer, de la part de Poincaré, une réticence, voire un certain scepticisme, devant cet intérêt nouveau. Finalement, après plusieurs échecs, Bachelier est nommé professeur à l'université de Besançon. Il meurt le 28 avril 1946. Le caractère précurseur et radicalement nouveau de certaines de ses idées n'aura pas été entrevu par ses contemporains. Même Paul Lévy reconnaîtra plus tard avoir mal apprécié les travaux de Bachelier : « Je m'étais réconcilié avec lui. Je lui avais écrit que je regrettais que l'impression produite par une erreur au début m'ait empêché de continuer la lecture de travaux où il y avait tant d'idées intéressantes »<sup>2</sup>. Dans tous les cas, sa thèse est, et reste, étonnamment moderne, et se lit encore très bien aujourd'hui.

Dans sa thèse de doctorat, Louis Bachelier écrit<sup>3</sup> : « Les influences qui

1. Lettre de P. Lévy à B. Mandelbrot, datée du 25 janvier 1964, citée dans B. MANDELBROT, « Les objets fractals, forme hasard et dimension », Paris, Flammarion, 1975, pp. 173-174.

2. *Id.*

3. L. BACHELIER, « Théorie de la spéculation », Thèse pour le doctorat ès sciences mathématiques, Annales de l'École normale supérieure, 3<sup>e</sup> série, t. 27, 1900, pp. 21-86. Les citations entre guillemets et les numéros de page renvoient à cette thèse.

## SYSTÈME MONÉTAIRE ET MARCHÉS FINANCIERS

déterminent les mouvements de la bourse sont innombrables, des événements passés, actuels ou même escomptables, ne présentant souvent aucun rapport apparent avec ses variations, se répercutent sur son cours » (p. 21). Il s'agit ici des « causes naturelles » des variations, les facteurs de type économique, financier ou politique, qui influent sur le niveau des cours. A côté de ces facteurs « naturels », Bachelier mentionne également des causes « artificielles », qu'il appelle « factices », qui correspondent à des variations auto-engendrées des marchés : « A côté des causes en quelque sorte naturelles des variations, interviennent aussi des causes factices : la bourse agit sur elle-même et le mouvement actuel est fonction, non seulement des mouvements antérieurs, mais aussi de la position de place » (p. 21). Ces deux aspects des fluctuations boursières, nous les retrouvons décrits dans la plupart des analyses comportementales des marchés. En langage moderne, on parlerait de la quantité d'information disponible et pertinente arrivant sur le marché, et intégrée par les opérateurs dans leurs anticipations de hausse ou de baisse des cours, et du caractère auto-référentiel des modèles de prévision boursière, qui conduisent à l'analyse du couple prix-volume. Il est remarquable de constater que cette double causalité recouvre aussi la double approche des marchés, qui sépare en général les professionnels en deux groupes : le groupe des analystes financiers et des économistes, et le groupe des analystes techniques. Les premiers sont plutôt de type « fondamentaliste », c'est-à-dire recherchant la « vraie » valeur boursière du titre ou du marché, tandis que les seconds, ignorant volontairement jusqu'aux caractéristiques financières des actifs examinés, se concentrent uniquement sur les éléments « techniques » du marché, et principalement sur la série historique constituée par les cours passés.

Mais Bachelier ajoute : « La détermination de ces mouvements se subordonne à un nombre infini de facteurs : il est dès lors impossible d'en espérer la prévision mathématique. Les opinions contradictoires relatives à ces variations se partagent si bien qu'au même instant les acheteurs croient à la hausse et les vendeurs à la baisse » (p. 21). Contre les analystes qui cherchent à déterminer l'évolution ultérieure des cours, Bachelier prend parti pour la non-prévisibilité des rentabilités futures des actions, ceci en appelant à la considération de la présence d'un « nombre infini de facteurs ». On retrouve dans cet argument (un « nombre infini de facteurs ») le problème de Gauss de la somme des petits aléas indépendants, qui conduit à la loi des grands nombres et au théorème central limite : si un phénomène aléatoire global est la somme d'un très grand nombre de phénomènes aléatoires élémentaires, ayant chacun une distribution quelconque, mais tous étant de faible amplitude, alors la distribution du phénomène aléatoire global est une distribution de Gauss. En langage financier moderne, on dirait que les éléments d'information élémentaires arrivent de manière aléatoire sur le marché, de sorte que leur combinaison, leur agrégation, conduit à la formation d'une loi de probabilité limite (au sens du théorème précédent) sur les variations boursières.

Bachelier remplace ainsi la recherche de la prévisibilité par celle de la probabilité. De quelle probabilité s'agit-il ? « On peut considérer deux sortes de probabilités : 1. La probabilité que l'on pourrait appeler mathématique,

c'est celle que l'on peut déterminer *a priori*, celle que l'on étudie dans les jeux de hasard. 2. La probabilité dépendant de faits à venir et, par conséquent, impossible à prévoir de façon mathématique. C'est cette dernière probabilité que cherche à prévoir le spéculateur, il analyse les raisons qui peuvent influencer sur la hausse ou sur la baisse et sur l'amplitude des mouvements. Ses inductions sont absolument personnelles, puisque sa contrepartie a nécessairement l'opinion inverse » (p. 31). Bachelier pose ensuite une assertion importante, pour les conséquences tant théoriques que pratiques qu'elle va avoir jusqu'à nos jours. « Il semble que le marché, c'est-à-dire l'ensemble des opérateurs, ne doit croire à un instant donné ni à la hausse, ni à la baisse, puisque, pour chaque cours coté, il y a autant d'acheteurs que de vendeurs » (pp. 31-32). Moyennant une légère transformation des cours (en pratique, pour annuler l'effet des coupons obligataires, c'est-à-dire du paiement périodique du rendement de l'obligation, afin de considérer les variations du prix sans l'impact de ce paiement), Bachelier introduit la notion de « cours vrai ». Par « cours vrai », il entend un cours que l'on appellerait aujourd'hui « indice de prix » (*price index*) par opposition aux indices de prix avec dividendes réinvestis (*total return index*). Puis, avec ce nouveau concept, il postule que, « par considération des cours vrais, on peut dire : le marché ne croît, à un instant donné, ni à la hausse, ni à la baisse du cours vrai ». Soit, en considérant la valeur des cours vrais, « l'espérance mathématique du spéculateur est nulle » (p. 34).

Cette espérance mathématique nulle pour chaque joueur représente l'application aux variations boursières du concept de « jeu équitable ». Assertion remarquable, pour l'étendue des conséquences qu'elle va avoir sur les pratiques de gestion des portefeuilles et le développement des formes modernes d'intervention sur les marchés. Toute prévision devient non seulement impossible mais inutile : « Le cours considéré par le marché comme le plus probable est le cours vrai actuel : si le marché en jugeait autrement, il coterait non pas ce cours, mais un autre plus ou moins élevé » (p. 34). En langage probabiliste, cela signifie que les variations boursières suivent un processus aléatoire markovien d'ordre un, c'est-à-dire sans mémoire, ou, de manière plus précise, pour lequel l'avenir ne dépend du passé que par le présent : dans un tel processus, la meilleure prévision du cours suivant est la valeur du cours présent.

Cette caractérisation du processus aléatoire régissant les variations boursières croise la propriété de reflet de l'information disponible et pertinente dans le dernier cours coté. Ainsi, pour intervenir sur un marché avec efficacité, point n'est besoin de connaître l'ensemble des cours passés ; la valeur du dernier cours coté présent suffit, et l'on considère l'avenir seul. Par analogie, considérons les jeux d'échec et de bridge. Pour intervenir au cours d'une partie de bridge, il est nécessaire de connaître avec précision la totalité des annonces et des coups antérieurs : le futur dépend étroitement du passé, et l'absence de cette connaissance empêche de pouvoir jouer. Tandis que, dans le cas des échecs, jeu dit « à information parfaite », il est possible d'entrer dans le jeu à tout instant, et de pouvoir prendre la place d'un joueur, sans avoir besoin de connaître la succession des coups et prises antérieurs : toute l'information nécessaire à l'action est condensée dans la position présente

## SYSTÈME MONÉTAIRE ET MARCHÉS FINANCIERS

des pièces sur l'échiquier. La succession des coups aux échecs caractérise un processus sans mémoire (ou markovien) ; tandis que, dans le cas du bridge, il existe une mémoire du jeu, mémoire qui influe sur les coups à venir.

C'est exactement en ces termes que se pose le débat ouvert par Bachelier. Le processus caractérisant les variations successives des marchés est-il markovien ou non ? Existe-t-il une mémoire du marché, qui serait utilisable pour la détermination de stratégies systématiquement gagnantes, et, dans ce cas, où trouver la bonne information ? Ou bien, si toute l'information nécessaire à une intervention gagnante est déjà contenue dans les cours, alors, les seules causes de variations nouvelles ne pourront provenir que de l'arrivée d'éléments d'information non prévisibles, et seront donc aléatoires. L'argument de Bachelier peut s'énoncer de la manière intuitive simple suivante : « Si les cours contiennent tout le prévisible, les fluctuations ultérieures relèvent exclusivement de l'imprévisible, c'est-à-dire du hasard »<sup>4</sup>. Ce que l'on voit, avec l'introduction de cette problématique, c'est l'importance donnée au concept d'information. Et, de fait, c'est à partir de l'étude de l'information que vont, progressivement, s'élaborer les définitions du concept d'efficience.

*« Des mouvements d'une certaine amplitude » :  
de la prévisibilité à la volatilité gaussienne*

En perdant la dimension prévisionnelle des variations boursières, l'on va alors se déplacer vers un autre objet d'étude. En effet, même si l'on ne peut prévoir l'évolution future du marché, « il est possible d'étudier mathématiquement le marché à un instant donné, c'est-à-dire d'établir la loi de probabilité des variations de cours qu'admet à cet instant le marché. Si le marché, en effet, ne prévoit pas les mouvements, il les considère comme étant plus ou moins probables, et cette probabilité peut s'évaluer mathématiquement ». Pour Bachelier, les acheteurs et les vendeurs vont donc échanger des anticipations de variabilité. Ce qu'il exprime de la manière suivante : « Si le marché ne croit ni à la hausse ni à la baisse du cours vrai, il peut supposer plus ou moins probables des mouvements d'une certaine amplitude » (p. 32).

La modernité des propos de Bachelier ne cesse de surprendre. Cette amplitude des mouvements boursiers est devenue un paramètre essentiel dans les modèles contemporains : c'est ce qui est appelé la « volatilité » des marchés, ou écart-type de leurs variations successives. Et en effet, la question qui est posée aux professionnels des approches quantitatives des marchés (calculs de couverture des positions des salles de marchés et de reproduction artificielle de portefeuille) n'est pas de prévoir l'évolution des cours à venir, mais seulement d'estimer leur variabilité instantanée potentielle. Cette variabilité instantanée représente un élément déterminant dans la construction de portefeuilles de synthèse (rôle de la matrice de variance-covariance, qui exprime la variabilité jointe des actifs composant le porte-

4. J. P. DALOZ, *Hasard et cours boursiers*, Paris, Cujas, 1973.

feuille, soit leurs co-mouvements deux à deux) ainsi que dans la couverture des positions sur instruments financiers dérivés (rôle du gradient du prix de l'actif financier). Par exemple, le prix d'une option (ces instruments négociés sur les marchés dérivés, qui correspondent à un droit d'achat ou de vente différé, et non nécessairement exercé) dépend essentiellement de la volatilité de l'actif sous-jacent sur lequel porte l'option. Les marchés dérivés sont devenus des marchés de volatilité, dans lesquels on échange des niveaux de variabilité des cours, sans préjuger de leur direction.

L'on voit comment, avec l'introduction du critère de volatilité, il s'est produit un déplacement dans le regard porté sur les variations boursières : au lieu de considérer les marchés dans une perspective *directionnelle*, ou de recherche de prévisibilité, on les considère dans une perspective *distribu-tionnelle*, ou d'examen de leur variabilité. Dès lors, la caractérisation complète du comportement d'un marché empruntera la voie de la description probabiliste de ses variations successives. Bachelier écrit donc : « La détermination de la loi de probabilité qu'admet le marché à un instant donné sera l'objet de cette étude », et, en particulier, « la recherche d'une formule qui l'exprime », formule qui « ne paraît pas jusqu'à ce jour avoir été publiée ».

