HAL open science

LFA 2013 : Actes des 22èmes rencontres francophones sur la Logique Floue et ses Applications, 10-11 octobre 2013, Reims, France

Jean-Luc Marichal, Najib Essounbouli, Kevin Guelton

▶ **To cite this version:**

Jean-Luc Marichal, Najib Essounbouli, Kevin Guelton. LFA 2013 : Actes des 22èmes rencontres francophones sur la Logique Floue et ses Applications, 10-11 octobre 2013, Reims, France. 22èmes rencontres francophones sur la Logique Floue et ses Applications (LFA 2013), pp.1–268, 2013. hal-04555890v1

HAL Id: hal-04555890

https://hal.science/hal-04555890v1

Submitted on 23 Apr 2024 (v1), last revised 25 Apr 2024 (v2)

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ DE REIMS CHAMPAGNE-ARDENNE

CReSTIC

UNIVERSITÉ DU LUXEMBOURG

Actes des 22èmes rencontres francophones sur la Logique Floue et ses Applications, 10-11 octobre 2013, Reims, France

Éditeurs :

Jean-Luc Marichal, Najib Essounbouli, Kevin Guelton

Avec le soutien de :

EUSFLAT EUROPEAN SOCIETY FOR FUZZY LOGIC AND TECHNOLOGY · IEEE France Section · afia · RoadF · GdR MACS · I3 · isis

Préface

Les Rencontres Francophones sur la Logique Floue et ses Applications (LFA) sont l'occasion pour les chercheurs de la communauté francophone, universitaires et industriels, de partager les avancées de leurs travaux et de renforcer leurs connaissances autour de la thématique de la théorie des sous-ensembles flous, laquelle s'est élargie aux théories de l'incertain que sont les théories des probabilités imprécises, de l'évidence, des possibilités, etc.

Ces rencontres offrent, chaque année, un lieu privilégié pour des débats fructueux, suscités par les travaux qui y sont présentés. Elles permettent aussi aux scientifiques, jeunes et expérimentés, de présenter des recherches novatrices et de recueillir les avis constructifs des spécialistes de la communauté.

Depuis sa création en 1995, la conférence LFA a visité Paris, Nancy, Lyon, Rennes, Valenciennes, La Rochelle, Mons, Montpellier, Tours, Nantes, Barcelone, Toulouse, Nîmes, Lens, Annecy, Lannion, Aix-les-Bains, Compiègne et Reims cette année. Cette édition contient une sélection de trente-cinq communications (parmi quarante-cinq articles soumis) couvrant assez largement l'ensemble des thématiques classiques et émergentes telles que l'intelligence artificielle, l'aide à la décision, la fouille de données, la classification, la robotique, la reconnaissance des formes et l'analyse de données. Parmi les sujets traités, sont particulièrement présentes cette année la commande floue et la fusion d'informations. Nous tenons par ailleurs à souligner la représentativité croissante de chercheurs provenant de pays tels que l'Algérie, le Maroc, la Tunisie ou encore le Luxembourg, et qui représentent plus de vingt pour cent des participants attendus lors de ces rencontres. Nous saluons avec reconnaissance leur contribution à faire de LFA un événement de la communauté scientifique francophone qui dépasse aujourd'hui significativement les frontières françaises.

Nous avons le plaisir d'accueillir deux conférences invitées. La première de ces conférences nous est proposée par Thierry-Marie Guerra, professeur en automatique à l'Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis (UVHC) et directeur du Laboratoire d'Automatique, de Mécanique et d'Informatique industrielles et Humaines (LAMIH, UMR CNRS 8201). Internationalement reconnu pour ses travaux sur le contrôle des systèmes non linéaires représentés par des modèles flous de type Takagi-Sugeno, il a intitulé sa conférence : Une petite histoire de la commande floue. Y voit-on plus clair ? La seconde de ces conférences nous est présentée par Christophe Marsala, professeur en informatique à l'Université Pierre et Marie Curie (UPMC) et membre du département Données et Apprentissage Artificiel (DAPA) du Laboratoire d'Informatique de l'Université Paris 6 (LIP6 UMR CNRS 7606). Spécialiste mondialement renommé de l'apprentissage et des systèmes flous, il a intitulé sa conférence : Apprentissage flou en environnement dynamique. Nous les remercions chaleureusement d'avoir accepté notre invitation.

Nous tenons à remercier aussi tous ceux qui ont contribué à ce que LFA 2013 soit une conférence de qualité : les auteurs pour la qualité scientifique de leurs contributions, les membres du comité de pilotage pour leurs avis éclairés, ceux du comité de programme pour la sélection attentive des articles et enfin les membres du comité d'organisation sans qui cette manifestation n'aurait pu avoir lieu.

Nous remercions l'Université de Reims Champagne-Ardenne, le CReSTIC et la société savante EUSFLAT pour leur soutien logistique ou financier. Enfin nous remercions l'AFIA, l'IEEE France Section, le GDR ISIS, le GDR MACS, le GDR I3 et la ROADEF pour leur soutien scientifique.

Jean-Luc Marichal
Président du comité de programme

Najib Essounbouli et Kevin Guelton
Présidents du comité d'organisation

Table des matières

Conférences invitées

Une petite histoire de la commande floue. Y voit-on plus clair ?
Thierry-Marie Guerra 3

Apprentissage flou en environnement dynamique
Christophe Marsala 7

Théorie des possibilités

Vision possibiliste de l'estimation du paramètre d'une loi binomiale
Gilles Mauris 9

Probability-Possibility transformation: Inference study for min-based possibilistic networks
Yosra Ben Slimen, Raouia Ayachi, Nahla Ben Amor 17

Les capacités qualitatives sont des possibilités imprécises
Didier Dubois, Henri Prade, Agnès Rico 25

Intelligence artificielle

Preserving Interpretability in the Optimization of Fuzzy Systems: a Generic Algorithm in a Topological Framework
Ricardo de Aldama, Michaël Aupetit 33

Modus Ponens Généralisé avec contrôle d'applicabilité de la règle
Marcin Detyniecki, Bernadette Bouchon-Meunier, Benjamin Moubêche 41

La Logique Possibiliste Généralisée
Mohua Banerjee, Didier Dubois, Henri Prade, Steven Schockaert 49

Fusion d'informations

Validation de systèmes d'aide à la décision en contexte incertain par analyse multicritère
Mireille Batton-Hubert, Guillaume Dupouy, Eric Chojnacki 57

Processus de Décision Crédibiliste pour l'Alignement des Ontologies
Amira Essaid, Arnaud Martin, Grégory Smits, Boutheina Ben Yaghlane 59

Logique possibiliste multi-agents, confiance, et arguments
Asma Belhadi, Faiza Khellaf-Haned, Henri Prade 67

Interpolation spatiale floue en Sciences de l'Environnement : de la faisabilité technique à l'utilisation experte
Mireille Batton-Hubert, Aurelien Gentils 69

Systèmes d'information et bases de données

Requêtes floues et SGBD relationnels : vers un couplage renforcé
Grégory Smits, Olivier Pivert, Thomas Girault 77

Évaluation de réponses et guidage des apprenants dans un environnement d'apprentissage
Adil Haddi, A. Naji 85

SYMPAS: A Database System for Managing Symbolic Preferences
Yazid Harizi, Allel Hadjali, Hamid Azzoune 95

Projection extensionnelle pour la réduction d'un treillis de concepts formels flous
Hakim Radja, Yassine Djouadi 103

Classification, reconnaissance des formes et analyse de données

Fusion d'Informations pour la Classification Multi-capteurs, Multi-cibles
Samir Hachour, François Delmotte, David Mercier, Eric Lefèvre 111

Classification multi-label par fonctions de croyance

Une petite histoire de la commande floue. Y voit-on plus clair ?

Thierry-Marie Guerra

Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis, LAMIH UMR CNRS 8201
Le mont Houy, 59313 Valenciennes, France, guerra@univ-valenciennes.fr

Résumé

Après avoir passé plus de 20 ans (déjà !) dans le domaine de la commande floue, je propose de faire un retour en arrière et de passer en revue plus de 30 ans de recherche dans ce domaine ; du début historique de la commande floue et des approches de type Mamdani (figure 1) aux développements plus récents basés sur les modèles de Takagi-Sugeno (ou quasi-LPV).

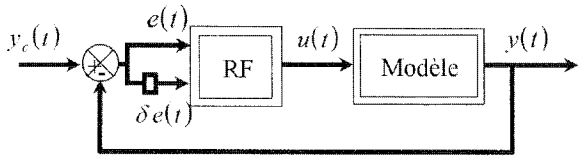


Fig. 1 : le régulateur flou « historique »

Ces travaux pionniers – malgré un succès certain en termes d'applications, plus de 5000 recensées en 1995 (Jamshidi 1995) – ont souffert du manque de propriétés mathématiques chères aux automaticiens disons « classiques » que sont par exemple la stabilité de la boucle, la robustesse paramétrique, les performances, qu'elles soient de type pôles de la boucle fermée ou H2, Hinf. En France dans les années 90 les automaticiens s'y sont intéressés. Notamment au travers d'un groupement Commande Symbolique et Neuro-mimétique du GDR MACS CNRS animé par les professeurs Laurent Foulloy et André Titli. Ce dernier a donné lieu à deux livres dans la collection IC2, Hermès éditeur en 2003.

L'évolution a principalement consisté en 2 parties distinctes. Premièrement, n'importe quelle technique basée sur un modèle non linéaire peut être appliqué sur un modèle flou : linéarisation par retour d'état, commande prédictive, techniques basées sur l'inverse du modèle … La seconde qui s'est avérée beaucoup plus riche est de disposer d'une commande qui profite de la structure floue du modèle. C'est principalement l'école japonaise – Takagi, Sugeno, Kang, Tanaka, Taniguchi … qui en est à l'origine. Ils ont introduit et travaillé sur les modèles appelés couramment aujourd'hui Takagi-Sugeno (TS) illustrés ci-après :

If $z_1(t)$ is F_i^1 and … and $z_p(t)$ is F_i^p

$$\textbf{Then} \begin{cases} x_i(t+1) = A_i x_i(t) + B_i u(t) \\ y_i(t) = C_i x_i(t) \end{cases} \quad (1)$$

Munis d'une propriété d'approximateurs universels (Castro and Delgado, 1996), ils permettent de modéliser (Tanaka et Wang 2001, Taniguchi et al. 2001) et/ou d'identifier (Babuska 1998, Margaliot and Langholz, 2003, Gasso et al., 2001) de nombreux modèles non linéaires.

Les approches utilisent des fonctions dites de Lyapunov et le potentiel offert par la résolution de problèmes sous contraintes LMI (Linear Matrix Inequality). Ils rejoignent ainsi les outils historiques des automaticiens « classiques » et le flou perd un peu de son « âme ». On peut s'apercevoir maintenant que les communautés se rapprochent et que les publications se croisent.

En parallèle, la commande adaptative a connu un bel essor (Wang 1993). Elle suppose en général une forme canonique :

$$\begin{cases} \dot{x}_n = f(\boldsymbol{x}) + g(\boldsymbol{x})u \\ y = x_1 \end{cases} \quad (2)$$

[22] Tanaka K., Ikeda T., Wang H.O., 1998. Fuzzy regulators and fuzzy observers: relaxed stability conditions and LMI-based designs, IEEE Trans. on Fuzzy Systems, (2), pp. 1-16.

[23] Taniguchi T., Tanaka K., Wang H.O., 2001. Model construction, rule reduction and robust compensation for generalized form of Takagi-Sugeno fuzzy systems, IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 9 (4), pp. 525-537.

[24] Tuan H.D., Apkarian P., Narikiyo T., Yamamoto Y., 2001. Parameterized linear matrix inequality techniques in fuzzy control system design, IEEE Trans. Fuzzy Systems, 9 (2), pp. 324-332.

[25] Wang L.X., Stable adaptive fuzzy control of nonlinear systems, IEEE Trans. Fuzzy Systems 1 (2) (1993) 146–154.

[26] Yoneyama J., Nishikawa M., Katayama H., Ichikawa A., 2000. Output stabilization of Takagi-Sugeno fuzzy systems, Fuzzy Sets and Systems, 111, pp. 253-266.

Biographie :

Thierry Marie Guerra est né à Mulhouse en 1963. Depuis 1999, il est professeur 61ème section CNU à l'Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis (UVHC). Il a obtenu son doctorat en 1991 et son HDR en 1999. Il est actuellement directeur du Laboratoire d'Automatique, de Mécanique et d'Informatique industrielles et Humaines Unité Mixte de Recherche CNRS/UVHC 8201 (LAMIH site http://www.univ-valenciennes.fr/LAMIH/) composé de 95 E-C et personnel d'accompagnement à la recherche et de 80 docs et post docs.

A l'IFAC (International Federation of Automatic Control) il est vice-chair du comité technique TC 3.2 : « Computational Intelligence in Control » et membre du TC 7.1 : « Automotive Control ». Il est également Area Editor des revues internationales Fuzzy Sets and Systems et IEEE Transactions on Vehicular Technology. Ses principaux centres d'intérêt sont : la commande et l'observation des systèmes plus particulièrement les systèmes LPV, quasi-LPV ou Takagi-Sugeno, mais aussi le vin, le rock et la littérature. En termes applicatifs, il s'intéresse aux chaines de traction – moteur thermique, motorisation hybride, pile à combustibles – et aux applications orientées vers les personnes à mobilité réduite (PMR).

Apprentissage flou en environnement dynamique

Fuzzy Learning in Dynamical Environment

Christophe Marsala
UPMC Univ Paris 06, UMR 7606
LIP6, 4 place Jussieu, 75005, Paris
Christophe.Marsala@lip6.fr

Résumé :

Les environnements dynamiques sont de plus en plus présent dans notre société et offrent de nouveaux défis pour l'apprentissage automatique.

Nous nous plaçons ici dans un domaine où les données d'apprentissage sont fournies séquentiellement, voire temporellement, en un flux continu. Dans de tels environnements, les données dynamiques qui permettent de constituer les bases d'apprentissage peuvent être de plusieurs formes : données temporelles provenant de séries chronologiques, ou données résultant de mesures périodiques du phénomène étudié. Par exemple, on peut citer une série d'articles publiés dans des journaux en ligne (chaque document est alors décrit au moyen des thématiques ou des mots qui le constituent et qui évoluent au fil de l'actualité).

Toutefois, les évolutions dynamiques de ces données ne sont pas uniques et peuvent conduire à différents traitements. Par exemple, en apprentissage supervisé, la dynamicité peut produire différents effets selon que le flux de données apporte une plus grande précision sur les frontières entre les classes, ou que les limites entre les classes évoluent au fil du temps : elles peuvent alors se déplacer dans l'espace de description, apparaître ou disparaître (ce peut être le cas lorsque la description des données évolue dans le temps comme dans l'exemple des journaux en ligne) [1, 3, 5].

Ainsi, de telles évolutions (on parle de "concept drift" ou de "concept shift" par exemple) gagnent à être prises en compte grâce à des approches d'apprentissage automatique flou [2] et, en particulier, par des approches par arbres de décision flous [4].

Mots-clés :

Apprentissage automatique flou. Systèmes adaptatifs.

Abstract:

Dynamical environments are more and more present in our society and offer a challenge for fuzzy machine learning. We place ourselves in a domain where the training data are provided sequentially, in a flow. In such environments, dynamic data that make up evolving training sets can be of several forms : temporal data coming from time series, or data resulting from periodical measurements of a studied phenomenon that evolves over time as, for instance, a set of papers published on online newspapers (each paper is described by means of the topics or words that evolve over time in the description space).

However, dynamic evolutions of such data are not unique and can lead to different ways to handle them. For instance, in supervised learning, dynamicity occurs either when the flow of data provide more precision on the boundaries between the classes, or when the boundaries between the classes change over time: they could move in the description space, appear, or disappear (it could be the case when the description of the data evolve over time as in the online newspaper example) [1, 3, 5].

Thus, such concept drifts or shifts have to be handled and fuzzy machine learning [2] offers adequate tools in that task. In particular, fuzzy decision tree based learning is a promising approach for that task [4].

Keywords:

Fuzzy Machine Learning, Evolving Systems.

Références

[1] P. Domingos and G. Hulten. Mining high-speed data streams. In *Proceedings of the KDD'00 Conference*, pages 71–80, 2000.

[2] E. Hüllermeier. Fuzzy sets in machine learning and data mining. *Applied Soft Computing*, 11(2) :1493–1505, March 2011.

[3] E. Lughofer and P. Angelov. Handling drifts and shifts in on-line data streams with evolving fuzzy systems. *Applied Soft Computing*, 11(2) :2057 – 2068, 2011.

[4] C. Marsala. Fuzzy decision trees for dynamic data. In *IEEE Symposium on Evolving and Adaptive Intelligent Systems - EAIS'2013*, IEEE Symposium Series on Computational Intelligence, page to appear, Singapore, Apr. 2013.

[5] G. Widmer and M. Kubat. Learning in the presence of concept drift and hidden contexts. *Machine Learning*, 23 :69–101, 1996.

Vision possibiliste de l'estimation du paramètre d'une loi binomiale

Possibilistic view of binomial parameter estimation

Gilles Mauris
Laboratoire d'Informatique, Systèmes, Traitement de l'Information et de la Connaissance, LISTIC.
Polytech'Savoie, Domaine Universitaire, BP 80439, 74944 Annecy Le Vieux Cedex, France, mauris@univ-savoie.fr

Résumé :
Cet article s'intéresse aux fondements possibilistes de l'estimation par intervalle de confiance du paramètre d'une loi binomiale. Nous montrons que les méthodes probabilistes usuelles consistent à obtenir des intervalles de confiance modélisant une incertitude *de dicto* à partir d'intervalles de dispersion modélisant l'incertitude *de re* des échantillons observés. Nous relions les différents types d'intervalles de dispersion à des distributions de possibilité *de re* équivalentes, qui par inversion donnent des distributions de possibilité *de dicto* correspondantes à l'empilement des intervalles de confiance du paramètre pour tous les niveaux. Les différent choix pour le centre des intervalles conduisent aux différentes méthodes existantes et une nouvelle que nous illustrons.

Mots-clés :
Théorie des possibilités, estimation de paramètre, loi binomiale, intervalles de dispersion et de confiance

Abstract:
This paper deals with the possibility roots of binomial parameter interval estimation. It shows that conventional probability methods consist to obtain confidence intervals representing *de dicto* parameter uncertainty from dispersion intervals representing *de re* uncertainty of observed samples. We relate the different types of dispersion intervals to equivalent *de re* possibility distributions those lead after inversion to *de dicto* possibility distributions corresponding to the stacking up of all confidence intervals at all levels. The different choice for the centre of the intervals corresponds to different existing methods and a novel one which are illustrated.

Keywords:
Possibility theory, binomial parameter estimation, dispersion intervals, confidence intervals.

1 Introduction

La première loi introduite en probabilités [1] est la loi de Jacques Bernoulli qui est une loi discrète fort simple, puisqu'elle ne peut prendre que deux valeurs *0* (échec) ou *1* (succès). Par convention on note p la probabilité que la variable prenne la valeur *1*. Si l'on réitère n fois la même épreuve de Bernoulli de façon indépendante, et que nous définissons la variable aléatoire S_n correspondant à la somme des succès, celle-ci suit une loi binomiale notée $Bin(n,p)$. Cette loi binomiale présente un intérêt considérable pour la statistique dans le sens où elle joue un rôle important dans bon nombre de problèmes pratiques de jugements à partir d'échantillons, *e.g.* contrôle du nombre de pièces défectueuses dans une production, tests médicaux et biologiques, analyses démographiques, sondages d'opinion, jeux, ... L'estimation du paramètre p de la loi binomiale, au-delà de son intérêt pratique, est de plus fondamentale dans la définition même de la probabilité. En effet, l'estimation de p est à la base de la justification de l'estimation d'une probabilité inconnue par la fréquence de réalisation observée sur un grand échantillon, et ce grâce à la loi faible des grands nombres établie par Jacques Bernoulli [1]. En conséquence, il est important de s'intéresser, aussi bien d'un point de vue théorique que pratique, à ce que peut proposer la théorie des possibilités [2][3] pour l'estimation du paramètre d'une loi binomiale. C'est ce que nous nous proposons de faire dans cet article en considérant les approches probabilistes existantes sous un angle possibiliste, à partir de transformations probabilités/possibilités [4][5][6], identifiant les intervalles de dispersion d'une distribution de probabilité aux alpha-coupes d'une distribution de possibilité, pour ensuite proposer une nouvelle méthode d'estimation centrée sur la moyenne observée.

Dans un premier temps, nous reviendrons sur les notions de base des probabilités et des possibilités en mettant en avant le fait que l'estimation du paramètre p, qui est fixe mais inconnu, est caractérisée par une incertitude de type *de dicto* (car elle porte sur une

tests statistiques). Nous sommes donc très confiant dans le fait que $p \in [0.2;0.6]$ (cette formulation correspond au concept d'intervalles de confiance). Plus la loi est concentrée plus les intervalles de dispersion sont étroits et plus les intervalles de confiance sont étroits. A la limite pour un nombre infini d'observations il n'y a plus de fluctuations de la proportion F_n (qui devient ainsi une distribution de Dirac), et on peut déduire avec complète certitude que F_n exprime la loi déterminée suivant laquelle l'événement se produit. Cette idée que le concept d'intervalle de confiance est relié à la concentration de la loi est en fait déjà présente (mais pas encore formalisée) dans l'œuvre de J. Bernoulli [1].

Ces considérations permettent de mettre le doigt sur un point fondamental : l'estimation du paramètre *p*, qui est fixe mais inconnu, est caractérisée par une incertitude de type *de dicto* (car elle porte sur une connaissance [7]) qui d'une manière ou d'une autre se déduit d'une incertitude de type *de re* (car portant sur le réel observé) issue des échantillons.

2.3 Définitions formelles des notions précédentes

Revenons tout d'abord sur la notion de variable aléatoire sur un espace probabilisé $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ qui se définit comme $X : \Omega \to \mathbb{R}, \omega \mapsto X$ telle que : $X(\Omega) = \{X(\omega), \omega \in \Omega\}$ soit une partie au plus dénombrable de $\mathbb{R}$ et que : $\forall x_k \in X(\Omega), A_k = \{\omega \in \Omega, X(\omega) = x_k\}$ fait partie de la famille d'événements $\mathcal{F}$ auxquels on peut attribuer une probabilité par P; $X(\omega) = x_k$ est une réalisation de la variable aléatoire

L'application X permet de transporter la probabilité P de Ω sur $\mathbb{R}$: on considère les $P(X = x_k)$ comme des masses ponctuelles situées aux points x_k de la droite réelle. La probabilité d'une partie quelconque de $\mathbb{R}$ est alors définie comme la somme de ses masses ponctuelles. On appelle loi de la variable aléatoire X la fonction d'ensemble P_X définie par : $p_k = P_X(\{x_k\}) = P(A_k) = P(X = x_k)$

Notons que deux variables aléatoires peuvent avoir même loi sans être égales.

Comme nous l'avons vu précédemment, Les réalisations d'une variable aléatoire fluctuent, ce qui peut aussi s'exprimer par le fait que les valeurs observées sont dispersées ; connaitre les intervalles dans lesquelles elles sont contenues en grande partie est donc une information importante, d'où la notion d'intervalle de dispersion de niveau $1-\alpha$ $(\alpha \in [0,1])$ d'une variable aléatoire X défini comme tout intervalle de le forme $\left[G_X^{-1}(\beta), G_X^{-1}(\beta+1-\alpha)\right]$ où G_X^{-1} est la fonction inverse de la fonction de répartition de X (appelée aussi fonction quantile). Ces intervalles ne sont pas uniques, les différents choix possible pour $\beta \in [0,1]$ donnent lieu à différents types d'intervalles de dispersion : unilatéral inférieur ($\beta = 0$), unilatéral supérieur ($\beta = \alpha$), bilatéral ($\beta = \frac{\alpha}{2}$). Généralement ils sont construits autour de points définissant une valeur « centrale » telle la moyenne, le mode, la médiane. Les intervalles de dispersion sont parfois également appelés intervalles de pari (comme illustré en 2.1) ou aussi intervalles de prévision, car comme un intervalle de dispersion de niveau $1-\alpha$ contient $(1-\alpha)\%$ des données, il y a $(1-\alpha)\%$ de chance qu'une donnée tirée de cette distribution tombe dans cet intervalle.

Si la variable aléatoire suit une loi binomiale *Bin(n,p)*, les intervalles de dispersion centrés sur *p* sont appelés dans les programmes de lycée intervalles de fluctuation. Notons que les intervalles de fluctuation n'existent pas forcément pour tous les niveaux (en raison du caractère discret des réalisations).

Pour conclure sur les intervalles de dispersion, soulignons la nature déterministe de ces intervalles (les bornes sont fixes) et la nature *de re* de l'incertitude qu'ils véhiculent, en effet ils sont un reflet de la fluctuations des observations (due au phénomène ou à la manière de l'observer). En conséquence augmenter le nombre d'observation ne réduit pas cette incertitude mais permet simplement

Pour conclure sur cette sous-section, qui nous l'espérons aidera le lecteur à mieux comprendre les notions évoquées, signalons qu'au-delà des aspects notations et langage, un problème sérieux d'interprétation « probabiliste » subsiste au niveau des intervalles de confiance. Nous pensons comme nous l'exposons ci-après qu'une vision possibiliste de ces notions peut aider à mieux les comprendre et à réconcilier les points de vue historiques et actuels.

2.4 Liens avec les distributions de possibilités

Notions de base de la théorie des possibilités

Une distribution de possibilité π est (dans le contexte de grandeurs mesurables) une application de l'ensemble des parties de $\mathbb{R}$ dans *[0,1]* telle que : $\sup_{x\in R}\pi(x)=1$. Un degré de possibilité $\pi(x)$ égal à *1* exprime l'absence de surprise sur le fait que la valeur x soit la valeur de la variable considérée. Une distribution de possibilité génère deux fonctions d'ensembles non-additives [4] : une mesure de possibilité Π et une mesure de nécessité N.

$$\forall A\subset R, \Pi(A)=\sup_{x\in A}\pi(x) \text{ et}$$

$$\forall A\subset R, N(A)=1-\Pi(\bar{A})=\inf_{x\notin A}(1-\pi(x))$$

La mesure de possibilité Π vérifie :

$$\forall A,B\subset R, \Pi(A\cup B)=\max(\Pi(A),\Pi(B))$$

La mesure de nécessité N vérifie :

$$\forall A,B\subset R, N(A\cap B)=\min(N(A),N(B))$$

Une notion importante est la spécificité d'une distribution de possibilité qui renseigne sur sa qualité informative.

Définition: une distribution de possibilité π_1 est dite plus spécifique qu'une distribution π_2 (c'est à dire plus fine) si et seulement si : $\forall x\in R, \pi_1(x)\le\pi_2(x)$.

Si $\pi(x)=1$ pour une seule valeur de x et $\pi(y)=0$ pour toutes les valeurs $y\neq x$, alors π est complètement spécifique (cas totalement précis); si $\pi(x)=1$ pour toutes les valeurs x alors π est complètement non spécifique (cas d'ignorance totale). En fait, un degré de possibilité peut être vu comme une borne supérieure d'un degré de probabilité. Plus précisément, à chaque distribution de possibilité π, on peut associer une famille non vide de mesures de probabilités $\mathcal{P}(\pi)$ dominées par la mesure de possibilité [4]:

$$\mathcal{P}(\pi)=\{P,\forall A, P(A)\le\Pi(A)\}$$

Nous avons donc de cette manière un pont entre théorie des probabilités et théorie des possibilités.

Liens avec les intervalles de dispersion

Une distribution unimodale de possibilité π peut aussi être vue comme un ensemble d'intervalles emboîtés $[\underline{x}_\alpha,\bar{x}_\alpha]$ que sont les alpha-coupes de π: $[\underline{x}_\alpha,\bar{x}_\alpha]=\{x,\pi(x)\ge\alpha\}$.

Comme indiqué précédemment, pour une même distribution de probabilité et un même niveau de confiance, il est possible de construire différents types d'intervalles de dispersion suivant que l'une des bornes, ou le centre, ou un autre point de l'intervalle est imposé. Ainsi, un intervalle de dispersion peut être unilatéral supérieur ou inférieur, symétrique, centré sur la médiane,.... Il est dit optimum si son amplitude (la différence entre la borne supérieure et la borne inférieure) est la plus petite parmi tous les intervalles de dispersion de même niveau. Dans tous les cas, une fois fixé le type, l'ensemble des intervalles de dispersion pour tous les niveaux de confiance forme un ensemble d'intervalles emboîtés. Et donc un sous-ensemble flou ayant une sémantique d'incertitude, c'est à dire vu comme une distribution de possibilités π en identifiant les α-coupes de π aux intervalles de dispersion de niveau $\beta=1-\alpha$. Cette approche a été utilisée dans nos travaux antérieurs [5][6], pour réaliser une transformation probabilité/possibilité.

Un résultat important est que pour toute variable aléatoire X ayant une fonction de répartition G, et pour tout point central c la distribution de possibilité définie par [6] : $\pi_x^{1c}(x)=G(x)+1-G(g(x))=\pi_x^{1c}(g(x))$ (avec

$(n+1)p$ n'est pas entier la loi croit strictement sur $[0,\lfloor(n+1)p\rfloor]$ et décroit strictement sur $[\lfloor(n+1)p\rfloor,n]$. Elle a donc un seul mode $M=\lfloor(n+1)p\rfloor$. et la moyenne est égale au mode $E=M=np$. Si $(n+1)p$ est entier la loi croit strictement sur $[0,(n+1)p-1]$ et décroit strictement sur $[(n+1)p,n]$; elle a donc deux modes $M=(n+1)p-1$ *et* $(n+1)p$ et la moyenne $E=np\in[M-1,M]$ n'est pas atteignable. Dans tous les cas la distance $|M-E|<1$. La médiane est définie par $m=\lfloor np\rfloor ou\lceil np\rceil\pm1$. Le fait que les modes ou médianes n'ont pas la même expression pour toutes les valeurs de n et p est à l'origine de certains problèmes de monotonie après inversion des intervalles de dispersion.

3.2 Méthode de Wald-DeMoivre-Laplace

C'est la méthode dite standard qui est basée sur l'approximation par une loi normale de la loi binomiale (établie par Laplace sur la base de calculs de De Moivre). L'estimation $\hat{p}$ (obtenue à partir des données) du paramètre p suit une loi normale $N(p,\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}})$, et donc $\hat{p}-p$ suit une loi normale de valeur moyenne nulle et d'écart type $\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$ (ici on a remplacé l'écart-type inconnu par son estimation, la méthode score de Wilson [10] garde le vrai écart-type). La variable aléatoire $\hat{p}-p$ constitue ce qui est appelé une fonction aléatoire pivotale car cette dernière ne dépend pas du paramètre inconnu p. A partir des intervalles de dispersion de cette fonction aléatoire pivotale, nous pouvons déduire facilement par inversion les intervalles de confiance de p. Notons que l'approximation par la loi normale est plus ou moins bonne et qu'elle ne garantit pas le niveau de confiance (cf. figure 2). Remarquons que c'est le fait qu'il n'existe pas de fonction pivotale (non asymptotique) pour les lois discrètes (alors que souvent elles existent pour les paramètres de lois continues) qui rend la construction d'intervalles de confiance plus difficile.

3.3 Méthode de Clopper Pearson

L'approche de Clopper-Pearson [9] consiste à inverser les intervalles de dispersion de type 2 avec pour centre la médiane. L'expression de la distribution de possibilité associée à une observation k (empilant les intervalles de confiance) est :

$$\pi^{CP}(p,k)=\min(2F_p(k/n),2(1-F_p(k/n),1)$$

Un point important est que cette distribution de possibilité est unimodale et continue mais elle n'est pas la plus spécifique. Pour améliorer la spécificité Blaker [9] a proposé d'inverser les intervalles de dispersion de type 1 qui sont discrets et inclus dans ceux de type 2 mais le mécanisme d'inversion peut (dans des situations assez peu fréquentes) donner une distribution de possibilité pour p qui n'est pas unimodale.

3.4 Méthodes de Wilson-Sterne, Crow et Clunies-Ross

Pour avoir l'information la plus spécifique, Wilson (1942) propose de considérer les intervalles de dispersion de type 1 autour du mode. Cette méthode est plus connue sous le nom de méthode de Sterne (1954) ou du minimum de vraisemblance [9]. En effet la distribution de possibilité pour p s'écrit

$$\pi^{St}(p,k)=F_p(k/n)+(1-F_p(k'/n)),\ p\le k/n$$

$$\pi^{St}(p,k)=F_p(k/n)+(1-F_p(k''/n)),\ p\ge k/n$$

Cette approche conduit à une distribution discrète et ne garantit pas non plus d'avoir une distribution unimodale. Crow (1956) a proposé une modification qui empêche d'obtenir des intervalles disjoints après inversion mais elle aboutit à des intervalles de confiance non emboîtés. Clunies–Ross (1958) ont proposé simplement « de boucher les trous » entre les intervalles disjoints issus de l'inversion [9], conduisant ainsi à une distribution unimodale, mais qui en contrepartie est un peu moins spécifique.

3.5 Une « nouvelle » méthode

Dans le but d'avoir une distribution unimodale continue et construite autour de la moyenne observée (la valeur observée est l'estimation la plus vraisemblable du paramètre), nous

Transformation probabilité-possibilité : Etude de l'inférence pour min-based possibilistic networks

Probability-Possibility transformation : Inference study for min-based possibilistic networks

Y. Ben Slimen
yosra.benslimen@gmail.com

R. Ayachi
raouia.ayachi@gmail.com

N. Ben Amor
nahla.benamor@gmx.fr

LARODEC, Institut Supérieur de Gestion Tunis 41 Avenue de la liberté, 2000 Le Bardo, Tunisie

Résumé :

La transformation probabilité-possibilité est une transformation purement mécanique d'un support probabiliste vers un support possibiliste et vice versa. Dans ce papier, nous appliquons les transformations les plus connues sur des modèles graphiques i.e. réseaux Bayésiens en réseaux possibilistes et vice versa. On montre que les transformations existantes ne sont pas appropriées pour transformer les réseaux Bayésiens en ceux possibilistes, puisqu'elles ne conservent pas l'information incorporée par les distributions jointes. C'est pourquoi, nous proposons deux nouvelles propriétés de cohérence applicables, exclusivement, pour la transformation des modèles graphiques. L'étude expérimentale montre l'impact de ces transformations sur les résultats de la propagation.

Mots-clés :

Transformation probabilité-possibilité, Réseaux Bayésiens, Réseaux possibilistes.

Abstract:

Probability-possibility transformation is a purely mechanical transformation of probabilistic support to possibilistic support and vice versa. In this paper, we apply the most common transformations to graphical models, i.e., Bayesian into possibilistic networks. We show that existing transformations are not appropriate to transform Bayesian networks to possibilistic ones since they cannot preserve the information incorporated in joint distributions. Therefore, we propose new consistency properties, exclusively useful for graphical models transformations. The experimental study highlights the impact of these transformations on inference results.

Keywords:

Probability-Possibility transformation, Bayesian networks, Possibilistic networks.

1 Introduction

Graphical models are important tools proposed for an efficient representation and analysis of uncertain information. The success of graphical representations is due to their capacity of representing and handling independence relationships, which have been proved to be crucial for an efficient management and storage of the information. Moreover, graphical models allow a local representation and reasoning easily supported by human mind. Bayesian networks [14] are studied under the broader class of probabilistic graphical models. For instance, the standard probability theory has proved its efficiency when all numerical data are available. But, this theory is not suitable when dealing with the case of total ignorance. This is particularly true in probabilistic Bayesian networks when missing data do not allow any valid treatment. So, when experts are unable to provide exact numerical values to quantify different links between variables, it would be better to switch to non-classical networks such as *possibilistic networks* [14]. These latter are the marriage between possibility theory and graph theory. In real world, we have a huge number of possibilistic benchmarks that facilitates experts and researchers' work. However, while possibilistic networks are widely used in practice, possibilistic benchmarks are too rare. In such situation, researchers who work with possibilistic networks face two choices: either they create new possibilistic benchmarks which is costly, or they work with random networks which may affect the quality of their results due to the limits of randomness. Therefore, our idea is to exploit existing probabilistic benchmarks, and transform them to possibilistic ones, especially that the interest of *probability-possibility*

2.1 Consistency principle

In order to describe different transformations, several properties, called *consistency principle*, were proposed in literature. We retain, in particular, three of them:

Zadeh consistency principle. Zadeh [15] defined the probability-possibility consistency principle such as *"a high degree of possibility does not imply a high degree of probability, and a low degree of probability does not imply a low degree of possibility"*. The degree of consistency between p and π is defined by: $C(\pi, p) = \sum_{i=1...n} \pi_i * p_i$. Zadeh [15] pointed out that $C(\pi, p)$ is not a precise law or a relationship between possibility and probability distributions. It is an approximate formalization of the heuristic connection stating that lessening the possibility of an event tends to lessen its probability but not vice-versa.

Klir consistency principle. The concept of consistency condition was redefined by Klir [11]. Assume that the elements of Ω are ordered in such a way that $p_i > 0$ and $p_i \geq p_{i+1}$, $\forall\ i = \{1..n\}$. Any transformation should be based on these assumptions:
– *A scaling assumption* that forces each value π_i to be a function of p_i/p_1 (where $p_1 \geq \ldots \geq p_n$).
– *An uncertainty invariance assumption* according to which p and π must have the same amount of uncertainty.
– *Consistency condition:* $\pi_i \geq p_i$ stating that what is probable must be possible, so π can be seen as an upper-bound of p.
Dubois and Prade [5] gave an example to show that the scaling assumption of Klir may sometimes lead to violation of the consistency principle. The second assumption is also debatable because it assumes that possibilistic and probabilistic information measures are commensurate.

Dubois and Prade consistency principle. Dubois and Prade defined the consistency principle, differently, using these assumptions [4]:
– *Consistency condition:* $P_i < \Pi_i$, $\forall\ i = \{1..n\}$.
– *Preference preservation:* Assuming that π has the same form as p, then $\forall(\omega_1, \omega_2) \in \Omega^2$, $p(\omega_1) > p(\omega_2) \Rightarrow \pi(\omega_1) > \pi(\omega_2)$ and $p(\omega_1) = p(\omega_2) \Rightarrow \pi(\omega_1) = \pi(\omega_2)$.
– *Maximum specificity:* Let π_1 and π_2 be two possibility distributions, then π_2 is more specific than π_1 iff: $\forall\omega \in \Omega$, $\pi_2(\omega) \leq \pi_1(\omega)$.

2.2 Probability-Possibility transformation rules

Several transformation rules are proposed in literature. We present the most common ones, namely: *Klir transformation* (KT), *Optimal transformation* (OT), *Symmetric transformation* (ST) and *Variable transformation* (VT).

Klir Transformation (KT). Assume that the elements of Ω are ordered in such a way that: $\forall\ i = \{1..n\}$, $p_i > 0$, $p_i \geq p_{i+1}$ and $\pi_i > 0$, $\pi_i \geq \pi_{i+1}$ with $p_{n+1} = 0$ and $\pi_{n+1} = 0$. Klir has considered the principle of uncertainty preservation under two scales [11]:
– *The ratio scale:* $p \rightarrow \pi$ and $\pi \rightarrow p$, named the normalized transformations, are defined by:

$$\pi_i = \frac{p_i}{p_1}\ ,\ p_i = \frac{\pi_i}{n\sum_{i=1}^{n}\pi_i} \tag{1}$$

–*The log-interval scale:* $p \rightarrow \pi$ and $\pi \rightarrow p$ are defined by:

$$\pi_i = (\frac{p_i}{p_1})^{\alpha}\ ,\ p_i = \frac{\pi_i^{\frac{1}{\alpha}}}{\sum_{i=1}^{n}(\pi_i)^{\frac{1}{\alpha}}} \tag{2}$$

where α is a parameter that belongs to the open interval $]0, 1[$.

Optimal Transformation (OT). proposed by Dubois and Prade [4] and also called "Asymmetric Transformation", is defined as follows:

$$\pi_i = \sum_{j/p_j \leq p_i} p_j,\ p_i = \sum_{j=1}^{n} \frac{\pi_j - \pi_{j+1}}{j} \tag{3}$$

OT is optimal because it gives the most specific possibility distribution i.e. that loses less information [7], and it's asymmetric since the two formulas in Equation (3) are not converse.

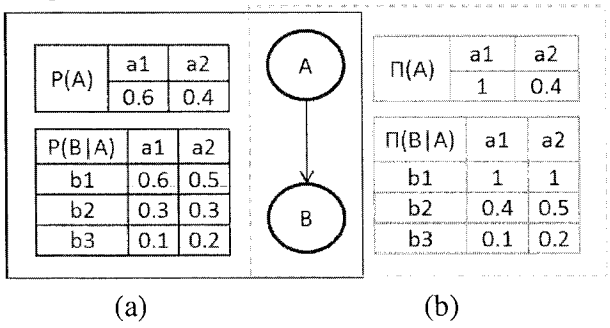
by the $\otimes$-based chain rule expressed by:

$$\pi_{\otimes}(X_1, \ldots, X_N) = \otimes_{i=1..N} \ \Pi(X_i \mid U_i) \quad (9)$$

where $\otimes = \min$ for the ordinal setting and $\otimes = *$ for the numerical one.

One of the most interesting treatments that can be applied for possibilistic networks is to evaluate the impact of a certain event on the remaining variables. Such process, called *inference*, consists on computing a-posteriori possibility distributions of each variable X_i given an evidence e.

Example .1 *Let us consider the Bayesian network and the possibilistic network depicted by Figure .1(a) and Figure .1 (b), respectively (sharing the same DAG). The joint distributions of BN and $\Pi G_{\otimes}$ using Equations (8) and (9) are presented in Table 2.*



(a) (b)

Figure 1: A Bayesian network (a) and a possibilistic network (b).

Table 2: Joint distributions of BN and $\Pi G_{\otimes}$.