Devant traiter la question de l'arrivée d'information sur le marché, le « nombre infini de facteurs », Bachelier va aborder le problème de la somme des petits aléas indépendants. On sait que, si les « petits aléas » ne sont pas trop dispersés<sup>5</sup>, leur somme résultante s'organise suivant la distribution normale de Laplace-Gauss : c'est la propriété de normalité asymptotique des sommes partielles. Mais, plus généralement, on peut aborder la question de la distribution limite de la somme de petits aléas indépendants, sans poser de conditions particulières sur leur dispersion<sup>6</sup>. Ce problème relativement complexe ne sera résolu qu'en 1925 par Paul Lévy, avec l'introduction des lois de probabilités appelées « stables », qui déterminent la forme des bassins d'attraction des variables aléatoires pour des aléas indépendants en généralisant la question des petits aléas de Gauss<sup>7</sup>. En l'absence de cette théorie, Bachelier ne pourra qu'utiliser le seul outil dont il dispose : la loi normale de Laplace-Gauss, seule loi limite connue pour la somme d'aléas indépendants, à l'époque de sa soutenance de thèse. Cela revient à dire que les chocs aléatoires qui produisent les variations des cours des actifs financiers sont de même nature et « pas trop dispersés » (c'est-à-dire de variance finie). Il s'agit d'une hypothèse très forte sur la nature des chocs, mais qui

5. Plus précisément, en termes probabilistes, il faut que ces « petits aléas » possèdent une espérance mathématique et une variance finies. La variance étant de l'ordre du carré de l'espérance mathématique, on dit que les petits aléas doivent être de carré intégrable. La carré-intégrabilité des aléas est la condition nécessaire à l'obtention du théorème central limite dans sa forme classique (gaussienne).

6. On s'intéresse alors à la convergence des moyennes empiriques des suites stationnaires vers l'espérance mathématique.

7. Paul Lévy a montré que, chaque fois que l'espérance mathématique et la variance sont finies, la seule loi limite possible est la loi de Gauss. Dans tous les autres cas, on obtient des lois limites plus complexes, qui généralisent la loi gaussienne en donnant à l'allure de la distribution une forme plus leptokurtique, plus étirée (un peu comme l'ellipse étire le cercle).

## SYSTÈME MONÉTAIRE ET MARCHÉS FINANCIERS

était, en fait, la seule possible à l'époque de Bachelier<sup>8</sup>. Dans une élégante démonstration, il trouve, pour expression de la probabilité recherchée, une densité gaussienne.

En appliquant la loi normale aux rentabilités successives des cours cotés, par ces travaux sur les processus aléatoires, Bachelier a, avant Einstein, à partir de la recherche de la formalisation des variations boursières, posé les prémisses du mouvement brownien. Le modèle de « marche au hasard » gaussienne, ou représentation gaussio-markovienne des variations boursières, est né. Il s'agit d'une véritable rupture intellectuelle avec les conceptions antérieures des mouvements des bourses, que l'on pourrait qualifier de « coup de force » de Bachelier.

### ***La formation du paradigme statistique-probabiliste en théorie financière***

#### *L'accumulation de résultats expérimentaux validant l'hypothèse de la marche au hasard*

Le modèle de Bachelier va ensuite être testé statistiquement. Les tests vont emprunter deux voies. La première consiste en la vérification de l'absence de mémoire (et donc de prévisibilité) du marché, c'est-à-dire de l'indépendance des variations boursières (en vocabulaire probabiliste, « indépendance des accroissements »). Schématiquement, il s'agit de considérer la forme de la relation passé-présent-futur, pour s'assurer qu'il n'y en a pas. La seconde voie s'intéresse plutôt au risque de changement de prix, la variabilité des marchés, et cherche à caractériser statistiquement la forme de la dispersion des rentabilités, des distributions observées, pour vérifier qu'elles sont bien gaussiennes. En résumé, les tests effectués sur le modèle de Bachelier reviennent à s'assurer tout d'abord que les variations boursières sont bien le résultat de tirages « au hasard » ; ensuite que ce hasard possède une structure distributionnelle déterminée. Ces deux voies représentent des approches descriptives du comportement du marché, et s'intéressent aux propriétés statistiques minimales requises, sans se préoccuper des explications économiques causales à l'origine du mécanisme statistique que l'on cherche à mettre en évidence.

Statistiquement, la question de la prévisibilité des rentabilités boursières se pose de la manière suivante : si les variations des cours sont issues de tirages aléatoires gaussiens indépendants, alors la mesure de l'interdépendance des variations doit faire apparaître un résultat nul. D'où le choix de tests de dépendance, qui vont être systématiquement entrepris sur les marchés<sup>9</sup>. Les résultats apparaîtront concluants, et le modèle est validé une pre-

8. En réalité, la loi de Cauchy (1853) constituait déjà, à l'époque de Bachelier, une exception au théorème central limite sous sa forme gaussienne. Mais cette exception était considérée par les probabilistes comme tellement irréaliste (par exemple Bienaymé, en 1867) que cette loi avait été écartée assez rapidement de l'attention des scientifiques.

9. La loi d'un processus stochastique peut être partiellement résumée par la fonction d'auto-covariance, dont on extrait les auto-corrélations sérielles. Les tests de dépendance vont emprunter quatre voies : les tests de corrélation sérielle, les tests d'élan, les tests de filtres, les

mière fois par Working (1934), Cowles et Jones (1937), puis Kendall (1953)<sup>10</sup>, qui font apparaître une absence d'auto-corrélation entre les variations successives des prix.

Il va être confirmé et renforcé avec l'article publié en 1959 par Osborne. Par rapport à l'hypothèse de Bachelier, Osborne introduit une légère mais importante modification, en considérant, non les prix eux-mêmes, mais leur logarithme<sup>11</sup>. S'appuyant sur des propriétés connues des mouvements des particules en mécanique statistique, il montre que cette approche des marchés permet d'en déduire directement une densité gaussienne sur les différences premières des logarithmes des cours cotés, et de considérer les variations boursières de la même manière que le mouvement brownien sur les particules. Bachelier ne connaissait pas le mouvement brownien, et c'est donc Osborne qui, complétant le modèle de Bachelier grâce aux développements de la mécanique statistique, pose le premier l'hypothèse de mouvement brownien sur les logarithmes des cours. L'article d'Osborne est une étape importante dans l'approche modélisée des variations boursières.

Les investigations statistiques se poursuivent. Successivement, Larsen (1960), Working (1960), Houthakker (1961), Alexander (1961), Moore (1962), Granger et Morgenstern (1963)<sup>12</sup> confirment que la variation des prix relatifs peut être considérée comme assimilable en première approximation à un mouvement brownien. Il faut observer que l'on ne dissocie pas, à cette

---

tests de persistance. Les tests de corrélation sérielle utilisent les fonctions d'auto-corrélation et examinent l'allure des corrélogrammes. Les tests d'élan, ou de séquence, analysent les valeurs successives prises par la variable aléatoire. La technique des filtres est une méthode d'intervention sur les marchés : s'il existe des tendances détectables, alors les performances obtenues avec cette méthode seront supérieures à celles obtenues par une procédure classique d'achat et de conservation du titre (*buy and hold*). Le phénomène de persistance correspond à une sorte de « mémoire » des variations : les grandes variations sont suivies par des grandes variations (à la hausse comme à la baisse), et réciproquement, les petites variations sont suivies par d'autres petites variations. On trouve ici l'inspiration des modèles de type ARCH des années quatre-vingt (cf. n. 39).

10. H. WORKING, « A Random Difference Series for Use in the Analysis of Time Series », *Journal of the American Statistical Association*, mars 1934, pp. 11-24 ; A. COWLES, H. JONES, « Some A Posteriori Probabilities in Stock Market Action », *Econometrica*, vol. 5, n° 280, juillet 1937 ; M. G. KENDALL, « The Analysis of Economic Time Series — Part 1 : Prices », *Journal of the Royal Statistical Society (Serie A)*, vol. 96, 1953, pp. 11-25.

11. M. F. M. OSBORNE, « Brownian Motion in the Stock Market », *Operations Research*, vol. 7, n° 2, mars-avril 1959, pp. 145-173, et le commentaire du n° 6, novembre-décembre 1959, pp. 807-811. Le choix du logarithme est justifié par des considérations portant sur la forme de la distribution des variations ainsi que sur une équivalence physique avec la significativité de l'amplitude des variations lorsque le niveau des cours s'élève. Bien qu'Osborne utilise la loi de Weber-Fechner sur les réponses des sensations physiologiques aux stimuli, d'un point de vue économique, son argument revient à considérer une fonction d'utilité décroissante sur les variations des niveaux absolus des cours. D'un point de vue financier, la justification de ce choix sera donnée en 1965 par Fama avec la notion de taux d'intérêt continu.

12. Parmi d'autres. Voir par exemple, pour ces références : A. LARSEN, « Measurement of a Random Process in Future Prices », *Food Research Institute Studies*, vol. 1, n° 3, novembre 1960 ; H. WORKING, « Note on the Correlation of First Differences of Averages in a Random Chain », *Econometrica*, vol. 28, n° 4, octobre 1960, pp. 916-918 ; H. HOUTHAKKER, « Systematic and Random Elements in Short Term Price Movements », *American Economic Review*, vol. 51, mai 1961, pp. 164-172 ; A. MOORE, « A Statistical Analysis of Common Stock Prices », Thèse de PhD, Université de Chicago, Graduate School of Business, 1962 ; C. W. J. GRANGER, O. MORGENSTERN, « Spectral Analysis of New York Stock Market », *Kyklos*, 17, 1964, pp. 162-188.

## SYSTÈME MONÉTAIRE ET MARCHÉS FINANCIERS

époque, perspective temporelle (non-interdépendance des variations, *i. e.* processus markovien) et perspective distributionnelle (densité gaussienne). Ces deux aspects, bien que différents dans leurs conséquences sur l'analyse comportementale des marchés, sont alors confondus : on peut parler d'une vision « gausso-markovienne » des marchés, caractérisant des fluctuations boursières sans ruptures brutales (krachs boursiers) ni corrélations à longue portée (persistance de mouvements à la hausse ou à la baisse).

Désormais, l'hypothèse de marche au hasard gaussienne acquiert une consistance et une reconnaissance universitaire forte, et le modèle dit de Bachelier-Osborne devient un paradigme pour l'étude des comportements des marchés en milieu universitaire. Les développements de la théorie du portefeuille et de la théorie des options entérineront cette approximation, qui ne sera pas réellement remise en question jusqu'au krach boursier d'octobre 1987.

### *Les soutiens apportés par les développements des théories du portefeuille et des options*

Car un troisième courant dominant a commencé sa pénétration dans l'univers de la gestion des fonds aux États-Unis : en 1952, Harry Markowitz a présenté une manière radicalement nouvelle de gérer des portefeuilles sur les marchés, différente des approches traditionnellement utilisées jusqu'alors<sup>13</sup>. Il s'agit de maximiser sous contraintes une rentabilité, pour un niveau de risque fixé, ou bien de minimiser un niveau de risque, pour une rentabilité souhaitée : Markowitz introduisit en finance les méthodes d'optimisation utilisées avec succès dans d'autres domaines scientifiques. Restée confidentielle pendant quelques années, la théorie du portefeuille commence à émerger au début des années soixante, grâce à la simplification des calculs nécessaires opérée par Sharpe en 1963. La connaissance de l'ensemble des co-mouvements des actifs financiers pris deux à deux était en effet indispensable à l'obtention du portefeuille optimal de Markowitz. Mais l'utilisation pratique de cette méthodologie par les gérants de portefeuille était rendue presque impossible avec les moyens de calcul limités de cette époque, à cause du problème de la détermination de l'ensemble des couples de ces relations : problème dit « du calcul de la matrice de variance-covariance ». Par une habile transformation statistique, résultant d'une hypothèse économique audacieuse, Sharpe a rendu accessible aux sociétés de gestion le calcul des portefeuilles optimaux de Markowitz<sup>14</sup>.

13. H. M. MARKOWITZ, « Portfolio Selection », *Journal of Finance*, vol. 12, mars 1952, pp. 77-91. Développé ensuite dans *Portfolio Selection, Efficient Diversification of Investments*, New York, J. Wiley and Sons, 1959. Ces deux contributions fondent la théorie moderne du portefeuille. Elle sera complétée par la suite, et améliorée, mais pas fondamentalement transformée.

14. W. F. SHARPE, « A Simplified Model for Portfolio Analysis », *Management Science*, janvier 1963, pp. 277-293. Cette simplification consiste en l'introduction d'une relation linéaire entre un indice de marché et l'ensemble des titres qui fluctuent sur ce marché. Le modèle est dit alors « diagonal », et le nombre des paramètres à estimer, par exemple pour un portefeuille de 100 titres, passe de 5050 à 200. Cette réduction permet alors des calculs plus rapides, et donc plus opérationnels.