A	B	p	π_*	$\pi_{\min}$
a_1	b_1	0.36	1	1
a_1	b_2	0.18	0.4	0.4
a_1	b_3	0.06	0.1	0.1
a_2	b_1	0.2	0.4	0.4
a_2	b_2	0.12	0.2	0.4
a_2	b_3	0.08	0.08	0.2

4 Transformation from Bayesian to possibilistic networks

Probability-possibility transformations can be useful to study the coherence between probabilistic and possibilistic frameworks and, more precisely, the consistency of derived distributions. Our idea consists in applying such transformations from Bayesian networks to possibilistic networks and interpreting their behavior on joint distributions. Formally, using existing transformations, we can define transformation from Bayesian to possibilistic networks in a local manner as follows:

Definition .1 *Let BN be a Bayesian network and p be its joint distribution. Let TR be a transformation rule. Let $BNto\Pi N$ be the function that transforms BN into $\Pi N_{\otimes}^{TR}$ using TR under the setting $\otimes$ s.t. $\otimes = \{*, min\}$. Let $PDto\Pi D$ be the function that transforms a probability distribution into a possibilistic one using TR. Formally, $\Pi N_{\otimes}^{TR}$ is the transformation of BN using TR if, $\forall X_i \in V$,*

$$\Pi(X_i \mid U_i) = PDto\Pi D(P(X_i \mid U_i), TR) \quad (10)$$

$$\Pi N_{\otimes}^{TR} = BNto\Pi N(BN, TR, \otimes) \quad (11)$$

Example .2 *Table 3 depicts the transformation of conditional tables of the Bayesian network of Figure .1 (a) using KT, OT, ST, VT and VT_i.*

Table 3: Transformation of conditional distributions

$\Pi(A)$	Π^{KT}	Π^{OT,VT_i}	Π^{ST}	Π^{VT}
a_1	1	1	1	1
a_2	0.66	0.4	0.8	0.4

$\Pi(B \mid A)$		Π^{KT}	Π^{OT,VT_i}	Π^{ST}	Π^{VT}
b_1	a_1	1	1	1	1
b_2	a_1	0.5	0.4	0.7	0.5
b_3	a_1	0.16	0.1	0.3	0.1
b_1	a_2	1	1	1	1
b_2	a_2	0.6	0.5	0.8	0.27
b_3	a_2	0.4	0.2	0.6	0.2

This local transformation does not ensure the same results as a global one. In other words, the transformation of the joint distribution underlying the initial Bayesian network is not equivalent to the transformation of its local conditional distributions, which can affect the inference results. Let π_p^{TR} be the transformation of the joint distribution encoded by a Bayesian network BN using the transformation TR and let $\pi_{\otimes}^{TR}$ be the joint distribution relative to $\Pi N_{\otimes}^{TR}$ obtained using Definition 1. The following example illustrates the problem described above.

These properties should be seen as extensions of Dubois and Prade Consistency principle described above.

Definition .2 *Let TR be a transformation rule used in order to transform a Bayesian network BN into a min-based possibilistic network* ΠN_{min}^{TR}. *Let p be the joint distribution relative to BN computed using Equation (8) and* π_p^{TR} *be its transformation by TR. Let* π_{min}^{TR} *be the joint distribution relative to* ΠN_{min}^{TR} *using Equation (9) (s.t* $\otimes = min$*). Let* $\delta(\pi_p^{TR})$ *and* $\delta(\pi_{min}^{TR})$ *be the order underlying* π_p^{TR} *and* π_{min}^{TR}*, respectively. Then TR is said to be consistent iff:*

$$\delta(\pi_p^{TR}) = \delta(\pi_{min}^{TR}) \tag{12}$$

and

$$\top(\pi_p^{TR}) = \top(\pi_{min}^{TR}) \tag{13}$$

Definition .3 *Let TR be a transformation rule used in order to transform a Bayesian network BN into a product-based possibilistic network* ΠN_*^{TR}. *Let p be the joint distribution relative to BN computed using Equation (8) and* π_p^{TR} *be its transformation by TR. Let* π_*^{TR} *be the joint distribution relative to* ΠN_*^{TR} *using Equation (9) (s.t* $\otimes = *$*). Then TR is said to be consistent iff:*

$$\pi_p^{TR} = \pi_*^{TR} \tag{14}$$

Regarding the ordinal setting, since the order of p is the same of π_p^{TR} due to *Preference preservation* condition, then, p and π_{min}^{TR} should have the same order to preserve the information of the two networks. Regarding the numerical setting, TR should preserve exactly the same possibility measures for all events in π_p^{TR} and π_*^{TR}.

We point out that Equation (13) is respected by all existing transformations. So, using those latters, we maintain at least the normalized values in both ordinal and numerical settings but we lose the information encoded by joint distributions.

5 Experimental study

The objective of the proposed experimental study is to understand the impact of the gap observed when using existing transformations from Bayesian networks to possibilistic networks on inference results. In fact, one of the most interesting treatments that can be applied for possibilistic networks is to evaluate the impact of a certain event on the remaining variables. Such process can be achieved using inference algorithms consisting on computing a-posteriori possibility distributions of each variable given an evidence *e*.

The experimentation is based on 100 random BNs. For each BN, we generate the DAG structure and the conditional probability distributions randomly by varying three parameters: number of nodes (from 4 to 10), their cardinalities (from 2 to 4) and the maximum number of parents (from 1 to 3). Then, we generate randomly the evidence *e* and a variable of interest X_i. The experimentation protocol can be summarized as follows:

– For each generated Bayesian network, we compute its global probability joint distribution *p* using the chain rule (Equation 8).

– We transform *p* into a possibilistic joint distribution π_p. Among existing transformations, we use Optimal Transformation (Equation 3) since it respects Dubois and Prade consisteny principle presented above.

– From π_p, we compute the marginal distribution $\Pi_{joint}(X_i \mid e)$ using min-based conditioning [6].

– We transform the Bayesian network *BN* into a min-based possibilistic network ΠN_{min} using OT.

– Once ΠN_{min} is computed, we apply possibilistic Junction Tree propagation algorithm [9] in order to compute $\Pi(X_i \mid e)$.

– We compute the marginal distributions of the variable of interest X_i.

– Finally, we compare the values of $\Pi_{joint}(X_i \mid e)$ and $\Pi(X_i \mid e)$ and also the order underlying them.

The experimentation highlights an interesting

Les capacités qualitatives sont des possibilités imprécises

Qualitative capacities as imprecise possibilities

Didier Dubois[1] Henri Prade[1] Agnès Rico[2]
[1] IRIT,CNRS Université de Toulouse, France
[2] ERIC, Université de Lyon, France

118 Route de Narbonne, 31062 Toulouse cedex 09, {dubois, prade}@irit.fr
43 bld du 11 novembre, 69100 Villeurbanne, agnes.rico@univ-lyon1.fr

Résumé :
Cet article étudie les capacités qualitatives définies sur un ensemble totalement ordonné muni d'une fonction de renversement de l'ordre. En nous inspirant du rôle joué par les probabilités pour les capacités quantitatives, nous cherchons à savoir si les capacités qualitatives peuvent être considérées comme des ensembles de mesures de possibilité. Plus précisément nous montrons que toute capacité qualitative est caractérisée par une classe de mesures de possibilité. De plus, les bornes inférieures de cette classe sont suffisantes pour reconstruire la capacité et leur nombre en caractérise la complexité. Nous présentons aussi un axiome généralisant la maxitivité des mesures de possibilité qui permet d'identifier le nombre de mesures de possibilité nécessaires à la reconstruction de la capacité. Cet axiome va aussi nous permettre de faire un lien entre les mesures de possibilité et la logique modale.

Mots-clés :
Capacité, mesure de possibilité, logique modale.

Abstract:
This paper studies the structure of qualitative capacities defined on a finite totally ordered scale equipped with an order-reversing map. More specifically, we investigate the question whether these qualitative set-functions can be viewed as classes of simpler set-functions, typically possibility measures, paralleling the situation of quantitative capacities with respect to imprecise probability theory. We show that any capacity is characterized by a non-empty class of possibility measures having the structure of an upper semi-lattice. The lower bounds of this class are enough to reconstruct the capacity, and their number is characteristic of its complexity. We introduce a sequence of axioms generalizing the maxitivity property of possibility measures, and related to the number of possibility measures needed for this reconstruction. In the Boolean case, capacities are closely related to non-regular multi-source modal logics and their neighborhood semantics.

Keywords:
Capacity, possibility measure, modal logic

1 Introduction

Une mesure floue (ou capacité) qualitative est une fonction d'ensemble monotone à valeurs dans un ensemble totalement ordonné. Dans ce contexte il est impossible d'utiliser des structures additives comme les probabilités, ou la transformée de Möbius comme dans le cadre des fonctions de croyance. Cependant il semble que beaucoup de notions quantitatives ont une contrepartie dans le cadre qualitatif en remplaçant les probabilités par les mesures de possibilité. Par exemple la construction des fonctions de croyance introduite par Dempster [6] a été appliquée aux mesures de possibilité [11, 12, 21] pour définir les possibilités et nécessités inférieures et supérieures. Les possibilités supérieures et les nécessités inférieures sont respectivement des possibilités et des nécessités ; ce qui n'est pas le cas pour les possibilités inférieures et les nécessités supérieures. Voir aussi sur ce thème, [18] pour l'analogie avec les fonctions de croyance, et [5] pour le lien avec la cohérence au sens de De Finetti.

Une question naturelle est alors de déterminer les capacités (qualitatives) qui définissent une famille de mesures de possibilité, par analogie avec la situation dans la théorie des probabilités imprécises de Walley [22]. Cette question a été abordée dans [7], en partant du travail pionnier de Banon [2]. De plus, il a été montré que certains ensembles de mesures de

de $\mathcal{R}(\gamma)$. Par ailleurs, $\gamma(A) = \max_{\pi \in \mathcal{T}} \Pi(A)$ est une mesure de possibilité dont la distribution est $\pi^{\max}(s) = \max_{\pi \in \mathcal{T}} \pi(s)$ [13].

$\mathcal{R}_*(\gamma)$, l'ensemble des éléments minimaux de $\mathcal{R}(\gamma)$, est un ensemble fini de distributions de possibilité dont aucune n'est plus spécifique que les autres. La complexité de γ est mesurée par son nombre d'éléments. Toute capacité peut donc être vue comme une mesure de possibilité inférieure : $\gamma(A) = \min\{\Pi(A), \pi \in \mathcal{R}_*(\gamma)\}$. Ce résultat est similaire à celui des capacités convexes qui sont vues comme des probabilités inférieures [22].

De manière duale en passant par la conjuguée, les capacités peuvent aussi être décrites comme des nécessités supérieures. A partir de γ on peut donc définir deux ensembles de mesures de possibilités : $\mathcal{R}(\gamma)$ et $\mathcal{R}(\gamma^c)$. Les possibilités qui dominent γ^c sont les conjuguées des mesures de nécessité dominées par γ : $\gamma(A) = \max\{N(A), \pi \in \mathcal{R}_*(\gamma^c)\}$. De plus on génère des mesures de nécessité maximales dominées par γ : $\mathcal{R}^*(\gamma) = \mathcal{R}_*(\gamma^c)$. Une des deux représentations ($\mathcal{R}_*(\gamma)$ ou $\mathcal{R}_*(\gamma^c)$) peut être plus simple que l'autre. Par exemple si γ est une mesure de nécessité induite par la distribution π, alors $\mathcal{R}^*(\gamma) = \{\pi\}$ tandis que $\mathcal{R}_*(\gamma)$ contient plusieurs distributions dont π. Comme $\Pi(A) \geq N(A) = \Pi^c(A)$, il semble plus naturel d'approcher N par en dessous et Π par au dessus. Plus généralement si γ est telle que $\gamma(A) \geq \gamma^c(A), \forall A \subseteq S$, alors $\mathcal{R}_*(\gamma)$ est plus naturel que $\mathcal{R}_*(\gamma^c)$.

2.2 Les axiomes de minitivité et de maxitivité généralisés

Pour toute capacité γ, il existe au moins un entier n et n mesures de nécessité telles que $\gamma(A) = \max_{i=1}^{n} N_i(A)$. Nous allons montrer que cette propriété est liée à l'axiome de n-**adjonction** : $\forall A_i, i = 1, \ldots, n+1$,

$$\min_{i=1}^{n+1} \gamma(A_i) \leq \max_{1 \leq i < j \leq n+1} \gamma(A_i \cap A_j).$$

Lorsque $n = 1$, la 1-adjonction est : $\min(\gamma(A), \gamma(B)) \leq \gamma(A \cap B)$. Comme γ est monotone croissante, les capacités 1-adjonctives sont les mesures de nécessité.

Considérons les mesures 2-adjonctives.

Proposition 2 $\min(\gamma(A), \gamma(B), \gamma(C)) \leq \max(\gamma(A \cap B), \gamma(B \cap C), \gamma(A \cap C)), \forall A, B, C$, *ssi il existe deux mesures de nécessité distinctes telles que* $\forall A, \gamma(A) = \max(N_1(A), N_2(A))$.

Preuve :

$\Leftarrow$ Supposons $\gamma(A) = \max(N_1(A), N_2(A))$. Sans perdre de généralité on peut supposer l'existence de sous-ensembles distincts A, B et C tels que $N_1(A) \geq N_2(A), N_1(B) \geq N_2(B), N_2(C) \geq N_1(C)$ avec au moins une inégalité stricte (sinon γ est une mesure de nécessité). On a alors $\min(\gamma(A), \gamma(B), \gamma(C)) = \min(N_1(A), N_1(B), N_2(C))$ et $\gamma(A \cap B)$ s'exprime comme
$\max[\min(N_1(A), N_1(B)), \min(N_2(A), N_2(B))]$.
Soit en développant $\gamma(A \cap B)$:
$\min[\max(N_1(A), N_2(A)), \max(N_1(A), N_2(B)),$
$\max(N_1(B), N_2(A)), \max(N_1(B), N_2(B))]$.
Par construction $N_1(A) \geq N_2(A), N_1(B) \geq N_2(B)$ ce qui entraine $\gamma(A \cap B) = \min(N_1(A), N_1(B)) = \min(\gamma(A), \gamma(B)) \geq \min(\gamma(A), \gamma(B), \gamma(C))$ alors $\max(\gamma(A \cap B), \gamma(A \cap C), \gamma(B \cap C)) \geq \min(\gamma(A), \gamma(B), \gamma(C))$.

$\Rightarrow$ Supposons que $\gamma(A) = \max_{i=1}^{3} N_i(A)$. Nous pouvons trouver trois ensembles distincts A, B, C tels que $\min(\gamma(A), \gamma(B), \gamma(C)) = \min(N_1(A), N_2(B), N_3(C))$ et vérifiant $\min(\gamma(A), \gamma(B), \gamma(C)) > \max[\gamma(A \cap B), \gamma(A \cap C), \gamma(B \cap C)]$. Par exemple on peut choisir A, B, C tels que $\gamma(A) = N_1(A)$ et $\gamma(A') = 0, \forall A' \subset A$, $\gamma(B) = N_2(B)$ et $\gamma(B') = 0, \forall B' \subset B$, $\gamma(C) = N_3(C)$ et $\gamma(C') = 0, \forall C' \subset C$. Nous avons donc $\max(\gamma(A \cap B), \gamma(B \cap C), \gamma(A \cap C)) = 0$. ■.

Remarque : Si $\gamma(A) = \max(N_1(A), N_2(A))$, nous pouvons avoir $\min(\gamma(A), \gamma(B), \gamma(C)) < \max(\gamma(A \cap B), \gamma(B \cap C), \gamma(B \cap C))$. En effet il est suffisant d'avoir $\gamma(C) < \gamma(A \cap B)$, ce qui est différent du cas $n = 1$.

nant γ en sélectionnant un élément dans chaque ensemble focal.

2.4 n-adjonction et k-maxitivité

Une capacité est k-maxitive ssi ses ensembles focaux ont au plus k éléments [17, 14]. Nous allons montrer qu'il existe une connection entre la k-adjonction et la k-maxitivité. Commençons par regarder le lien entre les ensembles focaux d'une capacité et de sa conjuguée.

Proposition 5 *Soit γ une capacité booléenne et $\mathcal{F}^\gamma = \{E_1, \dots E_k\}$ ses ensembles focaux; alors $\mathcal{F}^{\gamma^c} = \min_\subseteq\{\{s_1, \dots s_k\}, s_i \in E_i, i = 1 \dots, k\}$, où $\min_\subseteq$ choisit les plus petits ensembles au sens de l'inclusion.*

Preuve : Nous avons $\mathcal{F}^{\gamma^c} = \min_\subseteq\{A, \gamma^c(A) = 1\}$. Or $\gamma^c(A) = 1$ ssi A contient un ensemble de la forme $\{s_1, \dots s_k\}, s_i \in E_i, i = 1 \dots, k$. En effet, $\gamma^c(A) = 1 \iff \gamma(A^c) = 0 \iff \forall E \in \mathcal{F}^\gamma, E \not\subseteq A^c$ donc $\gamma^c(A) = 1 \iff \forall E \in \mathcal{F}^\gamma, E \cap A \neq \emptyset$. On peut donc écrire $\gamma^c(A) = 1 \iff \forall E \in \mathcal{F}^\gamma, \exists s_E \in E \cap A \iff \exists F = \{s_E : E \in \mathcal{F}^\gamma\}, F \subseteq A$, où pour chaque ensemble focal E de γ, s_E est choisi dans E. ■

Donc si une capacité booléenne est k-adjonctive (elle a k ensembles focaux), alors sa conjuguée est k-maxitive.

Les éléments s_E choisis dans les ensembles focaux E ne sont pas nécessairement distincts si les éléments focaux se chevauchent. Par exemple si $\mathcal{F}^\gamma = \{E_1, E_2\}$ avec $E_1 = \{s_0, s_1, s_3\}, E_2 = \{s_0, s_2, s_4\}$, alors les éléments focaux de la conjuguée sont les plus petits éléments de la famille $\{\{s_0\}\} \cup \{\{s_0, s_i\}, i = 1, \dots, 4\} \cup \{\{s_1, s_2\}, \{s_1, s_4\}, \{s_3, s_2\}, \{s_3, s_4\}\}$, i.e, $\mathcal{F}^{\gamma^c} = \{\{s_0\}\{s_1, s_2\}, \{s_1, s_4\}, \{s_3, s_2\}, \{s_3, s_4\}\}$.

$(\gamma^c)^c = \gamma$ entraîne la propriété suivante :

Proposition 6 *$c(c(\mathcal{F}^\gamma)) = \mathcal{F}^\gamma$ où $c(\mathcal{F}^\gamma)$ est la transformation de $\mathcal{F}^\gamma$ vers $\mathcal{F}^{\gamma^c}$*

Par exemple si $\mathcal{F}^\gamma = \{A, B\}$, alors $\mathcal{F}^{\gamma^c} = \{\{s\} : s \in A \cap B\} \cup \{\{s_A, s_B\} : s_A \in A \backslash B, s_B \in B \backslash A\}$. Reconstruisons les éléments de $\mathcal{F}^\gamma$ à partir de $\mathcal{F}^{\gamma^c}$. Chaque ensemble $\mathcal{F}^\gamma$ doit contenir $A \cap B$. Supposons que nous choisissons $s_A \in \{s_A, s_B\}$. Ce choix couvre tous les ensembles focaux $\{s_A, s\}, s \in B \setminus A$. Cela nous empêche de choisir le prochain élément dans $B \setminus A$. Donc le choix suivant se trouve dans A. Ainsi l'ensemble focal A est construit.

Regardons le cas général. Dans la suite $\mathcal{F}^\gamma_\beta$ est l'ensemble des éléments focaux A de γ tels que $\gamma(A) = \beta$. Une preuve similaire à celle de la proposition 5 entraine le résultat suivant :

Proposition 7 *Soit γ une capacité et $\mathcal{F}^\gamma = \{E_1, \dots E_k\}$. Alors, $\gamma^c(A) = 1$ ssi $\forall i = 1 \cdots, k : E_i \cap A \neq \emptyset$. De plus, $\mathcal{F}^{\gamma^c}_1 = \min_\subseteq\{\{s_1, \dots s_k\}, s_i \in E_i, i = 1 \dots, k\}$.*

Proposition 8 *A est un élément focal de γ^c tel que $\gamma^c_\#(A) = \nu(\alpha) > 0$ si et seulement si c'est un élément minimal de l'ensemble $\{E = \{s_E : \gamma_\#(E) > \alpha\}, E \cap F = \emptyset$ pour un certain $F \in \mathcal{F}^\gamma_\alpha\}$, avec $s_E \in E$.*

Preuve : $\gamma^c_\#(A) = \nu(\alpha)$ signifie que A est un ensemble minimal tel que $\gamma^c(A) = \nu(\alpha)$.

$\gamma^c(A) = \nu(\alpha) \neq 0, 1$ ssi $\forall E, \gamma_\#(E) > \alpha$ implique $E \cap A \neq \emptyset$ et $\exists E, E \cap A = \emptyset$ tel que $\gamma_\#(E) = \alpha$. En effet, $\gamma^c(A) \geq \nu(\alpha)$ ssi $\gamma(A^c) \leq \alpha$ ssi $\forall E, \gamma_\#(E) > \alpha$ implique $E \not\subseteq A^c$. De plus $\gamma^c(A) = \nu(\alpha)$ est vraie s'il existe un ensemble focal $E \subseteq A^c$ tel que $\gamma_\#(E) = \alpha$.■

Nous pouvons donc construire la transformée qualitative de Möbius d'une capacité à partir de celle de sa conjuguée. Il est facile de voir que dans le cas général, si une capacité a k éléments focaux sa conjuguée sera k-maxitive, car les plus grands éléments focaux γ^c sont obtenus en choisissant un élément dans chaque élément focal de γ.

Il reste la question de savoir comment construire les n distributions de possibilité

Nous pouvons alors traduire la propriété de n-adjonction dans le cadre de la logique modale (lire [8] pour le cas $n = 2$). Soit n le plus petit entier pour lequel $\gamma(A) = \max_{i=1}^{n} N_i(A)$. En notant $\Box_i p$ pour $N_i([p]) \geq \lambda > 0$, il est clair que $\gamma([p]) \geq \lambda > 0$ représente $\Box p \equiv \vee_{i=1}^{n} \Box_i p$, où les $\Box_i$ sont des KD modalités. Par dualité, $\Diamond p$ veut dire $\neg\Box\neg p$, et on a alors $\Diamond p \equiv \wedge_{i=1}^{n} \Diamond_i p$. On peut écrire alors l'axiome de n-adjonction dans le cadre logique :

$$(n\text{-C}) : \vdash (\wedge_{i=1}^{n+1} \Box p_i) \rightarrow \vee_{i \neq j=1}^{n+1} \Box(p_i \wedge p_j)$$

Cela implique que si les $p_i, i = 1 \ldots, n+1$ sont mutuellement inconsistants alors $\vdash \neg \wedge_{i=1}^{n+1} \Box p_i$. Cette propriété montre qu'on ne peut pas avoir $\gamma([p_i]) \geq \lambda > 0$ pour tout $i = 1 \ldots, n+1$.

La sémantique de la logique EMNP+n-C peut s'exprimer de deux façons :

- Sous la forme de n états épistémiques (sous-ensembles de S) : $(E_1, \ldots, E_n) \models \Box p$ si $\exists i \in [1, n], E_i \models \Box_i p$. Par construction, $E_1, \ldots, E_n$ sont les ensembles focaux de la capacité booléenne définie par $\gamma_\lambda(A) = 1$ si $\gamma([p]) \geq \lambda > 0$ et 0 sinon.
- En termes de voisinage : ce sont les sous-ensembles non vides $\mathcal{N}$ de 2^S tels que $\mathcal{N} \models \Box p$ si et seulement si $[p] \in \mathcal{N}$ et $\mathcal{N} \models \Diamond$ si et seulement si $[\neg p] \notin \mathcal{N}$.

Pour une KD modalité, il est clair que $\mathcal{N} = \{A, N(A) \geq \lambda\} = \{A | A \supseteq E\}$ pour un ensemble non vide $E \subseteq S$ ($\mathcal{N}$ est un filtre propre). Pour une modalité EMNP $\mathcal{N} = \{A, \gamma(A) \geq \lambda > 0\} \neq 2^S$ est fermé pour l'inclusion et non vide. Pour une modalité EMNP+n-C, $\mathcal{N} = \{A, \gamma(A) \geq \lambda > 0\}$ est l'union de n filtres propres de la forme $\{A, N_i(A) \geq \lambda\} = \{A | A \supseteq E_i\}$.

Dans le cas extrême où les ensembles $(E_1, \ldots, E_n)$ sont des singletons, la modalité $\Box p$ vérifie la distributivité par rapport à la disjonction : $\vdash \Box(p \vee q) \equiv \Box p \vee \Box q$ (mais non par rapport à la conjonction), ainsi que l'opposé de l'axiome D : $\vdash \Diamond p \rightarrow \Box p$. En d'autres termes, les modalités de nécessité et de possibilité sont échangées. Nous sommes ramenés à la logique MEL en échangeant les modalités de base $\Box$ et $\Diamond$. En fait, cet échange des modalités est une simple instance d'une question plus générale, considérée dans la section précédente, celle de calculer les éléments focaux d'une capacité à partir de ceux de sa conjuguée. Cela revient au niveau sémantique à la transformation d'une logique basée sur les états épistémiques de k agents dans la situation duale d'une logique multi-sources associée à un ensemble d'agents dont la connaissance a une imprécision limitée (i.e., où chaque état épistémique met en jeu au plus k mondes possibles).

4 Conclusion

Nous avons étudié la représentation des capacités prenant des valeurs sur une échelle finie totalement ordonnée par une famille de distributions de possibilité qualitatives. Il se trouve que toute capacité peut être vue soit comme une mesure de possibilité inférieure soit comme une mesure de nécessité supérieure par rapport à deux familles distinctes de distributions de possibilité. Cette remarque a conduit à proposer une généralisation des propriétés de maxitivité et de minitivité en théorie des possibilités, offrant ainsi une classification des capacités qualitatives en termes de niveaux croissants de complexité et de généralité, basée sur le nombre minimal de distributions de possibilité dont on a besoin pour les représenter. En particulier, on a montré qu'une intégrale de Sugeno est une intégrale possibiliste inférieure [7]. Le calcul d'une intégrale de Sugeno est simplifié pour des capacités k-adjonctives ou k-max dominantes. De plus, l'étude des relations entre les ensembles focaux d'une capacité et ceux de sa conjuguée a mis en évidence les liens entre capacitiés k-adjonctives et k-maxitives. Enfin, on a montré un lien entre les capacités qualitatives et les logiques modales non-régulières, qui généralisent les logiques modales de type KD au même sens où les capacités généralisent les mesures de nécessité.

Preserving Interpretability in the Optimization of Fuzzy Systems: a Generic Algorithm in a Topological Framework

R. de Aldama[1] * M. Aupetit[1]
[1] CEA-LIST

CEA, LIST, Laboratoire Analyse de Données et Intelligence des Systèmes,
Gif-sur-Yvette F-91191, France ;
ricardo.de.aldama@iscpif.fr, michael.aupetit@cea.fr

Résumé :
Nous proposons un formalisme mathématique pour analyser l'interprétabilité d'une partition floue, ainsi qu'un algorithme générique pour la préserver pendant le processus d'optimisation du système flou. L'approche est assez souple et il aide à automatiser le processus d'optimisation. Certains outils sont empruntés au domaine de la topologie algébrique.

Mots-clés :
système flou, partition floue, interprétabilité, optimisation

Abstract:
We present a mathematical framework to analyze the interpretability of a fuzzy partition and a generic algorithm to preserve it during the optimization of the fuzzy system. This approach is rather flexible and it helps to highly automatize the optimization process. Some tools come from the field of algebraic topology.

Keywords:
fuzzy system, fuzzy partition, interpretability, optimization, tuning

1 Introduction

Fuzzy ruled based systems have found many real-world applications. One of their appealing features is that in most cases they are easily interpretable by humans. However, when used to tackle complex problems, there is often need to make use of automatic optimization methods that improve the original system (cf. [2]). These automatic methods have a drawback: It may entail important losses in the interpretability of the system, in particular in the fuzzy partitions. The goal of this paper is to deal with this loss of interpretability.

Let us say that the fuzzy system under study is composed of rules of the form "If x_1 is A_1 and ... x_n is A_n, then y is B", where x_i and y are linguistic variables and A_i and B are predicates. These predicates have their numeric counterparts: The fuzzy sets which formalize their meaning. If these rules are fixed and we adjust the parameters determining the fuzzy sets, the process is usually called *tuning* or *parametric optimization.* If we adjust the number of rules, the space of functions to which the fuzzy sets belong, or some other high-level components of the fuzzy system, the process is usually called *structural optimization* or *learning.* The work presented in this paper concerns the case of parametric optimization.

Although there is no standard definition for the notion of interpretability of a fuzzy system, we can distinguish, following [1, 3], two levels of interpretability: That of fuzzy partitions and that of rule analysis. In this paper we deal with the problem of preserving the interpretability of the fuzzy partitions during the process of parametric optimization. We can divide this work in two parts: Firstly we provide a mathematical framework in which the concept of interpretability may be formalized, and secondly we provide a generic algorithm that takes as input a fuzzy system and a function to optimize (that measures the quality of a fuzzy system) and gives as output an optimized fuzzy system that pre-

*Current address: Télécom ParisTech - TSI, CNRS LTCI, 46 rue Barrault, F-75634 Paris Cedex 13.

ure 2. In more general cases, such as those of 2-dimensional variables, the concept of order may not even make any sense. However, there are always some basic properties that the user wants to preserve to be able to attach some meaning to the system. In our approach, these properties have a topological nature and are locally determined by the values of the different membership functions. In particular, we think that the relative order of these values is crucial.

The main idea is to partition the numeric domain of the variable into regions in which the relative order of the membership functions is constant, such as in Figure 2.

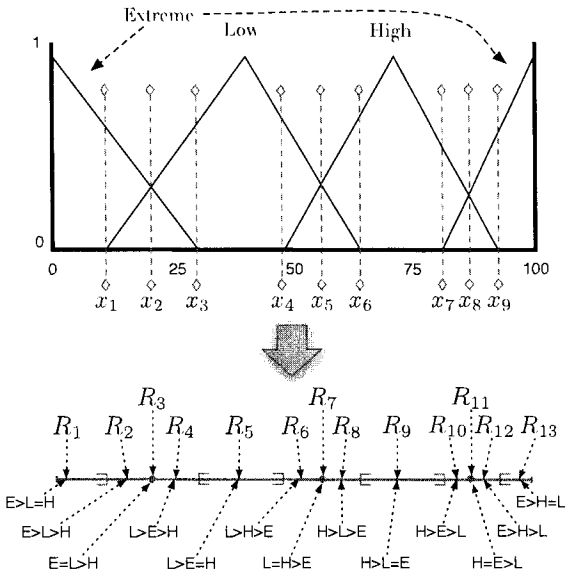


Figure 2: Decomposition of the domain in regions R_i in which the relative order of the membership functions is constant. We suppose that the domain of the variable is the interval [0, 100].

Some properties of this partition will be required to be preserved during the optimization process. Examples of such properties could be:

- There is a region R_2 in which the relation Extreme > Low > High holds, with neighbors R_1 and R_3, such that in R_1 we have Low = High < Extreme, and in R_3 we have Extreme = Low > High.
- The value 50 belongs to the region R_6 that verifies Low > High > Extreme.

The rest of the section will be devoted to make this main idea more precise. In particular, we will present two key notions: The *geometric* and *topological signatures.*

2.2 Notation and definitions

The definitions concerning fuzzy systems, such as linguistic variable, membership function, etc. are standard (see for instance [7]). We consider that the numeric domains associated to each linguistic variable are equipped with a natural topology (as it is the case with $\mathbb{R}^n$).

- Let Ω be the set of possible fuzzy systems under consideration, and let $A = A_1 \times \ldots \times A_n$ (typically $A \subseteq \mathbb{R}^n$) be the domain of the parameter vector that we consider as determining a fuzzy system. A solution to our optimization problem will be then an element $\bar{a} \in A$.
- We denote by $\omega : A \to \Omega$ the map that determines a fuzzy system $\omega(\bar{a})$ from the parameter vector $\bar{a}$. In particular ω determines every membership function of the system.
- We denote by V the set of all linguistic variables and we suppose it is the same for every $\omega \in \Omega$. We denote by Dom_v the domain of a linguistic variable $v \in V$.

2.3 Geometric signature

Let $\omega \in \Omega$ be a fuzzy system and $v \in V$ a linguistic variable. The *geometric signature of* ω *relative to* v, that we denote by $\mathscr{G}_\omega(v)$, is

$v \in V$, Figure 2 represents the partition induced by ω on Dom_v. In this case, $\mathscr{T}_\omega(v)$ provides for each $i \in \{1, \ldots, 13\}$ the the order on terms corresponding to the region R_i, and for each $K \subseteq \{1, \ldots, 13\}$ the topological information of $\bigcup_{i \in K} R_i$. For instance, if we consider $K = \{4, 5\}$, $\mathscr{T}_\omega(v)$ codes the fact that $R_4 \cup R_5$ is connected, and if we consider $K = \{1, 6, 9\}$ the fact that $R_1 \cup R_6 \cup R_9$ is composed of three connected components. Essentially, $\mathscr{T}_\omega(v)$ codes the following information:

1. There are 13 regions R_i (each one being a connected set),
2. the order on terms corresponding to R_1 is Extreme > Low = High, that of R_2 is Extreme > Low > High, etc.
3. R_1 is neighbor of R_2, R_2 is neighbor of R_1 and R_3, etc.

Hence if we consider another $\eta \in \Omega$ whose decomposition of Dom_v is given by regions $S_1, \ldots, S_M$, then $\mathscr{T}_\eta(v) = \mathscr{T}_\omega(v)$ iff $M = 13$, and for some permutation σ we have:

1. The order on terms corresponding to $S_{\sigma(1)}$ is Extreme > Low = High, that of $S_{\sigma(2)}$ is Extreme > Low > High, etc.
2. $S_{\sigma(1)}$ is neighbor of $S_{\sigma(2)}$, $S_{\sigma(2)}$ is neighbor of $S_{\sigma(1)}$and $S_{\sigma(3)}$, etc.

3 User interactions: An operational definition of interpretability

As we have already mentioned, we do not provide an absolute definition of interpretability, but rather, given a user U, a conceptual and operational framework to deal with interpretability relative to U. The goal of this section is to show how we can define and manipulate this interpretability relative to U, relaying on the notions presented in Section 2 and, importantly, on some interactions with U. We should mention that the interactions we present here seem to us flexible enough to cover most part of needs; however, other interactions could be consider.

Our base hypothesis is that the notion of interpretability has essentially a topological flavor. An oversimplified version of this hypothesis would be :

Assumption 1. *If a user U considers $\omega \in \Omega$ to be interpretable, then there is no $\eta \in \Omega$ considered as interpretable by U and such that $\mathscr{T}_\eta \neq \mathscr{T}_\omega$.*

Assumption 1 is slightly stronger than the actual assumption we make, however it synthesizes quite clearly the main idea of our approach. We want to provide an operational definition of interpretability relative to U. For this we need, of course, some interaction with U. Since we are talking about interpretability in the context of the optimization of a fuzzy system, we suppose that there exists at least one $\omega_0 \in \Omega$ that is interpretable relative to U and that U is capable of describing it, i.e. providing a parameter vector $\bar{a} \in A$ such that $\omega(\bar{a}) = \omega_0$.

This is the slightest interaction with U that our method needs. However, if we want to make our method more flexible, we can allow U to provide more information. Next we present the two other kind of interactions we may consider.

Relaxation of the topological conditions This is basically a relaxation of Assumption 1. Once U has provided a $\omega_0 \in \Omega$ that he considers to be interpretable, one could consider that for a solution $\bar{a} \in A$ to be acceptable, i.e. such that $\omega(\bar{a})$ is interpretable relatively to U, $\bar{a}$ must satisfy $\mathscr{T}_{\omega(\bar{a})} = \mathscr{T}_{\omega_0}$. Instead, we may let the user relax this condition: He could omit, if he wishes, some of the topological conditions imposed by $\mathscr{T}_{\omega_0}$. Typically it

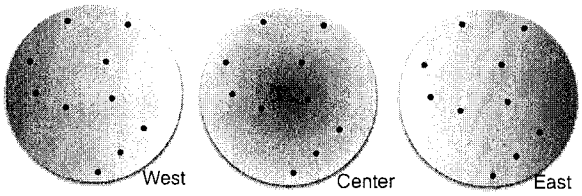


Figure 4: Example of three membership functions associated to a 2-dimensional variable. Darker colors represent values closer to 1. The black dots represent towns.

function is evaluated on each point of the grid. This evaluation induces a label for each point, e.g. a point x gets the label West $<$ East $<$ Center if $\mu_{\mathsf{West}}(x) < \mu_{\mathsf{East}}(x) < \mu_{\mathsf{Center}}(x)$. Then we can explicitly compute the regions (maximal connected components with the same label) by using, for instance, the method described in [4].

Step 2. At this point comes the second interaction with U (apart from Step 0): The regions are presented to him (we can omit regions of dimension 0 and 1) and then he can, first relax the topological conditions that will be imposed to the acceptable (interpretable) solutions, and afterwards impose some geometric conditions. In Figure 5 we can see an example in which U, only interested in the function with highest value, decides to relax the topological conditions by merging the regions that share the same highest-valued function; he also imposes the geometric conditions "town X must belong to the region in which the value of West is the biggest" and "town Y must belong to the region in which the value of Center is the biggest".

Step 3. No other interaction with U is needed, since he has just operationally defined what he considers as interpretable: This definition is essentially contained in the right side of Figure 5 (in Figure 6 we can find examples of interpretable and not-interpretable solutions). This information is then coded in terms of homology groups, following the explanations of Section 2 and using for instance the algorithms presented in [6].

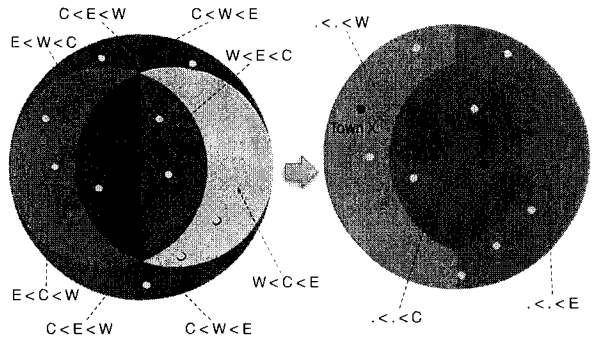


Figure 5: Regions induced by the functions in Figure 4. On the right side, a relaxation of the topological conditions and the addition of two geometric conditions: Since only the highest-valued functions are relevant, some labels are merged; moreover town X must belong to the region in which μ_{West} is the highest-valued function and town Y to the region in which μ_{Center} is the highest-valued function.

Optimization process

Step 4. This well-coded information, as well as the function f and ω_0, is given as an input to an optimization algorithm, and is interpreted as a constraint C on the (signatures of the) solutions. This optimization algorithm may be of different types (e.g. metaheuristic or exact) depending on the nature of f. As it is the case for any iterative optimization algorithm, it should contain a "solution generator" module. This module may have different ways of dealing with constraints. The most basic option would be to test C for each solution that it generates and to use the result of the test to generate a new solution. Another option would be to do some kind of preprocessing, in which the acceptable domain is approximated, and then to only generate valid solutions. In any case we will need to iterate a process similar to Step 1 and Step 3:

Modus Ponens Généralisé avec contrôle d'applicabilité de la règle

Generalized Modus Ponens with control of rule's applicability

M. Detyniecki[1] B. Bouchon-Meunier[1] B. Moubêche[2]
[1] Laboratoire d'Informatique de Paris VI, Université Pierre et Marie Curie
[2] ENS Cachan, Département de Mathématiques

[1] 4, place Jussieu, 75 005 Paris, France - marcin.detyniecki@lip6.fr - bernadette.bouchon-meunier@lip6.fr
[2] 61, avenue du Président Wilson, 94 230 Cachan, France - benjamin.moubeche@ens-cachan.fr

Résumé :
Dans la formulation du Modus Ponens Généralisé (MPG) rien n'empêche de faire un raisonnement avec une observation disjointe de la prémisse. Même si les conclusions obtenues, dans ce cas, ont été interprétées par plusieurs auteurs, peu de travaux se sont penchés sur un contrôle de l'applicabilité de la règle.
Dans cet article, nous étudions une inférence basée sur un Modus Ponens Généralisé (MPG) avec contrôle de l'applicabilité en utilisant une conjonction entre l'observation et la prémisse. Nous constatons que cette nouvelle formulation du MPG, dans le cadre de la logique floue dite de Zadeh-Gödel et en conséquence avec utilisation d'une vraie implication, donne exactement les mêmes résultats que ceux obtenus par l'inférence de Mamdani. En d'autres termes, on obtient une nouvelle interprétation de l'inférence de Mamdani dans un cadre logique, au lieu de la considérer comme une représentation graphique d'une fonction décrite comme une disjonction de points flous (i.e. interprétation classique).
Par ailleurs, cette nouvelle formulation ouvre la voie à de nouvelles méthodes d'inférence qui ont un esprit similaire à celle de Mamdani, mais présentent de nouvelles caractéristiques particulières.

Mots-clés :
Modus Ponens Généralisé, Inférence de Mamdani, Implications, Incertitudes

Abstract:
Even if the Generalized Modus Ponens (MPG) has been studied and interpreted by several authors, little work has been done on controlling the applicability of the rule. In fact, in its formulation nothing prevents from applying the formula even when the observation is disjoint from the premise.
In this paper we study an inference based on the Generalized Modus Ponens (MPG) with control of the applicability by a conjonction between the observation and the premise. We find that this new formulation of the MPG, in the Zadeh-Gödel fuzzy logic framework and thus using a real implication infers the same conclusions as those obtained by Mamdani's inference. In other words, we obtain a new interpretation of Mamdani's inference inside a logical framework instead of considering it as a graph of a function described as a disjunction of fuzzy points (i.e the classical interpretation).
In addition, this new formulation opens the way up to new methods of inference that are similar in spirit to Mamdani's, but with novel particularities.

Keywords:
Generalized Modus Ponens, Mamdani Inference, Implications, Uncertainty

1 Introduction

Dans la formulation du Modus Ponens Généralisé (MPG) rien n'empêche de faire un raisonnement avec une observation disjointe de la prémisse. Même si les conclusions obtenues, dans ce cas, via les différentes inférences ont été interprétées par plusieurs auteurs [11, 14], peu de travaux se sont penchés sur un contrôle de l'applicabilité de la règle.

Dans la littérature, deux grands modes d'inférence se confrontent [13] : le Modus Ponens Généralisé (MPG) proposé par Zadeh [10] et l'inférence de Mamdani [4], sur laquelle s'appuie une grande partie des contrôleurs flous [9].

Une des grandes différences qui apparaît par la simple observation des formulations est que l'inférence de Mamdani permet de conclure à partir d'hypothèses en utilisant une *pseudo-implication*, dont il est bien connu [12] qu'elle ne répond pas aux critères des implications [5].

Il est bien connu que la commande floue regarde l'inférence de Mamdani comme une description disjonctive des points du graphe de la fonction de commande alors que les autres autres inférences se réfèrent à une description

une valeur réelle, qui sera généralement l'abscisse du centre de gravité de cet ensemble. Cette dernière étape s'appelle la défuzzification. Ce type de contrôleur est souvent employé lors de la conception de systèmes régulés.
L'inférence, qui permet le calcul de l'ensemble B' se fait de la manière suivante :

$$f_{B'}(y) = sup_{x \in X}(min(f_{A'}(x), min(f_A(x), f_B(y))) \quad (4)$$

On remarque, comme d'autres auteurs l'ont fait auparavant [12], que cette formule correspond au cas général (2) en choisissant le min comme t-norme et en remplaçant l'implication par le min également.

Pourtant il est bien connu que le min n'est pas une implication, mais une conjonction.

2.3 Gestion des valeurs de vérité

Si l'on s'intéresse au comportement de ces deux opérateurs logiques (conjonction et implication), on observe que dans le cas booléen le comportement diffère quand la prémisse est FAUSSE. La conjonction donne toujours un résultat FAUX et l'implication un résultat VRAI, comme présenté sur la Figure 1. En logique floue, c'est principalement la zone où la deuxième variable est supérieure à la première (zone grisée sur la Figure 1) qui va différer. Au lieu de donner une valeur forte à l'implication, le résultat sera faible (ou nul).

Il se trouve que cette situation arrive surtout quand l'observation A' est très différente (voire disjointe) de A. En effet, dans ce cas, il existe un point dans l'univers où la prémisse est FAUSSE et l'observation est VRAIE. Donc, comme vu précédemment dans le cas du MPG l'implication sera VRAIE tandis que dans l'inférence de Mamdani la conjonction correspondante sera FAUSSE.

Dans le cas flou, en fonction de la combinaison t-norme/implication choisie pour le Modus Ponens Généralisé (2), les incertitudes et imprécisions ne sont pas gérées de la même manière [1]. Mais toutes les combinaisons ne sont pas possibles. Plusieurs contraintes peuvent être imposées pour le choix des opérateurs. Classiquement, seule la compatibilité, avec le Modus Ponens Classique, est demandée, c'est-à-dire que l'on impose de retrouver B lorsque $A = A'$. Les combinaisons possibles [1] sous cette contrainte sont répertoriées dans le tableau 1.

Tableau 1: Exemples d'opérateurs compatibles [1] pour le Modus Ponens Généralisé et pour le MPG avec applicabilité.

t-norme	Implications compatibles
Łukasiewicz	Łukasiewicz Kleene-Dienes Wilmott Brouwer-Gödel Rescher-Gaines
min	Brouwer-Gödel Rescher-Gaines

La plupart des combinaisons compatibles vont placer un palier d'incertitude ε (Figure 2(b)), si bien que dans le cas limite où les deux ensembles A et A' sont disjoints, tout l'univers de la conclusion aura un degré d'appartenance valant 1.

À l'inverse, l'inférence de Mamdani, comme définie en section 2.2, prend l'écart entre A et A' en diminuant la valeur maximale de l'ensemble (Figure 2(c)) ; si bien que dans le cas disjoint, on aura cette fois une valeur 0 pour tout l'ensemble d'arrivée.

2.4 Comportement du MPG quand la règle ne s'applique pas

Les différences décrites précédemment ont des conséquences qui vont au-delà des interprétations données à ces comportements. En particulier, le fait d'utiliser une conjonction plutôt qu'une implication a des conséquences sur l'agrégation de règles. Et tout parti-

la règle, dans le cadre suivant :

$$(A \wedge A') \wedge (A \Rightarrow B) \rightarrow B' \quad (5)$$

Cette formulation est compatible avec le Modus Ponens, puisque l'on retrouve (1) lorsque $A = A'$.

Nous proposons d'étendre cette formulation au cas des sous-ensembles flous, en mesurant l'applicabilité de la règle par l'évaluation de la compatibilité entre la prémisse A et l'observation A' par l'intermédiaire d'une conjonction T_2 :

$$f_{B'}(y) = sup_{x \in X} T_1(T_2(f_A(x), f_{A'}(x)), I_R(x, y)) \quad (6)$$

La compatibilité [1] avec le Modus Ponens classique, mentionnée précédemment, restreint le choix de T_2 au min. En effet, si on souhaite avoir $B' = B$ quand $A' = A$, alors la t-norme T_2 doit être idempotente, forçant ainsi le choix du min. Nous obtenons comme formulation pour le Modus Ponens Généralisé avec applicabilité de la règle :

$$f_{B'}(y) = sup_{x \in X} T(min(f_A(x), f_{A'}(x)), I_R(x, y)) \quad (7)$$

3.1 Propriétés

Pour une t-norme T et une implication I_R quelconques, la formulation proposée (7) présente plusieurs propriétés notables :

- Propriété 1 : Si la prémisse et l'observation sont disjointes ($A \cap A' = \emptyset$), alors la conclusion est l'ensemble vide ($B' = \emptyset$).
  Preuve :
  Si A et A' sont disjoints, alors $\forall x$ $min(f_A(x), f_{A'}(x)) = 0$, qu'on remplace dans (7).

Cette propriété traduit le comportement souhaité du MPG avec applicabilité quand la règle ne s'applique pas : on obtient l'ensemble vide.

- Propriété 2 : Si l'observation est égale à la prémisse ($A' = A$), alors la conclusion obtenue par MPG avec applicabilité est identique à la conclusion de la règle ($B' = B$), si la t-norme T et l'implication I_R sont compatibles pour le MPG.
  Preuve :
  Par hypothèse $\forall x$ $min(f_A(x), f_{A'}(x)) = f_{A'}(x)$, que l'on introduit dans (7) pour retrouver le MPG (2). Si T et I_R sont compatibles, alors pour $A' = A$ on trouve $B' = B$.

T-norme et implication compatibles : De la Propriété 2, découle que si la t-norme T et l'implication I_R sont compatibles pour le MPG, alors elles le sont aussi pour le MPG avec applicabilité de la règle.
Donc, les opérateurs compatibles pour le MPG avec applicabilité de la règle, sont ceux compatibles pour le MPG (Tableau 1).

- Propriété 3 : Si l'observation est incluse dans la prémisse ($A' \subset A$), alors le MPG et le MPG avec applicabilité sont équivalents.
  Preuve :
  Par hypothèse $\forall x$ $min(f_A(x), f_{A'}(x)) = f_{A'}(x)$, que l'on introduit dans (7) pour retrouver le MPG (2).

Notons que, quand l'observation est plus précise que la prémisse ($A' \subset A$), pour *la plupart* des couples T et I_R compatibles, la conclusion obtenue par le MPG classique (et donc par le MPG avec applicabilité) est égale à la conclusion de la règle ($B' = B$). Ceci traduit le fait que même si on a une observation plus précise on ne peut pas conclure quelque chose de plus précis que la conclusion de la règle.

- Propriété 4 : Si l'observation contient la prémisse ($A' \supset A$) et la t-norme T et l'implication I_R sont compatibles, alors la conclusion obtenue par MPG avec applicabilité est égale à la conclusion de la règle ($B' = B$)
  Preuve :
  Par hypothèse $\forall x$ $min(f_A(x), f_{A'}(x)) =$

Par exemple, si l'on choisit Łukasiewicz comme t-norme et Kleene-Dienes comme implication, on obtient la formule suivante :

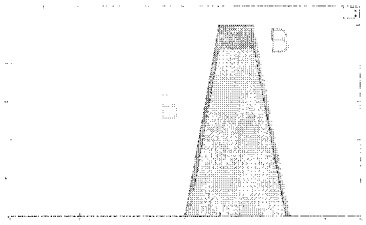
$$f_{B'}(y) = sup_{x \in X} max(min(f_A(x), f_{A'}(x)) \\ + max(1 - f_A(x), f_B(y)) - 1, 0)$$

Par construction, cette forme du MPG avec applicabilité vérifie les propriétés de la section 3.1, en particulier le fait que, si la règle ne s'applique pas, alors la conclusion inférée soit l'ensemble vide. La Figure 3(a) illustre son comportement lorsque A et A'sont définis comme sur la Figure 2(a). On note que par rapport à une inférence de Mamdani, ce Modus Ponens Généralisé avec contrôle de l'applicabilité trouve un ensemble B' plus précis.

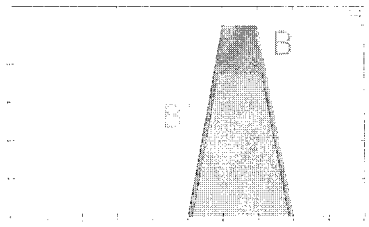
Si l'on choisit l'implication de Wilmott, avec la t-norme de Łukasiewicz, on obtient la formulation suivante :

$$f_{B'}(y) = sup_{x \in X} max(min(f_A(x), f_{A'}(x)) \\ + max(1 - f_A(x), min(f_A(x), f_B(y))) - 1, 0)$$

Encore une fois cette forme du MPG vérifie toutes les propriétés énoncées. Comme l'illustre la Figure 3(b), elle permet de trouver un ensemble B' plus précis que B, mais avec cette fois, une incertitude plus grande.



(a) Avec t-norme de Łukasiewicz et l'implication de Kleene-Dienes



(b) Avec la t-norme de Łukasiewicz et l'implication de Wilmott.

Figure 3: Illustration du comportement du MPG avec applicabilité, dans des cas non-équivalents à l'inférence de Mamdani. On utilise les même règle et observation que pour la Figure 2.

Conclusion

Dans la formulation du Modus Ponens Généralisé (MPG) rien n'empêche de faire un raisonnement avec une observation disjointe de la prémisse. Même si les conclusions obtenues, dans ce cas, via les différentes inférences ont été interprétées par plusieurs auteurs, peu de travaux se sont penchés sur un contrôle de l'applicabilité de la règle.

Dans cet article nous avons montré qu'une inférence basée sur un Modus Ponens Généralisé (MPG) avec contrôle de l'applicabilité, dans le cadre de la logique de Gödel étendue au flou, est équivalent à l'inférence proposé par Mamdani pour son fameux contrôleur. L'applicabilité de la règle est ici traduite par une conjonction entre l'observation et la prémisse. Le cadre logique de Gödel impose comme conjunction le min et comme implication le résidu de cet opérateur.

Par ailleurs, cette nouvelle formulation ouvre la voie à de nouvelles méthodes d'inférence qui ont les mêmes caractéristiques essentielles que l'inférence de Mamdani, mais présentent d'autres caractéristiques nouvelles. Dans l'avenir nous étudierons plus en détail ces variantes.

Références

[1] B. Bouchon-Meunier. *La logique floue et ses applications*. Addison-Wesley, 1995.

[2] D. Dubois, H. Prade. *Combination of fuzzy information in the framework of possibility theory*. In M.A. Abidi and R.C. Gonzalez, editors, Data Fusion in Robotics and Machine Intelligence, pages 481-505 . Academic Press, Inc ., Boston, 1992.

[3] E.H. Mamdani, S. Assilian. An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller. *International Journal of Man-Machine Studies*, 7 :1-13, 1975.

[4] E.H. Mamdani. Application of fuzzy algorithms for control of simple dynamic plant. *Proceedings of IEEE*, vol 121, no12, pp 1585-1588, 1974.

[5] J. Fodor. On fuzzy implication operators. *Fuzzy Sets and Systems*, vol 42, Iss 3, pp 293 ?300, 1991.

La Logique Possibiliste Généralisée

Generalized Possibilistic Logic

M. Banerjee[1] D. Dubois[2] H. Prade[2] S. Schockaert[3]

[1] Department of Mathematics and Statistics, Indian Institute of Technology, Kanpur, India, mohua@iitk.ac.in

[2] IRIT, Université Paul Sabatier, Toulouse, dubois@irit.fr, prade@irit.fr

[1] School of Computer Science & Informatics, Cardiff University, Wales, UK, s.schockaert@cs.cardiff.ac.uk

Résumé :

Nous présentons un cadre logique minimal qui permet de raisonner avec des formules booléennes qualifiées par des bornes inférieures de degrés de nécessité ou de possibilité. Il s'agit d'un langage propositionnel enchâssé dans un autre qui qualifie les propositions du premier. La version tout-ou-rien de ce cadre correspond à une logique épistémique élémentaire MEL dont la syntaxe est un fragment de la logique modale KD, et dont un fragment permet de capturer les logiques tri-valuées de Łukasiewicz et de Kleene. Sa sémantique se décline en termes de sous-ensembles d'interprétations du langage propositionnel. La version valuée de cette logique épistémique généralise la logique possibiliste et sa sémantique est en termes de familles de distributions de possibilité. Nous montrons la complétude de cette logique par rapport à cette sémantique possibiliste.

Mots-clés :

Théorie des possibilités, logique épistémique, logique tri-valuée

Abstract:

We present a minimal logical setting for reasoning with Boolean formulas annotated with lower bounds of necessity or possibility degrees. It is in fact a standard propositional language embedded into another one, whose role is to express beliefs about propositions of the former. The all-or-nothing version of this setting corresponds to a simplified epistemic logic MEL, whose syntax is a fragment of the modal logic KD. A fragment of MEL is enough to capture three-valued logics of Łukasiewicz and Kleene. Its semantics can be expressed in terms of subsets of interpretation of the inner propositional language. The graded version of this epistemic logic generalizes possibilistic logic as well, and its semantics is in terms of sets of possibility distributions. We show the completeness of this logic w.r.t. this possibilistic semantics.

Keywords:

Possibility theory, epistemic logic, three-valued logic

1 Introduction

Il y a trois approches logiques pour formaliser l'incertitude due au manque d'informations et la notion de croyance subjective induite :

- La logique tri-valuée de Kleene [14] où on introduit une troisième valeur de vérité en plus de *vrai* et *faux*, et qui veut dire *inconnu* ; cette logique est vérifonctionnelle et se définit par des tables de vérité pour la négation (involutive) et la conjonction (le minimum).
- La logique épistémique introduite par Von Wright et Hintikka qui utilise le formalisme de la logique modale, la modalité de nécessité $\Box\alpha$ représentant la connaissance ou la croyance dans la proposition α. Elle s'appuie sur une sémantique de Kripke à base de relations d'accessibilité [12].
- La logique possibiliste, dont la syntaxe utilise des conjonctions de paires (α, a) formées d'une proposition booléenne α et d'un poids a, souvent sur $]0, 1]$ qui représente une borne inférieure du degré de nécessité de α au sens de la théorie des possibilités, interprété comme un degré de certitude [4].

Toutes ces approches semblant aborder des questions similaires (l'inconnu, la croyance, l'incertitude) il est naturel de leur chercher un cadre commun. C'est le but de cet article. On montre que ce qui différencie ces approches c'est leur pouvoir expressif. On propose un cadre général pour les prendre en compte toutes et pour les situer les unes par rapport aux autres. Plus précisément, on peut voir la logique tri-valuée comme moins expressive que la logique épistémique. Si on ne considère pas l'introspection, le langage de la logique épistémique peut être simplifié et sa sémantique se décliner en termes de distributions de possibilité tout ou rien. Le langage de la logique possibiliste peut être étendu à des négations et des disjonctions de paires (α, a). On obtient alors un langage dont la sémantique est celle de la

nelle. Selon l'axiome K, si l'agent croit qu'une proposition se déduit d'une autre, il croit que cette dernière est vraie, dès qu'il croit que la première l'est. L'axiome D considère que la certitude est plus forte que la plausibilité, une contrepartie de l'inégalité entre fonctions de croyance et de plausibilité de Shafer, ou mesures de nécessité et de possibilité [4]. L'axiome N suppose que pour l'agent toutes les tautologies sont vraies. La notion de conséquence syntaxique à partir d'un ensemble Γ de formules (notée $\vdash_{MEL}$) est définie de façon classique.

Le langage de MEL est un fragment de ceux de KD45 ou de S5 (sa partie subjective). Les logiques modales sont souvent définies en partant de la syntaxe la plus générale qui étende LP, et en ajoutant des axiomes (tels **4, 5**) pour la simplifier. Ici on prend le parti opposé et on construit le plus simple langage épistémique à partir de LP. En fait, MEL peut se voir comme une logique propositionnelle standard avec des variables propositionnelles spécifiques construites à partir d'un autre langage propositionnel. Par construction, la déduction dans MEL est la déduction dans LP sur le langage induit par le vocabulaire At, avec des axiomes supplémentaires :

$$\Gamma \vdash_{MEL} \phi \iff \Gamma \cup \{K, N, D\} \vdash_{LP} \phi,$$

où $\{K, N, D\}$ sont toutes les instances des axiomes K, N, D. En particulier le théorème de la déduction est valide dans MEL.

Calculer les conséquences de Γ permet de mieux cerner l'état de connaissances de l'agent à partir de son témoignage, en construisant toutes les formules qu'il pourrait affirmer sans ajouter plus d'information. En fait, MEL est un fragment du système modal normal KD avec un langage restreint. En effet, $\Gamma \vdash_{MEL} \phi$, si et seulement si $\Gamma \vdash_{KD} \phi$, pour tout ensemble $\Gamma \cup \{\phi\}$ de formules de MEL.

2.3 Sémantique

Une valuation booléenne, est une application $w : PV \to \{0, 1\}$, avec $PV := \{p_1, \ldots, p_k\}$. Ces valuations (interprétations) forment l'ensemble $\mathcal{V}$. Pour une formule $\alpha \in \mathcal{L}$, $w \models \alpha$ veut dire que w satisfait (est un modèle de) α, c.-à-d., $w(\alpha) = 1$ (vrai). On note $[\alpha]$, l'ensemble des modèles de α. Donc $2^{\mathcal{V}} = \{[\alpha] : \alpha \in \mathcal{L}\}$.

Nous suivons verbatim la définition de Hintikka pour évaluer les formules $\Box\alpha$: "α est vrai dans tous les mondes possibles compatibles avec les croyances de l'agent" [1], et on note E l'ensemble de ces mondes. Un état épistémique est donc vu comme un ensemble de valuations propositionnelles (en fait leur disjonction). Chacune d'elles représente un état du monde possible pour l'agent. On suppose de plus que E est non-vide (sinon l'agent est incohérent).

La satisfaction des formules épistémiques est définie récursivement ainsi :
- $E \models \Box\alpha$, ssi $E \subseteq [\alpha], \forall \alpha \in At$.
- $E \models \neg\phi$, ssi $E \not\models \phi$.
- $E \models \phi \wedge \psi$, ssi $E \models \phi$ et $E \models \psi$.

C'est la sémantique *épistemique* de MEL. $E \models \Box\alpha$ veut dire que si l'état épistémique de l'agent est E, il croit que α est vrai. En voyant la fonction caractéristique de E comme une distribution de possibilité, il est clair que $E \models \Box\alpha$ peut s'écrire $N([\alpha]) = 1$ au sens de la mesure de nécessité basée sur E. De même, $E \models \Diamond\alpha$, ssi $E \cap [\alpha] \neq \emptyset$: Il y a au moins un état du monde possible pour l'agent, où α est vrai, soit $\Pi([\alpha]) = 1$ au sens de la mesure de possibilité basée sur E. De plus, $E \models \Diamond\alpha \wedge \Diamond\neg\alpha$ correspond à l'ignorance quant à α, car alors $E \cap [\alpha] \neq \emptyset, E \cap [\alpha]^c \neq \emptyset$. Cette information est non-triviale sur l'état épistémique de l'agent, même si elle ne dit rien sur l'état du monde.

On note $\mathcal{E}(\phi) = \{E \neq \emptyset : E \models \phi\}$ l'ensemble des modèles épistémiques de la formule $\phi \in \mathcal{L}_\Box$. Si Γ est un ensemble de formules épistémiques, $E \models \Gamma$ veut dire $E \models \phi$, pour tout $\phi \in \Gamma$. On note $\mathcal{E}(\Gamma)$ l'ensemble des modèles épistémiques de la base de

[1] Article Epistemic Logic, Stanford Encyclopedia of Philosophy, http ://plato.stanford.edu/entries/logic-epistemic/index.html.

1. $-F = V, -V = F, -I = I$ (involution)
2. $t(\alpha \sqcap \beta) = \min(t(\alpha), t(\beta))$
3. $t(\alpha \sqcup \beta) = \max(t(\alpha), t(\beta))$

Néanmoins, ces valeurs de vérité ont un relent épistémique : *inconnu* s'oppose à *certain que vrai* et *certain que faux* et les valeurs $\{F, I, T\}$ renvoient à la connaissance d'un agent sur des propositions en fait booléennes. Si α et β couvrent l'étendue des possibles, leur disjonction devrait être vraie même si elles sont inconnues ($t(\alpha) = t(\beta) = I$), et pourtant $t(\alpha \sqcup \beta) = I$ [3]. Pour résoudre ce paradoxe, on peut plonger la logique de Kleene dans MEL comme expliqué dans [2]. Rappelons ces résultats.

En accord avec le sens de la modalité $\Box$, on peut traduire en MEL les affirmations « $t(p) = V$ » par $\vdash \Box p$, « $t(p) = F$ » par $\vdash \Box\neg p$, et donc « $t(p) = I$ » par $\vdash \neg\Box p \wedge \neg\Box\neg p$ pour une variable propositionnelle p. Plus généralement, déclarer une proposition α vraie dans la logique de Kleene, c'est dire que $t(\alpha) = V$. On peut traduire toute affirmation de ce type en MEL par la procédure suivante [2] :

- Mettre α sous la forme d'une conjonction de clauses en forme normale négative : $\alpha = \sqcap_{i=1}^{q_\alpha} \sqcup_{j=1}^{q_i} \ell_{ij}$ avec $\ell_{ij} = p_k$ ou $-p_k$ (littéral).
- La traduction de $t(\alpha) = V$ dans MEL est la formule $\wedge_{i=1}^{q_\alpha} \vee_{j=1}^{q_i} \Box\ell_{ij}$ (en remplaçant la négation $-$ par $\neg$ dans ℓ_{ij}).

On remarque que cette traduction n'utilise qu'une partie du langage $\mathcal{L}_\Box$: on ne met le symbole $\Box$ que devant des littéraux, et on n'utilise pas la négation $\neg$ de $\mathcal{L}_\Box$. Il est montré dans [2] que ce fragment $\mathcal{L}_\Box^K$ de $\mathcal{L}_\Box$ capture exactement la logique de Kleene. En particulier $t(\ell_1 \sqcup \ell_2) = 1$ veut dire $\Box\ell_1 \vee \Box\ell_2$ et non $\Box(\ell_1 \vee \ell_2)$, ce qui résout le paradoxe si $\ell_1 = -\ell_2$. La logique de Kleene ne peut pas exprimer $\Box(\ell_1 \vee \ell_2)$.

Une valuation t en logique de Kleene est isomorphe à un modèle partiel en logique propositionnelle. Il suffit de poser $w(p) = 1$ si $t(p) = V$, et $w(p) = 0$ si $t(p) = F$. On a donc un état épistémique de la forme $E_t = [\bigcap_{i:t(p_i)=V} p_i \bigcap \bigcap_{i:t(p_i)=F} \neg p_i]$, qu'on peut qualifier de rectangulaire. Si B est une base de connaissances en logique de Kleene, $B \models_K \beta$ veut dire que si $t(\alpha) = V, \forall \alpha \in B$ alors $t(\beta) = V$. Soit $\mathcal{T}(B)$ la traduction de B en MEL avec la procédure ci-dessus. On a montré [2] que $B \models_K \beta$ si et seulement si $\mathcal{T}(B) \vdash_{MEL} \mathcal{T}(\beta)$ si et seulement si $\forall t, E_t \models \mathcal{T}(B) \Rightarrow E_t \models \mathcal{T}(\beta)$. Ce résultat indique bien que la logique de Kleene ne permet de modéliser que certaines formes d'information incomplète.

Ces résultats ont été étendus à la logique trivaluée de Łukasiewicz [2] qui correspond au fragment de $\mathcal{L}_\Box$ où on ne met le symbole $\Box$ que devant des littéraux.

3 Logique possibiliste

Dans sa forme de base, la logique possibiliste [4] représente des connaissances propositionnelles plus ou moins certaines, sous la forme de paires (α, a) où α est une formule propositionnelle de $\mathcal{L}$ et $a \in]0, 1]$ un degré de certitude positif. Sa sémantique s'exprime en termes de distributions de possibilité, qui sont des applications π de l'ensemble de toutes les interprétations propositionnelles $\mathcal{V}$ dans $[0, 1]$. Pour chaque valuation $w \in \mathcal{V}$, le degré $\pi(w)$ exprime à quel point w est *plausible*, c.-à-d. à quel point il est compatible avec la connaissance disponible. Elle raffine la notion d'état épistémique booléen (en indentifiant E au noyau $\{w : \pi(w) = 1\}$. Etant donné une distribution de possibilité π, les mesures associées de possibilité Π et de nécessité N évaluent à quel point respectivement une proposition est possible et nécessaire :

$$\Pi(\alpha) = \sup\{\pi(w) \mid w \models \alpha\}$$
$$N(\alpha) = 1 - \Pi(\neg\alpha) = \inf\{1 - \pi(w) \mid w \models \neg\alpha\}$$

On évalue les formules possibilistes (α, a) sur les interprétations du langage $\mathcal{L}$, à l'aide de la distribution de possibilité la moins spécifique telle que $N(\alpha) \geq a$ [4]. On utilise les axiomes de la logique propositionnelle avec un degré de nécessité 1, et le modus ponens pondéré : $\{(\alpha, a), (\neg\alpha \vee \beta, b)\} \vdash (\beta, \min(a, b))\}$.

La logique possibiliste ne prend en compte que

On considère l'axiomatisation suivante [9], qui étend celle de MEL [1].

(LP)
(K) : $\mathbf{N}_a(\alpha \to \beta) \to (\mathbf{N}_a(\alpha) \to \mathbf{N}_a(\beta))$;
(N) : $\mathbf{N}_1(\alpha), \forall \alpha$ tel que $\vdash_{LP} \alpha$;
(D) : $\mathbf{N}_a(\alpha) \to \mathbf{\Pi}_1(\alpha), \forall a \in \Lambda^+$;
(AF) : $\mathbf{N}_{a_1}(\alpha) \to \mathbf{N}_{a_2}(\alpha)$, si $a_1 \geq a_2$.
et la règle du modus ponens.

Dans (D), $\mathbf{\Pi}_1(\alpha)$ exprime $\neg \mathbf{N}_b(\neg\alpha), \forall b > 0$. On voit que quand a est fixé on obtient une copie de MEL (si on utilise $\mathbf{N}_a(\alpha) \to \neg \mathbf{N}_a(\neg\alpha)$ pour (D)). On récupère le modus ponens de la logique possibiliste et une règle hybride supplémentaire déjà suggérée en [5] :

Lemme 1 *Les règles d'inférence suivantes peuvent être établies :*
- $\{\mathbf{N}_{a_1}(\alpha), \mathbf{N}_{a_2}(\alpha \to \beta)\} \vdash \mathbf{N}_{\min(a_1,a_2)}(\beta)$
- $\{\mathbf{\Pi}_{a_1}(\alpha), \mathbf{N}_{a_2}(\alpha \to \beta)\} \vdash \mathbf{\Pi}_{a_1}(\beta)$
  si $a_2 > 1 - a_1$

Preuve: La première est obtenue en utilisant (AF) sur les deux prémisses (en les affaiblissant au niveau $\min(a_1, a_2)$), obtenant ainsi $\mathbf{N}_{\min(a_1,a_2)}(\alpha) \to \mathbf{N}_{\min(a_1,a_2)}(\beta)$ par modus ponens sur **K** et $\mathbf{N}_{\min(a_1,a_2)}(\alpha \to \beta)$, et à nouveau le modus ponens. La seconde est obtenue en établissant $\mathbf{N}_{1-p(a_1)}(\neg\alpha)$ à partir de $\mathbf{N}_{a_2}(\alpha \to \beta)$ et de $\mathbf{N}_{1-p(a_1)}(\neg\beta)$ (en réécrivant $\alpha \to \beta$ sous la forme $\neg\beta \to \neg\alpha$). On doit cependant supposer $1 - p(a_1) \leq a_2$, soit $a_1 + a_2 > 1$, afin d'affaiblir $\mathbf{N}_{a_2}(\alpha \to \beta)$ en $\mathbf{N}_{1-p(a_1)}(\alpha \to \beta)$. Si $1-p(a_1) > a_2$, (AF) ne fournit que $\mathbf{N}_{a_2}(\neg\alpha)$, dont la négation est plus faible que la prémisse $\mathbf{\Pi}_{a_1}(\alpha)$.

Le caractère sain de l'inférence syntaxique ne pose pas de problème à établir.

Proposition 1 (Correction) *Soit Γ une théorie en LPG, c.-à-d., un ensemble de formules de la LPG. Supposons que la formule de la LPG ϕ peut être dérivée de Γ par modus ponens et à partir des axiomes (LP,K, N, D, AF). Alors on a bien que $\Gamma \models_{LPG} \phi$.*

4.2 Complétude de la LPG

Pour la complétude, on procède comme dans le cas tout ou rien. Une valuation classique de $\mathcal{L}^k_\Box$ est une application $v : \mathbf{N}_a(\alpha) \in At^k \mapsto v(\mathbf{N}_a(\alpha)) \in \{0, 1\}$. L'axiome (AF) impose que si $v(\mathbf{N}_a(\alpha)) = 1$ et $0 < b \leq a$ alors $v(\mathbf{N}_b(\alpha)) = 1$. On peut alors définir une fonction d'ensemble g_v sur $\mathcal{V}$ comme suit

$$g_v([\alpha]) = \max\{a : v(\mathbf{N}_a(\alpha)) = 1\}$$

avec la convention $g_v([\alpha]) = 0$ si $v(\mathbf{N}_a(\alpha)) = 0, \forall a > 0$. Les autres axiomes de LPG imposent les contraintes suivantes à la fonction g :
- L'axiome (N) implique $g_v(\mathcal{V}) = 1$.
- Pour l'axiome (D), $v(\mathbf{N}_a(\alpha)) = 1$ implique $v(\mathbf{N}_a(\neg\alpha)) = 0, \forall a > 0$. Donc, si $g_v([\alpha]) = a > 0$, alors $g_v([\neg\alpha]) = g_v(\overline{[\alpha]}) = 0$. En particulier, $g_v(\emptyset) = 0$.
- Pour l'axiome K, notons que si $\alpha \vdash \beta$, il implique $\vdash \mathbf{N}_a(\alpha) \to \mathbf{N}_a(\beta)$, en vertu de l'axiome (N). Donc $v(\mathbf{N}_a(\alpha)) = 1$ implique $v(\mathbf{N}_a(\beta)) = 1$ et donc g_v est monotone croissante avec l'inclusion.
- On peut écrire l'axiome K comme suit : $\mathbf{N}_a(\alpha \to \beta) \to (\mathbf{N}_a(\alpha) \to \mathbf{N}_a(\alpha \wedge \beta))$. Si $v(\mathbf{N}_a(\alpha)) = 1$ et $v(\mathbf{N}_a(\beta)) = 1$, on a donc $v(\mathbf{N}_a(\alpha \to \beta)) = 1$; mais (K) implique $v(\mathbf{N}_a(\alpha \wedge \beta)) = 1$. Donc $g_v([\alpha \wedge \beta]) \geq \min(g_v([\alpha]), g_v([\beta]))$.

On conclut donc que la fonction g_v est une mesure de nécessité à valeurs sur Λ. Elle est définie complètement par une distribution de possibilité normalisée π_v. Il y a donc une bijection entre les valuations classiques de $\mathcal{L}^k_\Box$ qui satisfont les axiomes (K, N, D, AF) et les distributions de possibilité à valeurs sur Λ.

Proposition 2 (Complétude) *Soit $\Gamma \cup \{\phi\} \subset \mathcal{L}^k_\Box$ une théorie en LPG. $\Gamma \models_{LPG} \phi$ si et seulement si ϕ peut être dérivé de Γ par modus ponens et à partir des axiomes (LP, K, N, D, AF).*

Preuve: : $\Gamma \vdash_{LPG} \phi$ si et seulement si $\Gamma \cup \{K, N, D, AF\} \vdash_{LP} \phi$ si et seulement si $\Gamma \cup \{K, N, D, AF\} \models_{LP} \phi$ (complétude de

Validation de systèmes d'aide à la décision en contexte incertain par analyse multicritère

M. Batton-Hubert[1] G. Dupouy[2] E. Chojnacki[3]

[12] Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint-Étienne
[3] Institut de Radioprotection et de Sureté Nucléaire

Ecole Nationale Supérieure des Mines, EMSE-FAYOL, CNRS UMR6158, LIMOS, F-42023 Saint-Etienne
batton@emse.fr, dupouy@emse.fr,
Institut de Radioprotection et de Sureté Nucléaire, F-13115 Saint-Paul-Lez-Durance eric.chojnacki@irsn.fr

Résumé :
Ces travaux s'intéressent à la validation d'un outil et de son système de connaissance associé, dans le cadre d'une évaluation de risques industriels ou environnementaux. Ces systèmes composés de plusieurs sources de connaissance (experts, bases de données, modèles numériques,...) doivent pourvoir être comparés et dans le meilleur des cas, un ordonnancement par rapport à un objectif de validation opérationnelle doit être proposé. Une approche de type analyse multicritère est proposée sur des critères de validation issues de la métrologie. Ces premiers résultats montrent la difficulté de construire une échelle de référence ou d'utilité pour deux modes de représentation de l'incertain, de types probabiliste et possibiliste. Un critère d'informativité est particulièrement développé utilisant l'entropie de Shannon et sa déclinaison à des distributions discrètes de possibilité.

Mots-clés :
Analyse multicritère, possibilité, incertitude, validation

1 Contexte

La gestion du risque, dans des contextes industriels ou environnementaux (risque de pollution, risque d'inondation...), requière de prendre des décisions dans le cadre de systèmes complexes d'aide à la décision. Ces systèmes s'appuient sur une caractérisation du risque qui nécessite une grande quantité d'information. Ces informations sont généralement manipulées par différents opérateurs comme des modèles numériques, des systèmes à base de cas, des outils d'analyse multicritères, utilisant des sources de données hétérogènes plus ou moins fiables comme des données historiques, des informations issues de l'expertise. La mise en œuvre de ces systèmes d'aide à la décision pour l'évaluation d'un risque se base sur ces différentes sources d'information de nature différente car l'obtention de ce calcul du risque n'est pas exacte, (manque de connaissance).L'incomplétude de l'information disponible est compensée par des avis d'experts, appuyés sur leurs connaissances théoriques ou empiriques. L'évaluation du risque, et les décisions qui en découlent, ne repose plus alors uniquement sur la nature du processus, mais également sur les hypothèses et l'arbitrage fait par les experts. La décision est la résultante d'une synthèse des connaissances, partiellement subjectives, qu'il convient de valider. Cette validation nécessite dans un premier temps de formaliser de manière générique les étapes d'un processus de décision, dans un cadre qui intègre le plus d'élément possible l'état réel des connaissances. Ces étapes constituent la base de la validation opérationnelle [3] qui propose les différentes étapes de la transformation de connaissance nécessaire lors d'un processus d'aide à la décision. Dans ce contexte, on se propose de s'intéresser à la première étape de recueil du modèle formel proposé : soit, à la prise en compte des différentes sources d'information nécessaires à la quantification des variables étudiées du système concerné. Il s'agit alors de pourvoir hiérarchiser les différentes sources d'information par rapport à

Processus de Décision Crédibiliste pour l'Alignement des Ontologies

Credibilistic Decision Process for Ontology Matching

Amira Essaid[1,2] Arnaud Martin[2] Grégory Smits[2] Boutheina Ben Yaghlane[3]

[1] LARODEC, Université de Tunis, ISG Tunis, Tunisie

[2] IRISA, Université de Rennes1, Lannion, France

[3] LARODEC, Université de Carthage, IHEC Carthage, Tunisie

[1] 41, Rue de la Liberté, cité Bouchoucha, 2000 Le Bardo, essaid_amira@yahoo.fr

[2] BP 3021, 22302 Lannion Cedex, { Arnaud.martin,gregory.smits }@univ-rennes1.fr

[3] Carthage Présidence 2016, boutheina.yaghlane@ihec.rnu.tn

Résumé :

L'appariement est une tache primordiale pour aboutir à la gestion de l'hétérogénéité sémantique d'ontologies distribuées et ainsi assurer leur interopérabilité entre les différents systèmes les utilisant. Cette mise en correspondance consiste principalement à détecter des relations sémantiques entre les entités de deux ontologies par application de méthodes d'alignement fondées sur des mesures de similarité. L'emploi de mesures de différentes natures fait inévitablement apparaître des conflits. Nous proposons dans cet article de gérer ce conflit à l'aide de la théorie des fonctions de croyance.

Mots-clés :

Appariement des ontologies, mesure de similarité, théorie des fonctions de croyance, conflit.

Abstract:

Ontology matching is one of the most important tasks to mitigate the effect of semantic heterogeneity and to assure the interoperability between the different systems that use them. The matching consists in detecting the semantic relations between entities of two ontologies and thus by the application of different techniques which are based on similarity measures. Using these measures can lead to conflicting aligments. We propose in this paper to manage the conflict using the Dempster-Shafer theory.

Keywords:

Ontology matching, similarity measure, belief function theory, conflict

1 Introduction

Pour faire face à l'émergence d'applications basées sur l'exploitation conjointe de sources de données distribuées dont le format est difficilement interprétable par des machines, la notion du *web sémantique* a été introduite [2]. Cette nouvelle génération du web tend à faciliter l'intégration et l'interopérabilité de sources de données entre différentes applications. Le web sémantique repose essentiellement sur l'utilisation d'*ontologies* décrivant la structure et la sémantique des données contenues dans les documents web. Toutefois, il n'existe pas d'ontologie partagée de référence pour chaque contexte applicatif, mais plusieurs ontologies développées indépendemment les unes des autres et couvrant souvent partiellement le contexte applicatif concerné. L'utilisation de ce genre de données repose donc sur une étape de résolution de l'hétérogénéité sémantique des sources à travers l'appariement des ontologies [5]. Cet appariement vise à trouver des correspondances entre les entités de deux ontologies. Ces entités peuvent être des concepts, des propriétés ou encore des instances. L'ensemble des correspondances appelé *alignement* peut être traité de différentes manières en fonction des besoins des applications. Une exploitation possible d'un tel alignement consiste à fusionner les deux ontologies pour obtenir une nouvelle ontologie. Le résultat de l'appariement peut aussi conduire à la génération de règles de raisonnement pour l'interprétation des ontologies appariées.La découverte manuelle des correspondances sémantiques entre deux ontologies est une tache coûteuse en temps, inefficace et pouvant conduire à des erreurs [7]. Dans [5], les auteurs recensent les différentes méthodes existantes et les principaux défis sous-jacents à cette tache d'appariement : la robustesse et l'évolutivité. La robustesse concerne le fait

pondances entre les entités des deux ontologies appariées. Une correspondance est un 5-uplet :

$$<\text{id}, e_1, e_2, \text{r}, \text{n}>$$

- *id* : identifiant de la correspondance.
- e_1 et e_2 : entités tel que e_1 appartient à une ontologie source O_1 et e_2 appartient à une ontologie cible O_2. Ces entités peuvent être des concepts, des propriétés ou encore des instances.
- *r* est une relation entre les entités (équivalence, disjonction, subsomption), où seule l'équivalence est étudiée dans notre approche.
- *n* est une mesure de confiance obtenue par application d'une mesure de similarité.

2.2 Les techniques d'appariement

Dans [5], les auteurs dressent un état de l'art complet des différentes méthodes d'appariement et notamment des mesures de similarité utilisables pour établir les correspondances entre les entités. Ces méthodes peuvent être qualifiées :

- de *terminologiques*, en comparant chaînes de caractères formées à partir des noms, des labels ou encore des commentaires des entités.
- de *structurelles*, où l'information structurelle des entités, i.e. les relations qui existent entre les entités (subsomption, rang, domaine, ...), est exploitée pour créer les correspondances. Ces méthodes reposent soit sur la structure interne des entités (cardinalité, transitivité, multiplicité, ...), soit sur leur structure externe, c'est-à-dire la position des entités dans la hiérarchie de l'ontologie.
- d'*extensionnelles*, lorsqu'elles exploitent les instances des concepts pour établir des similarités.
- de *sémantique*, lorsqu'elles s'appuient sur la sémantique de la théorie des modèles afin de justifier les résultats de l'alignement. Ces méthodes déductives sont souvent précédées d'une étape de prétraitement et exploitent les instances associées à une entité pour définir son contexte et l'interpréter.

3 La théorie des fonctions de croyance

3.1 Formalisme

La théorie des fonctions de croyance, également appelée théorie de Dempster-Shafer [3] [8], est fondée sur la manipulation de fonctions de masse. Une fonction de masse représente une évaluation quantitative des connaissances sur un problème donné. En effet, pour un problème donné, on définit un cadre de discernement Θ comme étant un ensemble fini de toutes les hypothèses possibles exhaustives et exclusives. Une fonction de masse est décrite sur l'ensemble de tous les sous-ensembles de Θ, noté 2^{Θ}. Cette fonction de masse ou masse élémentaire de croyance est décrite par :

$$m(\emptyset) = 0 \tag{1}$$

$$\sum_{A \subseteq \Theta} m(A) = 1 \tag{2}$$

Les éléments A tel que m(A)> 0 sont appelés les éléments focaux.