En introduisant la notion de portefeuille optimal, appelé « efficient en moyenne-variance » (ou « MV-efficient »), Markowitz et Sharpe utilisaient, et donc validaient, la conception de Bachelier-Osborne. En effet, pour résoudre le problème d'optimisation des portefeuilles, il fallait faire une hypothèse probabiliste sur l'évolution chronologique des titres sur le marché. Car le calcul de la matrice de variance-covariance supposait l'existence d'une caractérisation probabiliste de tous les co-mouvements de ces titres, au moyen d'un vecteur de probabilité portant sur l'ensemble du marché : une loi de probabilité jointe sur tous les titres. Et, tout naturellement, ce fut une loi de probabilité jointe multinormale. Cette multinormalité des variations des titres permettait de faire les calculs nécessaires, et de parvenir à la construction de portefeuilles MV-efficients de Markowitz. Et, à partir de cette époque, les investisseurs et les gérants de portefeuille ont commencé à raisonner, non plus sur la seule espérance de rentabilité, mais en considérant, pour tout investissement, le couple rentabilité-risque. Le risque est appréhendé, et quantifié, au moyen de la volatilité des marchés et des titres, c'est-à-dire de l'écart-type gaussien des rentabilités successives des actifs, correspondant aux variations boursières. Dès lors, la loi normale régissait et calibrait les approches quantitatives des marchés, et l'hypothèse de la marche au hasard devenait nécessaire à la construction de ces portefeuilles<sup>15</sup>.

Un processus identique, mais d'une intensité encore plus grande, s'est produit quelques années plus tard. Bien que la période considérée déborde alors la phase d'émergence de l'aspect probabiliste du concept d'efficience, il est cependant intéressant de le mentionner, car ce phénomène sera à l'origine d'une consolidation, d'un durcissement de l'hypothèse de marche au hasard. Il s'agit de la naissance puis du développement de la théorie des options. Les développements des outils optionnels prendront une telle importance dans la finance des années soixante-dix et quatre-vingt, avec l'utilisation intensive des processus de diffusion de second ordre, c'est-à-dire de loi marginale de variance finie, qu'il sera en pratique impossible de remettre en question l'utilisation de la loi normale comme loi de probabilité marginale régissant le comportement des marchés.

Dans ce cas également, le caractère précurseur des travaux de Bachelier ne cesse de surprendre. Et l'influence qu'il a exercée par la suite est bien perceptible si l'on comprend de quelle manière ses résultats ont été obtenus. En effet, dans la suite de sa thèse, Bachelier a cherché à calculer la probabilité pour que le prix d'un titre soit atteint ou dépassé à une époque ultérieure donnée. Cette question correspond exactement à la recherche de ce qui est appelé aujourd'hui le prix d'une option d'achat. A partir d'un rai-

15. Il faudrait évoquer les innombrables difficultés pratiques rencontrées au moment de la mise en œuvre opérationnelle de ces modèles, difficultés issues, entre autres, de la non-validation de leurs prémisses : d'une part, les indices de référence des marchés ne sont pas toujours efficients au sens de Sharpe-Markowitz ; d'autre part, la multinormalité des variations boursières n'est pas vérifiée, ce qui entraîne une instabilité constante de la matrice de variance-covariance, et une difficulté à apprécier la qualité du portefeuille supposé optimal ; enfin, la rentabilité espérée est délicate à estimer, et un changement d'estimation conduit à une modification du portefeuille optimal. Encore aujourd'hui, la gestion quantitative n'a pas résolu tous les problèmes de détermination de portefeuilles optimaux.

## SYSTÈME MONÉTAIRE ET MARCHÉS FINANCIERS

sonnement aussi élégant qu'audacieux, Bachelier, pour résoudre le problème qu'il s'est posé, va finalement aboutir à l'équation de la chaleur de Fourier. Il va parvenir à ce résultat en inventant un concept qu'il appelle « rayonnement de la probabilité » : « chaque cours rayonne pendant l'élément de temps vers le cours voisin une quantité de probabilité proportionnelle à la différence de leur probabilité. [...] La loi qui précède peut, par analogie avec certaines théories physiques, être appelée la loi du rayonnement ou de *diffusion* (souligné par nous) de la probabilité »<sup>16</sup>. Citons Henri Poincaré : « La manière dont Louis Bachelier tire la loi de Gauss est fort originale et d'autant plus intéressante que le raisonnement pourrait s'étendre avec quelques changements à la théorie des erreurs. Il le développe dans un chapitre dont le titre peut d'abord sembler étrange, car il l'intitule « Rayonnement de la probabilité ». C'est en effet à une comparaison avec la *théorie analytique de la propagation de la chaleur* (souligné par nous) que l'auteur a eu recours. Un peu de réflexion montre que l'analogie est réelle et la comparaison légitime. Les raisonnements de Fourier sont applicables presque sans changements à ce problème si différent de celui pour lequel ils ont été créés. On peut regretter que l'auteur n'ait pas développé davantage cette partie de sa thèse »<sup>17</sup>. Précisément, ce résultat ne sera retrouvé sur les marchés financiers que soixante-treize ans plus tard par Black et Scholes<sup>18</sup>, qui, à leur tour, utiliseront l'équation de diffusion de la chaleur pour évaluer le prix d'une option, et dont le modèle sera à l'origine de la théorie des options.

Mais on discerne bien, dans cette approche évaluatrice des options, l'imbrication qui existe entre loi de Gauss sur les rentabilités et capacité à donner un prix à l'instrument financier optionnel. En effet, financièrement, l'option elle-même est comprise comme une espérance mathématique de flux de revenus, concept traduit en termes probabilistes par une espérance mathématique de processus aléatoire. Comme l'équation de diffusion de la chaleur, reprise par Black et Scholes, présuppose remplies certaines conditions sur la forme du processus aléatoire utilisé dans la représentation probabiliste des variations boursières, conditions qui imposent la loi de Gauss<sup>19</sup>, on voit que la loi de Gauss va être sollicitée pour le calcul de cette espérance de flux de revenus. Et, en pratique, dans la formule qui donne le prix d'une option, apparaissent des termes qui décrivent des calculs de fonction de densité gaussienne. C'est dire que l'on ne pouvait concevoir, dans le début des années soixante-dix, de marché d'options, sans valider au moins implicitement le modèle de Bachelier-Osborne. Plus fondamentalement, la notion même d'évaluation quantifiée d'une option plongeait ses racines intellectuelles dans les processus de diffusion gaussiens. Autant dire que, récipro-

16. L. BACHELIER, *op. cit.*, p. 46.

17. Rapport de thèse de Henri Poincaré, Archives de l'université de Paris VI, pp. 175-176.

18. F. BLACK, M. SCHOLES, « The Pricing of Options and Corporate Liabilities », *Journal of Political Economy*, vol. 81, n° 3, mai-juin 1973, pp. 637-659.

19. Car on examine la sensibilité du prix de l'option aux variations de l'actif sous-jacent, sur lequel porte l'option. En particulier, il est nécessaire de pouvoir écrire la différentiabilité du prix de l'option en fonction du prix de l'actif sous-jacent et du temps. Cette différentiabilité utilise le calcul différentiel stochastique, et la formule de dérivation des variables aléatoires gaussiennes, appelée lemme de Itô. L'utilisation du lemme de Itô présuppose donc que les variables aléatoires soient gaussiennes.

quement, le rejet de ce modèle entraînait une incapacité à évaluer, et donc à couvrir, les options dont les volumes d'émission commençaient à augmenter exponentiellement sur les marchés financiers. Dès lors, il devenait nécessaire, voire vital pour l'activité financière elle-même, que la marche au hasard soit reconnue comme utilisable en première approximation pour modéliser les variations boursières. C'est ainsi que s'est solidifié le paradigme statistique-probabiliste en théorie financière. Il faudra le krach boursier d'octobre 1987, et le développement de la problématique prudentielle sur les marchés dérivés, ceci à l'échelle internationale, pour que l'on commence à réinterroger les fondements probabilistes du modèle de Bachelier-Osborne.

### ***La controverse sur la prévisibilité et le débat « tendance contre marche au hasard »***

#### *Avant l'utilisation de l'hypothèse de Bachelier : la recherche de la prévisibilité*

La théorie financière qui est en train de s'élaborer dans les années cinquante est donc une théorie dans laquelle la meilleure prévision du cours futur est constituée par le cours présent coté (caractère markovien de la marche au hasard). Cela revient à postuler qu'il n'est pas possible, même avec une gestion active de portefeuille, de réaliser un gain significativement meilleur que celui obtenu par la performance du marché lui-même sur longue période. Cette construction intellectuelle radicalement nouvelle et relativement provocante vient heurter les pratiques des professionnels des marchés, analystes financiers et analystes techniques pour lesquels il est possible de réaliser une performance supérieure à celle du marché lui-même, de « faire mieux que le marché », grâce à la détection, par des moyens appropriés, de mouvements de fonds, ou « tendances » (le terme de « tendance » contient cependant une ambiguïté statistique : selon l'échelle d'observation, la tendance pourra être haussière ou baissière. Cette ambiguïté ne sera pas levée pendant un certain temps, mais cela n'empêchera pas les analystes techniques de continuer à en parler, sans s'interroger sur la significativité des observations, ni sur la fiabilité des prévisions).

Dans un article de 1961, consacré à l'alternative tendance — marche au hasard, S. Alexander constate l'importance de cette opposition. Il écrit<sup>20</sup> : « Il existe une remarquable contradiction à propos des mouvements des cours, entre les conceptions des analystes professionnels travaillant sur les marchés, et celles des économistes et statisticiens universitaires. Les analystes professionnels agissent en croyant qu'il existe des faits objectifs provoquant des tendances réelles et reconnaissables, faits qui pourront permettre à un spéculateur de dégager un profit s'il sait les lire correctement ». Les partisans de l'existence de tendances appartiennent aussi bien à la communauté professionnelle des analystes financiers (appelés « fondamentalistes ») qu'à celle des analystes techniques. Ces derniers, dans les pays anglo-saxons,

20. S. S. ALEXANDER, « Price Movements in Speculative Markets: Trends or Random Walks », *Industrial Management Review*, vol. 2, mai 1961, pp. 7-26.

## SYSTÈME MONÉTAIRE ET MARCHÉS FINANCIERS

sont appelés *chartists* car ils utilisent, comme matériau d'analyse, des ensembles de graphiques : d'où leur nom, le mot anglais *chart* voulant dire « graphique ». Le principe de ces approches consiste à repérer sur des graphiques représentant les variations passées des cours, des figures codifiées supposées être annonciatrices de variations futures dont on peut alors connaître le sens et l'amplitude. Les analyses techniques pour la détection de tendances de marché s'appuient en général sur une théorie attribuée à Dow<sup>21</sup>.

Ces deux catégories d'analystes, quoique divergeant sur les méthodes à appliquer pour déterminer le sens des mouvements boursiers, s'accordent sur le postulat de l'existence d'élan de marché détectables, de prévisibilité de variations à venir. « Les deux principales écoles d'analystes professionnels, les fundamentalistes et les analystes techniques, sont d'accord sur ce postulat (capacité de prévisibilité). Ils diffèrent seulement sur les méthodes à suivre pour *obtenir une information avant d'autres* sur le marché »<sup>22</sup>. Le principe de cette capacité à prévoir l'évolution ultérieure du marché repose sur la connaissance d'une information spécifique, qui n'est donc pas entièrement reflétée par les cours cotés. « On considère que ces faits provoquent des tendances plutôt que des sauts instantanés, parce que la plupart de ceux qui traitent sur les marchés n'ont qu'une *connaissance imparfaite* (souligné par nous) de ces faits, et la tendance future des prix résultera d'une diffusion progressive de la conscience de ces faits à travers le marché. Ceux qui accèdent à la maîtrise de l'information critique avant les autres auront, en conséquence, des possibilités de gains résultant de cette connaissance précoce ». La question cruciale va donc être : où trouver cette information capable de permettre une bonne prévisibilité ?