3.2 Combinaison

En présence d'informations imparfaites (incertaines, imprécises et/ou incomplètes), la fusion se présente comme une solution pour obtenir une information plus pertinente et plus fiable. La théorie des fonctions de croyance est un outil intéressant et robuste de fusion de données. En effet, elle repose sur la possibilité de construire, pour un même cadre de discernement, une fonction de masse unique par combinaison des différentes fonctions de masses élémentaires issues de plusieurs sources d'informations distinctes et indépendantes et ceci en vue d'une prise de décision. Il existe un grand nombre de règles de combinaison [13], nous nous limitons dans cet article à la présentation de la règle conjonctive normalisée proposée par Dempster [3]. Pour deux fonctions de masse m_1 et m_2 et

4 Processus de Décision Crédibiliste

Le processus de décision crédibiliste proposé dans cet article est illustré sur deux ontologies O_1 et O_2, relatives à l'organisation de conférences [1].

4.1 Etape 1 : Appariement des ontologies

La mise en correspondance de deux ontologies est effectuée à l'aide de techniques terminologiques d'appariement à savoir les distances de Levenshtein, Jaro et Hamming. Ce sont des méthodes qui, comme décrites précédemment, comparent les chaînes de caractères sans pour autant tenir compte des relations existantes entre les entités.

- **Distance de Levenshtein** : Elle est égale au nombre minimal d'opérations de suppression, d'insertion ou de substitution de caractères nécessaires pour la transformation d'une chaîne en une autre.
- **Distance de Jaro** : Elle mesure le nombre et l'ordre des caractères communs entre deux chaînes de caractères.
- **Distance de Hamming** : Elle mesure le nombre de positions au niveau desquelles les deux chaînes de caractères diffèrent.

La figure 1 montre un extrait des correspondances établies entre une ontologie source O_1 et une ontologie cible O_2 selon une mesure de similarité. Rappelons que dans un processus d'appariement, on désigne aléatoirement une ontologie de référence pour laquelle on essaie de chercher pour chacune de ses entités sa correspondante dans une ontologie cible. On observe que l'entité $ConferenceMember$ de l'ontologie O_1 est appariée aux entités $Conference$ et $Conference_fees$ de l'ontologie O_2.

Par application des méthodes terminologiques d'appariement présentées précédemment, on

1. http ://oaei.ontologymatching.org/2013/conference/index.html

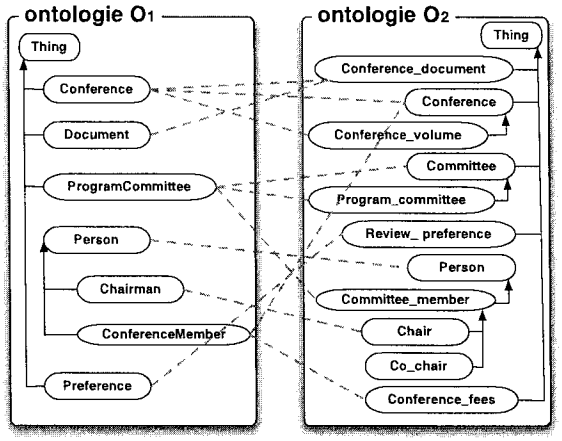


Figure 1 – Appariement entre deux ontologies pour une méthode donnée

aboutit à un ensemble de correspondances possibles. Pour limiter le nombre d'alignements considérés, un seuil de filtrage sur le degré de similarité a été défini empiriquement. Pour illustrer l'absence fréquent de consensus entre les méthodes d'appariement utilisées pour une même entité de O_1, le tableau 1 montre les appariements privilégiés pour chacune des trois méthodes considérées en prenant $ConferenceMember$ comme entité de départ de l'ontologie source O_1.

Tableau 1 – Résultats d'appariement de l'entité $e_1 = ConferenceMember$ de O_1 avec des entités de O_2

méthode	$e_2 \in O_2$	n
Levenshtein	$Conference_fees$	0.687
Jaro	$Conference$	0.516
Hamming	$Conference$	0.625

4.2 Etape 2 : Modélisation dans le cadre de la théorie des fonctions de croyance

Les résultats d'appariement de l'étape précédente seront modélisés dans le cadre de la théorie des fonctions de croyance.

- *Cadre de discernement* : il sera composé de

5 Conclusion et perspectives

Dans cet article, nous avons proposé un processus de décision dans le cadre de l'appariement des ontologies. Cette approche se déroule principalement en trois étapes où nous étions amenés tout d'abord à chercher les alignements entre les entités de deux ontologies par application des méthodes terminologiques. Ensuite, nous avons procédé à la modélisation des résultats dans le cadre de la théorie des fonctions de croyance. La dernière étape consiste à prendre une décision quant au correspondant de chaque entité de l'ontologie source et ceci par application des règles de décision.

Comme perspectives à ce travail, nous envisageons tout d'abord d'utiliser d'autres méthodes d'appariement tenant compte des différents aspects sémantiques et structurels des entités à apparier et aussi de se fonder sur les résultats de décision pour construire une ontologie incertaine. Le passage à l'échelle du cadre de discernement important pour les ontologies nécessitera de développer des approches efficaces de décision sur l'espace puissance.

Références

[1] A. Appriou. Approche générique de la gestion de l'incertain dans les processus de fusion multisenseur. *Traitement du Signal*, 22, 307- 319, 2005.

[2] T. Berners-Lee, J. Hendler, O. Lassila. The semantic web. *Scientific American*, 284 : 34 - 43, 2001.

[3] A. Dempster. Upper and Lower probabilities induced by a multivalued mapping. *Annals of Mathematical Statistics*, 38 : 325 - 339, 1967.

[4] A. Essaid, B. Ben Yaghlane, A. Martin. Gestion du conflit dans l'appariement des ontologies. *Atelier Graphes et Appariement d'Objets Complexes, Extraction et Gestion des Connaissances (EGC)*, 50 - 60, 2011.

[5] J. Euzenat, P. Shvaiko. *Ontology Matching*. Springer-Verlag, 2007.

[6] T.R. Gruber. A translation approach to portable ontology specifications. *Knowledge Acquisition Journal*, 5(2) : 199 - 220, 1993.

[7] N. F. Noy, M. A. Musen. Prompt : algorithm and tool for automated ontology merging and alignment. *In Proceeding of Seventeenth National Conference on Artificial Intelligence (AAAI-2000)*, 2000.

[8] G. Shafer. *A Mathematical Theory of Evidence*. Princeton University Press, 1976.

[9] P. Smets : Constructing the pignistic probability function in a context of uncertainty. *Uncertainty in Artificial Intelligence*, 5, 29 -39, 1990.

[10] P. Smets. Belief functions : The disjunctive rule of combination and the generalized bayesian theorem. *International Journal of Approximate Reasoning*, 9(1) : 1-35, 1993.

[11] P. Smets, R. Kennes. The Transferable Belief Model. *Artificial Intelligence*, 66 : 191- 234, 1994.

[12] P. Smets. Decision making in the TBM : the necessity of the pignistic transformation. *International Journal of Approximate Reasonning* 38, 133 - 147, 2005.

[13] P. Smets. Analyzing the combination of conflicting belief functions. *Information Fusion*, 8(4) : 387 - 412, 2007.

[14] X. Su. Semantic enrichment for ontology mapping.*Norwegian University of Science and Technologie*, 2004.

Logique possibiliste multi-agents, confiance, et arguments

Multiple agent possibilistic logic, trust and arguments

Asma Belhadi[1] Faiza Khellaf-Haned[1] Henri Prade[2]
[1] LRIA, Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene, Algérie
BP 32 El Alia 16111 Bab Ezzouar, Alger, hanedfaiza@yahoo.com
[2]IRIT, CNRS & Université de Toulouse, France
118 route de Narbonne, 31062 Toulouse Cedex 09, prade@irit.fr

Résumé :
Quand un agent reçoit une information d'un autre agent, la façon dont il intègre éventuellement cette information dépend de son propre état de croyance initial, de la confiance / défiance qu'il a vis-à-vis de l'autre agent, et éventuellement des arguments que l'autre agent peut apporter à l'appui de son affirmation, et de la manière dont ces arguments rencontrent les croyances du premier agent. Nous cherchons à représenter ce processus complexe de révision dans le cadre de la logique possibiliste.

Mots-clés :
logique possibiliste, révision de croyances, fusion d'information, confiance, argumentation.

Abstract:
When an agent receives a piece of information from an other agent, the way he is going to take it into account depends on his own state of beliefs, on his trust / distrust with respect to the other agent, and possibly on the arguments that the other agent can produce for supporting his claim, and how these arguments interact with the beliefs of the first agent. We study how to represent this complex revision process within the setting of possibilistic logic.

Keywords:
possibilistic logic, belief revision, information fusion, trust, argumentation.

1 Introduction

Il existe une littérature considérable sur la révision de croyances (un processus asymétrique où la priorité est donnée à l'information entrante) et sur la fusion d'information (un processus symétrique d'intégration de l'information provenant de plusieurs sources d'information en parallèle), dans différents cadres de représentation des connaissances.

La logique possibiliste en associant des propositions avec des niveaux de certitude offre un cadre pondéré à la combinaison de l'information qui autorise différentes opérations d'agrégation [4, 1]. Un cadre étendu permet de prendre en compte les croyances mutuelles de groupe d'agents [6]. Des informations de niveau méta sur la capacité des sources à fournir des informations toujours correctes et éventuellement complètes peuvent y être prises en compte [5]. Le processus de transmission de l'information au travers de plusieurs agents a été récemment analysé dans des cadres de logique modale et de fonctions de croyance [2, 3] et peut se transposer en logique possibiliste. Par ailleurs, l'idée de décôte ("discounting") de la confiance dans l'information fournie par une source quelque peu douteuse est ancienne ; elle a été récemment enrichie en prenant en compte la compétence des sources et leur propension à dire la vérité [9] dans le cadre des fonctions de croyance.

La réception par un agent d'une information qui rentre en conflit avec ses croyances est souvent affaire d'argumentation de la part de l'autre agent qui l'informe. Des travaux ont comparé les processus de révision et d'argumentation, montré leur complémentarité, prenant aussi en compte des règles par défaut dans l'argumentation [8, 7]. La confiance (et la défiance) peuvent elles-mêmes être argumentées [10]. Nous discutons maintenant comment ces différents aspects peuvent être pris en compte et intégrés dans le cadre de la logique possibiliste.

2 Esquisse d'une approche unifiée

Considérons une proposition p. L'agent a peut être (plus ou moins) certain que p est vrai, ou que p est faux, ou encore ne pas savoir si p est

Interpolation spatiale floue en Sciences de l'Environnement : de la faisabilité technique à l'utilisation experte

M. Batton-Hubert[1] A. Gentils[2]
[12] Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint-Étienne

Ecole Nationale Supérieure des Mines, EMSE-FAYOL, CNRS UMR6158, LIMOS, F-42023 Saint-Etienne
batton@emse.fr,gentils@emse.fr

Résumé :
La génération de champs scalaires spatiaux, interpolés à partir de données géo localisées ayant une évaluation floue reste significative sur deux aspects : la génération du champ continu de valeurs floue d'une part, et de la pertinence des résultats dans le cadre de l'utilisation d'experts. En effet, plusieurs techniques ont été explorées dont le krigeage flou mais peu de choses sont retranscrites concernant la génération d'un champ à partir de données possibilistes et de la connaissance exploitable en sortie. Deux nouveaux algorithmes sont proposés et appliqués à des données environnementales, de champs d'estimation de la profondeur du substratum pour l'étude de nappe aquifère pour essayer d'évaluer la pertinence de la connaissance spatiale produite.

Mots-clés :
Interpolation spatiale floue, possibilités, estimation de champ de profondeurs de substratum

1 Introduction

L'interpolation floue est un problème qui a été abordée sous plusieurs angles depuis les années 1970, mais pour lequel il existe peu de solutions satisfaisantes. Le type d'incertitude ou d'imprécision que le modèle doit prendre doit être précisé. [5] distingue trois types d'imprécisions possibles : sur la localisation, sur les données, et sur les interactions spatiales entre les données. Seule l'imprécision sur la donnée Z est considérée, le problème de la localisation des points de mesure n'est pas pris en compte. On supposera alors que le point de mesure en **x** $[x,y,z]$ est connu à une erreur estimée. L'interpolation ou l'estimation spatiale en présence d'incertain se heurte à un problème conceptuel : en toute rigueur, il est difficile d'obtenir un modèle d'interpolation ou d'estimation précis à partir de données imprécises. En présence de données imprécises, l'ensemble des données compatibles avec les informations disponibles contient plus d'un élément. Supposons que l'on souhaite construire un modèle d'interpolation précis qui corresponde à l'ensemble des éléments admissibles. Un tel modèle se basant sur les données disponibles sera différent selon les données précises choisies. Le modèle doit par conséquent être également imprécis et cela implique que l'on introduise un second niveau d'incertitude. Un tel modèle devrait donner en chaque point **x** de l'espace non pas une distribution de possibilité sur les valeurs de Z mais sur les distributions de possibilité sur Z admissibles[1] en **x**. L'interpolation et l'estimation spatiale sont basées sur des distances entre les points de l'espace, et entre les valeurs de Z. Il existe de nombreux modèles de distance entre les données de type distribution de possibilité. Certains renvoient une distance réelle précise d'autres une distance sous forme d'une distribution de possibilité, ou des distances sous forme d'intervalle. Deux approches sont envisagées dans cette étude :

1. une approche combinant du krigeage avec un algorithme de type Monte-Carlo afin de reconstituer en chaque **x** une distribution de possibilité par tirage aléatoire,
2. une approche adaptant l'algorithme de soft kriging proposée par [3], ce qui permet de borner la distribution de possibilité en tout point de l'espace.

[1] Distributions admissibles au sens où elles sont compatibles avec des valeurs supports et noyaux voisines: soit l'enveloppe de l'opérateur de type $\cup$ (*min*)

grand nombre de tirages aléatoires sélectionnant z_i^k des valeurs entre les bornes des supports des distributions de possibilité, puis de kriger chaque tirage, afin d'extraire de l'ensemble des tirages une distribution de possibilité résultante. Une distribution de possibilité ne contient pas d'information supplémentaire sur la probabilité d'occurrence des différentes valeurs. Tous les points de possibilité non nulle ont *a priori* la même probabilité d'occurrence, tandis que les points de possibilité nulle ont une probabilité d'occurrence égale à zéro.

Le krigeage réalisé pour chaque tirage aléatoire k, consiste à faire l'estimation en un point x, à partir des différentes valeurs $z^k(x_i)$ sur les i points de mesure : soit à chaque tirage k une valeur $\hat{z}^k(x)$. Pour déterminer la possibilité associée en ce point $\hat{z}^k(x)$, on associe à la valeur obtenue par krigeage la possibilité minimale des points interpolés, soit la confiance minimale associée cette valeur. On obtient alors la valeur par le $k^{ième}$ tirage pour chaque point x_i, et $\pi_i\left(z^k(x_i)\right) = \pi_i^k$ la possibilité associée :

$$\pi(\hat{z}^k(x)) = min_i(\pi_i^k) \qquad (1)$$

Les K échantillons obtenus en un point x vont permettre de reconstruire une distribution de possibilité en ce point. Pour chaque valeur z, la valeur de la possibilité $\pi\left(z(x)\right)$ est la valeur maximale des possibilités $\pi\left(\hat{z}^k(x)\right)$ soit :

$$\pi_x(z(x)) = \max\left[\pi\left(\hat{z}^k(x)\right) \middle| \hat{z}^k(x) = z(x), \forall k \in K\right] \qquad (2)$$

$\pi\left(z(x)\right)$ est une estimation de la possibilité interpolée à partir des n échantillons de possibilités associés aux points x_i.

2.4 Algorithmes prudent d'interpolation floue

Algorithme 3: Krigeage par échantillonnage aléatoire

Données : n points x_i et leurs distributions de possibilité associées $\pi_i(z)$

$a_i = \inf_z \text{supp}(\pi_i)$;

$b_i = \sup_z \text{supp}(\pi_i)$;

pour $1 \leq k \leq K$ **faire**

  Tirer n valeurs $z_i^k \in [a_i, b_i]$;

  $\pi_i^k = \min_i \pi_i(z_i^k)$;

  pour tous les $x \in \mathcal{S}$ **faire**

    $\hat{z}_x^k = krig(z_i^k, x)$;

    $\pi(\hat{z}_x^k) = \pi_i^k$;

  fin

fin

/* On récupère l'enveloppe convexe */

pour tous les x, z **faire**

  $\pi_x(z) = \max_{\hat{z}_x^k = z} \pi(\hat{z}_x^k)$;

fin

Figure 1 – Algorithme méthode de krigeage par échantillonnage aléatoire

Le *soft kriging* introduit par [3] cherche à pouvoir prendre en compte dans l'interpolation des intervalles, des indications sur la confiance relative sur la probabilité d'occurrence des valeurs d'un intervalle. Le principe de calcul de l'interpolation en présence d'incertitude proposé par [3] est de travailler non plus sur des valeurs de la grandeur z à interpoler, mais sur des fonctions indicatrices $ind(x,z)$ qui permettent de représenter mathématiquement si la valeur z est inférieure ou supérieure, à la mesure au point x : lorsque $z > Z(x)$, $ind(x,z) = 1$; lorsque $z \leq Z(x)$, $ind(x,z) = 0$.

Dans le cas où la mesure en x est un intervalle $[Z_-(x), Z^+(x)]$, on a également : lorsque $z > Z^+(x)$, $ind(x,z) = 1$; lorsque $z \leq Z_-(x)$, $ind(x,z) = 0$; et lorsque $Z_-(x) < z \leq Z^+(x)$ la fonction la fonction $ind(x,z)$ n'est pas définie.

Données : n points x_i et les valeurs mesurées en ces points $Z(x_i)$

/* $Z(x_i)$ peut être un réel ou un intervalle */

Données : Une discrétisation $I_z = \{z_k\}$ des valeurs possibles pour z

/* Création des fonctions $ind(x_i, z_k)$ */

si $Z(x_i) \leq z_k$ alors $ind(x_n, z_k) = 0$

sinon si $Z(x_i) > z_k$ alors $ind(x_i, z_k) = 1$

sinon $ind(x_i, z_k) = NA$

pour tous les $z_k \in I_z$ **faire**

  Kriger les fonctions $ind(x, z_k)$ (en faisant attention au cas où toutes les valeurs sont NA);

  $F_x^*(z_k) = \sum_{ind(x_i, z_k) \neq NA} \lambda_n(x, z_k) \cdot ind(x_i, z_k)$;

  $z'_k(x)$ = moyenne des $z(x_i) \in [z_k, z_{k+1}]$ proches de x;

fin

$z^*(x) = \sum_{k=0}^{K} z'_k(x) \cdot [F_x^*(z_{k+1}) - F_x^*(z_k)]$;

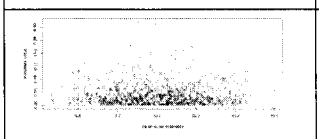
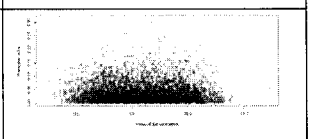
Figure 2 – Algorithme *soft kriging* selon [3]

probabilité que ces conditions soient réunies, est fonction du nombre de points et du ratio noyau/support. Dans le cas étudié on a une probabilité de $(½)^{20} \cong 10^{-6}$. Il est donc difficile de décrire l'enveloppe extérieure de la distribution de possibilité en un temps CPU raisonnable.

3.3 Résultats obtenus pour l'algorithme prudent d'interpolation floue

Les résultats de l'*algorithme prudent d'interpolation floue* montrent qu'il est possible de construire une distribution de possibilité de l'ensemble de valeurs de z en tout point x.

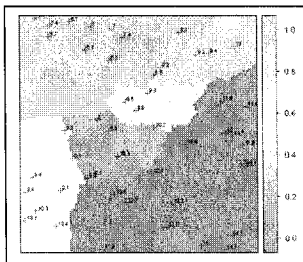
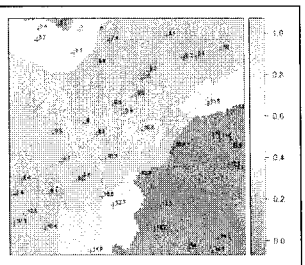
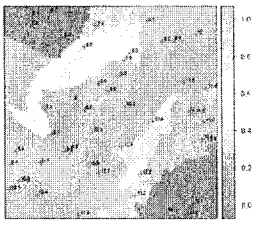
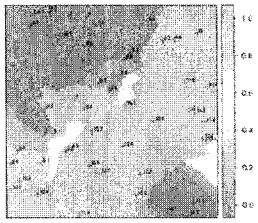
Tableau 1 – Krigeage par échantillonnage aléatoire au point **x** de coordonnées (50,50) avec 1000 et 5000 itérations.

Test avec 1000 itérations	Test avec 5000 itérations
	

L'objectif étant de représenter un champ continu, la représentation cartographique des résultats n'est pas aisée. Nous avons choisi de représenter des cartes de possibilités pour des valeurs de z fixées, en chaque point la valeur de la possibilité associée à une valeur donnée z est affichée (Tableau 2.).

L'interprétation des résultats obtenus ne peut se faire sans considérer une plage de valeurs possibles de z successivement: en effet la carte de valeurs de possibilité pour un z donné identifie les secteurs potentiels de valeurs possibles z plus ou moins proche de 1.

Tableau 2 – Interpolation floue par indicatrice avec 8 voisins pour différentes valeurs de Z. Les 50 points de mesure sont indiqués par des croix (dont la valeur précise est également fournie ici), les 10 α-coupes ont été calculées sur une grille de 10000 points. Le dégradé de couleur (*ordonnée*) correspond à la valeur de $\pi(x)$ en tout point x.

 Valeur de $z = 8$	 Valeur de $z = 9$
 Valeur de $z = 10$	 Valeur de $z = 11$

Une iso valeur de $z = 10$ selon une diagonale *coin-gauche bas vers coin-haut droit* connue à la construction du cas test, conduit à des valeurs de possibilité proches de 1 pour des z comprises entre 9 et 11 (Tableau 2.). Ce qui est concordant par rapport aux hypothèses. Ceci permet de fournir une information imprécise mais selon une répartition spatiale ; ceci reste difficile à utiliser comme champ de données continues pour des surfaces *a priori* mal connues mais réellement précises (voir exemple suivant). Cependant pour un expert en géosciences cherchant à faire un échantillonnage, cela permet l'aide au choix de points de mesure. Pour un point donné **x** sa distribution de possibilité selon les valeurs possibles z a été construite, et pour chaque valeur pour une valeur de possibilité, la confiance $(1-\alpha)$ en cette valeur z.

pour toute forme d'interpolation. L'un des inconvénients de cette méthode est : si l'on suppose deux points proches l'un de l'autre centrés sur une même valeur, mais dont l'un est moins précis, c'est le point le moins imprécis qui sera utilisé dans l'interpolation. L'intégration de fonctions de pondération pourraient permettre de prendre en compte la (dis)similarité pouvant exister dans les méthodes de krigeage, ceci permettrait d'intégrer le critère de corrélation spatiale lié à la distance entre deux points et non à la position spatiale absolue du point.

Le choix de l'opérateur d'interpolation répond en premier lieu au type de données possibilistes : cela revient à considérer que dès lors qu'une valeur x a une possibilité $\pi(x)$ de 1 sur l'un des points supports, la valeur pour le point interpolé sera possible automatiquement. D'autres stratégies moins conservatrices mais plus précises peuvent être également envisagées tout en prenant en compte le fait que le résultat doit définir un ensemble commun pour le support (celui-ci ne pouvant être vide). Les deux tests envisagés montrent la faisabilité technique de l'interpolation floue sur des distributions de possibilité mais montrent la nécessité de se poser la pertinence de la représentation cartographique unique et l'appropriation de cette forme d'information pour une aide à la décision.

Pour l'appropriation, la représentation plus aisée est de fournir la distribution de possibilité estimée au point x_0 mais ceci ne donne plus une visualisation spatiale du résultat. Pour tenter de répondre au problème de la prise en main de ces résultats, une représentation sur une carte des valeurs de Z pour une valeur de possibilité donnée (par exemple 1, 0.9, 0.8...) également pourrait être envisagée également. Mais ceci ne contribue que partiellement à l'appropriation par l'expert de cette information imprécise. Son usage pour l'aide à la décision, demeure une question ouverte.

Références

[1] C. Baudrit. *Représentation et propagation de connaissances imprécises et incertaines : Application à l'évaluation des risques liés aux sites et aux sols pollués,* Thèse de doctorat, Université Toulouse III - Paul Sabatier, 2005.

[2] D. Dubois, et H. Prade. *Concepts et méthodes pour l'aide à la décision, volume 1, outils de modélisation, chapitre Représentations formelles de l'incertain et de l'imprécis,* pp. 111-171. Hermés. 2006.

[3] A. Journel. Constrained interpolation and qualitative information the soft kriging approach *Mathematical Geology*, 18(3):269-286. 1986

[4] K. Loquin, D. Dubois. (2010b). *Methods for Handling Imperfect Spatial Information*, chapitre Kriging and epistemic uncertainty: a critical discussion, pp. 269-305. Springer Verlag, 2010.

[5] J-N. Paoli, O. Strauss, B. Tisseyre, et P. Lagacherie. Utilisation d'un variogramme flou dans une méthode d'agrégation sémantique, *Actes des Rencontres Francophones sur la Logique Floue et ses Applications (LFA),* 2006.

[6] L.A. Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control,* 8:338-353, 1965.

Requêtes floues et SGBD relationnels : vers un couplage renforcé

Fuzzy queries and RDBMSs : towards a tighter coupling

G. Smits [1] O. Pivert [1] T. Girault [2]
[1] IRISA-ENSSAT, Université de Rennes 1, [2] Ingénieur freelance

Technopole Anticipa, BP 80518, 22305 Lannion Cedex
{smits, pivert}@irisa.fr, toma.girault@gmail.com

Résumé :
Dans cet article, nous présentons une stratégie pour la mise en œuvre d'un système d'interrogation floue autour d'un SGBD classique. Le système considéré repose sur le langage SQLf qui permet d'exprimer une grande variété de requêtes floues. Les expérimentations menées montrent que la stratégie d'implémentation choisie apporte des gains de performances par rapport aux architectures existantes fondées sur un couplage plus lâche entre une couche dédiée à l'évaluation des requêtes floues et un SGBD, ce type de solution nécessitant une étape de post-traitement pour calculer la relation floue produite par une requête. Nous décrivons également une interface conviviale visant à aider les utilisateurs non-experts à exprimer leurs requêtes floues de façon intuitive.

Mots-clés :
Bases de données, requêtes floues, optimisation de requête, SQLf, PostgreSQL, interface.

Abstract:
In this paper, we present an implementation strategy for a fuzzy querying system embedded in a regular DBMS. This system relies on the language SQLf that makes it possible to express a great variety of fuzzy queries. Experiments show that this implementation strategy induces performance gains with respect to existing strategies based on a loose (or milder) coupling between a fuzzy querying layer and a DBMS, that necessitate an external postprocessing so as to compute the result in the form of a fuzzy relation. We also describe a user-friendly interface aimed at helping nonexpert users express their fuzzy queries in an intuitive manner.

Keywords:
Database fuzzy querying, query optimization, SQLf, PostgreSQL, interface.

1 Introduction

Durant la dernière décennie, on a pu constater un regain d'intérêt pour l'expression de préférences dans les requêtes de bases de données. En réalité, les premiers travaux de recherche sur ce sujet remontent aux années 80, voir par exemple [12]. Les motivations pour les requêtes à préférences sont multiples [10]. Tout d'abord, il est apparu souhaitable d'offrir des langages de requête plus expressifs, pouvant traduire plus fidèlement le besoin d'information d'un utilisateur. En deuxième lieu, l'introduction de préférences dans les requêtes fournit une base à l'ordonnancement des réponses, ce qui est particulièrement appréciable dans le cas d'ensemble de réponses volumineux. Enfin, une requête classique peut produire un résultat vide, alors qu'une version relaxée (et donc moins restrictive) de la requête pourra peut-être être satisfaite par quelques éléments.

Dans cet article, nous considérons l'approche de requêtes à préférences fondée sur la théorie des ensembles flous [4, 6], qui bénéficie de la grande expressivité de cette dernière quant à la modélisation de différents types de critères graduels et à leur combinaison. Le cadre langagier considéré est SQLf [4, 14], une extension floue de SQL initialement proposée dans les années 90 et complétée depuis par divers opérateurs additionnels. Ce langage incorpore de nombreux constructeurs flous et constitue un outil puissant pour exprimer des requêtes à préférences dans un cadre de bases de données. Cependant, deux questions n'ont pas trouvé jusqu'à présent de réponses définitives, qui concernent respectivement : i) la mise en œuvre efficace d'un système d'interrogation fondé sur SQLf (ce qui soulève la question de l'optimisation de requêtes floues), ii) la façon dont on peut aider un utilisateur non-expert à spécifier ses requêtes floues (qui sont intrinsèquement plus complexes que des requêtes classiques, ne

- *couplage lâche* : les nouvelles fonctionnalités sont intégrées au travers d'une couche logicielle au-dessus du SGBD. Le principal avantage de ce type d'architecture réside dans sa portabilité, puisque n'importe quel SGBD peut être utilisé comme moteur de requête sous-jacent. Son principal point faible tient à ses relativement médiocres performances, qui rendent difficiles le passage à l'échelle.
- *couplage moyen* : les nouvelles fonctionnalités peuvent être intégrées par l'intermédiaire de procédures stockées, à l'aide d'un langage procédural approprié aux bases de données tel que PL/SQL (dans le cas d'Oracle). Une alternative consiste à recourir à des fonctions externes. Avec ce type de solution, les données sont directement gérées par le noyau du SGBD, ce qui conduit à de meilleures performances.
- *couplage fort* : les nouvelles fonctionnalités sont incorporées dans le noyau même du SGBD. Cette solution, qui est évidemment la plus efficace en termes d'évaluation de requête, implique de réécrire entièrement le moteur d'évaluation, y compris l'analyseur syntaxique et l'optimiseur du SGBD, ce qui est une tâche très lourde.

Le type de mise en œuvre que nous présentons dans cet article est à la jonction entre le couplage moyen et le couplage fort dans la mesure où i) les fonctions d'appartenance correspondant aux prédicats flous spécifiés par l'utilisateur sont définies comme des procédures stockées et ii) les extensions graduelles des opérateurs (norme triangulaire pour la conjonction, conorme triangulaire pour la disjonction, quantificateurs flous) sont implémentées en langage C et intégrées dans le moteur de requêtes du SGBD relationnel PostgreSQL.

En l'absence de SGBD commerciaux capables d'interpréter des requêtes floues, certaines approches de la littérature proposent de passer par une étape de dérivation *derivation step* [5] de façon à générer une requête booléenne utilisée pour préfiltrer la relation (ou le produit cartésien des relations) concernée. L'idée est de restreindre le calcul des degrés de satisfaction aux seuls n-uplets qui satisfont à un niveau suffisant la condition de sélection (ou de jointure). Dans ce type d'approche, l'évaluation de requêtes floues comporte trois étapes :

1. dérivation d'une requête booléenne à partir de la condition floue apparaissant dans la requête utilisateur,
2. évaluation de cette requête booléenne et production de la relation résultante,
3. calcul des degrés de satisfaction attachés aux n-uplets de cette relation (et élimination éventuelle des n-uplets non suffisamment satisfaisants), ce qui produit la relation floue constituant le résultat final.

En termes de performances, l'intérêt d'utiliser une architecture de type "couplage moyen" réside dans le fait que la relation floue résultante est calculée durant la phase de sélection des n-uplets (aucun programme externe n'a besoin d'être appelé pour effectuer l'étape 3).

De manière à faciliter la maintenance et la distribution du code, les fonctionnalités nécessaires à l'évaluation de requêtes floues ont été mises en œuvre sous la forme d'une extension (PGXS) du SGBD open source PostgreSQL. Les fonctionnalités décrites dans la suite en section 4 ont été implémentées par des fonctions écrites en C ou des procédures en PL/PYTHON ou PL/PGSQL. La mise en œuvre tire parti du fait que PostgreSQL autorise l'appel à des modules externes au moment de l'exécution.

4 Expressivité du langage

Dans un premier temps, nous avons implémenté les principales fonctionnalités du langage SQLf, en modifiant légèrement la syntaxe définie dans [4, 14] de façon à éviter tout conflit avec la syntaxe SQL et le moteur de requête de PostgreSQL.

Prédicats flous : Des fonctions d'appartenance trapézoïdales peuvent être définies sur des attributs numériques en utilisant la procédure

que nous proposons, par rapport à des systèmes fondés sur un couplage lâche [13] avec et sans étape de dérivation, nous avons utilisé une relation appelée *randomtable* de cardinalité 100,000. Les n-uplets de *randomtable* ont été générés de façon pseudo-aléatoire sur trois attributs, à savoir *id*, *attnum*, et *atttext*. Le premier est la clé primaire, le deuxième un attribut numérique dont le domaine est l'intervalle [0, 200], et le troisième un attribut catégoriel dont le domaine est l'ensemble des vingt chaînes de caractères correspondant aux vingt premiers nombres entiers ("un", "deux", "trois", etc). Nous avons ensuite défini deux prédicats au moyen des instructions :

select newTrapezoidalFuzzySet('low', 0, 0, 10, 15) ;
select newDiscreteFuzzySet('around_10', ['huit', 'neuf', 'dix', 'onze', 'douze'], [0.6, 0.8, 1.0, 0.8, 0.6]) ;

L'objectif de cette expérimentation préliminaire était de comparer, à l'aide du prototype PostgreSQLf, le temps d'exécution associé à trois stratégies d'implémentation différentes : couplage lâche sans dérivation (LCND), couplage lâche avec dérivation (LCD), et couplage moyen avec dérivation (MCD). Le temps mesuré intègre la construction de la relation floue résultante. Pour réaliser ces mesures, trois requêtes ont été soumises aux trois moteurs d'évaluation correspondants. Cet échantillon, quoique limité, est représentatif des différents types de requêtes floues pouvant être traitées par PostgreSQLf. La requête 1 est composée d'un seul prédicat de sélection sur un attribut numérique, la requête 2 d'une conjonction de deux prédicats flous, et la requête 3 utilise un quantificateur flou pour agréger deux prédicats :

- Query 1 :
  select * **from** *randomtable* **where** *attnum* ~= 'low' ;
  qui se dérive en
  select * **from** *randomtable* **where** *attnum* **between** 0 **and** 15 ;
- Query 2 :
  select * **from** *randomtable*
  where *attnum* ~= 'low' && *atttext* ~= 'around_10' ;
  qui se dérive en
  select * **from** *randomtable* **where** *attnum* **between** 0 **and** 15 **and** *atttext* **in** ('huit', 'neuf', 'dix', 'onze', 'douze')) ;
- Query 3 :
  select * **from** *randomtable*
  where most(*attnum* ~= 'low', *atttext* ~= 'around_10') ;
  qui se dérive en
  select * **from** *randomtable* **where** *attnum* **between** 0 **and** 15 **or** *atttext* **in** ('huit', 'neuf', 'dix', 'onze', 'douze')).

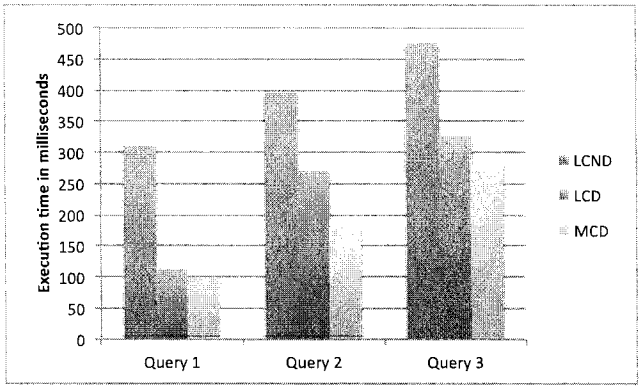


Figure 1 – Temps de calcul / stratégie de mise en œuvre

Les résultats sont reportés dans la figure 1. Il s'avère que la solution "couplage moyen" a les deux principaux avantages suivants :

- elle permet une meilleure gestion des relations floues puisque ces dernières sont directement retournées par le SGBD ;
- elle apporte un gain significatif en termes de performances.

Nous travaillons actuellement à optimiser l'utilisation des index pour évaluer plus efficacement les fonctions utilisateur associées aux prédicats flous.

6 Interface conviviale

6.1 Introduction

À l'évidence, un langage tel que SQLf n'est pas très facile à utiliser pour des utilisateurs novices, non familiers avec les concepts de la théorie des ensembles flous. C'est pourquoi il est nécessaire de définir une interface intuitive pour les aider à formuler leurs requêtes.

moins, *vaut au plus*, et *appartient à*, rendus tolérants au moyen d'une clause *tolerate up to*. Bien qu'intéressante, cette méthode a une expressivité limitée puisqu'elle ne permet de spécifier que des termes flous atomiques sur des attributs numériques. De plus, elle apparaît tout de même d'une convivialité limitée.

L'interface que nous avons développée propose une méthode intuitive et simple pour définir des prédicats flous. Le panneau d'édition illustré en figure 2 permet à l'utilisateur de spécifier des prédicats sur des attributs numériques (gauche) ou catégoriels (droite). Dans le premier cas, la fonction d'appartenance peut être définie en utilisant deux curseurs pour fixer les intervalles de valeurs acceptables et idéales, ou en déplaçant les bornes de la fonction trapézoïdale dans la représentation graphique. Pour les attributs catégoriels, l'utilisateur peut placer les valeurs de l'attribut concerné dans les boîtes correspondant aux degrés de satisfaction d'une échelle prédéfinie. L'interface permet aussi de raffiner des prédicats flous définis par d'autres utilisateurs sur l'attribut considéré (coin inférieur droit de la figure 4), ainsi que de sauvegarder les prédicats flous (dans le profil de l'utilisateur courant) de façon à pouvoir les réutiliser ou les modifier par la suite.

6.3 Construction de requête

Les prédicats flous peuvent ensuite être déplacés et déposés dans la panneau d'édition de requête floue. La figure 4 montre comment la représentation graphique du prédicat *'wellPaid'*, qui est nié pour obtenir la condition *salary is not 'wellPaid'*, est déplacée dans la boîte d'édition qui contient déjà le prédicat *job is 'lowSkilled'*. De cette façon, l'utilisateur peut créer de nouveaux groupes de prédicats ou augmenter un groupe existant. Dès qu'un groupe contient plus d'un prédicat, l'utilisateur doit choisir le connecteur qu'il souhaite utiliser pour effectuer l'agrégation des degrés. Les requêtes sont stockées dans le profil de l'utilisateur courant sous la forme d'un document XML.

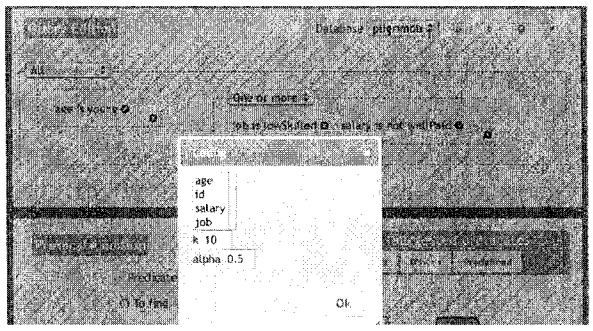


Figure 3 – Paramètres additionnels pour une requête floue

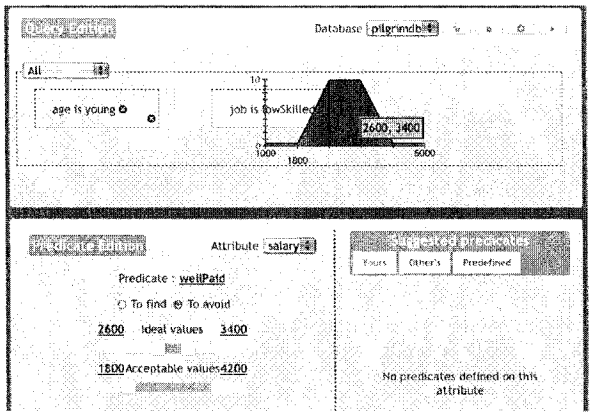


Figure 4 – Vue globale de l'interface

Le coin supérieur droit de l'interface propose un ensemble de boutons permettant de réinitialiser la requête, de se déconnecter, d'exécuter la requête, ou de fixer certains paramètres additionnels (figure 3) tels que : i) la liste des attributs à introduire dans la clause de projection ; ii) un seuil qualitatif α ou quantitatif k.

Quand l'exécution de la requête est déclenchée, les prédicats flous sont transformés en fonctions pl/pgsql, la requête est traduite en SQLf, et le code est alors soumis au SGBD. L'exécution d'une requête floue Q retourne une relation floue où chaque n-uplet t se voit associer un degré de satisfaction $\mu_Q(t)$ (noté simplement *mu* dans le panneau de résultat). Comme les n-uplets sont présentés par ordre décroissant de leur degré de satisfaction, l'utilisateur peut aisément identifier les réponses qui satisfont au mieux sa requête et peut également ajuster le paramètre k pour réduire la taille du résultat s'il

Évaluation de réponses et guidage des apprenants dans un environnement d'apprentissage

The evaluation of the student's answer for the effective guidance within the e-learning system

A.HADDI[1] A.NAJI[2]
[1] Ecole Supérieure de Technologie Berrechid
[2] Faculté des Sciences et Techniques Mohammedia
[1]Département informatique ESTB, Université Hassan I, BP 218 Berrechid Maroc, Adil.haddi@gmail.com
[2] Département Informatique FSTM, Université Hassan II, BP 146 Mohammedia 20650 Maroc, ab_naji@yahoo.fr

Résumé :
Nous allons présenter dans cet article une procédure d'évaluation de l'apprenant au sein d'un environnement d'apprentissage. Cette évaluation prend en compte le degré de certitude associé à la réponse par l'apprenant. Le score obtenu suite à cette évaluation reflète le degré de compréhension d'un concept par un apprenant. Nous avons proposé un modèle de contenu pédagogique et un modèle de système de gestion de formation à distance adapté aux problèmes d'évaluation et de guidage des apprenants dans leur apprentissage.

Mots-clés :
Elearning, QCM, Evaluation diagnostique, valeurs floues, degré de certitude, guidage.

Abstract:
In this article, we are going to give a clear presentation of the students' evaluation procedure within a learning environment. The target evaluation considers a certainty degree that is mainly accomplished by the students themselves. Besides, the obtained evaluating score that gives a precise statement about the degree of student comprehension concept. Also, we gave the conception of e-learning system that introduces the evaluation process and guidance.