Les analystes financiers classiques (ou « fundamentalistes ») la chercheront dans les résultats des sociétés, complétés par des considérations macroéconomiques et économétriques, rejoignant les modernes « économistes de marché » des salles des marchés des banques d'aujourd'hui, tandis que les analystes techniques (ou *chartists*) chercheront à capter des structures de mouvements, des invariances comportementales des fluctuations, sur le seul examen de la trajectoire passée des cours, supposant une sorte de détermination des mouvements du marché, fondée sur des facteurs, précisément, techniques (par exemple : le volume des transactions, les moyennes mobiles passées, des indicateurs de sur- ou sous-réaction des marchés, etc.). Quant aux économistes, c'est la question de la réalité des cycles lents et de leur pré-

21. Et également, parfois, à Elliott et à Gann. Moins que des « théories » au sens scientifique du terme, il s'agit plutôt de constructions empiriques qui utilisent des visions métaphysiques implicites comme justification de leurs approches. Par exemple, il est souvent fait référence, dans les manuels d'analyse technique, à une « harmonie structurelle de l'univers », à une vision holiste de la nature dans laquelle certains nombres, comme le nombre d'or, possèdent des propriétés particulières, que l'on peut exploiter pour la prévision sur les marchés. On trouve aussi des conceptions selon lesquelles « ce qui est en bas est comme ce qui est en haut », et donc que les variations boursières s'analysent comme enchevêtrement de grandes vagues, de vagues, et de vaguelettes, dont l'art consiste alors à déterminer le positionnement sur les hausses et les baisses. De manière résumée, on retrouve dans les fondements conceptuels de l'analyse technique, un certain nombre de principes empruntés à la numérogie et à la gnose pythagoricienne.

22. S. S. ALEXANDER, art. cité.

visibilité qui transparait ici. Pour certains d'entre eux, partisans de l'existence de cycles déterministes, l'analyse de ces cycles devait conduire à une bonne prévisibilité des mouvements ultérieurs. Les cycles sont, en ce sens, conçus de manière mécanique, et leur étude peut être entreprise de manière scientifique avec des outils mathématiques tels que la transformation de Fourier, qui analyse des séries chronologiques en en faisant apparaître les oscillations caractéristiques sur un diagramme de fréquences (ou spectre) pour en dégager une périodicité repérable. L'analyse spectrale des fluctuations boursières devait, selon cette démarche, permettre de capter, dans les spectres de fréquence, l'information recherchée pour la prévisibilité.

### *Les bouleversements induits par l'hypothèse de Bachelier*

#### *— La controverse avec les analystes techniques*

Il apparaît clairement que, dans cette perspective, l'hypothèse de Bachelier selon laquelle les variations boursières sont modélisables à partir de processus aléatoires de type « marche au hasard », vient en contradiction complète avec cette recherche. Elle vient heurter de manière frontale l'ensemble de la communauté professionnelle. Le choc le plus violent a surtout lieu avec le groupe social constitué par les praticiens de l'analyse technique. L'analyse technique graphique pose d'ailleurs un problème particulier, dans la mesure où l'on trouve, au fondement de ses hypothèses de travail, cette assertion selon laquelle toute l'information utile est contenue dans le cours coté ; c'est, pour les analystes techniques, la raison pour laquelle il est possible d'extraire de la série historique des cours passés une information permettant de construire une extrapolation efficace pour la prévision des cours futurs. Or cette hypothèse de reflet vrai de l'information utile est aussi celle qui est à l'origine de la formalisation des variations boursières au moyen de marches au hasard. Autrement dit, à partir d'un même postulat de représentativité de l'information par les cours, les universitaires et les analystes techniques arrivent à des conclusions opposées sur les manières d'utiliser cette information. Ceci n'est pas le moindre des paradoxes de la finance moderne, et accroît encore les oppositions entre universitaires et analystes techniques.

En fait, il s'agit de la question économique de la rationalité des anticipations, et de la signification que l'on donne aux anticipations des opérateurs sur les marchés. Dans les deux cas, on s'accorde à reconnaître au marché un statut de révélateur de l'information, mais la différence concerne la nature de cette information, et son interprétation. Selon la théorie financière classique, l'information contenue dans les cours concerne des éléments extérieurs au marché, de nature économique ou financière : les « causes naturelles » de Bachelier. Cette information passée n'est d'aucune utilité puisqu'elle renvoie à un équilibre futur déjà anticipé. Les seules sources de variabilité des marchés sont donc exogènes : c'est l'arrivée d'informations nouvelles, qui seront à leur tour intégrées dans le prix. Le prix reflétera alors un nouvel équilibre futur. On dit que les agents économiques ont des anticipations rationnelles : cette rationalité leur permet d'anticiper correctement le prix d'équilibre futur. D'où la position des universitaires.

## SYSTÈME MONÉTAIRE ET MARCHÉS FINANCIERS

Les analystes techniques *chartists*, quant à eux, n'ont pas cette conception du marché à l'équilibre. Pour eux, même si le prix reflète toute l'information, les fluctuations des marchés ne sont pas d'origine exclusivement exogène : il peut exister des facteurs endogènes (par exemple psychologiques), des phénomènes irrationnels d'emballlement des marchés, des mouvements de panique, ou de crise spéculative, dans lesquelles les fluctuations des cours peuvent conduire le marché en dehors de toute référence supposée « fondamentale ». Et ces sources endogènes de fluctuations importantes sont repérables dans le passé du marché : en faisant l'hypothèse de constance d'attitudes psychologiques des opérateurs, on pourra retrouver dans des configurations codées et cataloguées de mouvements de marché (les *charts*), des traces de ces comportements. En un sens, les mêmes causes produiront les mêmes effets, et, incidemment, de petites causes pourront produire de grands effets. Autrement dit, pour les analystes techniques, l'information contenue dans le passé du marché ne renvoie pas seulement à des éléments extérieurs au marché, mais aussi à des déterminants de comportements collectifs répétitifs. Pour eux, les anticipations ne sont donc pas rationnelles, au sens où l'entendent les économistes universitaires.

C'est cette différence de compréhension de la nature des anticipations, et donc des causes des fluctuations des marchés, qui représente une des raisons de cet affrontement entre universitaires et analystes techniques, et du paradoxe évoqué plus haut. En fait, pour les analystes techniques, les anticipations seraient plutôt auto-réalisatrices que rationnelles. Il faudra attendre les années quatre-vingt-dix pour voir poindre une possibilité de résolution de ce paradoxe avec l'émergence, dans la théorie financière, de modèles anticipatifs non rationnels au sens économique classique, qui décrivent des possibilités de comportements mimétiques conduisant à l'apparition de fluctuations endogènes. Mais, encore aujourd'hui, le conflit n'est pas complètement résorbé, en raison du caractère récent de ces modèles dans la littérature spécialisée, de la méconnaissance par les analystes techniques du corpus de la théorie financière, et de la non-intégration des modèles mimétiques à fluctuations endogènes dans les techniques d'évaluation des options ou de gestion des portefeuilles, qui reposent toujours sur des hypothèses d'équilibre à anticipations rationnelles.

### — *La controverse avec les gérants de portefeuille*

La querelle qui oppose les partisans des tendances à ceux de la marche au hasard dans la théorie financière est donc aussi ancienne que la théorie elle-même. La violence des débats est proportionnée aux enjeux des choix qui y sont liés. En effet, si l'hypothèse de Bachelier est exacte, alors il devient inutile de rechercher à réaliser une performance meilleure que celle du marché lui-même, et donc de conserver au sein des établissements financiers des équipes d'analystes, coûteuses en nombre de personnes et en moyens. Car, avec une approche gaussio-markovienne des marchés, l'écart théorique entre la performance d'un portefeuille géré activement, et un indice représentatif du marché, sera modélisable au moyen d'une variable aléatoire d'espérance nulle. Ceci ne veut pas dire que cet écart sera

constamment voisin de zéro, mais que, sur longue période, en supposant qu'un investisseur reste suffisamment longtemps sur le marché, la performance réelle qu'il aura obtenue convergera vers la performance théorique du marché, ceci en application du théorème central limite.

La violence de cette affirmation, issue en droite conséquence du modèle de Bachelier-Osborne et de la MV-efficiencé des marchés, conduisit les sociétés de gestion aux États-Unis à entreprendre, dans les années soixante, avec des collaborations universitaires, un très grand nombre de tests de performance de portefeuilles gérés activement, comparés aux performances des marchés représentés par des indices boursiers. Ce mouvement intellectuel fut à l'origine de la double naissance de l'industrie de la fabrication des indices boursiers (il y en avait très peu avant cette assertion), et de celle de la mesure de performance des portefeuilles gérés, vendue par des cabinets de consultants indépendants. Les résultats furent déroutants, confirmant en première approximation les conséquences de l'hypothèse de Bachelier sur l'impossibilité pour les gérants de portefeuilles d'obtenir une performance supérieure à celle du marché, sur une période suffisamment longue<sup>23</sup>. Pragmatiques, certaines sociétés de gestion américaines, à la suite de Wells Fargo, considérèrent alors que, dans ce cas, la meilleure attitude à observer était simplement de s'équiper des moyens informatiques et des bases de données nécessaires à la construction de portefeuilles MV-efficients, puis de laisser le temps passer.

Et, en pratique, la MV-efficiencé des marchés représente le fondement conceptuel de la gestion dite « indicielle passive » des portefeuilles, introduite aux États-Unis au moment où pénètre dans les milieux professionnels la théorie financière. « Indicielle » voulant dire que l'on reproduit exactement un indice de marché par un portefeuille composé des mêmes valeurs, sans s'écarter de la structure de l'indice. Ou bien (forme voisine) que l'on reproduit l'évolution dans le temps de cet indice, au moyen de titres choisis pour leur comportement corrélé à celui de l'indice. « Passive » signifiant, précisément, gérée en l'absence de gérant et d'analyste, sans utiliser de prévisions d'aucune sorte (et surtout pas les analyses techniques). Ce fut le début de l'industrie de la gestion indicielle aux États-Unis, qui représente aujourd'hui trente pour cent du total des gestions d'actions dans les fonds de pension. Émergea ainsi, parallèlement à une pratique professionnelle de l'analyse technique, une autre pratique professionnelle, appliquant les principes de la théorie financière, pratique appelée « quantitative », car mettant en œuvre des modèles de gestion quantifiés. On trouva alors dans les mêmes établissements bancaires ou financiers, des opérateurs de salle de marché qui utilisaient l'analyse technique, et des gestionnaires quantitatifs qui la réfutaient. Ce qui ne réconcilia pas pour autant les universitaires avec les analystes techniques.

23. J. L. TREYNOR, « How to Rate Management of Investment Funds », *Harvard Business Review*, vol. 43, janvier-février 1965, pp. 63-75. W. F. SHARPE, « Mutual Fund Performance », *Journal of Business*, vol. 39 (supplément), janvier 1966, pp. 119-138. M. C. JENSEN, « The Performance of Mutual Funds in the Period 1945-1964 », *Journal of Finance*, vol. 23, mai 1968, pp. 389-416, et discussion pp. 417-419, « Risk, the Pricing of Capital Assets, and the Evaluation of Investment Portfolios », *Journal of Business*, vol. 42, avril 1969, pp. 167-247.

## SYSTÈME MONÉTAIRE ET MARCHÉS FINANCIERS

### *Établissement d'un statu quo temporaire*

Au début des années soixante, l'affrontement entre les tenants de l'une et l'autre hypothèse est tel que, rapidement, les communautés en viennent à s'ignorer respectivement. Il est alors d'usage, pour un universitaire, de disqualifier les analystes techniques, considérant l'analyse technique comme une sorte de néo-gnose numérolologique, tandis que les analystes techniques estiment les universitaires égarés dans leurs constructions intellectuelles sans rapport avec le marché réel. Dans un article de 1962, consacré à ce débat, Paul Cootner n'hésite pas à écrire<sup>24</sup> : « Le sujet qui constitue la matière de cet article est obligatoirement considéré comme une *hérésie* (souligné par nous). Je peux dire cela sans tergiversation, car quels que soient les points de vue émis par quelqu'un sur ce sujet, il est certain qu'ils entreront en conflit avec des croyances profondément enracinées chez quelqu'un d'autre ». Pour essayer de concilier ces points de vue apparemment si contradictoires, Cootner propose une troisième approche, dans laquelle la présence d'imperfections vient contrarier la bonne transmission de l'information par les prix, autorisant des interventions actives sur les marchés.

En fait, la question posée est celle de la compatibilité de la présence de mouvements de marché qui semblent présenter des configurations particulières aisément repérables, appelées « tendances » par les analystes techniques, avec le postulat de la marche au hasard. Ou bien, version des analystes financiers, de la possibilité de concilier une prévisibilité de dividende boursier, donc de rentabilité à venir, avec une imprévisibilité de nature correspondant à un accroissement de cours obtenu par tirage aléatoire gaussien. Finalement, existe-t-il des situations de marché compatibles avec l'hypothèse de marche au hasard, ceci malgré la présence d'appareils « élans » de marché ?

Comme on l'a vu, en l'absence d'un développement théorique, qui n'existait pas encore, sur la nature des anticipations et l'extension de la rationalité classique des économistes aux comportements mimétiques générateurs de fluctuations endogènes des marchés, la réflexion ne pouvait pas progresser. On arrive à une situation de compromis avec Fama, dans un article publié en 1965<sup>25</sup>. Dans une vue générale sur le comportement des marchés boursiers, passant en revue la plupart des travaux réalisés sur cette question, et effectuant lui-même des tests sur les actions composant l'indice Dow-Jones, Fama fait remarquer que, en général, sur les données observées, les tests ne conduisent pas à des résultats significatifs d'interdépendance. Il conclut alors : « En pratique, on ne peut probablement pas espérer trouver des séries chronologiques caractérisées par une indépendance parfaite. Aussi, à strictement parler, la théorie de la marche au hasard ne peut pas représenter une description complètement fidèle de la réalité. Cependant, à des fins pratiques, on peut vouloir accepter l'hypothèse d'indépendance du modèle, tant que la dépendance des variations successives des cours ne

24. P. A. COOTNER, « Stock Prices : Random vs Systematic Changes », *Industrial Management Review*, vol. 3, Spring 1962, pp. 24-45.

25. E. F. FAMA, « The Behavior of Stock Market Prices », *Journal of Business*, vol. 38, 1965, pp. 34-105.

dépasse pas un certain « niveau minimum acceptable ». La question est donc celle de la définition de ce « niveau minimum acceptable » de dépendance, qui ne contrevient pas aux hypothèses du modèle de Bachelier-Osborne.

En résumé, en 1965, on considère qu'il peut exister une faible interdépendance des accroissements des cours, une sorte de « mémoire courte » du marché, mais que ce type d'auto-corrélation ne remet pas en question l'hypothèse de la marche au hasard. Les vrais problèmes apparaîtront plus tard, avec le développement de l'économétrie des séries temporelles et des outils probabilistes issus de la géométrie fractale, qui, grâce à de nouvelles approches plus puissantes des données des marchés, grâce aussi à un plus grand nombre de données disponibles, joint à une augmentation des capacités de calcul et de traitement des données de haute fréquence (les variations boursières analysées minute par minute), feront apparaître des phénomènes de « mémoire longue », ou « mémoire infinie » sur les marchés. Mais, en l'absence de cet appareillage technique, ces phénomènes ne sont pas observables dans les années soixante. Ainsi, pour cette époque, le modèle de Bachelier-Osborne constitue en ce sens (mémoire courte) une bonne approximation de la réalité observée.

Finalement, vers le milieu des années soixante, il est désormais admis que, même si le marché ne présente pas toutes les caractéristiques nécessaires à la validation du modèle de Bachelier-Osborne, ce modèle peut être considéré, en première approximation, comme une bonne représentation de la réalité comportementale des bourses. Le débat sur la prévisibilité semble donc clos, laissant face à face deux conceptions à peu près irréconciliables.

### ***La construction a posteriori du concept d'efficience informationnelle des marchés***

A la suite de cette accumulation de résultats statistiques tendant à valider l'hypothèse de marche au hasard, il s'agit alors de rendre compte de l'origine de cette observation. Autrement dit, il s'agit de passer d'une perspective analytique-descriptive des marchés boursiers à une perspective explicative de leur comportement observé. Cela sera fait avec l'introduction du concept d'efficience informationnelle des marchés.

On a vu que la notion d'information véhiculée dans les cours était contenue implicitement dans le modèle de marche au hasard de Bachelier-Osborne. Les premières tentatives de justification économique *a posteriori* de ce qui apparaissait comme un résultat statistique expérimental validé, utilisaient le concept d'arrivée aléatoire d'éléments d'information sur le marché, qui transmettait immédiatement cette information nouvelle dans les prix. Cette idée va être reprise puis développée par la suite. Par exemple, en 1962, on trouve dans un article de Cootner : « La bourse est un marché bien organisé et fortement concurrentiel. Supposons, en pratique, que c'est un *marché parfait* » (souligné par nous). Alors, dans ce cas, « les seules variations des prix qui apparaissent sont celles qui résultent d'une information nouvelle. Comme il n'y a pas de raison de supposer que l'apparition de cette information n'est pas aléatoire, les changements de prix d'un titre, d'une

## SYSTÈME MONÉTAIRE ET MARCHÉS FINANCIERS

période à une autre, devraient être des mouvements aléatoires, statistiquement indépendants les uns des autres »<sup>26</sup>. L'essentiel est dit dans cette proposition, qui sera reprise et formalisée plus rigoureusement par la suite. La bonne transmission de l'information va être associée au concept de « marché parfait » du 19<sup>e</sup> siècle, concept qui va ainsi être réactualisé avec l'introduction de l'économie de l'information. L'efficacité d'un marché sera alors sa capacité à permettre une bonne transmission de l'information par les prix, et l'on parlera d'efficacité informationnelle des marchés : le marché sera efficace dans l'ordre de la transmission de l'information.

Fama en donne la définition suivante, généralement considérée comme approche de base de l'efficacité informationnelle<sup>27</sup> : « Un marché boursier est dit « efficace » s'il reflète avec précision, dans son évolution temporelle, toute l'information disponible considérée comme pertinente, dans la détermination du cours de l'actif coté ». On en donne également une définition plus complète faisant intervenir la notion d'anticipation rationnelle. Un marché boursier est dit « efficace » si ses intervenants ont tous des anticipations rationnelles, c'est-à-dire incorporant parfaitement l'information nouvellement reçue, permettant la meilleure allocation possible des ressources disponibles, et conduisant à la formation d'un « prix d'équilibre ». On voit que le concept d'anticipation rationnelle est relié à celui d'efficacité dans la mesure où la rationalité de l'anticipation correspond à la pleine incorporation de l'information nouvelle.

On retrouve cette idée selon laquelle, idéalement, les prix doivent fournir tous les signaux nécessaires à la prise de décision (investissement ou désinvestissement) : « Nous devons regarder le système de prix comme un mécanisme pour communiquer l'information si nous voulons comprendre sa fonction réelle... Par une sorte de symbole, seulement l'information la plus essentielle est transmise »<sup>28</sup>. Est-ce bien le cas ? Ceci conduit à « s'interroger sur la nature des informations qui sont véhiculées par les prix : s'agit-il d'informations reflétant les perspectives de développement à long terme des activités concernées, d'informations tournées vers les évolutions de court ou très court terme, ou d'informations sans rapport avec les réalités productives sous-jacentes ? ». Dit autrement : les marchés financiers ont-ils la capacité de « fournir à l'économie des signaux autorisant une gestion efficace, c'est-à-dire sans gaspillage, de ses ressources rares »<sup>29</sup> ? les prix cotés sur les marchés, qui se forment sous l'effet de la rencontre entre vendeurs et acheteurs, « expriment-ils de manière satisfaisante les contraintes propres aux activités de production et d'échange, ou sont-ils les produits d'une psychologie de masse partiellement, voire totalement, déconnectée de ces réalités »<sup>30</sup> ? On voit que c'est la théorie des marchés efficaces qui permet de répondre à ces

26. P. A. COOTNER, art. cité, p. 25.

27. E. F. FAMA, « Efficient Capital Market : A Review of Theory and Empirical Work », *Journal of Finance*, vol. 25, mai 1970, pp. 383-417, et discussion pp. 418-423.

28. F. HAYEK, « The Use of Knowledge in Society », *American Economic Review*, vol. 35, 1945, pp. 519-530. Citation pp. 526-527.

29. A. ORLÉAN, « Comportements mimétiques et diversité des opinions sur les marchés financiers », dans *Théorie économique et crise des marchés financiers*, Paris, Economica, 1989, pp. 45-65.

30. *Ibid.*, p. 45.

questions. Bien qu'il faille ensuite compléter les définitions précédentes avec ce que l'on entend par information « disponible » et « pertinente », la formulation de Fama définit complètement l'efficacité d'un marché.

Il revenait à Samuelson et Mandelbrot de formaliser complètement cette hypothèse, en lui donnant des fondements probabilistes rigoureux et une justification économique précise. Dans leurs articles de 1965 et 1966<sup>31</sup>, utilisant les modèles probabilistes de martingale<sup>32</sup>, qui sont des généralisations de la marche au hasard, ils ont montré précisément que si l'information arrive de manière imprévisible sur le marché, alors il est possible de modéliser les variations des prix actualisés des actifs financiers (la « valeur actuelle » des financiers) comme les résultats successifs de tirages aléatoires indépendants : les prix actualisés des actifs suivent des martingales<sup>33</sup>.

C'est une étape importante dans l'évolution conceptuelle de la théorie financière. On introduit en finance les modèles de martingale, et l'efficacité des marchés devient ainsi étroitement associée aux modèles de martingales<sup>34</sup>. Dès lors, une composante décisive de la modélisation des variations boursières va être le terme aléatoire contenu dans les équations des modèles, leur cœur probabiliste. Les équations représentant les variations des rentabilités seront des équations différentielles stochastiques, à l'instar de ce qui était déjà amplement utilisé en physique.

Il est particulièrement intéressant de remarquer que cette élaboration formelle d'une théorie économique explicative ne survient qu'après les mises en évidence expérimentales statistiques. Et donc d'apprécier l'importance de ces résultats dans les formulations qui vont alors être construites. Car, si de nouveaux résultats statistiques venaient contredire les précédents, il serait alors nécessaire de reconsidérer jusqu'aux fondements de la théorie elle-même. En d'autres termes, cela revient à dire que, en raison de son origine intellectuelle, l'on ne pourra pas séparer la théorie de l'efficacité des marchés de son socle probabiliste. Avec ce soubassement probabiliste, cette théorie acquiert une capacité de vérification expérimentale et donc de réfutabilité (ce qui la rend « scientifique » au sens de Popper).

En effet, le postulat de représentativité informationnelle des prix cotés n'est pas, en tant que tel, vérifiable expérimentalement. Pour savoir si le prix coté correspond au prix d'équilibre théorique, celui que les opérateurs sont

31. P. A. SAMUELSON, « Proof that Properly Anticipated Prices Fluctuate Randomly », *Industrial Management Review*, vol. 6, n° 2, 1965, pp. 41-49. B. MANDELBROT, « Forecast of Future Prices, Unbiased Markets and Martingale Models », *Journal of Business*, vol. 39, janvier 1966, pp. 242-255.

32. Martingale : au sens probabiliste du terme. Il est à noter que, par une facétie de vocabulaire, ce que l'on appelle une « martingale » en probabilité n'a que peu de rapport avec le même mot utilisé par les joueurs pour désigner une stratégie systématiquement gagnante fondée sur des observations de coups passés. C'est, en fait, le contraire, la martingale étant un processus aléatoire dans lequel la meilleure prévision du prix futur est le prix présent.

33. Si les anticipations des investisseurs sont rationnelles, alors le prix futur anticipé de l'actif est égal à l'espérance mathématique du prix futur, conditionnellement à un ensemble d'informations passées à la période présente. En écrivant le prix présent comme actualisation du prix anticipé futur, on obtient alors une martingale sur le prix futur actualisé.

34. Voir par exemple : S. LEROY, « Efficient Capital Markets and Martingales », *Journal of Economic Literature*, vol. 27, déc. 1989, pp. 1583-1621 : article de synthèse sur les modèles de martingales et leur relation avec la théorie des marchés efficients.

## SYSTÈME MONÉTAIRE ET MARCHÉS FINANCIERS

supposés anticiper rationnellement, et donc si le marché est bien informationnellement efficient, il faut adjoindre à ce postulat une précision complémentaire sur la manière dont on conçoit cette représentativité. Il faut la définir et la mesurer. L'objectif de définition conduit à s'interroger sur la nature de l'information, celui de la mesure, sur l'instrument approprié. C'est alors que l'on a introduit, pour tester cette hypothèse, l'opérateur « espérance mathématique conditionnelle » entre la rentabilité d'un portefeuille réel et la rentabilité du marché lui-même, défini comme étant à l'équilibre. L'opérateur « espérance mathématique » permet la mesure, tandis que la précision « conditionnelle » renvoie à l'objet mesuré, et permet de tester l'hypothèse d'efficience : la conditionnalité signifie que l'espérance mathématique de l'écart de rentabilité entre le portefeuille et le marché se conçoit conditionnellement à un ensemble d'informations passées.