Keywords:
Elearning, MCQ, evaluation diagnostics, fuzzification, guidance, specification UML, dependency.

1 Instructions générales

Plusieurs méthodes d'évaluation ont été adoptées afin de valider les connaissances acquises par l'apprenant durant une session d'apprentissage. En effet, les enseignants proposent différentes questions afin de mesurer le **degré d'acquisition** des différents concepts d'un cours. Après chaque session d'apprentissage d'un concept, l'environnement d'apprentissage constitue dynamiquement un QCM à partir des questions associées au concept et évalue le degré d'acquisition de l'apprenant afin de le diriger correctement vers le concept suivant. Pourtant, les scores obtenus suite aux QCMs classiques ne sont pas significatifs car ils ne prennent pas en considération la certitude des apprenants dans leurs réponses. A cet effet, nous proposons une méthode d'évaluation de réponses qui intègre le degré de certitude précisé par des apprenants en pourcentage. Le score est calculé en fonction des degrés de certitude fournis par les apprenants. Or, l'être humain **a l'habitude d'exprimer son doute** par des **valeurs floues** telles que: pas sûr, sûr, très sûr. En fait, l'introduction de la **logique floue**, lors de l'évaluation de l'apprenant devient une nécessité et non seulement un choix. Pourtant, le score obtenu doit être exprimé en nombres réels d'où la nécessité de défuzzification du degré de certitude. En plus de l'introduction, ce papier comporte trois sections : la 2ème section est consacrée à la présentation du modèle de contenu. Dans la 3ème section, nous présentons notre approche d'évaluation qui introduit la logique floue et les certitudes des apprenants dans leurs réponses. Dans la 4ème section, nous proposons une procédure pour guider les apprenants dans leurs apprentissages. Nous terminons par une conclusion et des perspectives.

Dans le cadre d'évaluation le degré d'acquisition d'un apprenant, il est nécessaire de :

- préciser le degré de pertinence $DP(O_i)$ de l'objectif pédagogique O_i par rapport au cours,
- préciser le degré de pertinence $DP(C_j,O_i)$ de concept C_j par rapport à l'objectif pédagogique O_i,
- lier chaque concept et chaque objectif pédagogique à un ensemble de questions qui peuvent être utilisées par le système FOAD afin de générer automatiquement des QCMs. Chaque question Q_k est caractérisée par les degrés de dépendance $DD(Q_k,C_j)$ et $DD(Q_k, O_i)$ au concept C_j et objectif pédagogique O_i.

Dans notre modèle, chaque concept C_j introduit par des activités organisées dans des scénarios. Ainsi, il est lié à :

- Un ensemble de questions d'entrées et de sorties utilisées dans l'évaluation diagnostique et l'évaluation sommative. Chaque question est caractérisée par le degré d'importance $DI(Q_k,C_j)$,
- Un ensemble des concepts pré-requis $PR(C_j)$,
- Un ensemble des concepts successeurs $SV(C_j)$,
- le degré de pertinence $DP(C_j,O_i)$ de concept C_j par rapport à l'objectif pédagogique O_i

Dans notre modèle, chaque objectif pédagogique O_i introduit par des concepts organisés dans des séquences. Ainsi, il est lié à :

- Un ensemble de questions d'entrées et de sorties utilisées dans l'évaluation diagnostique et l'évaluation sommative. Chaque question est caractérisée par le degré d'importance $DI(Q_k, O_i)$,
- Un ensemble des concepts pré-requis $PR(O_i)$,
- Un ensemble des concepts successeurs $SV(O_i)$,
- le degré de pertinence $DP(O_i)$ de concept O_i par rapport au cours

3 Modèle d'évaluation

Dans cette partie, nous proposons une procédure d'évaluation qui permet de répondre à la question suivante : à quel degré l'apprenant atteint-il les objectifs tracés par l'enseignant?. A cet effet, l'apprenant est invité à passer des tests durant la session d'apprentissage (**Fig 2**). Ces tests sont éffectués soit au début de la session d'apprentissage (test d'entrée ou évaluation diagnostique), pendant l'apprentissage (contrôle continu ou évaluation formative), ou à la fin de la session d'apprentissage (test de sortie ou évaluation sommative). Chaque test est représenté par un QCM qui se compose d'un ensemble de questions associées au concept ou à l'objectif pédagogique sur lequel l'apprenant doit s'évaluer pour calculer son degré d'acquisition et des informations de guidage (**Fig 3**). Chaque question proposée doit être caractérisée par le degré d'importance $DI(Q_k, O_i)$ et $DI(Q_k,C_j)$ à l'objectif O_i et au concept C_j [2].

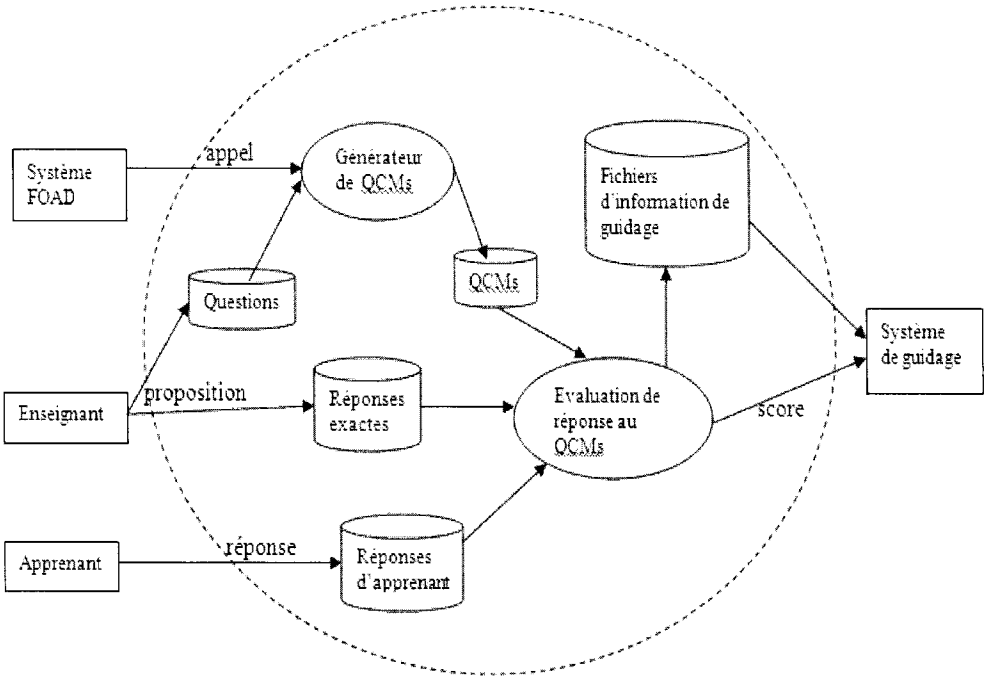


Figure -4- diagramme de contexte de système d'évaluation

L'environnement d'apprentissage crée des QCMs par un choix aléatoire de 5 questions parmi les questions liées à l'entité (concept ou objectif pédagogique) en question (**Fig 4**). Afin de calculer le score (voir **l'algorithme calcul de score pour un QCM**), les degrés d'importance des questions doivent être spécifiés par l'enseignant. Au moment d'agencement des questions l'enseignant doit prendre en compte les critères suivants :

- Chaque question est reliée à un ou plusieurs concepts pédagogiques.
- Chaque question est accompagnée par le degré d'importance par rapport au concept.
- Chaque question est accompagnée par une série de réponses $R_{k,l}$, parmi lesquelles l'apprenant doit choisir la ou les bonnes réponses.
- Préciser pour chaque question la ou les bonnes réponses.

Nous rajoutons aux réponses proposées les propositions suivantes:

- aucune solution proposée n'est correcte
- les données de l'énoncé sont insuffisantes
- l'énoncé contient une absurdité

Ces trois propositions diminuent la chance d'arriver à la bonne réponse au hasard, en incitant l'apprenant à réfléchir davantage avant la confirmation de son choix.

Algorithme calcul de score pour un TEST

```
Variables
SDegreImportance, score, res :réels ;

Début
SDegreImportance ←0 ;
score ←0 ;
Pour (chaque question Qk de TEST) faire
        res ←0 ;
        Pour (chaque réponse Rkl possible au question Qk ) faire
                Si (la réponse est exacte) alors
                        res ←res+degréCertitude (Rkl) ;
                Sinon
                        res ←res-degréCertitude (Rkl) ;
                FinSi
        FinPour
        score ←score+degreImportance(Qk)*res ;
        SDegreImportance ←SDegreImportance+degreImportance(Qk)
;
FinPour
        score ←score/SDegreImportance ;
Fin
```

Dans un environnement d'apprentissage, l'apprenant doit s'évaluer afin de mesurer ses connaissances, ses compétences, et déterminer ses lacunes. En effet, il est souvent invité à effectuer des tests de niveau et d'orientation.
A cet effet, le recours à une évaluation durant la session d'apprentissage est important. Cette évaluation doit être conçue de manière à fournir les informations suivantes :

- Le degré d'acquisition des concepts définis dans les objectifs pédagogiques,
- Les lacunes et les problèmes rencontrés (voir **Fig 4** et **5**) par l'apprenant durant le processus d'apprentissage.
- Garder un historique des problèmes rencontrés par les apprenants pour une éventuelle intervention de l'enseignant afin de réparer les concepts.

L'enseignant doit proposer un ensemble de questions pour chaque concept afin de calculer et contrôler l'efficacité du contenu pédagogique proposé par l'enseignant.
Il est nécessaire de savoir le niveau de connaissances de l'apprenant à la fin de chaque objectif pédagogique afin de dresser un bilan de connaissances et de compétences de l'apprenant à l'aide d'un test de sortie appelé évaluation sommative.

3.3 Évaluation de la réponse des apprenants : Procédure proposée

Dans cette partie, nous procédons à l'énoncé d'une problématique que nous jugeons importante de la prendre en compte lors de l'élaboration d'un QCM. C'est le cas où l'apprenant fixe son choix sur une réponse avec un degré de certitude élevé et que la réponse est fausse. Cela mène à attribuer une pénalité élevée à ce genre de réponses. Or, ce n'est pas toujours le cas, si on suppose que l'apprenant a fait une bonne analyse durant les étapes de la réponse, et à la dernière phase, il a fait une simple erreur d'interprétation ou de calcul.

Une fois le QCM est généré à partir des questions définies par l'enseignant (**Fig 5**), l'apprenant peut sélectionner les bonnes réponses pour chaque question.
Dans la plupart des cas, les apprenants hésitent en choisissant les bonnes réponses. Dans ce cas, l'apprenant élimine les propositions incorrectes, et choisit au hasard les bonnes réponses ou les réponses tolérées parmi celles qui ne sont pas éliminée.

3.3.1. Degré de certitude

Le doute est une situation normale chez l'être humain et accompagne le savoir de l'apprenant. En effet, la connaissance n'est pas absolue et l'imprécision est liée à plusieurs sciences. En fait, donner la possibilité à l'apprenant d'exprimer son doute devient nécessaire [6].
La plupart des chercheurs ont intégré la notion de certitude, en donnant la possibilité à l'apprenant d'accompagner sa réponse par un degré de certitude [4]. En effet, juger un apprenant, lors d'une évaluation diagnostique ou formative, en tenant compte juste la réponse, peut perturber tout le système d'évaluation. En effet, Gilles [5] voit que l'apprenant lors d'une évaluation doit exprimer son doute de manière précise afin d'autoriser un diagnostique très précis.
Dans ce cadre, Leclercq [4] propose une procédure qui intègre 6 niveaux de certitude exprimés par un pourcentage. L'apprenant répond à la question en indiquant son degré de certitude pour exprimer son doute lors de la rédaction des QCM et qui se limitent à utiliser soit des pourcentages ou degrés exprimés par des chiffres réels.
L'être humain a toujours recours à qualifier plein d'attributs (variables) par des valeurs floues. Par exemple, chaque jour on entend dire afin d'exprimer la chaleur : pas chaud, très chaud, chaud, froid, très froid ou pour qualifier la vitesse : rapide, très rapide, lent, très lent, même dans un milieu d'enseignement, on entend les étudiant parler

- Assez sûr : 70%
- Très sûr : 100%

Dans notre étude, nous utilisons le tableau suivant pour calculer le score.

Tableau-1- Tableau de définitions des scores selon les degrés de certitude

Barème	Réponse	DC	Score
1	Correcte	Pas du tout sûr	0.1
1	Correcte	Pas sûr	0.3
1	Correcte	Moy sûr	0.5
1	Correcte	Assez sûr	0.7
1	Correcte	Très sûr	1
1	Incorrecte	Très sûr	-1
1	Incorrecte	Assez sûr	-0.7
1	Incorrecte	Moy sûr	-0.5
1	Incorrecte	Pas sûr	-0.3
1	Incorrecte	Pas du tout sûr	-0.1

Le tableau 1 permet d'identifier la décision que va prendre le système suite aux valeurs linguistiques de degré de certitude fixé par l'apprenant afin de calculer le score d'un concept.

3.4 Modèle d'information de guidage

Les scores et les informations obtenues, soit lors d'une évaluation diagnostique, formative ou sommative, sont importants à la prise d'une décision. Ces informations peuvent être exploitées par l'enseignant et le sous-système de guidage afin de déterminer les défauts des supports pédagogiques et de guider les apprenants dans leur apprentissage. La question qui se pose : comment peut-on détecter les concepts où l'apprenant a des lacunes ?

Pour consulter un concept C_j, l'apprenant doit effectuer un test de validation (évaluation diagnostique (**Fig 5**)) sur les concept pré-requis $PR(C_j)=\{C_1, C_2, C_3, C_4\}$. Pour cela, le générateur dynamique de QCMs génère un QCM à partir des questions liées aux concepts pré-requis au concept C_j. Dans ce QCM, le générateur introduit pour chaque concept pré-requis au moins une question y fortement liée.

Puisque chaque question Q_k peut être liée à plusieurs concepts avec un degré de dépendance $d_{j,k}=DI(Q_k, C_j)$, nous présentons les degrés de dépendances de 5 questions qui composent le $QCM=\{Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5\}$ aux concepts pré-requis $PR(C_j)=\{C_{j,1}, C_{j,2}, C_{j,3}, C_{j,4}\}$ dans la matrice $\boldsymbol{D}$ suivante :

$$D = \begin{bmatrix} d_{1,1} & d_{1,2} & d_{1,3} & d_{1,4} & d_{1,5} \\ d_{2,1} & d_{2,2} & d_{2,3} & d_{2,4} & d_{2,5} \\ d_{3,1} & d_{3,2} & d_{3,3} & d_{3,4} & d_{3,5} \\ d_{4,1} & d_{4,2} & d_{4,3} & d_{4,4} & d_{4,5} \end{bmatrix}$$

Supposons que le résultat de l'évaluation de réponse d'un apprenant est :

$$R = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \\ r_5 \end{bmatrix}$$

Où r_k est le résultat de l'évaluation de réponse à la question Q_k.

Les degrés de certitude exprimés par l'apprenant sont pris en considération dans le résultat r_k (voir algorithme de calcul de score).

Le score de l'évaluation diagnostique est calculé à l'aide de la formule suivante :

$$sc(C_j) = \frac{\sum_k (d_{j,k} * r_k)}{\sum_k d_{j,k}}$$

Nous utilisons le vecteur V afin de déterminer les concepts pré-requis qui doivent être validés par l'apprenant avant de passer au concept C_j dans le cas où le score est inférieur au seuil S_j.

Le vecteur V est représenté par :

SYMPAS: A Database System for Managing Symbolic Preferences

Y. Harizi[1] A. Hadjali[2] H. Azzoune[1]
[1] LRIA/ USTHB, Alger, Algeria
[2] LIAS/ENSMA, Poitiers, France

LRIA/USTHB, Alger, Algeria, yharizi@usthb.dz
LIAS/ENSMA, Poitiers, France, allel.hadjali@ensma.fr
LRIA/USTHB, Alger, Algeria, azzoune@yahoo.fr

Résumé :
Dans cet article, on propose un système de base de données pour la gestion des préférences symboliques exprimées sous forme de déclarations conditionnelles. Ces préférences sont représentées au moyen de formules logiques possibilistes. Le processus de traitement de requêtes est discuté d'une manière explicite, en particulier, l'étape de sélection des top-k réponses. Pour montrer la faisabilité de notre système, une première série d'expérimentations a été menée et certaines mesures de performance sont effectuées et analysées.

Mots-clés :
Requêtes à préférences, Logique possibiliste, Top-k réponses.

Abstract:
In this paper, we propose a database system capable of managing symbolic preferences expressed under the form of conditional statements. Such preferences are translated into logic formulas in a possibilistic logic manner. Preference query processing is discussed in an explicit way, particularly, the step that consists in selecting the top-k answers. Some preliminary experiments are conducted to show the feasibility of our system.

Keywords:
Preference queries, Possibilistic logic, Top-k answers.

1 Introduction

In the last two decades, there has been a growing interest in preference queries in the database community [15][13]. Indeed, the use of preferences inside database systems has a number of potential advantages. First, it is desirable to offer more expressive query languages that are able to express user's requirements in a more faithful way. Second, the use of preferences in queries provides a basis for rank-ordering the retrieved items, which is especially valuable if a query is satisfied by a large set of items. Moreover, a classical query may also have an empty set of answers, while a relaxed (and thus less restrictive) version of the query can still be satisfied by several items in the database, at least to some degree.

Approaches to database preference queries may be classified into two categories according to their qualitative or quantitative nature [15]. In the latter, preferences are expressed quantitatively by a monotone scoring function, and the overall score is positively correlated with partial scores. Since the scoring function associates each tuple with a numerical score, tuple t1 is preferred to tuple t2 if the score of t1 is higher than the score of t2. Representatives of this family of approaches are top-k queries [7] and fuzzy-set-based approaches (e.g., [4]). In the qualitative approach, preferences are defined through binary preference relations. Since such relations can be defined in terms of scoring functions, the qualitative approach is more general than the quantitative one. Representatives of qualitative approaches are those relying on a dominance relationship, e.g. Pareto order, in particular Preference SQL [14], Skyline queries [2] and the approach presented in [8]. See also [5][3].

As users' preferences are more and more diverse and complex, the alternatives number described by means of a set of attributes are often very large. Facing this situation, preferences are not generally expressed in terms of explicit (pre)orders. It is then necessary to make their specification in a compact way. Compact

- A module for *rank-ordering the alternatives*. First, it computes the satisfaction level associated with each alternative by leveraging its violation of the possibilistic formulas. Then, a rank-ordering is established between the different alternatives.
- A module for *selecting the top-k answers*. For each alternative, an *SQL* query is built and then a set of tuples that satisfy it is selected. This evaluation process stops when k answers is obtained.

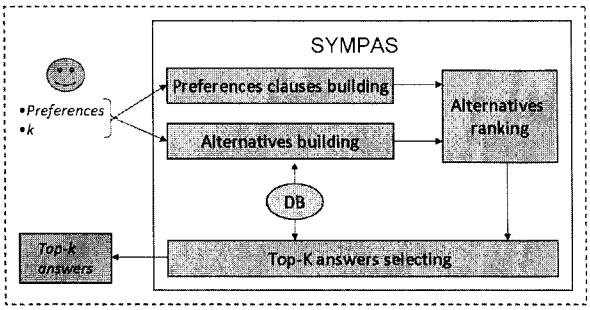


Figure 1: SYMPAS architecture

3 Conditional preference query processing

In the SYMPAS system, the conditional preferences considered are in the form: *"in context c, a_1 is preferred to a_2, a_2 is preferred to a_3, ..., a_{n-1} is preferred to a_n"*, where *{a_1 ... a_n}* is a subset of values of a database attribute. In Example 1, the user prefers the models g_3 to g_2 and g_2 to g_y where 'g_3', 'g_2' and 'g_y' are a subset of values of the attribute 'model'. Note that a user is supposed to not be aware of all the values of an attribute to express her/his preferences.

The question of interest is how a set of answers can be selected and rank-ordered according to a set of preferences expressed in the above form? The idea is firstly to represent the preferences as possibilistic logic formulas using symbolic weights, in the spirit of the approach proposed in [13]. Secondly to identify the classes of tuples (alternatives) that interest the user and then to rank-order these alternatives according to their symbolic satisfaction levels w.r.t. the logic formulas. Finally to select from the target database the k best tuples that fit the possible alternatives. Below we provide details about each step for handling such conditional preferences.

3.1 Preference clauses building

As pointed out in [13], the possibilistic encoding of the conditional preferences of the form *"in context c, a is preferred to b"*, when $(b \equiv \neg a)$, is a possibilistic formula of the form: $(\neg c \vee a, 1-\alpha)$ [3] where the symbolic level $1-\alpha$ expresses a priority (rather than a certainly level). This encodes a constraint of the form $N(\neg c \vee a) \geq 1-\alpha$, here it is equivalent to a constraint on a conditional necessity measure $N(a|c) \geq 1-\alpha$. This is still equivalent to $\Pi(\neg a|c) \leq \alpha$, where Π is the dual possibility measure associated with N. It expresses that the possibility of not having a is upper bounded by α, i.e. $\neg a$ is all the more impossible as α is small. When a and b do not cover all the possible choices $(b \neq \neg a)$, the possibilistic formula: $(\neg c \vee a \vee b, 1-\beta)$, $1-\beta > 1-\alpha$, should be added.

More generally, the possibilistic encoding of the conditional preferences of the form "in context c, a_1 is preferred to a_2, a_2 is preferred to a_3, ..., a_{n-1} is preferred to a_n", with the assumption that a_1, ..., a_n do not necessarily cover all the possible choices, is equivalent to the following n possibilistic formulas:
$\{(\neg c \vee a_1 \vee ... \vee a_n, 1-\alpha_1), (\neg c \vee a_1 \vee ... \vee a_{n-1}, 1-\alpha_2), ... (\neg c \vee a_1, 1-\alpha_n)\}$, *with* $1-\alpha_1 > 1-\alpha_2 > ... > 1-\alpha_n$.
Note that when $a_1 \vee ... \vee a_n$ cover all the possible choices in the database, the first clause becomes a tautology and thus does not need to be written.

In algorithm 1, we show how the possibilistic clauses are computed from a user preference query. In our system, each preference $p(i)$ is represented by a quadruple $P(i) = \{A_c, A_p, V_{A_c}, V_{A_p}\}$, where A_c stands for the

[3] One can check that the formula $(\neg c \vee a \vee b, 1)$ is dropped since it is a tautology.

3.3 Alternatives ranking

To rank-order the possible alternatives, we use their satisfaction levels w.r.t. to the set of possibilistic formulas expressing the basic preferences of the user. Such satisfaction levels are calculated by leveraging the violation of these formulas by each alternative. In Table 1, we summarize all the satisfaction levels corresponding to the set of alternatives T. For instance, the vector of satisfaction of the alternative ai_4b is $(1, 1, 1, \beta_2, 1, 1, 1, 1, 1)$ which means that it satisfies all the formulas except the formula $(\neg a \vee i_5, 1 - \beta_2)$.

Alternatives	$(a \vee s, 1-\alpha_1)$	$(a, 1-\alpha_2)$	$(\neg a \vee i_5 \vee i_4, 1-\beta_1)$	$(\neg a \vee i_5, 1-\beta_2)$	$(\neg s \vee g_3 \vee g_2 \vee g_y, 1-\gamma_1)$	$(\neg s \vee g_3 \vee g_2, 1-\gamma_2)$	$(\neg s \vee g_3, 1-\gamma_3)$	$(b \vee w, 1-\delta_1)$	$(b, 1-\delta_2)$
ai_5b	1	1	1	1	1	1	1	1	1
ai_4b	1	1	1	β_2	1	1	1	1	1
sg_3b	1	α_2	1	1	1	1	1	1	1
sg_2b	1	α_2	1	1	1	1	γ_3	1	1
sg_yb	1	α_2	1	1	1	γ_2	γ_3	1	1
ai_5w	1	1	1	1	1	1	1	1	δ_2
ai_4w	1	1	1	β_2	1	1	1	1	δ_2
sg_3w	1	α_2	1	1	1	1	1	1	δ_2
sg_2w	1	α_2	1	1	1	1	γ_3	1	δ_2
sg_yw	1	α_2	1	1	1	γ_2	γ_3	1	δ_2

Table 1: Satisfaction levels of T

Alternative ranking is established using a technique called "extended Leximin" [13]: Let $\alpha = (\alpha_1, \ldots, \alpha_n)$ and $\beta = (\beta_1, \ldots, \beta_n)$ be two lists of weights attached, respectively, to two proofs of the same proposition, say q. Then α and β can be ordered using an "extended leximin" defined as follows: First, α and β must be increasingly reordered. Assume that the obtained reordered lists correspond to $(\lambda_1, \ldots, \lambda_n)$ and $(\delta_1, \ldots, \delta_n)$. Then the leximin ordering of the lists α and β writes: $\alpha \succ_{leximin} \beta$ iff $\lambda_1 > \delta_1$ or $\exists i$ such that $\forall j = 1 \cdots i; \lambda_j = \delta_j$ and $\lambda_{i+1} > \delta_{i+1}$.

Since the values of the weights (α_2, β_1, γ_1, $delta_1$, etc.) are unknown, no particular ordering is assumed between them, this technique leads to a partial order between possible alternatives.
Now, by applying this technique on T of example 3, we get the following pre-order:
$ai_5b >_{kc} \{ ai_4b, sg_3b, sg_2b, sg_yb, ai_5w, ai_4w, sg_3w, sg_2w, sg_yw \}$; $ai_4b >_{kc} ai_4w$; $ai_5w >_{kc} ai_4w$; $sg_3b >_{kc} sg_2b >_{kc} sg_yb$; $sg_3w >_{kc} sg_2w >_{kc} sg_yw$.

Some alternatives as sg_2b, sg_3w are incomparable because the user prefers: (i) the model g_3 to g_2 in case of *Samsung* and (ii) w.r.t color, black phone b to white phone w. But, if we add a pre-order between the symbolic weights by any consistent set of ordering constraints, possibly taking into account some priorities between the user's preferences, a supplementary pre-order between the set of alternatives can be obtained. Let us now consider available the priorities between the user's preferences. For instance, the priority order between the preferences is similar to their order when stated by the user. Then, the partial order between clauses is expressed with the following constraints $\{ \alpha_2 < \beta_1, \beta_2 < \gamma_1, \gamma_3 < \delta_1 \}$. Finally, we get the following order between the set of alternatives for the query Q_1: $ai_5b \succ_{lex} ai_5w \succ_{lex} ai_4b \succ_{lex} ai_4w \succ_{lex} sg_3b \succ_{lex} sg_3w \succ_{lex} sg_2b \succ_{lex} sg_2w \succ_{lex} sg_yb \succ_{lex} sg_yw$.

3.4 Top-k answers selection

Top-k answers are obtained by evaluating the rank-ordered set of alternatives over the queried database. To this end, we associate with each alternative an SQL query. It is worth noticing that in our system this evaluation process stops when a maximal number of answers, k, is retrieved. This means that the alternatives are not necessary all evaluated. See Algorithm 2 for the top-k answers selection procedure.

Example 4 (Example 1 cont'd). For the rank-ordered alternatives set $T_1 = \{ai_5b, ai_5w, ai_4b, ai_4w, sg_3b, sg_3w, sg_2b, sg_2w, sg_yb, sg_yw\}$, the corresponding SQL queries write:
For ai_5b: *"select * from Phone where Make = 'Apple' and Model = 'iPhone 5' and Color =*

used for satisfy the preference query and the execution time of the query. The higher the number of alternatives, the higher execution time is. This is due to the fact that in our system the set of alternatives are built from the preference query, and these alternatives are used for retrieving the top-k tuples desired as answers to the query at hand. This is why we have: $T^{10}_{100}(2ko) \simeq T^{10}_{200}(2ko) \simeq ... \simeq T^{10}_{2000}(2ko)$.

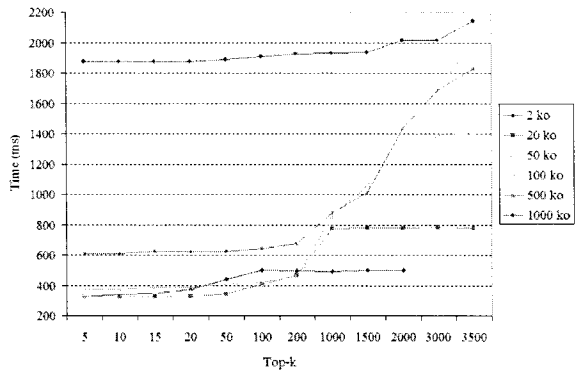


Figure 3: Different execution times

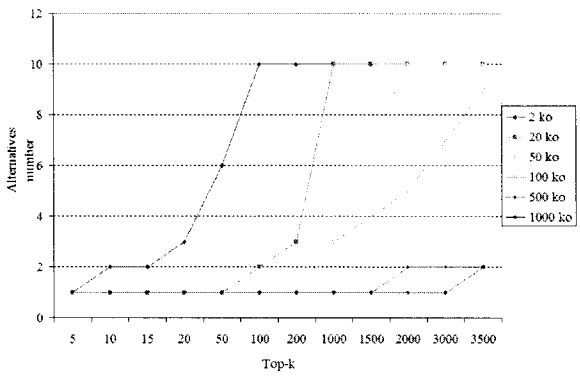


Figure 4: Executed alternatives number

5.2 Second experiment

The aim of this experiment is to compare the execution time of preference queries w.r.t. the two methods implemented in SYMPAS for building alternatives (from the user preference query and from the database content).

We use the following scenario: (i) we consider the preference query (Q_1) used in the first experiment, the alternatives calculated from the conditional preferences are $\{ai_5b,\ ai_5w, ai_4b,\ ai_4w,\ sg_3b,\ sg_3w,\ sg_2b,\ sg_2w,\ sg_yb,\ sg_yw\}$; (ii) we also consider a queried database of $50ko$ tuples. This database may contain up to 200 different types of phones corresponding to the attribute values stated in the preference query.

Figure 5 shows the execution time evolution of the query (Q_1, k), with $k \in \{5, 10, 15, 20, 50, 100\}$. One can observe that the execution time when we calculate the alternatives from preference query is lower than the one obtained by calculating the alternatives from the content of the database. However, the second approach could be useful in the case where the first one results in empty answers.

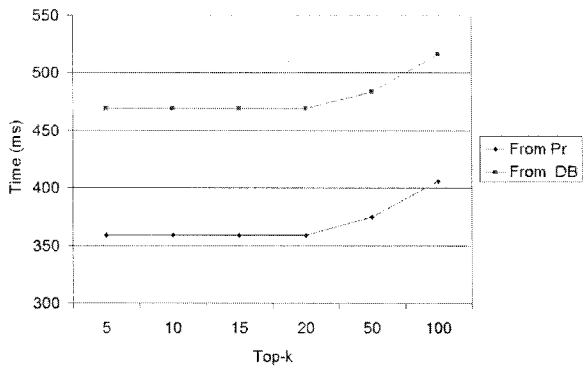


Figure 5: Second experiment

6 Conclusion

In this paper, the first foundations of a database system capable of handling user preferences expressed under the form of conditional statements, are discussed where possibilistic logic plays a key role for representing such conditional preferences. The top-k answers selection to a user query is investigated as well. Some preliminary experiments are conducted to show the feasibility of our proposal and to make some performance measures related to execution time. We plan to perform thorough experiments, in the one hand, to study the effectiveness and efficiency of the proposed system on large real databases and, on the other hand, to compare the system to other approaches. Symbolic priority expressed in an imprecise way [1]

Projection extensionnelle pour la réduction d'un treillis de concepts formels flous

Fuzzy formal concepts lattice reduction based on extensional projection

Hakim Radja[1] Yassine Djouadi[2]

1. UMMTO, Univ. de Tizi-Ouzou, Dept. Informatique, BP 17, RP, Tizi-Ouzou, Algérie, Hakim.Radja@hotmail.fr
2. USTHB, Université des Sciences et de la Technologie d'Alger, BP 32 El Alia, Algérie, djouadi@irit.fr

Résumé :

En analyse de concepts formels, les connaissances induites (appelées concepts formels) sont hiérarchisées et représentées sous la forme d'un treillis de Galois. Il s'avère que dans le cas d'applications réelles, le nombre de concepts formels est très important ce qui augmente considérablement la taille du treillis de Galois engendré et par voie de conséquence la complexité de la manipulation de ce treillis. Les treillis de Galois alpha sont apparus récemment pour répondre à ce problème. Néanmoins, les approches proposées en ce sens prennent uniquement en considération des relations Booléennes. Dans la continuité de ces approches, nous proposons dans ce papier une méthode permettant de réduire la taille du treillis de Galois dans le cas de relations binaires floues. L'intérêt de notre contribution se trouve d'autant plus justifié que le nombre de concepts formels est d'autant plus important lorsque la relation est floue. Pour ce faire, nous utilisons un partitionnement de l'ensemble des instances en classes de base. Un tel partitionnement est obtenu en assignant à chaque instance une classe de base en fonction de son type. Nous introduisons ensuite une projection extensionnelle consistant à définir une nouvelle extension pour chaque intension floue. Cette nouvelle notion d'extension est basée sur un certain critère de satisfaction alpha (relatif à la partition) en classes de base. L'approche ainsi proposée permet de réduire le nombre de concepts formels et par conséquence la taille du treillis de Galois.

Mots-clés :

Treillis de Galois alpha, analyse de concepts formels flous, réduction de treillis.

Abstract:

A Galois lattice is a representation of knowledge as a hierarchy of concepts. In the case of real application the number of formal concepts is very important which significantly increases the size of the Galois lattice generated. We propose in this paper a method to reduce the size of concept lattice in the case of fuzzy binary relationship, inspired by Galois alpha lattice. For this purpose, we use a partitioning of the set of instances to base classes. Such partitioning is obtained by assigning to each instance a basis class according to its type. We will then make an extensional projection consisting of defining a new extension for each fuzzy intension. This new notion of extension is based on a criterion of alpha satisfaction relating to the partition to base classes, which helps to reduce the number of formal concepts and therefore the size of the Galois lattice.

Keywords:

Galois alpha lattice, fuzzy formal concept analysis, lattice reduction.

1 Introduction

L'analyse de concepts formels (ACF), introduite par Wille [1], consiste à apprendre des paires de sous ensembles ({*objets*},{*propriétés*}), appelés concepts formels, à partir d'une relation binaire (appelée contexte formel) entre un ensemble d'objets et un ensemble de propriétés. Rappelons que dans la proposition initiale de Wille, la relation considérée est Booléenne (un objet possède totalement la propriété ou ne la possède pas du tout). Dans le cas de l'analyse de concepts formels classique (non flou), plusieurs approches ont été proposées pour réduire la taille du treillis de Galois. Dans [4] les auteurs proposent une méthode qui se base sur l'élimination d'une partie des nœuds du treillis. Dans [5] un treillis de concepts fréquents représente la partie supérieure d'un treillis de concepts : seuls les nœuds dont l'extension est suffisamment grande (relativement à un seuil) sont représentés. Dans beaucoup d'applications, il est parfois utile de représenter une grande quantité de données en les regroupant en une hiérarchie de classes. Partant de cette idée,

les concepts formels flous peut être muni d'une relation d'ordre (notée $\leq$) définie comme : $(X_1, Y_1) \leq (X_2, Y_2)$ ssi $X_1 \subseteq X_2$ (ou $Y_2 \subseteq Y_1$). Cet ensemble muni de la relation d'ordre $\leq$ forme un treillis complet. Les opérateurs *Meet* et *Join* sont décrits par le théorème fondamental de Ganter et Wille [2]. Il existe plusieurs méthodes permettant de construire un treillis de Galois dans le cas de l'analyse de concepts formels flous [6], [7], [8], [9] et [10]. Dans ce qui suit nous donnons l'ensemble des concepts formels flous extrait du tableau 1 en utilisant l'algorithme présenté dans [11]. La Figure 1 représente le treillis de Galois correspondant

$C_1 : (x_1^1, x_2^1, x_3^1, x_4^1, x_5^1), (y_1^{0.3}, y_2^{0.1}, y_3^{0.0})$
$C_2 : (x_1^{0,3}, x_2^1, x_3^1, x_4^1, x_5^1), (y_1^{0.8}, y_2^{0.1}, y_3^{0.0})$
$C_3 : (x_1^{0,3}, x_2^{0,8}, x_3^1, x_4^1, x_5^1), (y_1^1, y_2^{0.1}, y_3^{0.0})$
$C_4 : (x_1^{0,1}, x_2^1, x_3^1, x_4^1, x_5^1), (y_1^{0.8}, y_2^{0.4}, y_3^{0.0})$
$C_5 : (x_1^{0,1}, x_2^{0,4}, x_3^1, x_4^{0,4}, x_5^{0,4}), (y_1^{0.8}, y_2^{0.6}, y_3^{0.0})$
$C_6 : (x_1^{0,1}, x_2^{0,4}, x_3^{0,8}, x_4^{0,4}, x_5^{0,4}), (y_1^1, y_2^{0.6}, y_3^{0.0})$
$C_7 : (x_1^1, x_2^{0,0}, x_3^{0,0}, x_4^1, x_5^1), (y_1^{0.3}, y_2^{0.1}, y_3^{0.1})$
$C_8 : (x_1^{0,1}, x_2^{0,0}, x_3^{0,0}, x_4^1, x_5^1), (y_1^1, y_2^{0.4}, y_3^{0.5})$
$C_9 : (x_1^{0,1}, x_2^{0,0}, x_3^{0,0}, x_4^1, x_5^{0,5}), (y_1^1, y_2^{0.4}, y_3^{0.1})$
$C_{10} : (x_1^{0,3}, x_2^{0,0}, x_3^{0,0}, x_4^1, x_5^1), (y_1^1, y_2^{0.1}, y_3^{0.1})$
$C_{11} : (x_1^{0,1}, x_2^{0,8}, x_3^{0,8}, x_4^1, x_5^1), (y_1^1, y_2^{0.4}, y_3^{0.0})$
$C_{12} : (x_1^{0,1}, x_2^{0,0}, x_3^{0,0}, x_4^{0,4}, x_5^{0,4}), (y_1^1, y_2^1, y_3^1)$

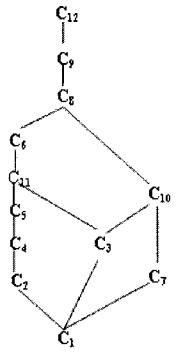


Figure 1 – Treillis de concepts formels flous

Dans le cas d'applications réelles, le nombre de concepts formels flous est très important, ce qui augmente considérablement la taille du treillis de Galois engendré. La suite de ce papier propose une approche par partitionnement permettant de réduire la taille du treillis tout en gardant son informativité.

3 Proposition

3.1 Partitionnement en classe de base

Les classes de bases sont un regroupement d'objets partageants un même type. Ces classes sont obtenues par un partitionnement non flou de l'ensemble de tous les objets. Ce partitionnement est généralement obtenu à l'aide d'un expert du domaine (Knowledge Engineer). Cette activité ne pouvant être décrite de manière formelle, nous proposons de l'illustrer à travers un exemple concret relevant du domaine médical. Cet exemple a été construit en collaboration avec un médecin spécialiste du Centre Hospitalo Universitaire Nedir Mohammed de Tizi ouzou. Nous avons ainsi mis en évidence les maladies suivantes :

- Hypertension artérielle (o_1),
- Insuffisance cardiaque (o_2),
- Rétrécissement mitral (o_3),
- Dilatation des bronches (o_4),
- Asthme (o_5).

Il a été constaté que les manifestations de ces maladies se font généralement à travers les symptômes suivants :

- Dyspnée (D),
- Douleurs thoraciques (H),
- Expectoration (E).

Le contexte formel illustré à travers le Tableau 2 quantifie les corrélations (relations) entre les maladies et les symptômes correspondants. Ce contexte formel relie un ensemble de maladies à un ensemble de symptômes. A titre d'exemple, un patient ayant de l'hypertension artérielle possède le symptôme d'expectoration à un degré égal à 0,1. Tandis qu'un patientatteint d'insuffisance cardiaque présente le symptôme de dyspnée à un degré 08. L'expert a constaté que chaque maladie appartient à une classe de base. Ainsi, les trois premières

$S((D^{0,8}, H^{0,4}, E^{0,0}), (D^{0,3}, H^{0,1}, E^{0,1})) = 0,1$
De la même manière :
$S(T, \mathcal{I}(o_2)) = 1$
$S(T, \mathcal{I}(o_3)) = 1$
De ce fait, nous avons :

$Xsat_{70}T$ car $\frac{\sum_{i=1}^{n} S(T,\mathcal{I}(o_i))}{|X|} \times 100 = \frac{(0,1+1+1)}{3} \times 100$ $= 70$
Par contre, l'ensemble $X = \{o_1, o_2, o_3\}$ ne satisfait pas le terme $T = (D^1, H^{0,4}, E^{0,5})$ pour $\alpha = 50$.

3.2.2 Appartenance alpha

Soit $X = \{o_1, o_2, o_3, \ldots, o_n\}$ un ensemble d'objets (non flou) et CL désignant une fonction telle que $CL(o_i)$ corresponde à la classe de base de l'objet o_i. Soit T un terme (intension) flou de L^P.

$$o_i \; app_\alpha T \; ssi \; CL(o_i) \; sat_\alpha T \qquad (2)$$

Exemple :
Pour le terme flou $T = (D^{0,8}, H^{0,4}, E^{0,0})$, $o_1 \; app_{60} \; T$ car :

$\frac{\sum_{i=1}^{3} S(T,\mathcal{I}(o_i))}{|CL1|} \times 100 = \frac{(0,1+1+1)}{3} \times 100$
$= 70 > 60$
Plus de 60% de la classe de base de o_1 ($CL1$: classe de l'objet o_1) satisfait le terme flou $T = (D^{0,8}, H^{0,4}, E^{0,0})$.