L'étape intellectuelle suivante est donc naturellement la précision du contenu de cet ensemble d'informations. Dans la définition de Fama, l'information qui doit être reflétée dans le prix est présentée comme étant celle qui est « disponible » et « pertinente ». Comment caractériser cette disponibilité et cette pertinence ? On est alors conduit à définir trois types, ou niveaux, d'information, correspondant à trois formes d'efficience informationnelle : faible, semi-forte, forte<sup>35</sup>. L'information correspondant à l'efficience faible est composée de l'ensemble des cours passés du marché (les trajectoires), et d'eux seuls. La forme faible de l'efficience exclut donc l'utilisation de l'analyse technique, qui devient non efficace pour réaliser des gains supérieurs à ceux du marché. On retrouve ici la source du conflit avec les analystes techniques et les opérateurs des salles de marché. L'information correspondant à la forme semi-forte de l'efficience est constituée par l'ensemble précédent, augmenté des éléments financiers des entreprises. La forme semi-forte de l'efficience exclut donc, de plus, l'analyse financière classique, pour l'obtention de gains supérieurs à ceux du marché. On retrouve là la source du conflit avec les analystes financiers et les bureaux d'études économiques des banques. Enfin, la forme forte de l'efficience, qui inclut les deux ensembles d'informations précédents, s'intéresse de plus à l'existence d'informations privilégiées, non nécessairement publiques, par exemple les prévisions auxquelles ont accès les gérants professionnels de fonds de pension, par opposition au grand public. Dans un marché fortement efficient, aucun intervenant, même privilégié, ne peut réaliser durablement des gains supérieurs à ceux du marché. On retrouve ici la source du conflit avec les gérants de portefeuilles d'actifs de type classique, c'est-à-dire qui passent une grande partie de leur temps à rechercher et à choisir des titres dont ils estiment qu'ils auront une bonne rentabilité, et à conjecturer l'évolution future du marché. Cette partition de l'information en trois catégories distinctes (bien qu'incluses l'une dans l'autre), tout en apparaissant réductrice, permet de définir trois champs d'investigation du concept d'efficience, et donc, précisément, de tester l'efficience. Dans les trois cas, l'écart entre la rentabilité du portefeuille et celle du marché doit être une variable aléatoire d'espérance nulle. Le concept d'efficience devient ainsi précisé par la nature de l'information choisie comme « disponible et pertinente ».

35. E. F. FAMA, « Efficient Capital Market... », art. cité.

D'autre part, l'introduction de l'opérateur « espérance mathématique » conduit à donner un rôle essentiel au concept de « valeur moyenne », puisque la réfutabilité de l'efficacité dépendra de la réponse donnée à l'existence ou non d'un « gain moyen », ou écart moyen entre le portefeuille et le marché. L'on sait que l'utilisation simple de la moyenne suppose l'existence de la variance. Cette existence permet d'appliquer une loi des grands nombres, qui assurera, en finance théorique, la convergence des rentabilités réelles du portefeuille vers la rentabilité théorique du marché, convergence qui garantira donc l'efficacité. Il doit y avoir compensation entre les gains (sur-performance par rapport au marché) et les pertes (contre-performance par rapport au marché), compensation qui conduit à un retour de la rentabilité du portefeuille vers celle du marché.

Mais tout dépend, dans cette vérification, de la vitesse de convergence des moyennes empiriques successives (les rentabilités successives du portefeuille) vers l'espérance mathématique. Car, avec une convergence lente, on peut être amené à observer des gains réels sur une période de durée moyenne (environ un an), et ainsi à rejeter l'efficacité si l'on présuppose une durée plus courte de la compensation. Un théorème de convergence est donc également nécessaire pour définir une durée de retour à la rentabilité du marché, soit rendre l'efficacité réfutable au sens de Popper, c'est-à-dire scientifique. Il y a là un deuxième niveau de réduction du concept d'efficacité, dont la scientificité s'acquiert chèrement, au prix d'une perte de généralité. Car les théorèmes de convergence qui assurent de « bonnes » propriétés statistiques aux estimateurs de la moyenne sont également très contraignants sur la forme des lois de probabilités des variables aléatoires. Autrement dit, l'efficacité est, de ce fait, une seconde fois restreinte par les caractéristiques spécifiques des lois de probabilité retenues. L'efficacité est, et sera toujours, un concept intermédiaire : on ne pourra parler d'efficacité qu'à travers un modèle de fonctionnement des prix, un système probabiliste représentatif des variations boursières.

Ainsi, la restriction de l'efficacité correspond à un accroissement de la précision sur la description du cadre statistique dans lequel évolue le marché. Cette projection probabiliste de l'efficacité apparaît dans la terminologie usitée, qui exprime, en amont du concept, le cadre dans lequel il va être pensé. Avec une approche classique, de type Bachelier-Osborne, qui utilise l'espérance mathématique et la variance comme paramètres essentiels de l'efficacité, on parlera d'efficacité en moyenne-variance (MV-efficacité), car cela exprime une propriété d'efficacité, perçue à travers un prisme probabiliste gaussien. La MV-efficacité, ou efficacité issue du modèle de Bachelier-Osborne, est, en fin de compte, une efficacité gaussienne<sup>36</sup>.

Cette projection de l'efficacité selon une direction d'observation privilégiée entraîne comme conséquence une incapacité à tester isolément l'efficacité elle-même ; les tests d'efficacité seront toujours des tests joints : sur

36. Un développement plus important, décrivant avec davantage de précision l'articulation entre efficacité, efficacité gaussienne et loi de probabilité marginale, est proposé dans C. WALTER, *Les structures du hasard en économie, efficacité des marchés, lois stables, et processus fractals*, thèse de doctorat, Académie de Paris. Institut Études Politiques, 1994.

## SYSTÈME MONÉTAIRE ET MARCHÉS FINANCIERS

le modèle et sur la loi de probabilité. On voit dès lors émerger tout l'enjeu contenu dans les tests statistiques de caractérisation analytique des propriétés comportementales des marchés. Tests qui porteront, en fait, et précisément pour ces raisons, sur le processus stochastique formalisant la composante d'aléa des modèles. Et les formalisations du hasard qui seront retenues pour le terme d'aléa conduiront simultanément à fixer de façon probabiliste une acception de l'efficience informationnelle. Cette imbrication entre efficience et loi de probabilité est bien souvent l'objet de contresens et d'erreurs, conduisant à rejeter l'efficience là où il n'y a que mauvaise spécification du processus stochastique<sup>37</sup>. Mais l'efficience n'est pas identiquement associée à un seul type de processus stochastique. Au contraire, une fois admis le postulat de marche au hasard, la question est ouverte du choix de la forme du hasard : cette forme est l'objet de la seconde grande controverse qui traverse l'histoire de la théorie financière.

### ***La première efficience informationnelle : la somme d'un « nombre infini de facteurs » et la controverse sur la normalité des distributions empiriques***

#### *Le choix initial de la loi de Gauss et ses conséquences*

Évoquant les variations boursières, Bachelier écrivait que « la détermination de ces mouvements se subordonne à un nombre infini de facteurs ». Il s'agit là de la question de la somme des petits aléas, qui conduit, pour Bachelier, à l'obtention de la loi normale comme loi de probabilité limite. D'un point de vue financier moderne, en supposant que la seule source de variabilité des marchés est exogène et provient de l'arrivée aléatoire d'éléments (ou chocs) d'information non prévisibles (conformité à l'équilibre à anticipations rationnelles), les petits aléas, le « nombre infini de facteurs » de Bachelier, sont ces chocs d'information exogène que les prix doivent adéquatement refléter. L'amplitude des variations de cours ne résultant que des chocs exogènes d'information, cette amplitude est calibrée par la loi de probabilité choisie. Le choix d'une loi de probabilité pour le terme d'aléa est donc fondamental : outre qu'elle exprime une vue particulière sur la nature de la réalité (les chocs), c'est la densité de cette loi qui produit et mesure la variabilité (et donc le risque) des actifs financiers. Le choix gaussien signifie que les petits aléas ne sont pas trop dispersés<sup>38</sup>. Cette condition revient à faire une hypothèse forte sur la nature des chocs d'information. En effet, la loi de Gauss est une loi de probabilité pour laquelle il existe surtout des variations homogènes moyennes, sans que l'une contribue plus que l'autre au résultat final. Cela revient à considérer que les chocs aléatoires d'information sont homogènes et non hiérarchisés, ce qui signifie qu'aucun événe-

37. On parlera alors de « non-efficience » des marchés, évoquant un certain nombre d'anomalies (bulles spéculatives, etc.), sans voir que ces anomalies sont des anomalies de mesure par rapport à une jauge initialement gaussienne. La question de l'acceptation ou non de l'efficience est plus complexe que celle de la mise en évidence expérimentale d'anomalies de mesure.

38. Cf. n. 5 : les aléas doivent être carré-intégrables.

ment n'est plus significatif qu'un autre, aucune information n'a plus d'effet, en moyenne, qu'une autre. Il n'existe pas d'événement singulier : il n'y a que des événements moyens.

En sorte que les variations boursières pourront être caractérisées complètement par les deux paramètres (les deux moments) de la loi normale : le moment d'ordre un, ou « espérance mathématique » (qui fournit la rentabilité attendue de l'actif) et le moment d'ordre deux, ou « variance » (qui exprime le risque d'obtenir une rentabilité différente). En pratique, les opérateurs utilisent l'écart-type appelé, dans le jargon des marchés, la « volatilité » : lorsque l'on parle de « volatilité » d'un marché, il s'agit toujours de l'écart-type de la distribution normale. En utilisant de manière opérationnelle une quantité comme la volatilité, qui fait référence à la loi normale, on suppose que cette quantité observable (la variance calculée) correspond à une valeur théorique réelle, inobservable (la variance théorique), mais que l'on peut estimer au moyen de méthodes statistiques adaptées. On fait ainsi explicitement l'hypothèse que cette valeur théorique, appelée variance marginale, existe<sup>39</sup>. La théorie des probabilités nous enseigne que, dans ce cas, avec une loi normale, la répartition des moyennes empiriques successives d'une suite d'événements répétés (processus « stationnaire ») est gaussienne<sup>40</sup>. Bachelier, suivi par Cootner, applique le théorème central limite et utilise la normalité asymptotique des sommes partielles : « le niveau des prix des actions décrira [...] ce que les statisticiens appellent une marche au hasard, et les physiciens un mouvement brownien. [...] Si la série suivait une marche au hasard, les distributions des variations des prix sur des périodes de plus en plus longues deviendraient de plus en plus normales au fur et à mesure que le théorème central limite deviendrait de plus en plus applicable »<sup>41</sup>. Les formalisations du hasard seront réalisées avec des modèles quadratiques gaussiens, appelés « martingales de carré-intégrable » (existence des variances marginales). Les martingales de carré-intégrable représentent actuellement le modèle dominant en formalisation stochastique des instruments financiers. Ces techniques sont relativement complexes mais cependant très utilisées dans

39. Les fluctuations des estimations de la volatilité, qui peut varier de plusieurs ordres de grandeur (par exemple de 5 % à 50 % sur un même marché selon les périodes d'estimation), ont posé aux communautés professionnelles et scientifiques de nombreux problèmes. Il faudra attendre les formalisations des années quatre-vingt, avec l'introduction des spécifications sur les comportements des résidus, au moyen des paramétrisations ARCH (processus aléatoire à perturbation Auto-Régressive Conditionnellement Hétéroscédastique) pour faire disparaître la confusion qui existait sur les marchés entre variance marginale-historique et variance conditionnelle-instantanée. En effet, même si les valeurs théoriques non dépendantes du temps (historiques), ou marginales, sont infinies, les valeurs réelles observées à un moment donné (instantanées), ou conditionnelles, peuvent exister. Les paramétrisations ARCH ont permis d'évaluer le biais introduit dans les modèles financiers lorsqu'on remplaçait une grandeur marginale par son équivalent conditionnel, et de renouveler la problématique liée aux fluctuations de la volatilité gaussienne.

40. Il s'agit de la normalité asymptotique des sommes partielles, problème probabiliste connu sous le nom de « convergence des moyennes ». C'est une autre manière de retrouver la question des petits aléas de Gauss.

41. P. A. COOTNER, art. cité, p. 30.

## SYSTÈME MONÉTAIRE ET MARCHÉS FINANCIERS

la pratique des marchés, par exemple dans les approches modernes de l'évaluation des options<sup>42</sup>.