3.2.3 Extension alpha

L'extension alpha (notée $ext_\alpha(T)$) d'un terme flou T , relativement à la partition CL est définie comme suit :

$$ext_\alpha(T) = \{o_i / \mu_X(o_i)\} \qquad (3)$$

$Où \; \mu_X(o_i) = S(T, \mathcal{I}(o_i)) \;\; si \;\; o_i app_\alpha T \;,\; 0 \; sinon$

Exemple :
Cet exemple illustre la construction de l'ensemble $ext_{50}(T)$ pour le terme $T = (D^1, H^{0,1}, E^1)$ et $\alpha = 50$

- pour $o_1 \in CL1$

$S(T, \mathcal{I}(o_1)) = 0,1$
$S(T, \mathcal{I}(o_2)) = 0,0$
$S(T, \mathcal{I}(o_3)) = 0,0$
Pour que o_1 fasse partie de $ext_{50}(T)$, il faut que sa classe de base satisfasse T pour $\alpha = 50$:

$\frac{\sum_{i=1}^{3} S(T,\mathcal{I}(o_i))}{|CL1|} \times 100 = \frac{(0,1+0+0)}{3} \times 100 = 3 > 50$
Donc la classe de base $CL1 = \{o_1, o_2, o_3\}$ ne satisfait pas le terme $T = (D^1, H^{0,1}, E^1)$ à 50%.
Ce qui fait que : $o_1 \in ext_{50}(T)$ avec $\mu_X(o_1) = 0$

- La même chose pour les instances o_2 et o_3 car elles appartiennent à la même classe de base que o_1 .
- Pour $o_4 \in CL2$:
  $S(T, \mathcal{I}(o_4)) = 1$
  $S(T, \mathcal{I}(o_5)) = 0,5$

$\frac{\sum_{i=4}^{5} S(T,\mathcal{I}(o_i))}{|CL2|} \times 100 = \frac{(1+0,5)}{2} \times 100 = 75 > 50$

Donc la classe de base $CL2 = \{o_4, o_5\}$ satisfait le terme $T = (D^1, H^{0,1}, E^1)$ à 50%. De ce fait, $o_4 ext_{50}(T)$ avec un degré d'appartenance : $\mu_X(o_4) = S(T, \mathcal{I}(o_4)) = S((D^1, H^{0,1}, E^1), (D^1, H^{0,4}, E^1)) = 1$

Donc $o_5 \in ext_{50}(T)$ avec un degré d'appartenance $\mu_X(o_5) = S(T, \mathcal{I}(o_5)) = S((D^1, H^{0,1}, E^1), (D^1, H^{0,4}, E^{0,5})) = 0,5$
Donc l'extension pour $\alpha = 50$ du terme $T = (D^1, H^{0,1}, E^1)$ est : $ext_{50}(T) = ext_{50}(D^1, H^{0,1}, E^1) = (o_1^{0,0}, o_2^{0,0}, o_3^{0,0}, o_4^1, o_5^{0,5})$

3.3 Projection extensionnelle

Rappelons ci-dessous la notion générale de projection :
Un opérateur $Proj$ est une projection d'un treillis $(E, \leq)$ ssi pour tout couple $X, Y \in E$ les propriétés suivantes respectivement de minimalité, monotonie et idempotence sont vérifiées :

1. $Proj(X) \leq X$.
2. $X \leq Y \Rightarrow Proj(X) \leq Proj(Y)$.
3. $Proj(Proj(X)) = Proj(X)$.

Algorithm. *EXTALPHA*

Input : $\mathcal{K} = (L, O, P, \mathcal{R}), INTENT_SET$
Output : EXT_SET,
Begin
  $EXT_SET := \{\emptyset\}$;
  For each $T \in INTENT_SET)$ **Do**
    $ext_\alpha(T) := \emptyset$;
    $i := 0$;
    While $i \leq m$ **Do**
      if $\frac{\sum_{i=1}^{n} S(T, \mathcal{I}(o_i))}{|X|} \times 100 \geq \alpha$ **then**
        $\mu_X(o_i) := S(T, \mathcal{I}(o_1))$
      else
        $\mu_X(o_i) := 0$
      $ext_\alpha(T) := \{o_i/\mu_X(o_i)\} \bigcup ext_\alpha(T)$
      $i++$
    End While
    if $\neg(ext_\alpha(T) \in EXT_SET)$**then**
      $EXT_SET := EXT_SET \bigcup ext_\alpha(T)$
    else
    if$(ext_\alpha(T) = ext_\alpha(T'))and(T \subseteq T')$**then**
      $INTENT_SET := (INTENT_SET) - T$
    else
      $INTENT_SET := (INTENT_SET) - T'$
  End For
End.

Exemple d'application :
Nous reprenons l'exemple du contexte formel représenté par le Tableau 2, en utilisant l'algorithme proposé nous calculons pour chaque intension floue T son extension alpha ($ext_{60}(T)$), nous obtenons l'ensemble des concepts formels suivants :
$C2 : (o_1^{0,3}, o_2^1, o_3^1, o_4^1, o_5^1), (D^{0,8}, H^{0,1}, E^{0,0})$
$C3 : (o_1^{0,1}, o_2^1, o_3^1, o_4^1, o_5^1), (D^{0,8}, H^{0,4}, E^{0,0})$
$C4 : (o_1^{0,3}, o_2^{0,8}, o_3^1, o_4^1, o_5^1), (D^1, H^{0,1}, E^{0,0})$
$C5 : (o_1^{0,1}, o_2^{0,8}, o_3^{0,8}, o_4^1, o_5^1), (D^1, H^{0,4}, E^{0,0})$
$C6 : (o_1^{0,0}, o_2^{0,0}, o_3^{0,0}, o_4^1, o_5^1), (D^1, H^{0,4}, E^{0,5})$
$C7 : (o_1^{0,0}, o_2^{0,0}, o_3^{0,0}, o_4^1, o_5^{0,5}), (D^1, H^{0,4}, E^1)$
$C8 : (o_1^{0,0}, o_2^{0,0}, o_3^{0,0}, o_4^{0,0}, o_5^{0,0}), (D^1, H^1, E^1)$

La Figure 2 présente le treillis de Galois alpha ($\alpha = 60$) équivalent :

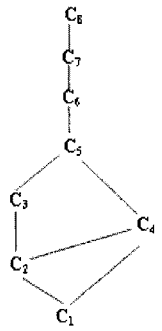


Figure 2 – Treillis réduit (G60)

Notons que pour $\alpha = 0$, on obtient exactement le treillis initial.

4 Conclusion

Dans ce papier, nous avons proposé une méthode permettant de réduire un treillis de concepts formels flous en se basant sur les treillis de Galois alpha et le partitionnement des objets. Nous avons vu qu'en modifiant la notions d'extension en se référant à une partition de l'ensemble des instances O, nous modifions le treillis des extensions tout en gardant la structure en treillis de Galois. Comme perspective, nous comptons déterminer la base minimale d'implications floues à partir du treillis de Galois alpha flou résultant permettant ainsi une représentation condensée de toutes les implications floues qu'on peut induire à partir du contexte formel initial. Ce travail peut être aussi étendu aux opérateurs de dérivation possibilistes proposées par Dubois et Prade [15].

Références

[1] R. Wille. Restructuring lattice theory : an approach based on hierarchies of concepts. In Ordered Sets,(I. Rival, ed.), Reidel, Dordrecht, pp 445-470, 1982.

[2] B. Ganter., R. Wille. Formal Concept Analysis, Springer-Verlag, 1999.

[3] V. Ventos., H. Soldano. Alpha Galois Lattices : An Overview. ICFCA 2005, pp 299-314.

Fusion d'Informations pour la Classification Multi-capteurs, Multi-cibles

Information Fusion for a Multi-sensor, Multi-target Classification

S. Hachour F. Delmotte D. Mercier E. Lefèvre
Laboratoire de Génie Informatique et d'Automatique de l'Artois, EA 3926, LGI2A

Univ. Lille Nord de France, UArtois, F-62400, Béthune, France, prenom.nom@univ-artois.fr

Résumé :
La redondance d'informations est une solution habituellement proposée pour corriger l'incertitude des instruments de mesure observant un système complexe. Dans cet article, on s'intéresse au problème de suivi et de classification de plusieurs cibles à l'aide d'un ensemble de capteurs plus ou moins fiables. Chaque capteur est supposé équipé d'un calculateur lui permettant de suivre et de classer plusieurs cibles effectuant divers mouvements. Le suivi des cibles étant optimalement assuré par des IMM (Interacting Multiple Models) à base de filtres de Kalman, le résultat de la classification reste dépendant des erreurs de mesure. En vue d'avoir le meilleur résultat de classification possible, on s'est proposé de fusionner les classifications locales des capteurs, suivant différentes règles de combinaison des cadres probabiliste et crédal, et de comparer les résultats.

Mots-clés :
Suivi multi-cibles, classification crédale, classification Bayésienne, fusion de données, association de données.

Abstract:
Information redundancy is commonly proposed as a solution to overcome the sensors uncertainty when observing complex systems. In this article, we are interested in multiple targets tracking and classification using a set of sensors with different reliabilities. Each sensor is equiped with a processor allowing to track and classify multiple maneuvering targets. Given that the tracking task is optimally provided by Kalman filters based IMMs (Interacting Multiple Models), the classification task still depends on the measurements errors. In order to have the best classification result, it is proposed to fuse the sensors local classifications following different combination rules of the Bayesian and credal frameworks, and compare the results.

Keywords:
Multi-target tracking, credal classification, Bayesian classification, data fusion, data association.

1 Introduction

Cet article reprend le problème de suivi et de classification de cibles qui est abondamment étudié dans la littérature [1, 2, 7], où, à base de mesures (ex : positions en x et y du plan) prises par un ou plusieurs capteurs, on souhaite estimer les trajectoires d'un ensemble de cibles et les classer selon leurs propriétés dynamiques (ex : capacités de manœuvres). Plusieurs challenges sont à considérer dans ce problème, notamment, la prise en compte de la complexité des manœuvres que peuvent effectuer les cibles et les répercussions que peuvent avoir les erreurs de mesures sur la qualité du suivi et sur la classification des cibles. Le suivi du mouvement des cibles dans notre travail est assuré localement (au niveau des capteurs) par des algorithmes IMM à base de filtres de Kalman (un IMM pour une cible). Les mesures faites par les capteurs sont acheminées aux IMM par le moyen d'un algorithme d'association bidimensionnel généralisé, notamment, l'algorithme GNN (Global Nearest Neighbor) qui tend à minimiser la distance globale entre les mesures et les cibles connues. En plus de la tâche d'association, cet algorithme fournit des informations concernant les cibles nouvellement détectées ou non détectées. Ces informations sont utilisées par des fonctions score [2] pour gérer les apparitions et disparitions de cibles au niveau des capteurs.

À l'issue du processus d'estimation, et à l'aide des données cinématiques estimées, chaque capteur procède à une étape de classification locale en utilisant un formalisme Bayésien ou crédal [9]. Les classifications locales étant dépendantes des erreurs de mesure faites par les capteurs, en terme de performance, ces dernières sont fusionnées et des conclusions sont tirées quant à la robustesse de la classification globale. Les classifications locales des capteurs sont fu-

néralisé [5, 8], chaque capteur peut fournir une masse de croyance concernant la classification de chaque cible suivie. L'ensemble des fonctions de masse provenant d'un capteur s_i à l'instant k est noté $M_{s_i} = \{m^1_{s_i}, m^2_{s_i}, ..., m^{n_{s_i}}_{s_i}\}$, avec $s_i = 1, ..., S$ et n_{s_i} le nombre de cibles. Les détails concernant les classifieurs (Bayésien et crédal), utilisés par les capteurs peuvent être trouvés dans [6, 7, 10]. On note que les masses de croyance contenues dans les rapport M_{s_i} peuvent être transformées en probabilités pignistiques en vue de prendre des décisions de classification locales, ou bien elles sont conservées pour une classification globale, où elles sont fusionnées à l'aide des lois qui sont décrites dans la section suivante. La transformation pignistique se fait comme suit :

$$BetP(c_i) = \sum_{c_i \in A} \frac{1}{|A|} \frac{m(A)}{1 - m(\emptyset)}, \tag{3}$$

où $A \subseteq C$ et $m(\emptyset)$ représente la masse de croyance de l'ensemble vide.

4 Classification globale

Sachant que les capteurs sont en général sujets à des erreurs de détections, et des performances de classification amoindries à cause des erreurs de mesure, cette section sera dédiée à la fusion des informations provenant des capteurs afin d'avoir une meilleure classification des cibles. Étant donné que les capteurs n'observent pas l'environnement des cibles de la même manière (ce qui signifie que le nombre de cibles connues peut être différent d'un capteur à un autre) et que les différentes cibles ne sont pas suivies dans le même ordre par les capteurs (ex : la cible 2 vue par le capteur s_i correspond à la cible 3 vue par le capteur s_j), la fusion des classifications locales ne peut pas être effectuée directement. Une étape d'association entre les estimations faites par les différents capteurs est nécessaire (ex : ensemble d'estimations $\hat{X}_{s_i}$ faites par le capteur s_i et ensemble d'estimations $\hat{X}_{s_j}$ faites par le capteur s_j). Le processus de la classification globale est effectué selon les étapes suivantes :

1. association entre les estimations des capteurs (track-to-track) : soit une matrice de distances Euclidiennes $[D_{i,j}] \in R^{n_{s_i} \times n_{s_j}}$ entre les n_{s_i} cibles connues par le capteur s_i et les n_{s_j} cibles connues par le capteur s_j, et soit une matrice auxiliaire $\Psi = [\psi_{i,j}]$, tel que $\psi_{i,j} = \{0, 1\}$, le problème d'association entre les deux ensembles $\hat{X}_{s_i}$ et $\hat{X}_{s_j}$ peut être posé comme suit :

$$\text{minimiser} \sum_{i=1}^{n_{s_i}} D_{i,j} \psi_{i,j}, \tag{4}$$

avec,

$$\sum_{i=1}^{n_{s_i}} \psi_{i,j} \leq 1, \quad \sum_{j=1}^{n_{s_j}} \psi_{i,j} \leq 1, \tag{5}$$

où, $D_{i,j}$ est la distance Euclidienne normalisée séparant les estimations $\hat{x}^i_{s_i}$ et $\hat{x}^j_{s_j}$ des deux capteurs s_i et s_j.
Les contraintes formulées dans (5) signifient que les cibles estimées par un capteur donné peuvent être ou ne pas être associées aux cibles estimées par les autres capteurs (les cibles ne sont pas toutes observées par tous les capteurs). La solution au problème posé par l'équation (4), est obtenue à l'aide de l'algorithme Munkres modifié [4], elle donne une information sur les cibles communément suivies par les capteurs et les cibles qui ne sont pas suivies par tous les capteurs. Comme cela est illustré par la figure 1, la cible t_2 est suivie par les trois capteurs s_1, s_2 et s_3, la cible t_3 est suivie uniquement par le capteur s_1, etc.

2. préparation de la classification globale : la fusion des informations suit les lois suivantes : si une cible donnée est observée par un capteur s_i, ce dernier contribue à la classification globale, avec la classification locale qu'il aura réalisée concernant la cible en question. Si une cible donnée n'est pas observée par un capteur s_i, ce dernier contribue à la classification globale avec une ignorance (équiprobabilité dans le cas Bayésien et masse de croyance vide dans le cas crédal). Pour la figure 1, par exemple,

croyance contenues dans les ensembles M_{s_i}, avec $s_i = 1, ..., S$, sont combinées selon les lois décrites précédemment et selon l'ordre donné par l'association (track-to-track). Afin de prendre une décision concernant la classification des cibles, les masses de croyance résultant des fusions (conjonctive ou disjonctive) sont transformées en probabilités pignistiques suivant l'équation (3).

5 Application à la classification de cibles aériennes

Cette section décrit un exemple de suivi et de classification de cibles aériennes (avion de ligne, bombardier, avion de chasse, etc). Les cibles apparaissent et disparaissent aléatoirement et effectuent différentes manœuvres. La classification des cibles est basée sur la complexité des manœuvres effectuées (mouvement constant, accélérations moyennes, accélérations fortes, etc). La relation entre les différents modes d'évolution et les classes est donnée comme suit :

- classe c_1 : classe des cibles ayant de faibles capacités de manœuvre (ex : avion de ligne).
- classe c_2 : classe des cibles ayant des capacités de manœuvre moyennes (ex : bombardier).
- classe c_3 : classe des cibles ayant des capacités de manœuvre fortes (ex : avion de chasse).

Le vecteur d'état de toute les cibles est donné par : $x = [x \quad \dot{x} \quad y \quad \dot{y}]$, il représente la position et la vitesse des cibles dans le plan (x, y). L'évolution du vecteur d'état suit le modèle donné par l'équation (1). Les différentes manœuvres sont modélisées par une entrée déterministe variable $u = [a_x \quad a_y]^T$, qui représente les différents modes d'accélération. La différence entre les capacités d'accélération permet de distinguer les cibles et de les classer dans l'une des classes définies précédemment. Les capacités d'accélération pour les classes définies sont exprimées par : $-L_i \leq \{a_x, a_y\} \leq L_i$, où $L_i = 0g, 0.2g$ et $0.4g$ respectivement, pour les classes c_1, c_2 et c_3, avec $g = 9.81\ m/s^2$ l'accélération terrestre. Dans notre simulation, chaque cible est suivie par un IMM contenant 13 modes d'évolution représentant toutes les manœuvres qui peuvent être effectuées dans les directions x et y. Les différents modes d'évolution sont répartis dans les trois classes c_1, c_2 et c_3 comme suit :

$M_{c_1} = [m_1]$: mode de la classe c_1.
$M_{c_2} = [m_1, ..., m_5]$: modes de la classe c_2.
$M_{c_3} = [m_1, ..., m_{13}]$: modes de la classe c_3.

Suivant le modèle de l'équation (1), $F(m_1)$, par exemple, est équivalent à la matrice d'état F, influencée par l'entrée déterministe $u = [0 \quad 0]^T$, ce qui correspond au mode d'évolution avec une vitesse constante. Les matrices d'état et d'entrée F et B sont données respectivement par :

$$F = \begin{bmatrix} 1 & \Delta T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \Delta T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \Delta T^2/2 & 0 \\ \Delta T & 0 \\ 0 & \Delta T^2/2 \\ 0 & \Delta T \end{bmatrix},$$

où, ΔT représente la période d'échantillonnage.

Dans cet exemple, deux capteurs sont utilisés pour suivre et classer les trois cibles dont les trajectoires en (x, y) sont données par la figure 2. Leurs mesures sont prises selon le modèle de l'équation (2), en utilisant la matrice d'observation suivante : $H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$.

Les deux capteurs sont entachés de bruits de variances importantes, ce qui est censé altérer la qualité des classifications locales. Dans ce qui suit, on s'intéresse uniquement aux résultats de classification de la cible 2 (voir figure 2) qui est observée par les deux capteurs utilisés.

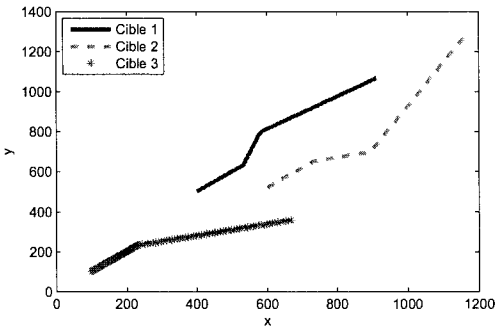


FIGURE 2 – Trajectoires des cibles

La cible 2 commence son évolution avec une vitesse constante, elle effectue une manœuvre

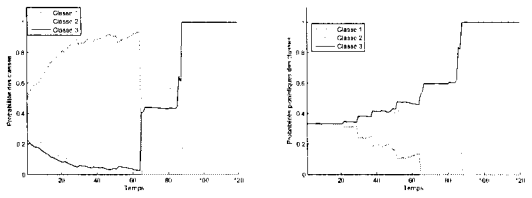


FIGURE 5 – Fusions conjonctives (Bayésienne et crédale)

pas les résultats de classification obtenus au niveau des capteurs. En effet, comme la combinaison conjonctive transmet toute la croyance (probabilités/masses de croyance) sur les intersections, le résultat de la combinaison accentue la divergence causée par le bruit des capteurs. Prenons l'exemple de la classification crédale à l'instant 40 : la croyance du capteur s_1 à cet instant est $m_{s_1}(\{c_1, c_2, c_3\}) = 0.65$, $m_{s_1}(\{c_2, c_3\}) = 0.35$ et la croyance du capteur s_2 est $m_{s_2}(\{c_1, c_2, c_3\}) = 0.9$, $m_{s_2}(\{c_2, c_3\}) = 0.1$, le résultat de la combinaison conjonctive est $m_{s_1 \textcircled{\cap} s_2}(\{c_1, c_2, c_3\}) = 0.59$, $m_{s_1 \textcircled{\cap} s_2}(\{c_2, c_3\}) = 0.41$, ce qui explique l'accentuation de l'erreur de classification.

Le résultat de la classification Bayésienne

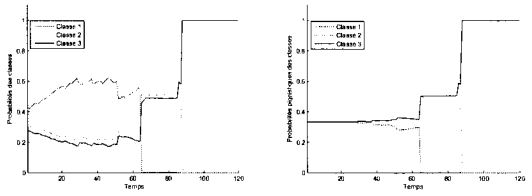


FIGURE 6 – Autre fusion Bayésienne et fusion disjonctive crédale

sur la figure 6 est obtenu en utilisant la vraisemblance du capteur qui s'engage le moins (opérateur Φ =minimum), les performances des autres opérateurs sont moins bonnes, par manque de place les résultats ne sont pas mentionnés. La remarque la plus importante est l'amélioration apportée par la fusion crédale disjonctive où le résultat obtenu s'avère beaucoup plus lisse que ceux obtenus localement par les capteurs et par la combinaison conjonctive. Cela s'explique par le fait que la combinaison disjonctive transmet toute la croyance sur l'union des classes et donc elle tend à favoriser la prudence (ignorance) et corriger les divergences occasionnées par le bruit. Pour la classification crédale à l'instant 40, le résultat de la fusion disjonctive des masses de croyances est $m_{s_1 \textcircled{\cup} s_2}(\{c_1, c_2, c_3\}) = 0.96$, $m_{s_1 \textcircled{\cup} s_2}(\{c_2, c_3\}) = 0.04$, ce qui explique la prudence du classifieur disjonctif et la correction des divergence obtenues par les deux capteurs au même instant. Le classifieur disjonctif ne classe une cible que lorsque cette dernière effectue de vraies manœuvres et que les manœuvres sont observées par les deux capteurs comme à l'instant 87.

Les commentaires suivants concernent les résultats de la classification crédale :

- si une cible est détectée par les deux capteurs, et que les résultats de classification des capteurs sont plus ou moins détériorés, à cause des erreurs de mesure, le meilleur résultat de classification peut être obtenu, en fusionnant disjonctivement les résultats obtenus au niveau des capteurs (résultat montré dans cet article).
- si une cible n'est pas détectée par les deux capteurs, le capteur qui ne la détecte pas contribue à la classification globale par une ignorance (proposé dans la section 4). Dans ce cas le résultat de la fusion disjonctive est tout le temps erroné (suit l'avis du capteur qui ne détecte pas). Le mieux dans cette situation est de se contenter du résultat de la fusion conjonctive (résultat non montré dans cet article).

La figure 7 donne l'Erreur Quadratique Moyenne (EQM) de classification. Pour chaque valeur de variance des bruit des capteurs, l'EQM est moyennée à travers 20 simulations, avec différentes réalisations de bruits. L'EQM représente la différence entre les probabilités pignistiques attendues et celles obtenues par les capteurs 1 et 2 ainsi que celles obtenues à l'issue des classifications globales conjonctive et disjonctive. L'EQM est calculée par :

Classification multi-label par fonctions de croyance

Multilabel classification using belief functions

R. Nassif[1,2] S. Destercke[1] M.H. Masson[3]
[1] Université de Technologie de Compiègne
[2] Université Libanaise
[3] Université de Picardie Jules Verne
Laboratoire Heudiasyc, UMR CNRS 7253, BP 20529 60205 Compiègne, roula.nassif@etu.utc.fr

Résumé :
La classification multi-label consiste à associer simultanément à chaque individu x une ou plusieurs étiquettes. L'ordonnancement d'étiquettes est un problème d'apprentissage dont le but est de relier des instances à un ordre total défini sur un ensemble d'étiquettes possibles. Une technique de passage de l'ordonnancement d'étiquettes à la classification multi-label a été developpée dans la littérature. En se basant sur cette technique, nous utilisons la théorie des fonctions de croyance afin d'élaborer une nouvelle méthode de classification multi-label. Afin d'évaluer notre approche, nous comparons les résultats obtenus sur les jeux de données classiques avec ceux obtenus par d'autres méthodes de la littérature.

Mots-clés :
Classification multi-label, ordonnancement d'étiquettes, fonctions de croyance, k-PPV évidentiels, étiquette calibrée, comparaison par paires.

Abstract:
In multilabel classification, the goal is to assign one or more labels to each instance x. Label ranking is a learning task where the goal is to map instances to a linear order on a finite set of predefined labels. An approach was developed in the literature to move from label ranking to multilabel classification. Based on this technique, we use the theory of belief functions to develop a new method for multilabel classification problem. To evaluate our approach, we compare the results with those obtained by other methods in the literature.

Keywords:
Multilabel classification, label ranking, belief functions, evidential k-NN, calibrated label, pairwise comparison.

1 Introduction

Ces dernières années ont vu émerger différentes extensions du problème de classification classique : parmi ces dernières se trouvent les problèmes de classification multi-label et les problèmes d'ordonnancement d'étiquettes. Soit $\pounds$ un ensemble fini d'étiquettes $\{\lambda_1,\lambda_2,...\lambda_l\}$ et soient X l'espace d'entrée et Y l'espace de sortie formé des sous-ensembles de $\pounds$. Sur la base d'un ensemble d'apprentissage $D = \{(x_i, y_i)/x_i \in X, y_i \in Y\}$ formé de n instances étiquetées, on recherche un classifieur permettant d'associer à toute instance $x \in X$ le y minimisant un certain critère d'erreur. Dans la *classification classique*, l'espace de sortie est formé par des singletons c.à.d. qu'une seule étiquette parmi les l est associée à chaque instance x. Dans la *classification multi-label*, une ou plusieurs étiquettes sont associées simultanément à x. Dans le cas du problème d'*ordonnancement d'étiquettes*, il s'agit d'apprendre pour chaque instance x un ordre total $\succ$ sur l'ensemble d'étiquettes $\pounds$. Par exemple, prenons le cas d'un document et supposons qu'on désire le classer selon deux critères, le premier étant la langue et le second le champ d'application. Etant donné un ensemble de trois langues possibles {française, anglaise, chinoise}, à tout document on ne peut associer qu'une seule étiquette parmi les trois étiquettes possibles. Ce type de problème est traité par la classification classique. Par contre, pour un ensemble de champs d'application *(mathématiques, physique, chimie, biologie, informatique)* $\{M, P, C, B, I\}$, un document peut relever de plusieurs catégories comme les mathématiques, physique et informatique, soit $y = \{M, P, I\}$, donc pour une instance on peut associer une ou plusieurs étiquettes. Finalement, du point de vue du problème d'ordonnancement, on peut associer à tout document un ordre sur l'ensemble des champs d'application. Par exemple un docu-

l'opération d'extension vide suivante :

$$m^{\Theta\uparrow\Omega}(B) = \begin{cases} m^{\Theta}(A) & si \quad B = \rho(A), \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \tag{4}$$

Soient m_1 et m_2 deux fonctions de masse sur Ω modélisant deux éléments d'évidence, on utilise la règle de combinaison conjonctive pour les combiner. La fonction de masse résultante est, $\forall A \subseteq \Omega$:

$$(m_1 \oplus m_2)(A) = \sum_{B \cap C = A} m_1(B) m_2(C). \tag{5}$$

Cette règle peut s'exprimer facilement à l'aide des commonalités, $\forall A \subseteq \Omega$:

$$(q_1 \oplus q_2)(A) = q_1(A) q_2(A). \tag{6}$$

A noter que, avant d'appliquer cette règle de combinaison, il faut ramener les informations sur le même cadre de discernement.

3 Ordonnancement d'étiquettes par fonctions de croyance

3.1 Ordonnancement d'étiquettes

Le problème d'ordonnancement d'étiquettes consiste à apprendre, à partir d'exemples, une application associant à toute instance $x \in X$, un ordre total $\succ_x$ sur $\pounds = \{\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_l\}$. L'ordre total $\succ_x$ peut être représenté de manière équivalente par une permutation τ_x de l'ensemble des entiers $\{1, 2, ..., l\}$ de telle sorte que $\lambda_i \succ_x \lambda_j \Leftrightarrow \tau_x(i) < \tau_x(j)$ (la valeur $\tau_x(i)$ représente le rang de λ_i dans les préférences de x). Pour résoudre ce problème, différentes méthodes existent. Une approche particulière est celle dite de ***préférence par paires*** [2]. Elle consiste à apprendre, pour chaque couple d'étiquettes (λ_i, λ_j) tels que $i < j$, un classifieur binaire M_{ij} permettant de prédire pour une entrée x si λ_i est préférée ou non à λ_j. Pendant la classification, chaque instance x est alors soumise aux $l(l-1)/2$ classifieurs, la sortie du classifieur étant 1 si $\lambda_i \succ \lambda_j$ et 0 dans le cas contraire. A noter que n'importe quel classifieur binaire peut être utilisé dans ce cas, et que la sortie n'est pas nécessairement dans $\{0, 1\}$, elle est généralement comprise dans l'intervalle $[0, 1]$. Hüllermeier propose alors d'associer à chaque entrée x une relation floue de préférence R_x :

$$R_x(\lambda_i, \lambda_j) = \begin{cases} M_{ij}(x) & \text{si} \quad i < j, \\ 1 - M_{ij}(x) & \text{si} \quad i > j. \end{cases} \tag{7}$$

Moyennant ces relations de préférences, on calcule pour chaque étiquette λ_i, la fonction score $S_x(\lambda_i)$:

$$S_x(\lambda_i) = \sum_{j \neq i} R_x(\lambda_i, \lambda_j). \tag{8}$$

Pour une instance x, l'ordre total est obtenu en triant par ordre décroissant les fonctions $S_x(\lambda_i)$ calculées pour chaque élément de $\pounds$.

3.2 Ordonnancement d'étiquettes par fonctions de croyance

Plusieurs méthodes ont été proposées dans la littérature pour traiter la problématique d'ordonnancement d'étiquettes. Dans cet article, nous adoptons l'approche ***d'ordonnancement d'étiquettes dans le cadre des fonctions de croyance*** [5].

Chaque classifieur binaire évidentiel M_{ij} travaille sur un grossissement particulier Θ_{ij} de l'ensemble S contenant toutes les permutations possibles de $\pounds = \{1, 2, ..., l\}$. Nous avons $\Theta_{ij} = \{\theta_{ij}, \overline{\theta}_{ij}\}$ un grossissement binaire avec θ_{ij} l'ensemble des permutations $\tau \in S$ pour lesquelles λ_i est préférée à λ_j et $\overline{\theta}_{ij}$ l'ensemble des permutations $\tau \in S$ pour lesquelles λ_j est préférée à λ_i. On suppose que chaque classifieur évidentiel fournit, pour chaque instance x, la fonction de masse suivante :

$$\begin{cases} m_x^{\Theta_{ij}}(\theta_{ij}) = \alpha_{ij}, \\ m_x^{\Theta_{ij}}(\overline{\theta_{ij}}) = \beta_{ij}, \\ m_x^{\Theta_{ij}}(\Theta_{ij}) = 1 - \alpha_{ij} - \beta_{ij}. \end{cases} \tag{9}$$

A partir de ces masses, on en déduit les plausi-

étant de la forme :

$$\lambda_{i_1} \succ \ldots \lambda_{i_j} \succ \lambda_0 \succ \lambda_{i_{j+1}} \succ \ldots \lambda_{i_l}. \quad (18)$$

Ceci induit à la fois un ordonnancement

$$\lambda_{i_1} \succ \ldots \lambda_{i_j} \succ \lambda_{i_{j+1}} \succ \ldots \lambda_{i_l}, \quad (19)$$

et une partition bipartite :

$$\begin{cases} P_x = \{\lambda_{i_1}, \ldots, \lambda_{i_j}\}, \\ N_x = \{\lambda_{i_{j+1}}, \ldots, \lambda_{i_l}\}. \end{cases} \quad (20)$$

4.2 Transformation de données multi-label en données d'ordonnancement

Un individu de l'ensemble d'apprentissage d'un problème d'ordonnancement est une instance $x \in X$, caractérisée par des attributs, et sa sortie y constituée d'une relation de préférence $R_x = \{(\lambda, \lambda')/\lambda \succ_x \lambda'\}$. Dans un problème de classification multi-label, deux ensembles N_x et P_x sont associés à chaque instance d'apprentissage x. A partir de ces ensembles, on peut facilement construire l'ensemble de préférences $R_x = \{(\lambda, \lambda')/\lambda \in P_x, \lambda' \in N_x\}$. En introduisant le pivot λ_0, l'ensemble de préférences devient alors :

$$R'_x = R_x \cup \{(\lambda, \lambda_0)/\lambda \in P_x\} \cup \{(\lambda_0, \lambda)/\lambda \in N_x\}$$

Nous traitons dans cette section la transformation d'un ensemble d'apprentissage multi-label vers un ensemble d'apprentissage traitant un problème d'ordonnancement. Afin de rendre plus claire la méthodologie, nous utilisons un exemple. Supposons que l'ensemble d'apprentissage associé au problème de classification multi-label d'un document *(paragraphe 1)* est formé de trois instances :

$x_1 : P_{x_1} = \{M, P, I\}$;
$x_2 : P_{x_2} = \{C, B\}$;
$x_3 : P_{x_3} = \{M\}$.

Comme nous l'avons vu dans la partie précédente, afin de résoudre le problème de classification multi-label, il faut ajouter un pivot λ_0 à $\pounds = \{M, P, C, B, I\}$. Suivant le paragraphe 3.1, les données d'apprentissage sont ensuite transformées pour obtenir un jeu de données par paire d'étiquette. Nous devons alors construire 15 classifieurs binaires M_{ij} $(M_{0M}, M_{0P}, \ldots, M_{MP}, M_{MC}, \ldots, M_{BI}\})$. Par exemple, pour le classifieur M_{0M}, pour x_1 et x_3, l'étiquette M appartient à P_{x_1} et P_{x_3}, d'où $M \succ_{x_1} \lambda_0$ et $M \succ_{x_3} \lambda_0$, cependant, pour x_2, l'étiquette M n'appartient pas à P_{x_2}, d'où $\lambda_0 \succ_{x_2} M$. x_1 et x_3 seront donc utilisés pour apprendre M_{0M}, mais pas x_2. Pour le classifieur M_{MP}, pour x_1, on ne sait pas laquelle des étiquettes $\{M, P\}$ est préférée, alors nous ne prenons pas en considération cet exemple dans la construction de la base d'apprentissage de ce classifieur. Voici quelques transformations :

Tableau 1 – Classifieur M_{0M}

	$\lambda_0 \succ_x M$	$M \succ_x \lambda_0$
x_1	0	1
x_2	1	0
x_3	0	1

Tableau 2 – Classifieur M_{MP}

	$M \succ_x P$	$P \succ_x M$
x_3	1	0

5 Etude expérimentale

5.1 Jeux de données utilisés

Pour tester notre méthode, nous utilisons trois bases de données {*emotions, scene, yeast*}, téléchargées de la librairie *MULAN* (http ://mlkd.csd.auth.gr/multilabel.html). Les données *emotions* portent sur la classification des chansons selon les émotions qu'elles évoquent, le jeu *scene* porte sur l'indexation sémantique de scènes et, finalement, la base *yeast* contient des données concernant des analyses fonctionnelles des gènes. Les caractéristiques de ces jeux sont données dans le

groupe, nous comparons nos résultats avec des méthodes appartenant à la première catégorie :

- *Binary Relevance* (BR) : [10] Elle consiste à construire l classifieurs binaires, chaque classifieur est utilisé pour séparer une classe des autres. Pour une nouvelle instance x, la sortie de BR est l'ensemble des étiquettes λ_i prédites par chaque classifieur binaire.
- *Label Powerset* (LP) : [10] Cette approche considère chaque ensemble P_x dans l'ensemble d'apprentissage comme une étiquette pour un nouveau problème d'apprentissage mono-label. Pour une nouvelle instance x, le classifieur monolabel fait sortir une étiquette, qui n'est autre que l'ensemble P_x prédit pour l'instance x.
- *Random k-labelsets* (RA*k*EL) : [10] Elle consiste à décomposer de manière aléatoire l'ensemble $\pounds$ en des sous-ensembles et puis à construire un classifieur LP pour chacun de ces sous-ensembles. Pour chaque étiquette λ_i une décision moyenne est calculée. La décision finale est positive pour une étiquette donnée si la décision moyenne est plus grande qu'une valeur seuil t.
- *RAkEL évidentielle* (E-RA*k*EL) : [4] Elle utilise la méthode RA*k*EL conjointement avec la théorie des fonctions de croyance. L'utilisation de la théorie des fonctions de croyance rend possible l'association d'une fonction de masse à chaque classifieur. Ces fonctions sont ensuite combinées par un opérateur adapté dans le but de donner une décision finale sur l'appartenance d'un individu à un ensemble d'étiquettes.
- *Classifier Chains* (CC) : [6] Comme dans le cas de la méthode *Binary Relevance*, on construit l classifieurs binaires, mais afin d'intégrer d'éventuelles dépendances entre étiquettes, le $j^{\text{ième}}$ classifieur utilise dans ses attributs d'entrée les prédictions des $j-1$ classifieurs précédents.

Pour l'approche RA*k*EL évidentielle, nous utilisons les résultats figurant dans [4]. Pour les autres approches, nous utilisons les résultats figurant dans [7] qui sont issus des algorithmes se trouvant dans la librairie *MULAN (http : //mlkd.csd.auth.gr/multilabel.html#Software)*. Nous considérons uniquement les résultats issus de l'utilisation des *k-plus proches voisins* comme classifieurs binaires.

En analysant les valeurs se trouvant dans les tableaux 4, 5 et 6, on voit que les résultats obtenus en transformant un problème de classification multi-label en un problème d'ordonnancement, résolu en utilisant le cadre théorique des fonctions de croyance, sont comparables par rapport à ceux des autres méthodes de classification multi-label. Il serait cependant nécessaire de pousser cette comparaison pour inclure le coût de rang (ranking loss), potentiellement plus favorable à notre méthode basée sur l'identification d'un ordonnancement entre étiquettes.

Tableau 4 – Résultats sur le jeu de données emotions.

Approche	C.H.	Rang	Prec	Rang
BR	0.188	1	0.551	4
LP	0.215	5	0.56	3
RAkEL	0.198	4	0.577	2
E-RAkEL	0.235	6	0.519	6
CC	0.197	3	0.584	1
MC	0.1914	2	0.5404	5

Tableau 5 – Résultats sur le jeu de données scene.

Approche	C.H.	Rang	Prec	Rang
BR	0.094	1	0.643	5
LP	0.097	3	0.713	1
RAkEL	0.095	2	0.694	3
E-RAkEL	0.129	6	0.611	6
CC	0.100	4	0.701	2
MC	0.101	5	0.6469	4

Prédictions multilabel partielle : une première étude utilisant les KNN évidentiels

Partial multilabel prediction : a first study using evidential KNN

R. Kallel[1,2] S. Destercke[2] B. Ben Yaghlane[1]
[1] Institut Supérieur de Gestion de Tunis
[2] Université de Technologie de Compiègne, CNRS
Laboratoire de Recherche Opérationnelle, de Décision et de Contrôle de Processus
Laboratoire Heudiasyc, UMR CNRS 7253, BP 20529 60205 Compiègne

Résumé :
Dans ce résumé, nous nous intéressons au problème multilabel, qui se différencie de la classification classique par le fait que plusieurs étiquettes peuvent s'appliquer conjointement à une même instance. Plus particulièrement, nous nous intéressons au problème de produire non plus des prédictions complètes mais partielles, avec l'idée que ces dernières soient plus fiables. Nous proposons une première méthode ainsi que des méthodes de mesure adaptées.

Mots-clés :
Pertinence binaire, prédictions partielles, multilabel.

Abstract:
In this abstract, we are interested in the multilabel problem, where multiple labels can jointly apply to a single instance (in contrast with multi-class problems, where only one class apply to each instance). More precisely, we are interested in the issue of making partial (but more accurate) predictions, rather than complete ones.

Keywords:
Binary relevance, partial predictions, multilabel.

1 Introduction

Le problème usuel de classification consiste à associer à une instance $x \in \mathcal{X}$ une classe $\hat{\lambda}_x \in \mathcal{L} = \{\lambda_1, \ldots, \lambda_n\}$ parmi n. Le problème de classification multilabel consiste, lui, à associer à chaque instance un sous-ensemble $\hat{Y}_x \subseteq \mathcal{L}$ d'étiquettes pertinentes (nous omettrons l'indice x par la suite). Ce type de problème survient quand plusieurs étiquettes peuvent s'appliquer à une seule instance, par exemple pour classifier un film qui peut être à la fois une comédie et un drame, ou encore pour identifier un type d'image qui peut contenir à la fois une plage et une montagne.

Dans le cas multilabel, l'espace de prédiction compte donc $2^{|\mathcal{L}|}$ éléments possibles, ce qui rend le problème beaucoup plus complexe que celui de classification usuelle. Il est donc souvent impossible, même pour un n de taille modérée (plus de 10), d'appliquer les techniques usuelles à l'espace $2^{|\mathcal{L}|}$. Pour résoudre ce problème, diverses méthodes ont été proposées [5, 2], dont la méthode de pertinence binaire [4], retenue ici. Cette méthode consiste, pour chaque étiquette λ_i, à prédire si oui ou non elle est pertinente, et à retenir comme prédiction P l'ensemble des étiquettes déclarées pertinentes.

La prédiction à réaliser étant de nature complexe, il peut être intéressant de produire des prédictions partielles mais plus fiable lorsque l'information sur certaines étiquettes manque. De telles prédictions reviennent à s'abstenir lorsque l'information manque, et l'utilisation de théories de l'incertain (comme la théorie des fonctions de croyances, utilisée ici) modélisant l'imprécision semble indiquée pour identifier les cas où cette information manque.