L'utilisation de la loi de Laplace-Gauss entraîne pour conséquence importante la limitation du nombre de grandes variations des marchés, dans la mesure où l'amplitude de ces variations, leur variabilité instantanée, est calibrée, et restreinte, par la variance de la densité gaussienne. L'univers probabiliste gaussien est un univers lisse, sans fractures, sans ruptures, dans lequel le « hasard », la survenance d'événements imprévus, est comme domestiqué. Dans cet univers probabiliste, il n'existe pas d'événements rares, correspondant par exemple à un krach boursier. Leur amplitude serait trop forte en regard des autres variations, par rapport aux valeurs qui peuvent être prises avec une densité gaussienne. Aussi, avec le choix de cette loi de probabilité, c'est la variabilité instantanée des marchés qui devenait contrainte.

Aussi, dès son origine, le modèle de marche au hasard, en raison de ses choix probabilistes, limitait les capacités de variabilité des bourses. Et le concept d'efficience informationnelle s'est donc trouvé associé, à sa naissance, avec la distribution gaussienne. Le problème de cette réduction gaussienne des variations des prix vient de ce que, à la différence du statisticien, les investisseurs ne peuvent, eux, faire abstraction des grandes fluctuations, qui sont à l'origine des grandes pertes (ou des grands gains).

On a vu comment le concept d'efficience était pensé à l'aide d'hypothèses probabilistes. Fama, dans son article de synthèse consacré à l'efficience des marchés<sup>43</sup> avait fait remarquer cette double limitation probabiliste de l'efficience : première limitation avec l'introduction de l'opérateur « espérance mathématique » comme moyen permettant de rendre le concept vérifiable empiriquement ; seconde limitation par la restriction de l'efficience avec le moment d'ordre deux, la variance, qui définissait une condition sur la durée de retour de la rentabilité du portefeuille vers celle du marché. Il avait insisté sur le fait que l'efficience en tant que concept n'est pas identiquement liée à une loi de probabilité déterminée. Cette association entre efficience et loi de probabilité répond seulement à la nécessité de rendre le concept réfutable, de le transformer en énoncé scientifique. Mais le choix de cette loi est laissé à la libre initiative de chacun.

Fama avait nettement séparé la définition de l'efficience du choix de la loi de probabilité, et en particulier de sa restriction gaussienne. Cette restriction gaussienne était cependant utile pour définir une durée théorique de retour de la rentabilité du portefeuille réel vers celle du marché. Mais il avait montré que, la propriété d'efficience n'étant pas liée à une loi de probabilité particulière, il serait formellement possible de définir d'autres formes d'efficience informationnelle, non réduites par les modèles quadratiques gaussiens. Cela conduirait alors à réinterpréter les résultats des tests d'efficience dans la mesure où l'allongement des durées de retour pourrait entraîner une

42. Par exemple, J. M. HARRISON, D. KREPS, « Martingales and Arbitrage in Multiperiod Securities Markets », *Journal of Economic Theory*, vol. 20, n° 3, juin 1979, pp. 381-408. Les formalisations de Harrison-Kreps, suivies par celles de Harrison-Pliska, marquent le début de la reconstruction de la théorie des options dans une perspective probabiliste entièrement nouvelle.

43. E. F. FAMA, « Efficient Capital Market... », art. cité.

acceptation de l'efficacité là où une loi de Gauss, à durée de retour courte, signifiait son rejet.

Cette question théorique avait de grandes conséquences pratiques : si l'écart entre la rentabilité réelle d'un portefeuille géré activement, et la rentabilité du marché, est une variable aléatoire d'espérance nulle, mais sans variance, alors il pourra apparaître des situations de sur-performance significative du portefeuille par rapport au marché, à travers des mouvements amples de hausse ou de baisse, grandes variations dont l'amplitude est incompatible avec l'existence d'une variance marginale finie constante. L'absence de variance, ou une variance infinie, ne contreviendrait pas sur longue période à un retour de la rentabilité du portefeuille vers celle du marché, et donc à l'efficacité du marché, mais c'est le concept même de « longue période » qui changerait, car la convergence ne se réaliserait plus à une vitesse suffisante. Dans ce cas, une gestion active de portefeuille pourrait à nouveau se justifier. Les options conceptuelles avaient donc des conséquences importantes pour les types de gestion de portefeuille, et l'organisation même des sociétés de gestion et des processus d'investissement. En effet, avec une vision gaussienne de l'efficacité, la structure initiale, appelée « stratégique », du portefeuille, acquerrait une importance capitale puisque les modifications ultérieures de sa composition, appelées « tactiques », ne pouvaient pas durablement avoir d'impact sur la performance finale. Tandis que, avec une efficacité non gaussienne, il pouvait exister des sources non négligeables de performance, résultant des modifications tactiques de la composition du portefeuille stratégique. Le poids organisationnel accordé aux étapes stratégiques et tactiques de la composition des portefeuilles, au travers des comités d'investissement, était donc directement dépendant d'une conception intellectuelle amont du type d'efficacité du marché<sup>44</sup>.

#### *La controverse sur la normalité des distributions observées et le modèle de Mandelbrot*

Les tests de normalité se trouvent au centre de cette problématique. L'observation d'un grand nombre d'anomalies de mesure par rapport aux hypothèses gaussiennes fut à l'origine d'un débat sur le choix de la loi de probabilité marginale régissant les variations des cours, débat qui fut presque aussi passionné que celui qui avait opposé les partisans des tendances à ceux de la marche au hasard. Ce fut la question de la non-normalité des distributions empiriques des rentabilités boursières, et du choix éventuel de lois de probabilités non normales pour caractériser les variations comportementales des marchés. En effet, Cootner, puis d'autres auteurs, avaient noté que les distributions empiriques des rentabilités observées réellement

44. On distingue dans les pays anglo-saxons, selon les établissements de gestion de fonds, deux types d'approche des processus d'investissement : les approches dites *top-down*, accordant plus d'importance aux compositions stratégiques des portefeuilles par grandes classes d'actifs (actions, obligations, devises, pays etc.), et les approches dites *bottom-up* qui se concentrent plutôt sur les modifications tactiques et les choix de titres. La coexistence de ces deux approches illustre l'absence de consensus sur la MV-efficacité des marchés et les réticences instinctives de certaines sociétés de gestion devant l'hypothèse gaussienne.

## SYSTÈME MONÉTAIRE ET MARCHÉS FINANCIERS

sur les marchés s'écartaient de la distribution normale. Cet écart était produit par l'existence d'un nombre trop élevé de grandes variations et d'un trop petit nombre de variations moyennes par rapport à la quantité théorique prévue par la densité gaussienne. Cet effet de non-ajustement des courbes empiriques aux courbes théoriques, qui fait apparaître des formes en cloche plus pointues que les cloches gaussiennes, avec des queues de distribution plus épaisses et plus étirées, est connu sous le nom d'effet leptokurtique (du grec « kurtosis » : courbure). La trop grande leptokurticité des distributions empiriques des variations boursières représente un obstacle sérieux à des ajustements gaussiens. Cette non-normalité devait-elle signifier le rejet de la marche au hasard ? Pour Cootner, la leptokurticité des variations boursières impliquait le rejet de la marche au hasard, réduite à une marche au hasard gaussienne. Tandis que, pour Fama, il était possible de considérer une efficacité sans restriction gaussienne. On voit que la question était liée au choix de la loi de probabilité.

Elle fut ouverte à l'initiative de Benoît Mandelbrot, en 1962, qui proposa de remplacer la loi de Gauss par l'utilisation des lois de probabilités stables à variance marginale infinie de Paul Lévy<sup>45</sup>. Cela revenait à abandonner une hypothèse importante des modèles financiers : la carré-intégrabilité des aléas à l'origine des fluctuations boursières. Ce qui voulait dire que les chocs n'étaient pas homogènes et de même nature, mais, au contraire, hétérogènes et fortement hiérarchisés. Certaines informations pouvaient avoir des conséquences très importantes sur les fluctuations des marchés, tandis que d'autres n'en avaient aucune. L'importance des effets pouvait par ailleurs être dissociée de celle des causes : de petits événements pouvaient se trouver à l'origine de grandes variations. Cette hiérarchisation des chocs correspondait à l'existence d'une hiérarchie de singularités (les « événements rares », ou « événements de queue ») : dans la mesure où il se produisait des ruptures brutales de cotation, les performances des marchés n'étaient pas réparties de manière uniforme et homogènes sur l'ensemble des journées de bourse, mais, bien plutôt, elles se trouvaient concentrées sur un très petit nombre de journées<sup>46</sup>.

Cette concentration des performances des marchés mettait en évidence une organisation fortement structurée des variations, elles-mêmes fortement hiérarchisées, dans laquelle l'étendue de la hiérarchie était mesurée par une quantité déterminante pour la forme des fluctuations du marché : l'exposant caractéristique des lois de Lévy, ou indice de queue de distribution (ou indice d'irrégularité des trajectoires boursières). Cet indice, précisément, quantifiait le caractère *non lisse*, fracturé, fractal, de la trajectoire boursière, et la concentration de la performance, et donc du risque, en résultant. Mandelbrot avait réactualisé la loi de Pareto, bien connue en économie (« très peu ont beaucoup et beaucoup ont très peu ») en établissant une

45. B. MANDELBROT, « Sur certains prix spéculatifs : faits empiriques et modèle basé sur les processus stables additifs non gaussiens de Paul Lévy », Compte rendu à l'Académie des Sciences, séance du 4 juin 1962, pp. 3968-3970.

46. Par exemple, la performance annualisée de l'indice CAC 40 du marché français sur 8 ans est de 9,41 %. En retirant les dix meilleures journées sur les quelque 2000 jours de bourse, cette performance chute à 3,38 %.

relation entre une statique parétienne et une dynamique de marché. Il avait montré que ces phénomènes de concentration s'observaient quelle que soit la fréquence d'analyse des marchés : quotidienne, hebdomadaire, mensuelle etc. Ces concentrations avaient pour effet d'affaiblir la pertinence des calculs de moyenne, en les rendant moins significatifs pour l'appréciation des marchés. Avec l'utilisation des lois stables de Lévy, l'enjeu était d'obtenir une universalité décrivant les fluctuations à toutes les échelles des trajectoires boursières, sans échelle de temps caractéristique : invariance statistique qu'exprimait précisément la nouvelle géométrie fractale.

Quatre ans plus tard, Mandelbrot écrivait : « Les chroniques boursières sont telles que l'on a aucun espoir de pouvoir leur appliquer le modèle le plus simple, et par conséquent le plus tentant, de fluctuation régie par le hasard, à savoir le mouvement brownien, qui postule que les changements successifs des prix sont des variables aléatoires gaussiennes indépendantes. Comme une prédiction boursière non probabiliste est notoirement impossible, il faut modifier le mouvement brownien »<sup>47</sup>. Autrement dit, pour Mandelbrot, si l'on voulait conserver l'hypothèse de la marche au hasard, il fallait abandonner le hasard gaussien, qui ne représenterait pas un bon candidat probabiliste. Il introduisit alors le concept de « hasard de Pareto », et de « fluctuations fortement erratiques », qu'il opposa au « hasard de Gauss » et aux « fluctuations bénignes ou laplaciennes », et ce fut le début de la controverse entre hasard gaussien et hasard parétien<sup>48</sup>. Les discussions furent tendues, accentuées par les enjeux issus des développements des théories du portefeuille et des options. En 1963, les techniques statistiques et les outils probabilistes existant dans les univers de Lévy, insuffisants, ne permettaient pas de traiter efficacement les problèmes financiers<sup>49</sup>. Aussi, faute d'outils théoriques appropriés aux problèmes financiers, les propositions de Mandelbrot ne furent pas suivies, et la leptokurticité des distributions empiriques des variations boursières ne fut pas réellement prise en compte dans les modèles probabilistes utilisés dans le concept d'efficience informationnelle.

C'est avec la clôture provisoire de cette controverse, qui se conclut sur un *statu quo* en faveur des modèles quadratiques gaussiens, et donc de la MV-efficience, que s'achève la période de genèse de la première efficience informationnelle.

47. B. MANDELBROT, « Nouveaux modèles de la variation des prix (Cycles lents et changements instantanés) », *Cahiers du séminaire d'économétrie du CNRS*, vol. 9, 1966, pp. 53-66.