Les problématiques liées aux prédictions ont récemment été étudiées pour le cas d'ordonnancement d'étiquettes [1]. Comme pour ce dernier, il est nécessaire dans le cas multilabel de redéfinir les fonctions de coût afin que ces dernières intègrent la notion de prédicitons partielles ou imprécises. Nous proposons dans ce travail d'adapter le coût de Hamming. Les prédictions partielles sont quand à elles

Optimisation de la paramétrisation pour la reconnaissance floue des signaux de parole

Optimization of features parameters for fuzzy speech recognition

I. Ben Fredj K. Ouni
Unité de Recherche Systèmes Mécatroniques et Signaux
Ecole Supérieure de Technologie et d'Informatique (ESTI), Université de Carthage
Tunis, Tunisie
ines_benfredj@yahoo.fr
kais.ouni@esti.rnu.tn

Résumé :
Nous présentons une méthode de reconnaissance phonémique de la base Timit en utilisant la logique floue. Elle consiste en l'extraction de vecteurs de référence flous : le vecteur maximal, le vecteur moyen et le vecteur minimal. Pour classer un phonème donné, nous calculons son degré d'appartenance à toutes les classes des phonèmes, et nous choisissons par la suite le plus haut degré d'appartenance. Nous évaluons cette méthode avec différentes techniques de paramétrisation du signal de parole telles que les coefficients Mel Ceptre (MFCC), les coefficients de prédiction linéaire cepstraux (LPCC) et la méthode de prédiction linéaire perceptuelle (PLP). Nous avons introduit les dérivées premières et secondes ainsi que l'énergie de signal afin de modéliser ses caractéristiques transitoires pouvant contribuer à l'amélioration de la tâche de reconnaissance. Les taux de reconnaissance retenus sont 83.47%, 82.09% et 99.48% respectivement pour 36 MFCC, 11 LPC and 11 PLP.

Mots-clés :
Logique floue, LPC, MFCC, PLP, Timit.

Abstract :
We provide a phoneme recognition technique of Timit corpus based on the concept of fuzzy logic. The fuzzy method consists on the extraction of a three fuzzy reference vectors : maximal, mean and minimal vectors. To classify a phoneme request, we calculate his degree of membership to all classes. The class of a phoneme request is then the one which maximizes one degree of membership calculated according to reference vectors. We also compare the performance of our recognizer using different speech parameterization techniques such as MFCC, LPC and PLP. We extracted temporal dynamic of the signal to improve recognition task. So, we introduced first and second derivatives and energy. Our experimental results indicate that the classifier behaves differently depending on the number of samples. Fuzzy logic gave a considerable matter since retained recognition rates were 83.47%, 82.09% and 99.48% respectively for 36 MFCC, 11 LPC and 11 PLP.

Keywords :
Fuzzy logic, LPC, MFCC, PLP, Timit.

1 Introduction

La reconnaissance automatique de la parole comporte deux processus [1] [2] : le premier est la paramétrisation de signal qui consiste à représenter le signal de parole par un jeu de paramètres réduit, pertinent et robuste pour réduire le flux d'informations à traiter par le moteur de reconnaissance. La paramétrisation est généralement suivie par le processus de reconnaissance [3]. Un tel processus nécessite l'utilisation extensive des techniques d'intelligence artificielle. Ces techniques, telles que la logique floue, visent à résoudre les problèmes de la modélisation de données et de classification.

Dans ce travail, nous présentons une nouvelle technique de reconnaissance phonémique de la base Timit basée sur la logique floue [4]. Elle consiste en l'extraction de vecteurs de référence flous utilisés ensuite pour calculer le degré d'appartenance d'un phonème donné à toutes les classes définies des phonèmes. Le classifieur a été évalué avec différentes techniques de paramétrisation de signal tel que MFCC [5], LPC [6] et PLP [7]. Le but principal est de déterminer le nombre optimal des paramètres de signal générant les taux de reconnaissance les plus significatifs.

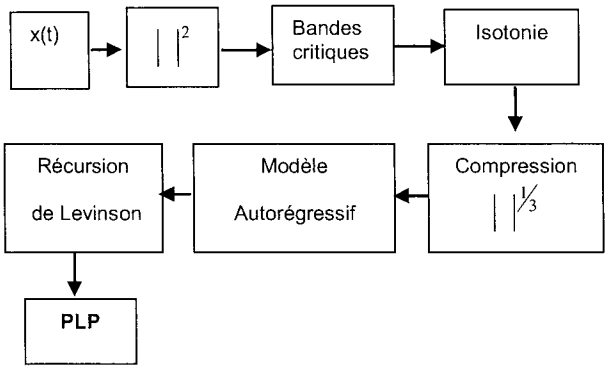


Figure 3 – Algorithme de calcul des coefficients PLP

3 HMM : méthode classique de reconnaissance de la parole

Les systèmes de reconnaissance de la parole sont généralement basés les modèles de Markov cachés : HMM.

Les HMM sont des modèles statistiques riches en structure mathématiques dont la sortie est une séquence de symboles ou de quantités [16]. Ils sont largement utilisés dans la reconnaissance de la parole étant donné leur puissante adaptation à la variabilité des observations. De plus, leur apprentissage automatique des données vocales a amélioré leurs performances de reconnaissance. D'autres parts, la formulation probabiliste offerte par les HMM fournit un cadre unifié pour les hypothèses de notation et les combinaisons des sources de connaissances.

Cependant, les HMM présentent deux limitations majeures: Tout d'abord, l'hypothèse de Markov d'indépendance conditionnelle (étant donné qu'un état ne dépend que de l'état précédent). Deuxièmement, les HMM sont bien définis uniquement pour les processus qui sont une fonction d'une seule variable indépendante, comme le temps ou la position unidimensionnelle.

Concernant la première limitation, théoriquement il est possible de définir un HMM dans lequel la dépendance peut s'étendre aux états et aux sorties précédentes. Néanmoins, de telles extensions compliquent les modèles définis et peuvent impliquer rapidement à une énorme complexité de calcul. Au même temps, beaucoup de travail reste à faire sur l'amélioration et l'utilisation des modèles déjà existants.

En outre, La deuxième limitation est fondamentale. Il semble impossible de définir un HMM dépendant de plus qu'une seule variable indépendante. Par conséquent, pour des problèmes tels que la reconnaissance vocale où le signal est naturellement est une fonction de deux variables, les chercheurs ont dû élaborer des méthodes de conversion des problèmes de deux dimensions en un problème d'une seule dimension avant d'utiliser les HMM comme solution.

Finalement et en dépit de cette contrainte, les HMM ont enrichi l'état de l'art dans le domaine de la reconnaissance vocale et se sont répandus progressivement à d'autres domaines comme la reconnaissance des formes électro-encéphalographique EEG, la reconnaissance des caractères, le domaine musical et d'autres [17].

Dans nos travaux de recherche, pour remédier aux problèmes présentés par les HMM, nous avons essayé d'implémenter une nouvelle approche de reconnaissance phonémique fondée sur la logique floue. L'algorithme flou utilisé a été testé dans la classification des objets 3D, et a donné de résultats remarquables [11].

4 Approche de reconnaissance proposée

4.1 Base de données

La base TIMIT [10] est utilisée pour la classification et la reconnaissance. Elle est composée par 630 locuteurs de 8 dialectes différents des États-Unis. Chaque locuteur prononçant 10 phrases ce qui donne 6300 phrases.

Le tableau 1 décrit la structure du corpus Timit.

Ainsi, nous obtenons pour chaque échantillon un degré d'appartenance relatif à chaque classe. Nous choisissons la classe relative au plus haut degré d'appartenance.

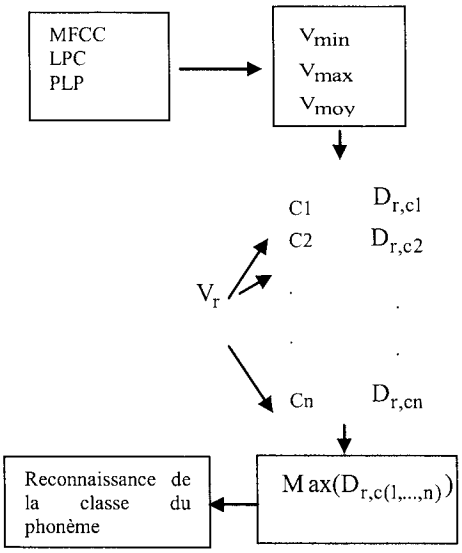


Figure 4 – Algorithme de classification floue

Notons que la classification d'un phonème en entrée signifie son identification par rapport aux macros classes ; Par exemple, pour classer le phonème /aa/, il suffit d'affirmer que c'est une voyelle. Ceci est établi si son degré d'appartenance à la classe des voyelles et supérieur aux degrés d'appartenance des autres classes. Ce phonème sera attribué à la classe du plus haut degré d'appartenance. Le même raisonnement est suivi dans l'approche de reconnaissance.

Pour développer les différentes techniques de paramétrisation utilisées (MFCC, LPC et PLP), nous avons utilisé l'implémentation de Dan Elis décrite dans [12].

De plus, la simulation du classieur a été effectuée sous l'environnement Matlab.

5 Résultats expérimentaux

Dans nos expériences, l'objectif principal était de déterminer le nombre optimal des coefficients qui offrent les meilleurs taux de reconnaissance.

Pour cette raison, un certain nombre d'expériences ont été effectuées dans lesquelles les coefficients dynamiques (dérivées premières et secondes) ainsi que l'énergie du signal ont été introduits avec les coefficients statiques des MFCC, LPC et PLP.

Les résultats préliminaires ont montré que les dérivées premières et secondes n'ont été avantageuses que pour MFCC. Bien que cette amélioration a confirmé que l'augmentation du nombre de caractéristiques améliore significativement les performances du système de reconnaissance (en notant que les meilleurs taux ont été obtenus avec 36 coefficients) ; Cette conclusion a été confirmée strictement pour MFCC. Comme ce n'était pas le cas pour les LPC et PLP, nous avons cherché à déterminer le nombre optimal de coefficients pour ces paramètres pour obtenir de meilleurs résultats. Certains récents travaux confirment qu'un nombre réduit de LPC et PLP peut entraîner meilleure représentation de signal de parole [13] [15]. De ce fait, plusieurs expériences ont été établies dans ce sens. Nous avons varié le nombre des coefficients à partir de 5 coefficients cepstraux + énergie jusqu'à 13 coefficients cepstraux + énergie. Les résultats retenus ont été obtenus par 11 coefficients cepstraux + énergie comme l'illustrent les tableaux 3 et 4.

Tableau 3 –Taux de classification

Dialecte	Nombre des échantillons	MFCC (%)	LPC (%)	PLP (%)
DR1	40084	96.87	86.62	99.14
DR2	81343	97.01	77.02	99.38
DR3	80686	97.12	84.05	99.45
DR4	73092	96.16	83.23	99.60
DR5	75978	96.85	83.94	99.56
DR6	37263	98.93	82.30	99.19
DR7	82419	98.81	80.73	99.38
DR8	23105	97.08	86.48	99.68
Taux moyen	493970	**97.32**	**82.39**	**99.43**

[12] D.P.W. Ellis. PLP and RASTA (and MFCC, and inversion) in Matlab using melfcc.m and invmelfcc.m, http://www.ee.columbia.edu/ ~dpwe/ resources/ matlab/ rastamat/

[13] M.A. Anusuya, S.K. Katti. Comparison of Different Speech Feature Extraction Techniques with and without Wavelet Transform to Kannada Speech Recognition. *International Journal of Computer Applications*, 19-24, 2011.

[14] L. Zadeh. Fuzzy sets. *Information and Control.* 1965.

[15] Prasad, K. Ravi, A.N. Mishra, S.N. Sharan. Text Dependant Speaker Identification Using VQ and DTW. *VSRD-IJEECE,* 453-459, 2011.

[16] I.B. Fredj, K. Ouni. Optimization of Features Parameters for HMM Phoneme Recognition of TIMIT Corpus. *Engineering and Technology,* 90-94, 2013.

[17] B. Askazad. Hidden Markov Model. University of Engineering and Technology Lahore Pakistan, 2001.

Traitement de l'incertitude à l'aide des relations de préférence dans une méthode de décision multicritères

Handling uncertainty using preference relations in a multi-criteria decision making method

A. Ennaceur[1] Z. Elouedi[1] E. Lefevre[3]
[1] LARODEC, University of Tunis, Institut Supérieur de Gestion, Tunisia
[2] LGI2A, Univ. Lille Nord of France, UArtois EA 3926, France

amel_naceur@yahoo.fr
zied.elouedi@gmx.fr
eric.lefevre@univ-artois.fr

Résumé :

Cet article propose une méthode d'aide à la décision multicritères dans un environnement incertain, où l'incertitude est représentée à l'aide de la théorie des fonctions de croyance. Dans ce cadre, nous présentons une nouvelle méthodologie qui introduit l'imperfection au niveau des préférences de l'expert.

Afin d'évaluer l'importance des critères et de déterminer les priorités des alternatives, notre approche suggère d'utiliser les relations de préférence binaires pour éliciter les jugements du décideur. Pour ce faire, l'analyse multicritères hiérarchique (AHP) basée sur les fonctions de croyance qualitatives est développée pour obtenir une représentation numérique adéquate.

Mots-clés :

Analyse multicritères hiérarchique (AHP), Théorie des fonctions de croyance, Evaluations imparfaites, pondération des critères

Abstract:

This paper proposes a multi-criteria decision making method in an uncertain environment, where the uncertainty is represented using the belief function framework. Indeed, we suggest a novel methodology that tackles the challenge of introducing uncertainty in expert opinions.

In order to judge the criteria weights and the alternatives priorities, our proposed approach suggests to use preference relations to elicitate the decision maker assessments. Therefore, the Analytic Hierarchy Process with qualitative belief function framework is developed to get adequate numeric representation.

Keywords:

Analytic Hierarchy Process, Belief function theory, Imperfect assessments, Criteria weights

1 Introduction

L'aide à la décision multicritères a été largement utilisée pour modéliser des problèmes de décision de différentes disciplines. Elle s'impose de plus en plus comme étant l'un des cadres les plus réalistes pour formuler et résoudre des problèmes de décision.

Pour ce faire, plusieurs méthodes ont été proposées [1]. Leur principal objectif est de choisir une ou plusieurs alternatives ou de procéder au classement de celles-ci sur la base d'un certain nombre de critères de différentes natures [1]. Ainsi, deux approches d'agrégation sont identifiées. D'un côté, l'approche de surclassement introduite par Roy, où certaines méthodes comme Electre et Promethee sont développées [2]. De l'autre côté, une première méthode basée sur la théorie de l'utilité a été proposée par Keeney et Raiffa [3]. Principe qui a été ensuite repris dans un certain nombre de méthodes [4].

Cependant, il est à noter que ces approches reposent sur un cadre certain. Elles ne permettent pas de prendre en compte les différentes formes d'imperfection (imprécision et incertitude) des informations. En effet, ces incertitudes peuvent provenir de données mal connues, non fiables, ou encore de paramètres non mesurables qui doivent être exprimés par un expert. Dans ce cadre, il est nécessaire d'étendre l'aide à la décision multicritères au contexte incertain et de développer des méthodes capables de gérer

$$bel(A) = \sum_{\emptyset \neq B \subseteq A} m(B) \text{ et } bel(\emptyset) = 0. \quad (2)$$

La quantité $bel(A)$ représente le degré de croyance en A. Elle mesure à quel point les informations données par une source soutiennent la proposition A.

2.2 Combinaison

Deux fonctions de masse m_1 et m_2 issues de deux sources d'information fiables et distinctes peuvent être combinées en utilisant la règle de combinaison conjonctive définie par [9] :

$$(m_1 \textcircled{\cap} m_2)(A) = \sum_{B,C \subseteq \Theta, B \cap C = A} m_1(B) m_2(C), \quad \forall A \subseteq \Theta. \quad (3)$$

2.3 Affaiblissement

Un doute sur la fiabilité d'une source ayant fourni une information m est parfois possible. L'opération d'affaiblissement [11] de m par une constante $\alpha \in [0, 1]$, appelée taux d'affaiblissement, permet de prendre en compte cette métaconnaissance sur l'information m. Cette opération de correction de m est définie par :

$$m^{\alpha}(A) = (1 - \alpha) m(A), \forall A \subset \Theta, \quad (4)$$

$$m^{\alpha}(\Theta) = \alpha + (1 - \alpha) m(\Theta). \quad (5)$$

2.4 Les mesures d'incertitude

Les mesures d'incertitude relatives à un événement caractérisent la nature de l'information, celle-ci pouvant être imprécise ou incertaine. De nombreux travaux ont été réalisés sur ces mesures. Ces travaux ont abouti à la définition de plusieurs mesures. Dans cet article, nous nous focalisons sur la mesure composée H [12] définie par :

$$H(m) = \sum_{A \in \mathcal{F}(m)} m(A) \log_2 \left(\frac{|A|}{m(A)}\right). \quad (6)$$

Cette fonction présente l'avantage qu'elle a un maximum unique.

2.5 Niveau décisionnel

Lorsqu'une décision doit être prise, la fonction de croyance éventuellement obtenue doit donc être transformée en une mesure de probabilité. Une solution consiste à utiliser la transformation pignistique en calculant la probabilité pignistique définie par [13] :

$$BetP(A) = \sum_{B \subseteq \Theta} \frac{|A \cap B|}{|B|} \frac{m(B)}{(1 - m(\emptyset))}, \forall A \in \Theta. \quad (7)$$

3 Méthode de fonction de croyance qualitative

Le problème de l'élicitation des opinions des experts dans le cadre de la théorie des fonctions de croyance a été abordé par de nombreux travaux [14] [15] [17].

Dans cet article, nous utilisons l'approche de Ben Yaghlane et al. [14]. Cette méthode a été choisie car elle gère le problème d'incohérence dans les comparaisons par paires. Aussi, l'originalité de ce modèle est sa capacité de générer des informations quantitatives à partir des préférences qualitatives.

L'idée principale de la méthode est donnée comme suit.
Soient deux alternatives a et b, un expert peut exprimer laquelle des propositions est la plus susceptible d'être vraie. Ainsi, il utilise deux relations de préférence binaires : la préférence ($\succ$) et l'indifférence ($\sim$), définies réspectivement par :

$$a \succ b \Leftrightarrow bel(a) - bel(b) \geq \varepsilon, \quad (8)$$

$$a \sim b \Leftrightarrow |bel(a) - bel(b)| \leq \varepsilon. \quad (9)$$

Dans ces équations, ε est considéré comme le plus petit écart que l'expert peut discerner entre le degré de croyance de deux propositions a et b, sachant que ε est une constante spécifiée par l'expert avant de commencer le processus d'optimisation.

Tableau 2 – Matrice de Préférences

	c_1	c_2	...	c_m
c_1	-	P_{12}	...	P_{1m}
c_2	-	-	...	P_{2m}
...	-	-	-	...
c_m	-	-	-	-

$(c_i \succ c_j) \wedge \neg(c_j \succ c_i)$

2. une relation indifference $\sim$: SSI $(c_i \succ c_j) \wedge (c_j \succ c_i)$
3. une relation inconnue : (-).

Une fois cette matrice construite, nous procédons comme dans le cas classique. Nous construisons tout d'abord la valeur correspondante à chaque critère c_i, ce qui correspond dans la méthode classique à la construction du vecteur propre. Ces valeurs obtenues sont une fonction de masse de croyance. En effet, notre modèle cherche à transformer les relations obtenues en valeurs numériques en utilisant les fonctions de croyance. Pour ce faire, nous avons adopté l'approche de Ben Yaghlane et al. [14] afin de convertir toutes les relations obtenues en un problème d'optimisation (Equation 10). Sa résolution, selon certaines mesures d'incertitude (UM) telle que H (Equation 6), permet la génération d'une fonction de croyance la plus incertaine et la moins informative.

Cette fonction de masse de croyance se calcule selon la formule suivante :

$$\begin{gathered} Max_{m^\Omega} II(m^\Omega) \\ s.t. \\ bel^\Omega(\{c_i\}) - bel^\Omega(\{c_j\}) \geq \varepsilon \\ (c_i \text{ est préféré à } c_j) \\ bel^\Omega(\{c_i\}) - bel^\Omega(\{c_j\}) \leq \varepsilon \\ (c_i \text{ et } c_j \text{ sont indifférents }) \\ bel^\Omega(\{c_i\}) - bel^\Omega(\{c_j\}) \geq -\varepsilon \\ (c_i \text{ et } c_j \text{ sont indifférents }) \\ \sum_{c_k \in \mathcal{F}(m)} m^\Omega(\{c_k\}) = 1, m^\Omega(\{c_i\}) \geq 0, \\ \forall c_i \in \Theta; m^\Omega(\emptyset) = 0, \end{gathered} \tag{11}$$

Sachant que la première contrainte traduit la relation de préférence et la deuxième et troisième contraintes modélisent la relation d'indifférence. D'où, chaque paire de critères doit vérifier une de ces deux relations.

Avec cette formulation, nous supposons que le poids des critères est décrit par une fonction de masse de croyance notée m^Ω, issue de la résolution du problème d'optimisation (Equation 11).

Finalement, pour obtenir l'importance relative de chaque critère, nous proposons de transformer les probabilités pignistiques $BetP^\Omega$, issue de la fonction m, en coefficients β_i de la façon suivante :

$$\beta_i = \frac{BetP^\Omega(c_i)}{max_k BetP^\Omega(c_k)}. \tag{12}$$

Pour les m matrices (nombre de critères) de jugement des alternatives par rapport au m critères, qui elles aussi sont représentées avec des fonctions de masse de croyance, le calcul du vecteur propre s'effectue de la même manière que pour le calcul du vecteur poids.

Maintenant, l'étape suivante consiste à intégrer la $BetP^\Omega$ relative aux critères avec celles relatives aux alternatives.

A ce niveau, notre principal problème est que la fonction de masse correspondance aux critères est définie sur un cadre de discernement Ω différent de celui des alternatives Θ. Pour résoudre ce problème, on suppose que chaque poids de critère peut-être vu comme étant une mesure d'affaiblissement. Ainsi, chaque fonction de masse de croyance relative à un ensemble d'alternatives est affaiblie par la mesure correspondante :

$$m_{c_k}^{\alpha_k}(\{a_j\}) = \beta_k . m_{c_k}(\{a_j\}), \quad \forall a_j \in \Theta, \tag{13}$$

$$m_{c_k}^{\alpha_k}(\Theta) = (1 - \beta_k) + \beta_k . m_{c_k}(\Theta). \tag{14}$$

où $m_{c_k}(\{a_j\})$ est la masse de croyance relative à l'alternative a_j sachant le critère c_k et β_k est le degré de fiabilité (sachant que $\alpha_k = 1 - \beta_k$).

Soit $\Theta = \{\text{Peugeot}(p), \text{Renault}(r), \text{Ford}(f)\}$ l'ensemble des alternatives. L'approche avec les relations de préférence appliquée aux alternatives donne les priorités entre alternatives présentées dans le Tableau 5.

Tableau 5 – Priorités des alternatives

Alternatives	c_1	c_2	c_3
$\{p\}$	0.336	0.3	0.207
$\{r\}$	0.18	0.1	0.304
$\{f\}$	0.242	0.195	0.039
$\{p, r, f\}$	0.242	0.405	0.45

Une fois les matrices des priorités obtenues, notre objectif est alors d'intégrer ces priorités avec le poids des critères. Nous commençons par la procédure d'affaiblissement où les valeurs de β_k sont données dans le Tableau 4. Le résultat est présenté dans le Tableau 6.

Tableau 6 – Priorités des alternatives affaiblies

Alternatives	c_1	c_2	c_3
$\{p\}$	0.336	0.276	0.1904
$\{r\}$	0.18	0.092	0.2796
$\{f\}$	0.242	0.1794	0.0358
$\{p, r, f\}$	0.242	0.4526	0.4942

L'étape suivante consiste donc à combiner les différentes masses obtenues (Tableau 7).

Tableau 7 – Fonction de masse de croyance finale

a_i	$\{p\}$	$\{r\}$	$\{f\}$	$\emptyset$	Θ
m_{final}	0.2317	0.174	0.025	0.5153	0.054

Finalement, la probabilité pignistique (Equation 7) est utilisée afin de choisir l'alternative préférée (Tableau 8).

Afin de comparer notre modèle à une méthode classique, nous avons utilisé la méthode AHP standard pour traiter ce même problème. Les mêmes résultats ont été obtenus, comme indiqué dans le Tableau 9. Il est clair que le choix de l'alternative p est le plus approprié.

D'après les deux approches cette alternative a l'importance la plus élevée. Notre méthode

Tableau 8 – Classement des alternatives

Alternatives	$\{p\}$	$\{r\}$	$\{f\}$
$BetP_{final}$	0.552	0.322	0.126

a l'avantage d'être facile à expliquer à des non spécialistes. En effet, les experts sont tenus d'exprimer leurs préférences qualitativement sans avoir besoin de se familiariser avec la méthode.

Tableau 9 – Classement des alternatives selon AHP standard

Alternatives	$\{p\}$	$\{r\}$	$\{f\}$
priorités	0.609	0.217	0.174

5 Conclusion

Une méthode d'aide à la décision multicritères basée sur la théorie des fonctions de croyance a été présentée. L'idée fondamentale de cette approche est de permettre au décideur d'exprimer ses opinions en utilisant des relations de préférences binaires. Ensuite, ces relations sont traduites en valeurs numériques suivant l'approche de Ben Yaghlane et al. [14] afin d'obtenir le poids des critères et la priorité des alternatives.

Enfin, la méthode proposée est facile à comprendre et simple à utiliser. Mais, elle ne permet pas de modéliser les différentes formes d'imperfection. Ainsi, en exprimant ces préférences, l'expert peut utiliser d'autres types de relation comme la préférence faible et l'incomparabilité. Cette piste est laissée en perspective.

Références

[1] M. Zeleny. *Multiple Criteria Decision Making.* McGraw-Hill Book Company, 1982.

[2] J.P. Brans, Ph. Vincke, B. Marechal. How to select and how to rank projects : The PROMOTEE method. *European Journal of Operational Research*, 24 : 228-238, 1986.

[3] R.L. Keeney, H. Raiffa. *Decisions with multiple objectives : Preferences and value tradeoffs.* Cambridge University Press, 1976.

[4] T. Saaty. *The Analytic Hierarchy Process.* McGraw-Hill, New-York, 1980.

Sur des classes de fonctions à seuil caractérisables par des contraintes relationnelles

On classes of threshold functions characterizable by relational constraints

M. Couceiro[1] E. Lehtonen[2] K. Schölzel[3]
[1] LAMSADE, Université Paris Dauphine
[2] Computer Science and Communications Research Unit, Université du Luxembourg
[3] Mathematics Research Unit, Université du Luxembourg

Place du Maréchal de Lattre de Tassigny, 75775 Paris Cedex 16, France, miguel.couceiro@dauphine.fr
6, rue Richard Coudenhove-Kalergi, L–1359 Luxembourg, Luxembourg, {erkko.lehtonen,karsten.schoelzel}@uni.lu

Résumé :
Motivés par les sémantiques modales induites par des jeux de majorité, nous considerons la classe des fonctions à seuil. L. Hellerstein a montré que cette classe peut être caractérisée par des contraintes relationnelles (ou, de façon équivalente, par des équations fonctionnelles), mais aussi qu'il faut un nombre infini de ces contraintes pour la caractériser. Dans cet article, nous présentons une classification complète des classes de fonctions à seuil induites par des clones booléens, en identifiant ceux qui ont une caractérisation finie. De plus, nous présentons les ensembles des contraintes relationnelles qui caractérisent chacune de ces classes.

Mots-clés :
Fonction booléenne, fonction à seuil, clone, caractérisation, contrainte relationnelle, équation fonctionnelle.

Abstract:
Motivated by modal semantics induced by majority games, we consider the class of threshold functions. It was shown by L. Hellerstein that this class is characterizable by relational constraints (or equivalently, by functional equations), but that there is no characterization by means of finitely many constraints. In this paper, we present a complete classification of classes of threshold functions induced by Boolean clones, into whether they are characterizable by finitely many relational constraints. Moreover we provide sets of constraints characterizing each of such classes.

Keywords:
Boolean function, threshold function, clone, characterization, relational constraint, functional equation

1 Introduction and preliminaries

1.1 Introduction

Two approaches to characterize properties of Boolean functions have been considered recently: one in terms of functional equations [9], another in terms of relational constraints [19]. As it turns out, these two approaches have the same expressive power in the sense that they characterize the same properties (classes) of Boolean functions, which can be described as initial segments of the so-called "minor" relation between functions: for two functions f and g of several variables, f is said to be a minor of g if f can be obtained from g by identifying, permuting or adding inessential variables (see Subsection 1.3). Furthermore, a class is characterizable by a finite number of functional equations if and only if it is caracterizable by a finite number of relational constraints.

Apart from the theoretical interest, these approaches were shown in [4] to be tightly related to frame definability within modal logic, and a complete correspondence between classes of Boolean functions and classes of Scott-Montague frames $\langle W, F\rangle$, where W is a finite set and $F\colon \mathcal{P}(W) \to \mathcal{P}(W)$, for modal

between the authors and L. Hella and J. Kivelä at the University of Tampere.

The paper is organized as follows. In the remainder of this section, we recall basic notions and results that will be needed throughout the paper. The main results are presented in Section 2, namely, the classification of all intersections $C \cap T$ as well as the corresponding characterizing sets of relational constraints. The Appendix provides further background on the theory of Boolean clones.

1.2 Boolean functions

Throughout the paper, we denote the set $\{1, \ldots, n\}$ by $[n]$ and the set $\{0, 1\}$ by $\mathbb{B}$.

We will denote tuples in $\mathbb{B}^m$ by boldface letters and their entries with corresponding italic letters, e.g., $\mathbf{a} = (a_1, \ldots, a_m)$. Tuples $\mathbf{a} \in \mathbb{B}^m$ may be viewed as mappings $\mathbf{a}\colon [m] \to \mathbb{B}$, $i \mapsto a_i$. With this convention, given a map $\sigma\colon [n] \to [m]$, we can write the tuple $(a_{\sigma(1)}, \ldots, a_{\sigma(n)})$ as $\mathbf{a} \circ \sigma$, or simply $\mathbf{a}\sigma$.

A *Boolean function* is a map $f\colon \mathbb{B}^n \to \mathbb{B}$ for some positive integer n called the *arity* of f. Typical examples of Boolean functions include

- the n-ary i-th *projection* ($i \in [n]$) $e_i^{(n)}\colon \mathbb{B}^n \to \mathbb{B}$, $(a_1, \ldots, a_n) \mapsto a_i$;
- the n-ary 0-*constant* and 1-*constant* functions $\mathbf{0}^{(n)}, \mathbf{1}^{(n)}\colon \mathbb{B}^n \to \mathbb{B}$, $\mathbf{0}(\mathbf{x}) = 0$ and $\mathbf{1}(\mathbf{x}) = 1$ for all $\mathbf{x} \in \mathbb{B}^n$;
- *negation* $\bar{\cdot}\colon \mathbb{B} \to \mathbb{B}$, $\bar{0} = 1$, $\bar{1} = 0$;
- *conjunction* $\wedge\colon \mathbb{B}^2 \to \mathbb{B}$, $x \wedge y = 1$ if and only if $x = y = 1$;
- *disjunction* $\vee\colon \mathbb{B}^2 \to \mathbb{B}$, $x \vee y = 0$ if and only if $x = y = 0$;
- *modulo-2 addition* $\oplus\colon \mathbb{B}^2 \to \mathbb{B}$, $x \oplus y = (x + y) \bmod 2$.

The set of all Boolean functions is denoted by Ω and the set of all projections is denoted by I_c.

The preimage $f^{-1}(1)$ of 1 under f is referred to as the set of *true points*, while the preimage $f^{-1}(0)$ of 0 under f is referred to as the set of *false points*.

The *dual* of a Boolean function $f\colon \mathbb{B}^n \to \mathbb{B}$ is the function $f^{\mathrm{d}}\colon \mathbb{B}^n \to \mathbb{B}$ given by

$$f^{\mathrm{d}}(x_1, \ldots, x_n) = \overline{f(\overline{x}_1, \ldots, \overline{x}_n)}.$$

A variable x_i is *essential* in $f\colon \mathbb{B}^n \to \mathbb{B}$ if there are $a_1, \ldots, a_{i-1}, a_{i+1}, \ldots, a_n \in \mathbb{B}$ such that

$$f(a_1, \ldots, a_{i-1}, 0, a_{i+1}, \ldots, a_n) \neq f(a_1, \ldots, a_{i-1}, 1, a_{i+1}, \ldots, a_n).$$

Variables that are not essential are said to be *inessential*.

Fact 1. *A variable x_i is essential in f if and only if it is essential in f^{d}.*

A Boolean function f is *self-dual* if $f = f^{\mathrm{d}}$.

1.3 Minors and relational constraints

A function $f\colon \mathbb{B}^m \to \mathbb{B}$ is a *minor* of another function $g\colon \mathbb{B}^n \to \mathbb{B}$ if there exists a map $\sigma\colon [n] \to [m]$ such that $f(\mathbf{a}) = g(\mathbf{a}\sigma)$ for all $\mathbf{a} \in \mathbb{B}^m$; in this case we write $f \leq g$. Functions f and g are *equivalent*, denoted $f \equiv g$, if $f \leq g$ and $g \leq f$. In other words, f is a minor of g if f can be obtained from g by permutation of arguments, addition and deletion of inessential arguments and identification of arguments. Functions f and g are equivalent if each one can be obtained from the other by permutation of arguments and addition and deletion of inessential arguments. The minor relation $\leq$ is a quasi-order (i.e., a reflexive and transitive relation) on the set of all Boolean functions, and the relation $\equiv$ is indeed an equivalence relation. For further background see, e.g., [5, 6, 7].

In what follows, we shall consider minors of a particular form. Let $f\colon \mathbb{B}^n \to \mathbb{B}$, let $i, j \in [n]$ ($i \neq j$). The function $f_{i=j}\colon \mathbb{B}^{n-1} \to \mathbb{B}$ given by

$$f_{i=j}(a_1, \ldots, a_{i-1}, a_{i+1}, \ldots, a_n) = f(a_1, \ldots, a_{i-1}, a_j, a_{i+1}, \ldots, a_n),$$

is *finitely characterizable* if it is characterized by a finite set of relational constraints. The following theorem is a refinement of Theorem 2 and provides a description for finitely characterizable classes.

Theorem 6 ([7, 9]). *Let $\mathcal{F}$ be a set of functions. The following are equivalent.*

(i) *$\mathcal{F}$ is finitely characterizable.*

(ii) *$\mathcal{F}$ is of the form* $\mathrm{forbid}(A)$ *for some finite antichain A with respect to the minor relation $\leq$.*

2 Main results: classification and characterizations of Galois closed sets of threshold functions

2.1 Motivation

An n-ary Boolean function $f\colon \mathbb{B}^n \to \mathbb{B}$ is a *threshold function* if there are *weights* $w_1, \ldots, w_n \in \mathbb{R}$ and a *threshold* $t \in \mathbb{R}$, such that

$$f(x_1, \ldots, x_n) = 1 \iff \sum_{i=1}^{n} w_i x_i \geq t.$$

In other words, an n-ary Boolean function $f\colon \mathbb{B}^n \to \mathbb{B}$ is a threshold function if there is a hyperplane in $\mathbb{R}^n$ strictly seperating the true points of f from the false points of f. The set of all threshold functions is denoted by T.

The class of threshold functions has remarkable invariance properties. For instance, it is closed under taking negations and duals. Moreover, the class of threshold functions is also closed under taking minors of its members; hence it is characterizable by relational constraints by Theorem 2. However, it was shown by Hellerstein [11] that no finite set of relational constraints suffices.

Theorem 7. *The class of threshold functions is not finitely characterizable. Consequently, there exists an infinite antichain A such that for every $f \in A$, $f \notin T$ and $g \in T$ for every $g < f$.*

Imposing some additional conditions on threshold functions, we may obtain proper subclasses of T that are finitely characterizable. Easy examples arise from the intersections of T with the clone L of linear functions, the clone Λ of conjunctions or the clone V of disjunctions (see Appendix). However, other intersections may fail to be finitely characterizable. This fact gives rise to the following problem.

Problem. Which clones C of Boolean functions have the property that $C \cap T$ is finitely characterizable?

In the following subsection we present a solution to this problem.

2.2 Complete classification and corresponding characterizations of subclasses of threshold functions

For any clone C contained in one of L, V and Λ, the intersection $C \cap T$ is a clone. For,

$$L \cap T = \Omega(1), \qquad \Lambda \subseteq T, \qquad V \subseteq T.$$

Hence, the characterization of $C \cap T$ for any clone C contained in one of L, V and Λ is given by relational constraints of the form (R, R) for those relations R characterizing C (as given in the Appendix).

We proceed to characterizing the remaining subclasses $T \cap C$ of threshold functions that, as we will see, are not finitely characterizable.

A characterization of the class T of threshold functions (i.e., for $C = \Omega$), is given by the following family of relational constraints. Define for $n \geq 1$, the $2n$-ary relational constraint B_n as

$$R(B_n) := \{(x_1, \ldots, x_{2n}) \in \mathbb{B}^{2n} : \sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=n+1}^{2n} x_i\},$$

- For $m \geq 2$, U_m and W_m denote the clones of all 1- and 0-separating functions of rank m, respectively. They are characterized by the m-ary relations $\mathbb{B}^m \setminus \{(0,\ldots,0)\}$ and $\mathbb{B}^m \setminus \{(1,\ldots,1)\}$, respectively.

- U_∞ and W_∞ denote the clones of all 1- and 0-separating functions, respectively, i.e., $U_\infty = \bigcap_{k\geq 2} U_k$ and $W_\infty = \bigcap_{k\geq 2} W_k$.

- $T_c U_m = T_c \cap U_m$ and $T_c W_m = T_c \cap W_m$, for $m = 2,\ldots,\infty$.

- $MU_m = M \cap U_m$ and $MW_m = M \cap W_m$, for $m = 2,\ldots,\infty$.

- $M_c U_m = M_c \cap U_m$ and $M_c W_m = M_c \cap W_m$, for $m = 2,\ldots,\infty$.

- Λ denotes the clone of all conjunctions and constants, i.e.,

$$\Lambda = \{f \in \Omega : f = x_{i_1} \wedge \cdots \wedge x_{i_n}\} \cup \{\mathbf{0}^{(n)} : n \geq 1\} \cup \{\mathbf{1}^{(n)} : n \geq 1\}.$$

It is characterized by the ternary relation

$$\{(a,b,c) \,:\, a \wedge b = c\}.$$

- $\Lambda_0 = \Lambda \cap T_0$, $\Lambda_1 = \Lambda \cap T_1$, $\Lambda_c = \Lambda \cap T_c$.

- V denotes the clone of all disjunctions and constants, i.e.,

$$V = \{f \in \Omega : f = x_{i_1} \vee \cdots \vee x_{i_n}\} \cup \{\mathbf{0}^{(n)} : n \geq 1\} \cup \{\mathbf{1}^{(n)} : n \geq 1\}.$$

It is characterized by the ternary relation

$$\{(a,b,c) \,:\, a \vee b = c\}.$$

- $V_0 = V \cap T_0$, $V_1 = V \cap T_1$, $V_c = V \cap T_c$.

- $\Omega(1)$ denotes the clone of all projections, negations, and constants. It is characterized by the ternary relation

$$\{(a,b,c) \,:\, a = b \quad \text{or} \quad b = c\}.$$

- $I^* = \Omega(1) \cap S$, $I = \Omega(1) \cap M$.

- $I_0 = I \cap T_0$, $I_1 = I \cap T_1$.

- I_c denotes the smallest clone containing only projections, i.e., $I_c = I \cap T_c$.

References

[1] Blackburn, P., de Rijke, M., Venema, M.: Modal Logic, Cambridge University Press, Cambridge, 2001.

[2] Couceiro, M.: On Galois connections between external functions and relational constraints: arity restrictions and operator decompositions, Acta Sci. Math. (Szeged) **72**, 15–35 (2006)

[3] Couceiro, M., Foldes, S.: On closed sets of relational constraints and classes of functions closed under variable substitution, Algebra Universalis **54**, 149–165 (2005)

[4] Couceiro, M., Hella, L., Kivelä, J.: Term definable classes of Boolean functions and frame definability in modal logic, Logic J. IGPL **16**:1 43–73 (2008)

[5] Couceiro, M., Lehtonen, E.: On the effect of variable identification on the essential arity of functions on finite sets, Int. J. Found. Comput. Sci. **18**, 975–986 (2007)

[6] Couceiro, M., Lehtonen, E.: Generalizations of Świerczkowski's lemma and the arity gap of finite functions, Discrete Math. **309**, 5905–5912 (2009)

[7] Couceiro, M., Pouzet, M.: On a quasi-ordering on Boolean functions, Theoret. Comput. Sci. **396**, 71–87 (2008)

[8] Denecke, K., Erné, M., Wismath, S. L. (eds.) Galois Connections and Applications, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht (2004)

[9] Ekin, O., Foldes, S., Hammer, P. L., Hellerstein, L.: Equational characterizations of Boolean function classes, Discrete Math. **211**, 27–51 (2000)

Fonctions d'agrégation barycentriquement associatives

Barycentrically associative aggregation functions

Jean-Luc Marichal Bruno Teheux

Université du Luxembourg
Unité de recherche en mathématiques
6, rue Coudenhove-Kalergi, L-1359 Kirchberg, Luxembourg
{jean-luc.marichal,bruno.teheux}@uni.lu

Résumé :

Nous étudions la propriété algébrique d'associativité barycentrique pour les fonctions d'agrégation. Cette propriété, bien connue dans l'axiomatisation des moyennes quasi-arithmétiques par Kolmogoroff-Nagumo, est souvent considérée comme très naturelle lorsque le procédé d'agrégation rappelle celui d'une moyenne (arithmétique, géométrique, harmonique...). Nous rappelons la définition de cette propriété et nous en proposons quelques généralisations. Nous présentons aussi quelques résultats, dont certains assez surprenants, liés à ces propriétés.

Mots-clés :

Fonction d'agrégation, fonction moyenne, associativité barycentrique.

Abstract:

We investigate the algebraic property of barycentric associativity for aggregation functions. This property, well-know in Kolmogoroff-Nagumo's axiomatization of the quasi-arithmetic means, is often considered as very natural whenever the agreggation process is of an (arithmetic, geometric, harmonic...) mean type. We recall the definition of this property and propose some extensions. We also present some results, some rather surprising, related to these properties.