48. Conceptuellement, il existe des relations très fortes entre loi de puissance de type Pareto, fluctuations très erratiques, absence d'échelle caractéristique (invariance d'échelle), hiérarchisation des catastrophes, non-convergence des moyennes empiriques et généralisation du théorème central limite : tous ces phénomènes participent de la recherche de classes d'universalité utilisant les outils de la géométrie fractale, qui unifient en une même compréhension des propriétés différentes d'objets physiques très divers (avalanches, tremblements de terre, turbulence de vitesse du vent atmosphérique, etc.). On pourra en trouver une introduction dans, par exemple, B. MANDELBROT, *Les objets fractals, forme, hasard et dimension*, Paris, Flammarion, rééd. 1989.

49. En particulier, les modèles de portefeuille nécessitaient le remplacement de la matrice de variance-covariance par un équivalent en lois de Lévy. Cet équivalent ne sera inventé qu'en 1992, et les estimateurs correspondants, en 1993.

### ***La crise du concept d'efficience informationnelle depuis le krach boursier d'octobre 1987***

Cette première efficience va durer près de vingt-cinq ans. Vingt-cinq années qui verront un extraordinaire développement des marchés financiers, accompagné par la création d'instruments de plus en plus élaborés utilisant toute la technique probabiliste disponible issue de la physique des processus de diffusion, et au cours desquelles les volumes de transactions sur les différents compartiments des marchés, comptant et terme, augmenteront de façon exponentielle. Solidifié par les développements de la théorie du portefeuille, puis surtout celle des options, le concept d'efficience gaussienne des marchés ne sera pas remis en cause jusqu'au krach boursier d'octobre 1987. Malgré un nombre de plus en plus grand d'anomalies de mesure, qui venaient remettre en question les prémisses probabilistes de l'efficience, le coup de force intellectuel de Bachelier a tenu près de quatre-vingt-dix ans. Les pratiques professionnelles en usage sur les marchés ont consciencieusement et simultanément appliqué une théorie financière dont les hypothèses fondamentales rendaient inutiles toute tentative de prévision, et un ensemble de règles empiriques dont le but était de détecter des tendances sur les mouvements des cours. Que la séparation des populations concernées explique en partie cette contradiction ne résout pas le problème interne de l'unification de la théorie financière elle-même, lancée dans ce paradoxe par l'hypothèse de la marche au hasard de Bachelier.

C'est le krach boursier d'octobre 1987, suivi par les secousses de 1989, qui a été à l'origine d'un vaste mouvement intellectuel de reconsidération des hypothèses fondamentales à l'œuvre dans l'efficience des marchés. Le titre d'un article paru dans la presse économique en 1988 illustre cette prise de conscience : « L'efficience des marchés était une bonne idée. Puis vint le krach »<sup>50</sup>. Le sous-titre était éloquent : « La théorie de l'efficience des marchés a conduit à une révolution dans les pratiques professionnelles, mais elle ne peut expliquer les raisons de la panique des investisseurs le 19 octobre 1987 ». En pratique, les nombreuses faillites issues des techniques de gestion et de couverture des risques fondées sur une appréhension gaussienne des fluctuations boursières ont provoqué un nouvel élan de la recherche scientifique en finance, afin de mieux appréhender la nature du hasard à l'œuvre sur les fluctuations des marchés. Ce mouvement fut renforcé par une préoccupation croissante des autorités de tutelle ou de groupes de réflexions internationaux<sup>51</sup>, qui voulurent, à la suite de ces accidents, établir des règles prudentielles d'intervention, en imposant aux établissements financiers actifs sur ces marchés des niveaux minima de ratios de solvabilité. Ces ratios cal-

50. « The Efficient Market was a Good Idea — and then Came the Crash », *Business Week*, 22 février 1988, pp. 38-39.

51. Par exemple le « Comité de Bâle », qui regroupe les gouverneurs des banques centrales de dix pays, et qui se réunit au siège de la Banque des Règlements internationaux à Bâle. En avril 1993, ce comité a décidé de s'intéresser à la surveillance des risques de marché. Les documents de Bâle reconnaissent la non-normalité des fluctuations boursières. Ce qui revient à rejeter la MV-efficience.

culant des équivalents en fonds propres correspondants à des intervalles de confiance sur les densités de probabilité des risques sur les marchés, il devenait important de mieux quantifier ces risques<sup>52</sup>.

Toutes ces réflexions conduisent à un questionnement sur la validité du concept d'efficience. Il est désormais admis que les marchés financiers ne possèdent pas le comportement statistique de base que suppose la densité gaussienne. Aussi, s'il existe une efficience, il ne s'agit pas de la MV-efficience. Il est encore trop tôt aujourd'hui pour déterminer par quelle voie la théorie financière va repenser le concept d'efficience car plusieurs courants de pensée coexistent parallèlement. Cependant, on peut conjecturer que cette crise de paradigme va probablement permettre une plus grande unification de cette théorie, dans le sens d'une réconciliation entre modèles probabilistes et pratiques des analystes techniques. En effet, quelles que soient les approches choisies, toutes les recherches actuelles ont en commun la tentative de prise en compte des fluctuations non gaussiennes et des phénomènes de mémoire des mouvements. Et, parallèlement à cette approche descriptive minimale, les théories du comportement des opérateurs cherchent à rendre compte de ces phénomènes, en étendant la rationalité classique des économistes vers une rationalité élargie aux anticipations auto-référentielles des agents. Ce qui conduit à quitter le domaine de l'efficience gaussienne à anticipations rationnelles avec fluctuations d'origine exogène, pour entrer dans un monde aux sources de fluctuations endogénéisées, correspondant à des comportements dont la dimension collective apparaît à travers des modèles mimétiques. Tout ceci participe d'une nouvelle vision des marchés, dans laquelle des phénomènes non linéaires (crises, krachs, retournements brusques de tendance, etc.) sont désormais appréhendés non plus comme des exceptions, des accidents par rapport à un comportement dit « normal » de marché, mais bien plutôt comme éléments constitutifs des marchés eux-mêmes.

Or, à partir du moment où la théorie financière intègre des comportements mimétiques en en faisant une source potentielle de fluctuations non gaussiennes, elle admet, de fait, les hypothèses sur lesquelles travaillent les analystes techniques depuis plus d'un siècle. Ce n'est, en ce sens, pas un hasard si la géométrie fractale de Mandelbrot correspond exactement à l'intuition d'Elliott sur l'enchevêtrement des vagues boursières. Mais, à la différence des analyses graphiques, pour lesquelles les fractales restaient une intuition qualitative non traitée scientifiquement, les apports des modélisations récentes permettent de valider quantitativement cette intuition, au moyen d'un traitement scientifique adapté, faisant passer, en quelque sorte, l'analyse technique de l'alchimie à la chimie. Quatre-vingt-dix ans après Bachelier, des outils probabilistes plus puissants<sup>53</sup> vont peut-être permettre une réconciliation entre analystes techniques et gestions quantitatives. Ce

52. Par exemple la directive européenne 93/6/CEE, ou directive CAD (Capital Adequacy Directive), qui, relayée par la Commission Bancaire en France, exige le calcul par chaque établissement bancaire d'un niveau de fonds propres correspondant à une viabilité de la situation de la banque à un seuil de probabilité de 99 %, calculé sur la position de la salle des marchés. On apprécie, dans cette recommandation, à la fois le choix du niveau du seuil et l'importance dévolue à la loi de probabilité.

53. Par exemple les généralisations fractales du mouvement brownien.

## SYSTÈME MONÉTAIRE ET MARCHÉS FINANCIERS

rapprochement conduirait vraisemblablement à la création de nouveaux instruments financiers négociables, car l'histoire des marchés financiers modernes a montré que chaque quantification d'un risque s'accompagnait toujours de l'achat et de la vente d'unités de ce risque. Si cela se produit, alors, une nouvelle fois, sur les marchés, une innovation aura eu pour origine un développement probabiliste théorique.

Terminons par une mise en perspective plus large de la crise du concept d'efficience gaussienne. Pourrait-on avancer l'hypothèse que le choix initial de Bachelier, outre les contraintes techniques dont il a été fait part, ne résultait pas également d'un préconditionnement intellectuel sur la normalité ? L'ombre de Quételet apparaîtrait ainsi sous la silhouette de Bachelier, et une filiation conceptuelle pourrait alors être établie, entre certains problèmes de la finance contemporaine et le grand apôtre de l'« homme moyen ». Mais ceci reste à examiner.



Finalement, le concept d'efficience informationnelle dans son acception probabiliste a entraîné un transfert massif d'objets issus de la physique et des mathématiques sur la théorie financière, avec les outils et les techniques utilisés, accompagnée de l'ensemble de l'appareil calculatoire correspondant. La modélisation financière contemporaine utilise massivement les outils probabilistes existants. L'évaluation des options en est un bon exemple : pour évaluer des options, et gérer des positions optionnelles dans les salles de marché des établissements financiers, il faut utiliser un certain nombre de résultats fondamentaux de la théorie des probabilités<sup>54</sup>. On trouverait d'autres exemples dans la théorie du portefeuille, ainsi que dans les évaluations des équilibres financiers des engagements à long terme des fonds de pension, qui sont réalisés au moyen de simulations stochastiques sur la totalité des variables de l'actif (les marchés financiers) et du passif (les éléments démographiques de la population concernée) des fonds.

Il est remarquable de constater comment la modélisation probabiliste est devenue une composante essentielle des modèles financiers ; et à quel point les enjeux mêmes de questions sociales aussi importantes que la gestion efficace des fonds représentant les engagements de retraite sont conceptuellement dépendants de l'idée d'efficience informationnelle probabilisée, car pensés en termes probabilistes à travers les méthodes de projection stochastique de l'actif et du passif des fonds de pension. Les modèles d'adéquation actif-passif qui permettent la gestion optimale des portefeuilles représentant les engagements de retraite des fonds de pension aux États-Unis et en Angleterre présupposent, en amont de leur démarche conceptuelle, une efficience informationnelle probabilisée. Car les solutions analytiques ou numériques des problèmes d'optimisation posés aux gestionnaires de ces fonds de pension, reposent sur des extensions au passif (quantification de contraintes

54. En particulier le calcul intégral-différentiel stochastique. Par exemple : le lemme de Itô, qui définit la différentiabilité des variables aléatoires gaussiennes, sans lequel aucune salle de marché ne pourrait, à l'heure actuelle, gérer ses positions sur les marchés d'options.

issues du paiement des retraites) des modèles d'optimisation d'actif de type Markowitz<sup>55</sup>. L'imbrication entre théorie des probabilités, démographie et théorie financière n'apparaît peut-être nulle part mieux que dans le champ couvert aujourd'hui par l'actuariat financier, qui agrège toutes les hypothèses probabilistes pour les fondre dans une vision gaussienne lisse des fluctuations des variables aléatoires, validant une nouvelle fois une MV-efficacité dont on commence à mieux connaître les limites d'applicabilité.

Aussi, aujourd'hui, la théorie des probabilités est devenue une composante indispensable de la finance de marché. Les problèmes posés par la modélisation financière sont des problèmes probabilistes. La théorie financière elle-même est devenue probabiliste.

Que le krach boursier d'octobre 1987 ait conduit à un réexamen des spécifications des modèles et, en particulier, du choix de leur terme d'aléa, voilà qui paraît nouveau par rapport au consensus des années soixante-dix. Mais ce questionnement, s'il s'inscrit dans la logique de l'évolution des modèles, peut apparaître, finalement, comme naturel (inéluçtable ?) en regard de la formation du concept d'efficacité informationnelle. Une fois compris la manière dont la loi de Gauss restreignait les capacités de variabilité des marchés, et donc l'efficacité elle-même, il devenait possible de reconsidérer l'efficacité, mais sans la restriction gaussienne. En un sens, ce sont les origines probabilistes mêmes du concept d'efficacité informationnelle qui permettront peut-être de sauver le concept, malgré la violation par les marchés du cadre probabiliste initial dans lequel il fut conçu.

Christian WALTER  
Paris

55. Par exemple, A. J. WISE, « The Matching of Assets to Liabilities », *Journal of the Institute of Actuaries*, vol. 111, part 3, 1984, pp. 445-501. A. D. WILKIE, « Portfolio Selection in the Presence of Fixed Liabilities », *Journal of the Institute of Actuaries*, vol. 112, part 2, n° 451, 1985, pp. 229-277. M. LEIBOWITZ, S. KOGELMAN, L. BADER, « Asset Performance and Surplus Control : A Dual-Shortfall Approach », *Journal of Portfolio Management*, hiver 1992, pp. 28-37. A. K. KEEL, H. H. MÜLLER, « Efficient Portfolios in the Asset Liability Context », *Astin Bulletin*, vol. 25, n° 1, mai 1995, pp. 33-48.