Keywords:

Aggregation functions, mean function, barycentric associativity.

1 Fonctions d'agrégation

En général, les fonctions d'agrégation sont définies et utilisées pour combiner, fusionner et résumer plusieurs valeurs numériques en une seule, de telle sorte que le résultat final de l'agrégation prenne en compte, d'une manière prescrite, toutes les valeurs individuelles. De telles fonctions d'agrégation sont largement utilisées dans de nombreuses disciplines bien connues comme la statistique, l'économie, la finance, l'informatique, etc.

Pour donner un exemple, supposons que plusieurs personnes forment des jugements quantifiables sur la mesure d'un objet (poids, longueur, surface, hauteur, importance ou autres attributs) ou même sur le ratio de deux telles mesures (combien plus lourd, plus long, plus grand, plus important un objet est-il par rapport à un autre). Pour atteindre un consensus sur ces jugements, des fonctions d'agrégation classiques ont été proposées : la moyenne arithmétique, la moyenne géométrique, la médiane et bien d'autres encore.

Pour choisir un mode d'agrégation raisonnable et satisfaisant dans un problème donné, il est utile d'adopter une approche axiomatique et sélectionner ainsi les fonctions d'agrégation qui vérifient certaines propriétés. De telles propriétés peuvent être dictées par la nature des valeurs à agréger. Par exemple, dans un problème classique d'analyse multicritère, un des objectifs est d'évaluer le score global d'une alternative à partir de scores partiels obtenus sur différents critères. Dans ce cas, il ne serait pas très naturel de donner au score global une valeur inférieure au plus petit des scores partiels ou supérieure au plus grand des scores partiels. Ainsi, seule une fonction de type "interne" (une moyenne) peut être utilisée. Pour donner un autre exemple, supposons que l'on souhaite agréger des opinions dans une procédure de vote. Si les votants sont anonymes, la fonc-

Modélisation TS sous forme descripteur et commande d'un pendule inversé à deux roues

Fuzzy descriptor modeling and control of two wheeled inverted pendulum

B. Allouche[1] L. Vermeiren[1] A. Dequidt[1] M. Dambrine[1]

[1] LAMIH, CNRS UMR 8201, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis
Le Mont Houy 59313 Valenciennes Cedex 9-France
{benyamine.allouche, laurent.vermeiren, antoine.dequidt, michel.dambrine}@univ-valenciennes.fr

Résumé :

Une question couramment posée en robotique mobile est : Comment concevoir et commander un véhicule urbain capable de naviguer dans des espaces étroits ? D'un point de vue mécanique, le concept à deux roues semble être une bonne solution en raison de son encombrement réduit et de sa capacité à manœuvrer dans des espaces restreints. Cependant, la commande de ce type de véhicule nécessite deux niveaux de contrôle : le premier pour l'auto-équilibrage et le second pour assurer un suivi de consigne de vitesse. Ce travail a pour objective la synthèse d'une loi de commande robuste capable de stabiliser le passager autour de son équilibre naturel ainsi que d'assurer son déplacement le long d'une pente. Une approche quasi LPV, à travers un modèle flou TS et les contraintes LMI, sera proposée. L'approche sera basée sur la forme descripteur du système mécanique dans le but de réduire le conservatisme des contraintes LMI.

Mots-clés :

Modèle descripteur, fonction de Lyapunov non quadratique, contraintes LMI, véhicule à deux roue, pendule inversé.

Abstract:

A commonly asked question in the field of autonomous robotics and intelligent vehicles is : How to design and control an urban transporter able to investigate narrow spaces ? From a mechanical point of view, a two wheeled transporter seems to be a good alternative due to its small footprint and its ability to manoeuvre on tight turns. The aim of this work is to design a robust controller able to stabilize the transporter on its natural equilibrium along an unknown slope. A quasi LPV approach, through the so-called TS fuzzy model and LMI constraints will be proposed. This latter is based on the descriptor form of the mechanical system in order to reduce the conservatism of the LMI constraints.

Keywords:

descriptor model, non-quadratic Lyapunov function, LMI constraints, Two wheeled vehicle, inverted pendulum.

1 Introduction

De nos jours, la croissance spectaculaire des outils informatiques, de la théorie de la commande ainsi que des technologies de fabrication [1] permet aux chercheurs pour d'explorer de nouveaux concepts de véhicules plus adaptés à nos besoins quotidiens. Par exemple, le déplacement dans une rue piétonne, le transport des personnes handicapées, la réduction de l'énergie consommée et des espaces de stationnement. Le robot mobile à deux roues est devenu très populaire cette dernière décennie grâce à son faible encombrement et sa bonne maniabilité dans les espaces étroits [2]. Plusieurs prototype à deux roues ont vu le jour comme : B2 [1], JOE [3], Nbot [4], Legway [5] et Segway, qui est le concept le plus connu par le grand public [6]. D'un point de vue théorique, le robot mobile à deux roues est un système complexe sous-actionnée [7] [8]. Ces systèmes dynamiques instables ont attiré l'attention des chercheurs dans le domaine de la théorie de la commande, car ils constituent un très bon exemple d'application [1], [3], [7], [8], [9].

La stabilisation d'un tel véhicule avec les mêmes conditions qu'un véhicule conventionnel, telles que le déplacement en pente ou le franchissement d'une petite marche, reste un enjeu scientifique. Dans le cadre du projet VHIPOD (véhicule de transport en station debout individuel auto-équilibré pour personne handi-

lide (généralement inconnus). En revanche, il est compliqué de calculer l'angle d'équilibre au préalable. De même, il est difficile de synthétiser une loi de commande sachant que l'angle d'équilibre n'est pas déterminé, surtout si le contrôleur est basé sur un modèle linéarisé [8].

Soit $x^T = [\psi \quad \dot{\theta} \quad \dot{\psi}]$ le vecteur d'état, la forme descripteur du systèmes est donnée par :

$$E(x)\dot{x}(t) = A(x)x(t) + B\Gamma(t) + D \qquad (3)$$

avec

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & J_1 & J_{12}\cos(\psi+\alpha) \\ 0 & J_{12}\cos(\psi+\alpha) & J_2 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -C & J_{12}\sin(\psi+\alpha)\dot{\psi} \\ K_2\dfrac{\sin\psi}{\psi} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad D = \begin{bmatrix} 0 \\ -K_1(\alpha) \\ 0 \end{bmatrix}$$

2.2 Forme TS descripteur

La modélisation floue de Takagi-Sugeno est une représentation mathématique des systèmes, elle appartient à la famille des quasi LPV [11]. A l'intérieur d'un ensemble compact de variable d'état, un modèle flou TS peut représenter exactement un système non linéaire par une collection de modèles linéaires pondérés par un ensemble de fonctions non linéaires issu des non-linéarités du système [12]. L'avantage de cette représentation est qu'elle fournit une méthodologie systématique pour la conception de lois de commande à l'aide des techniques d'optimisation convexes (LMI) [13]. Dans ce travail, le modèle TS est déterminé directement à partir de la forme descripteur du système ce qui réduit la complexité de synthèse [14], [15], [18], [21].

Considérons r_e and r respectivement le nombre de fonctions non-linéaires pour la partie gauche et droite de l'équation d'état. Notons $X(t) \in \mathbb{R}^n$ le vecteur d'état, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ le vecteur des entrées, $Y(t) \in \mathbb{R}^q$ le vecteur des sorties, z(t) le vecteur des prémisses, A_i, B_i, C_i des matrices de dimensions appropriées représentant le i-ème modèle local appartenant au modèle TS flou. Sous hypothèse que les E_k sont des matrices régulières de dimensions appropriées, le modèle continu Takagi-Sugeno sous forme descripteur s'écrit comme suit [15] :

$$\begin{cases} E_v\dot{X}(t) = A_hX(t) + B_hu(t) \\ Y(t) = C_hX(t) \end{cases} \qquad (4)$$

avec la relation

$$E_v = \sum_{k=1}^{r_e} v_k(z(t))E_k; \quad A_h = \sum_{i=1}^{r} h_i(z(t))A_i$$

$$B_h = \sum_{i=1}^{r} h_i(z(t))B_i; \quad C_h = \sum_{i=1}^{r} h_i(z(t))C_i$$

et les fonctions scalaires $h_i(z(t)) \geqslant 0$, $i \in \{1, ..., r\}$, $v_k(z(t)) \geqslant 0$, $k \in \{1, ..., r_e\}$ vérifient une propriété de somme convexe :

$$\sum_{k=1}^{r_e} v_k(z(t)) = 1 \quad ; \quad \sum_{i=1}^{r} h_i(z(t)) = 1.$$

La forme TS descripteur du véhicule peut être obtenue en considérant les deux non-linéarités suivantes de l'équation (3).

$Nl_1(\psi) = \cos(\psi+\alpha)$, $Nl_2(\psi) = \frac{\sin(\psi)}{\psi}$, et en négligeant la troisième non-linéarité $Nl_3(\psi, \dot{\psi}) = \sin(\psi+\alpha)\dot{\psi}$ puisque $\dot{\psi}$ est non mesurable.

Le modèle TS descripteur est alors composé de ($2^{re} \times 2^r$= 4 règles) contrairement au modèle TS qui était composé de 8 règles [1]. Les modèles linéaires sont obtenus en utilisant l'approche par secteur non-linéaire [13]. Les fonction d'appartenances sont :

$$\begin{cases} h_1 = \frac{Nl_2(\psi)-\underline{Nl_2}}{\overline{Nl_2}-\underline{Nl_2}}\overline{Nl}_2 \; ; \qquad h_2 = \frac{\overline{Nl_2}-Nl_2(\psi)}{\overline{Nl_2}-\underline{Nl_2}}\underline{Nl}_2 \\ v_1 = \frac{Nl_1(\psi)-\underline{Nl_1}}{\overline{Nl_1}-\underline{Nl_1}}\overline{Nl}_1 \; ; \qquad v_2 = \frac{\overline{Nl_1}-Nl_1(\psi)}{\overline{Nl_1}-\underline{Nl_1}}\underline{Nl}_1 \end{cases} \qquad (5)$$

3.2 Stabilisation robuste

Compte tenu des incertitudes, le système étendu (8) peut être réécrit avec les matrices suivantes :

$$A_{ik}^* = \begin{bmatrix} 0 & I \\ A_i + \Delta A_i & -(E_k + \Delta E_k) \end{bmatrix}$$

$$E^* = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} ; B_i^* = \begin{bmatrix} 0 \\ B_i + \Delta B_i \end{bmatrix}$$

Considérons la propriété suivante [24]

$$\begin{cases} S = S^T > 0 \\ X^T Y + Y^T X \leqslant X^T S X + Y^T S^{-1} Y \end{cases} \tag{13}$$

A partir de la loi de commande contrôleur PDC modifié (11), la fonction de Lyapunov (9), la relaxation [20], la propriété (13) avec $\tau_{(*)}^{(*)} > 0$ matrice diagonal et le complement de Schur, les conditions robuste de stabilisation sont données directement par le corollaire 1 [14].

Corollaire 1 *le modèle floue robuste sous forme descripteur (6) sous la loi de commande (11) est asymptotiquement stable s'il existe des matrices $P^1 > 0$, P_{ij}^3, P_{ij}^4, F_{ik} et des matrices diagonales τ_{ijk}^a, τ_{ijk}^b, τ_{ijk}^e tel que :*

$$P^1 > 0, \tag{14}$$

$$G_{iik} < 0, \tag{15}$$

$$\frac{2}{r-1} G_{iik} + G_{ijk} + G_{jik} < 0, \quad i \neq j \tag{16}$$

pour $i, j \in \{1, ..., r\}$, $k \in \{1, ..., r_e\}$ et

$$G_{ijk} = \begin{bmatrix} P_{ij}^3 + (P_{ij}^3)^T & (*) & (*) & (*) & (*) \\ \Lambda_{ijk} & \Omega_{ijk} & 0 & 0 & (*) \\ W_{a_i} P^1 & 0 & -\tau_{ijk}^a & 0 & 0 \\ W_{b_i} F_{jk} & 0 & 0 & -\tau_{ijk}^b & 0 \\ -W_{e_k} P_{ij}^3 & -W_{e_k} P_{ij}^4 & 0 & 0 & -\tau_{ijk}^e \end{bmatrix} \tag{17}$$

$$\Lambda_{ijk} = A_i P^1 + B_i F_{jk} - E_k P_{ij}^3 + (P_{ij}^4)^T$$

$$\Omega_{ijk} = -E_k P_{ij}^4 - (E_k P_{ij}^4)^T + \tau_{ijk}^a H_a H_a^T + \tau_{ijk}^b H_b H_b^T + \tau_{ijk}^e H_e H_e^T.$$

3.3 Boucle de commande du véhicule avec action intégrale

Afin d'atteindre l'équilibre naturel sans erreur statique, une partie intégrale a été ajoutée (figure 2). Théoriquement, cette boucle supplémentaire est une extension du vecteur d'état du système $\overline{X}^T = \begin{bmatrix} X^T & X_l^T \end{bmatrix}$, avec $\dot{X}_l$ définie par [12] :

$$\dot{X}_l = Y_d - \sum_{i=1}^{r} h_i(z) C_i X \tag{18}$$

La forme descripteur du système étendu est :

$$\begin{cases} \overline{E}_v \dot{\overline{X}}(t) = \overline{A}_{hv} \overline{X}(t) + \overline{B}_h u(t) + B_0 Y_d \\ Y(t) = \overline{C}_h \overline{X}(t) \end{cases} \tag{19}$$

avec

$$\overline{E}_v = \begin{bmatrix} E_v & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} ; \overline{A}_h = \begin{bmatrix} A_h & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}$$

$$\overline{B}_h = \begin{bmatrix} B_h \\ 0 \end{bmatrix} ; \overline{C}_h = \begin{bmatrix} C_h & 0 \end{bmatrix}$$

$B_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}$: 0 et I matrices de dimension appropriées.

Par conséquent, la loi de commande PDC étendue peut s'écrire :

$$u = \sum_{i=1}^{r} \sum_{k=1}^{r_e} h_i(z) v_k(z) \overline{F}_{ik} \overline{X} \tag{20}$$

avec

$$\overline{F}_{ik} = \begin{bmatrix} F_{ik} & L_{ik} \end{bmatrix} (P^1)^{-1}$$

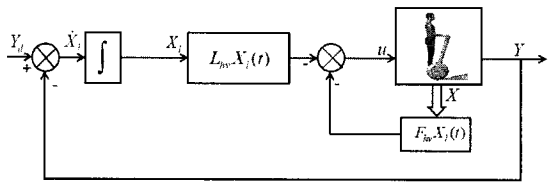


Figure 2 – Boucle de commande avec l'action intégrale

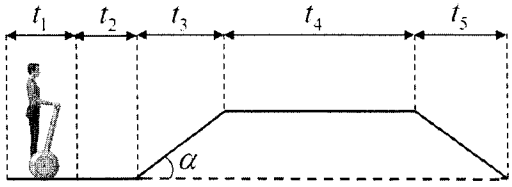


Figure 4 – profile de sol

se stabilise sur un plan pour un moment puis il descend la pente. Les résultats sont représentés sur la figure 5. Dans tous les cas, le véhicule est asymptotiquement stable, la vitesse désirée est atteinte, le solide atteint son équilibre naturel donné par (2).

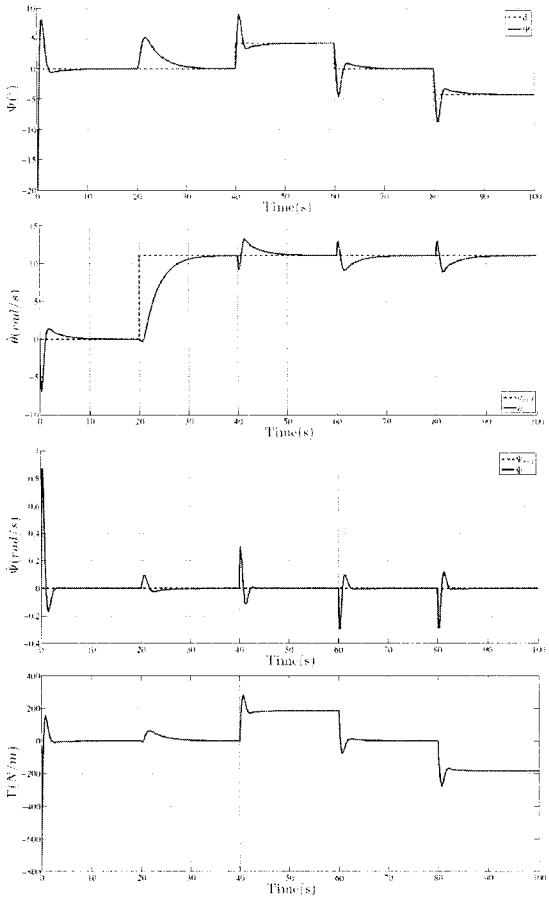


Figure 5 – Poursuite de trajectoire

5 Conclusion

Dans le cadre du projet VHIPOD, plusieurs questions ont été soulevées concernant les performances des véhicules à deux roues, par exemple, le déplacement à domicile/extérieur, le déplacement sur une pente ou le franchissement d'une petite marche. Le but de cette réflexion est d'étudier la possibilité d'étendre l'utilisation de cette technologie au profit des personnes handicapées. Dans ce travail un modèle à deux dimensions du véhicule sur une pente a été présenté afin de mettre en évidence l'effet de l'angle de la pente ainsi que celui des paramètres inertiels de l'usager sur l'angle d'équilibre naturel. Pour faire face aux paramètres non mesurables, une approche basée sur le modèle TS sous forme descripteur ainsi que la formulation d'un problème LMI a été proposée. L'intérêt de cette méthode est sa simplicité de synthèse basée sur la forme naturelle d'un système mécanique. La première simulation concernant la stabilisation du pendule dans un espace réduit montre qu'il est possible d'envisager son utilisation à domicile. Le second test a montré l'efficacité de l'approche utilisée en appliquant une consigne de vitesse pour se déplacer sur un sol prédéfini tout en assurant la stabilité de l'usager vers l'équilibre naturel. Les résultats de ce travail vont servir à la définition du cahier des charges du projet VHIPOD. le prochain travail va porter sur l'amélioration des performances du système en intégrant des observateurs afin de pouvoir estimer les variables non mesurables. Une autre partie du projet a été lancée dans le but d'analyser le comportement biomécanique des personnes handicapées puis de fournir un modèle biomécanique qui sera par la suite intégré dans la boucle de commande.

Remerciements :

Ce travail a été réalisé avec le soutien de la Région Nord Pas-de-Calais, le Campus International sur la Sécurité et l'Intermodalité des Transports, la Délégation Régionale à la Recherche et à la Technologie, le Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche, l'Agence Nationale de la Recherche, le Centre National de la Recherche Scientifique et la Communauté Européenne. Les auteurs remercient le soutien de ces institutions, en plus de tous les partenaires du projet ANR TECSAN VHIPOD (Véhicule de transport en station debout individuel auto-équilibré pour personne handicapée avec aide à la verticalisation, réf : ANR-12-TECS-0001) : Laboratoire de Traitement de l'Information Médicale (LATIM–INSERM UMR 1101), le Centre de Ressources & d'Innovation Mobilité Handicap (CEREMH), le Centre

Alternative SOS aux conditions LMI pour la synthèse de lois de commande non-PDC pour les modèles flous T-S

C.-C. Duong K. Guelton N. Manamanni

CReSTIC EA3804, Université de Reims Champagne-Ardenne
Moulin de la Housse BP1034, 51687 Reims, France, kevin.guelton@univ-reims.fr

Résumé :
De nos jours, pour l'analyse non-quadratique des systèmes flous de type Takagi-Sugeno (T-S), les résultats successivement proposés sous forme LMIs tendent à des conditions de plus en plus complexes avec une réduction de conservatisme parfois discutable. Cet article présente une exploration de techniques alternatives aux approches LMIs dans le contexte non-quadratique. Dans la majeure partie des travaux existant, les conditions non-quadratiques LMIs souffrent de la présence de paramètres de synthèse difficiles à obtenir dans la pratique ou conduisent à l'obtention de conditions locales. L'objectif de ce travaille consiste donc à montrer qu'une approche tirée de l'optimisation polynomiale (formalisme "Sum-Of-Squares") peut être employée afin de synthétiser un contrôleur non-quadratique valide sur l'ensemble de l'espace de définition du modèle T-S considéré. Cependant, il est également souligné que ces approches souffrent de restrictions de modélisation mais ouvrent la porte vers de possibles perspectives.

Mots-clés :
Modèles flous Takagi-Sugeno; Stabilisation non-quadratique; commande Non-PDC; Sum-Of-Squares.

Abstract:
Nowadays, when dealing with non-quadratic controllers design for continuous-time Takagi-Sugeno (T-S) models, LMIs-based successive conditions become more and more complex for a conservatism reduction that is sometime questionable. In this paper it is assumed that it is interesting to explore what can be done, else than LMIs, in the non-quadratic framework. In most of the cases, non-quadratic LMIs suffer from the requirement of unknown parameters or lead to local stability analysis. The aim of this paper is to show, at a first attempt, that the Sum-Of-Squares formalism is suitable to design non-PDC controllers which stabilizing T-S models on their whole definition set. However, it is pointed-out that the SOS formalism requires a restrictive modelling assumption but opening some possible further prospects.

Keywords:
Takagi-Sugeno fuzzy models; Non-quadratic stabilization; Non-PDC controller design; Sum-Of-Squares.

1 Instructions

Les modèles Takagi-Sugeno (T-S) ont fait l'objet de nombreuses études ces dernières décennies. En effet, initialement introduits en 1985 [1], les modèles T-S sont décrits par une collection de règles floues de type SI-ALORS et dont les conclusions permettent d'approximer fidèlement la dynamique de systèmes non linéaires. Depuis, par le biais des techniques de décomposition en secteurs non linéaires [2], l'intérêt de la communauté pour ce type de systèmes s'est accru en raison de leur capacité à représenter fidèlement un modèle non linéaire sur tout ou partie de son espace d'état. Ainsi, de manière similaire aux systèmes Quasi-LPV (Linéaires à Paramètres Variants), les modèles T-S constituent des représentations polytopiques convexes des systèmes non linéaires, c'est-à-dire des collections de modèles linéaires interconnectés par des fonctions convexes non linéaires. Basés sur ces propriétés de convexité, de nombreux travaux ont été réalisés pour l'analyse de leurs stabilités ou de leurs stabilisations au travers de l'optimisation d'inégalités linéaires matricielles (LMIs) obtenues par l'application de la méthode direct de Lyapunov, [3-6].

La plupart des résultats sur l'analyse, la synthèse de lois de commande ou d'observateurs pour les systèmes T-S, ont été obtenus à l'aide d'une fonction candidate quadratique de Lyapunov. Néanmoins, ces résultats souffrent de conservatisme dans la mesure où elles requièrent la recherche de variables de décisions communes à un ensemble de contraintes LMIs [7]. Afin de réduire le conservatisme, des schémas de relaxation ont été proposés [8-9] et de récents travaux se sont concentrés sur l'emploi de

Considérons maintenant la loi de commande non-PDC donnée par [10]:

$$u(t)=\sum_{i=1}^{r} h_i\left(z(t)\right)F_i\left(\sum_{i=1}^{r} h_i\left(z(t)\right)X_i\right)^{-1} x(t) \quad (3)$$

où $F_i \in \Re^{m\times n}$ et $X_i \in \Re^{n\times n}$ sont les matrices de gain à synthétiser.

Remarque 1: A partir de la décomposition en secteurs non linéaires [2], le modèle T-S (2) est réputé valide localement (sur Ω) si des non linéarités contenues dans (1) ne sont pas bornées sur l'ensemble de l'espace d'état. Néanmoins, si toutes les non linéarités sont bornées sur Ω, (2) représente (1) dans sa globalité. De ce fait, dans la suite (tout comme d'ailleurs pour l'ensemble des travaux sur la commande des systèmes T-S), un contrôleur non-PDC (3) est dit globalement asymptotiquement stabilisant (GAS) pour un modèles T-S donné (2) s'il le stabilise sur l'ensemble de son espace de définition Ω, plutôt que sur l'ensemble de l'espace d'état du modèle non linéaire initial (1).

Notations: Dans ce qui suit, afin d'alléger les expressions mathématiques, le temps t est omit lorsqu'il n'y a pas d'ambiguïté. De plus, pour une matrice M donnée, on note $He(M)=M+M^T$, $M_h=\sum_{i=1}^{r} h_i\left(z(t)\right)M_i$, ou encore $M_{hh}=\sum_{i=1}^{r}\sum_{i=1}^{r} h_i\left(z(t)\right)h_j\left(z(t)\right)M_{ij}$ ...

En substituant (3) dans (2), la dynamique en boucle fermée peut être exprimée par:

$$\dot{x}=\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_i(z)h_j(z)\left(A_i+B_iF_j\left(\sum_{i=1}^{r} h_i(z)X_i\right)^{-1}\right)x \quad (4)$$

Il convient donc maintenant de proposer des conditions de synthèse du contrôleur (3) de telle sorte que la dynamique en boucle fermée (4) soit stable. Dans cette optique, la méthode directe de Lyapunov a très largement été utilisée pour aboutir à des conditions sous forme de LMI, e.g.[10]. Parmi les fonctions candidates de Lyaponuv, les fonctions floues de Lyapunov (fonctions non-quadratiques, NQLF) ont fait l'objet d'une attention particulière puisqu'elle partagent la même structure d'interconnexion floue que le système à stabiliser et conduisent à une réduction substantielle du conservatisme [3]. Ainsi, afin de stabiliser (4), on considère la NQLF donnée par [10]:

$$v(x)=x^T\left(\sum_{i=1}^{r} h_i(z)X_i\right)^{-1} x \quad (5)$$

qui est strictement positive pour $x(t)\neq 0$ avec $X_i=X_i^T>0$.

Le schéma de relaxation donné par le lemme suivant sera utilisé dans les preuves des théorèmes pour réduire le conservatisme des conditions de synthèse de contrôleurs.

Lemme 1 [9]: Soient Υ_{ij} des matrices de dimensions appropriées, l'inégalité:

$$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_i(z)h_j(z)\Upsilon_{ij}<0 \quad (6)$$

est vérifiée si, $\forall(i,j)\in\{1,...,r\}^2 / j\neq i$, les inégalités (7) et (8) sont vérifiées.

$$\Upsilon_{ii}<0, \quad (7)$$

$$\frac{1}{r-1}\Upsilon_{ii}+\frac{1}{2}\left(\Upsilon_{ij}+\Upsilon_{ji}\right)<0 \quad (8)$$

Le théorème suivant, inspiré de [11], exprime des conditions non-quadratiques LMI pour la synthèse de contrôleurs non-PDC (3).

Théorème 1: Soient $\forall i\in\{1,...,r\}, \left|\dot{h}_i(z)\right|<\theta_i$. Le modèle T-S (2) est localement asymptotiquement stabilisé par le contrôleur non-PDC (3) s'il existe les matrices F_j, $X_i=X_i^T>0$ et R_{ij} telles que, $\forall(i,j,k)\in\{1,...,r\}^3 / j\neq i$, les LMIs (7), (8) et $X_k+R_{ij}>0$ soient satisfaites, avec:

$$\Upsilon_{ij}=He\left(A_iX_j+B_iF_j\right)-\sum_{k=1}^{r}\theta_k\left(X_k+R_{ij}\right) \quad (9)$$

Hypothèse 1: Dans la lignée des travaux existants sur la stabilisation des modèles flous polynomiaux [16-17] et afin d'éviter l'obtention de conditions non convexes, on suppose que le vecteur de prémisses z ne dépend uniquement que des variables d'état qui ne sont pas directement affectées par la commande. C'est-à-dire, les variables d'état dont les lignes correspondantes dans les matrices d'entrée B_i sont nulles. Ainsi, on note A_i^k la $k^{ème}$ ligne de A_i. $\mathrm{K}=\{k_1, k_2,...,k_p\}$ est l'ensemble des indices des lignes de B_i dont les arguments sont nuls. On peut donc écrire:

$$\dot{x}_k = \sum_{i=1}^{r} h_i(z) A_i^k x, \ \forall k \in \mathrm{K} \tag{10}$$

et $\forall s \in \{1,...,r\}$,

$$\frac{\partial h_i(z)}{\partial x_s} = 0, \ \forall s \in \{1,...,n\} / \mathrm{K} \tag{11}$$

Hypothèse 2: $\forall i \in \{1,...,r\}$, $h_i(z)$ sont continûment dérivables selon chaque variable d'état x_s (avec $s \in \mathrm{K}$) sur Ω. De ce fait, $g_i^s(z) = \frac{\partial h_i(z)}{\partial x_s}$ est une fonction bornée sur Ω telle que $\forall t, g_k^s(z) \in [\alpha_{k1}^s, \alpha_{k2}^s]$ et, ces bornes sont toujours connues sur Ω alors que $|\dot{h}_i(z)| < \theta_i$ ne peuvent être déterminées à l'avance. Aussi, il est possible d'appliquer à nouveau une décomposition en secteur non linéaire sur $g_k^s(z)$ permettant de définir deux fonctions convexes, $\omega_{k1}^s(z) \geq 0$ et $\omega_{k2}^s(z) \geq 0$ avec $\omega_{k1}^s + \omega_{k2}^s = 1$, telles que:

$$g_k^s(z) = \frac{\partial h_k(z)}{\partial x_s} = \sum_{\tau=1}^{2} \omega_{k\tau}^s(z) \alpha_{k\tau}^s \tag{12}$$

Exemple: Afin d'illustrer l'hypothèse 2, considérons la fonction d'appartenance $h_1(x_1) = \sin^2 x_1$. Sa dérivée temporelle $\dot{h}_1(x_1) = 2\dot{x}_1 \cos x_1 \sin x_1$ dépend de $\dot{x}_1$ et donc ses bornes ($|\dot{h}_1(z)| < \theta_1$) sont inconnues avant la synthèse d'un contrôleur puisque la dynamique en boucle fermée $\dot{x}_1$ n'est pas encore synthétisée. Cependant, $g_1^1(x_1) = \frac{\partial h_1(x_1)}{\partial x_1}$ $= 2\cos x_1 \sin x_1 \in [\alpha_{11}^1, \alpha_{12}^1]$ est bornée quelque soit x_1 et, $\alpha_{11}^1 = -1$ et $\alpha_{12}^1 = 1$ sont des paramètres connus! Ainsi, avec $\omega_{11}^1(x_1) = \frac{1}{2} - \cos x_1 \sin x_1 \geq 0$ et $\omega_{12}^1(x_1) = \frac{1}{2} + \cos x_1 \sin x_1 \geq 0$, $\omega_{11}^1 + \omega_{12}^1 = 1$, on peut écrire $g_1^1(x_1) = \frac{\partial h_1(x_1)}{\partial x_1} = \sum_{\tau=1}^{2} \omega_{1\tau}^1(z) \alpha_{1\tau}^1$.

Le théorème suivant exprime les conditions non-quadratiques SOS pour la synthèse de contrôleurs non-PDC (3) globalement stabilisants pour la classe de modèles (2) sur Ω sous l'hypothèse 1.

Théorème 2: Le modèle T-S (2) est globalement asymptotiquement stabilisé (sur Ω) par la loi de commande non-PDC (3) s'il existe les matrices F_j, $X_i = X_i^T > 0$ et R_j, ainsi que les polynômes $\varepsilon_{1i}(x) > 0$, $\varepsilon_{2i}(x) \geq 0$, $\varepsilon_{3ij}(x) \geq 0$ et $\varepsilon_{4ij}(x) \geq 0$ tels que, $\forall (i,j,k) \in \{1,...,r\}^3$, $j \neq i$, $\forall s \in \mathrm{K}$ et $\forall \tau \in \{1,2\}$, les conditions (13), (14), (15) et (16) soient satisfaites.

$$x^T (X_i - \varepsilon_{1i}) x \text{ est SOS} \tag{13}$$

$$x^T (X_k + R_j - \varepsilon_{2kj}) x \text{ est SOS} \tag{14}$$

$$-x^T [\mathrm{P}_{iips}^q + \varepsilon_{2i} I] x \text{ est SOS} \tag{15}$$

$$-x^T \left(\frac{1}{r-1} \mathrm{P}_{iips}^q + \frac{1}{2} (\mathrm{P}_{ijps}^q + \mathrm{P}_{jips}^q) + \varepsilon_{3ij} I \right) x \text{ est SOS} \tag{16}$$

avec $\mathrm{P}_{ijk\tau}^s = He(A_i X_j + B_i F_j) - \alpha_{k\tau}^s A_i^s x (X_k + R_j)$.

Preuve: Soit la fonction candidate non quadratique de Lyapunov (3). Le modèle T-S (2) est stable si, $\forall x$:

$$x^T (He(A_h X_h + B_h F_h) - \dot{X}_h) x < 0 \tag{17}$$

Rappelons que, en appliquant le théorème 1, un contrôleur non-PDC garantissant la stabilisation non-quadratique globale ne peut être synthétisé, hormis les travaux employant une fonction candidate de Lyapunov sous forme d'intégrale curviligne [14]. De plus, comme l'illustre le portrait de phases tracé sur la figure 1, le modèle T-S en boucle ouverte (22) est instable.

D'après les définitions de h_1 et h_2, on a :

$$\frac{\partial h_1(x_2)}{\partial x_2} = -\frac{1}{2}\cos x_2 \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right] \quad (23)$$

$$\frac{\partial h_2(x_2)}{\partial x_2} = \frac{1}{2}\cos x_2 \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right] \quad (24)$$

Ainsi, le théorème 2 peut être implémenté avec les paramètres connus $\alpha_{11}^1 = \alpha_{21}^1 = -\frac{1}{2}$ et $\alpha_{12}^1 = \alpha_{22}^1 = \frac{1}{2}$. Notons que les variables de décision ε_{1i}, ε_{2i}, ε_{3ij} et ε_{4ij} ont été fixées comme des polynômes d'ordre zéro (variables scalaires). Le résultat, obtenu via la boîte à outils SOSTOOLS pour Matlab [23], est donné par les matrices:

$$F_1 = \begin{bmatrix} -20.608 & -2.9356 \end{bmatrix},$$

$$F_2 = \begin{bmatrix} -20.8868 & -1.0598 \end{bmatrix},$$

$$X_1 = \begin{bmatrix} 7.9772 & -2.068 \\ -2.068 & 0.61071 \end{bmatrix},$$

$$X_2 = \begin{bmatrix} 7.9773 & -2.0683 \\ -2.0683 & 0.60992 \end{bmatrix},$$

et permettent alors de synthétiser la loi de commande non-PDC donnée par:

$$u(t) = \sum_{i=1}^{2} h_i(z(t)) F_i \left(\sum_{i=1}^{2} h_i(z(t)) X_i \right)^{-1} x(t) \quad (25)$$

qui stabilise globalement (22) comme cela est illustré par le portrait de phases de la figure 2.

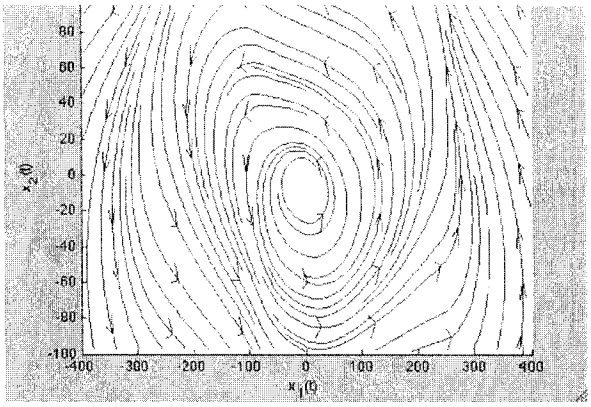


Fig. 1. Portrait de phase en boucle ouverte.

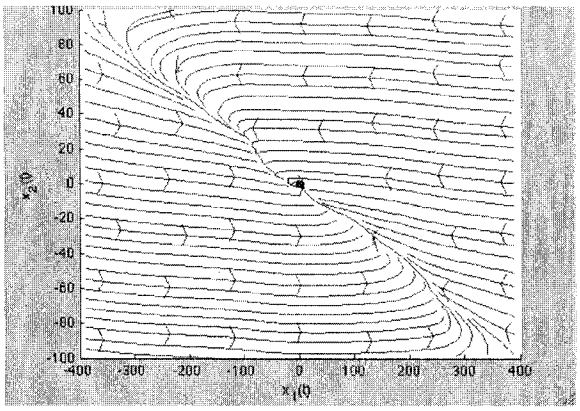


Fig. 2. Portrait de phase en boucle fermée.

5 Conclusion

Dans cet article, une alternative aux approches LMI pour la stabilisation non-quadratique globale des modèles Takagi-Sugeno a été proposée. En effet, l'efficacité des approches LMI a maintes fois été démontrée pour l'analyse des modèles Takagi-Sugeno. Cependant, dans le cadre non-quadratique, ces dernières souffrent de conservatisme. De plus les récentes et successives améliorations dans le cadre non-quadratique conduisent à des conditions de plus en plus complexe avec un gain de conservatisme qui est parfois discutable. L'objectif était donc ici d'explorer ce qui peut être fait, de manière alternative, pour synthétiser une loi de commande non-quadratique globale. Ainsi des conditions issues de l'optimisation polynomiale et plus

Contrôleur flou T-S optimal pour une assistance à la conduite

B. Soualmi, C. Sentouh, J.C. Popieul and S. Debernard [1]
[1] Université de valenciennes
LAMIH UVHC, Campus du Mont Houy, valenciennes France
{boussaad.soualmi, chouki.sentouh}@univ-valenciennes.fr
{jean-christophe.popieul, serge.debernard}@univ-valenciennes.fr

Résumé :
Dans ce papier une assistance à la conduite pour un maintien de voie est proposée. Cette dernière est basée sur un contrôleur de type Takagi-Sugeno (T-S) optimal. Les nonlinéarités dues à la variation de la vitesse longitudinale sont prises en compte comme des paramètres variants pour obtenir une description quasi-LPV du modèle du véhicule. L'outil LMI est utilisé pour la synthèse du contrôleur T-S. Les résultats obtenus en simulation et tests sur simulateur de conduite montrent la pertinence de l'approche proposée.

Mots-clés :
Système Avancés d'Aide à la Conduite, Contrôleur Takagi-Sugeno, Commande Optimale, LMI.

Abstract:
In this work a driver assistance system based on a fuzzy Takagi-Sugeno optimal controller is proposed. A quasi-LPV model of the lateral vehicle dynamics is driven considering the longitudinal velocity variation than the LMI tool is used to reach the T-S controller. The proposed approach is validated with human driver in SHERPA dynamic simulator.

Keywords:
Advanced driver assistance systems, Takagi-Sugeno controller, LMI, optimal control.

1 Introduction

La place qu'occupe la voiture aujourd'hui dans la vie quotidienne est d une importance capitale, elle est une garantie d'autonomie de déplacement des personnes [8]. Néanmoins, le nombre d'accidents de circulation reste assez important (67288 accidents corporels en France [12]), et ce, malgré les efforts déployés par la politique en matière de prévention, d'information, de répression ou de ceux des constructeurs automobiles en matière de sécurité passive (ceinture de sécurité, structure deformable, airbags...) et active (ABS, ESP, etc).
Avec les progrès réalisé dans l'automatique, l'informatique, les télécommunications et la miniaturisation des composants électroniques (capteurs, calculateurs), la recherche est en mesure, aujourd'hui, de développer des systèmes avancés d'aide à la conduite (ADAS) pouvant réduire d'avantage le nombre d'accidents [6].
Plusieurs solutions ont été proposées dans la littérature, pour l'aide au maintien de voie [15, 11, 2, 3, 14, 4]. Dans un premier temps, l'automatique est introduite afin d'aider le conducteur à mieux maîtriser son véhicule ou bien améliorer ses performances. Dans [1] les auteurs proposent un système de maintien de cap de véhicule soumis à une perturbation de freinage asymétrique en agissant sur l'angle de braquage. Les auteurs [13] proposent une stabilisation du véhicule en agissant sur le freinage différentiel puis l'angle de braquage dans le cas où la première correction n'est pas suffisante. Mais cette solution -stabilisation du véhicule- seule ne peut combler les erreurs humaines. C'est dans cette optique que des systèmes avancés d'aide au maintien de la voie agissant directement sur la trajectoire du véhicule, commencent à émerger. Dans [11], une automatisation partielle de la conduite basée sur le contrôleur adaptatif développé dans [9] est proposée en considérant les variation des différents paramètres. [15] proposent un système de maintien de voie basé sur un contrôleur H_2 avec un retour complet de l'état. Pour remédier à l'effet de la variation de la vitesse longitudinale sur la dynamique latérale, dans [14] les auteurs représentent la dynamique latérale du véhicule en système LPV (Linear Parameter Varying) où la vitesse longitudinale est le paramètre variant. Dans [2] une un

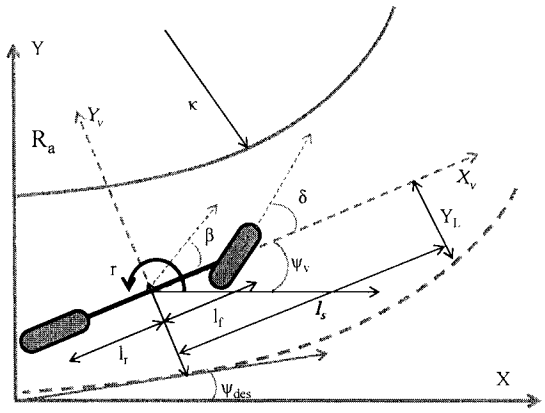


Figure 1: Représentation du modèle bicyclette sur route.

[16]:

$$\begin{cases} \dot{v}_y = \dfrac{F_{yf} + F_{yr} - c_y v_y^2}{m} - v_x r \\ \dot{r} = \dfrac{l_f F_{yf} - l_r F_{yr}}{I_z} \end{cases} \quad (4)$$

Où: v_x, v_y, r sont, respectivement, la vitesse longitudinale, la vitesse latérale et la vitesse du lacet. l_f et l_r sont, respectivement, les distances de l'essieu avant et arrière du centre de gravité du véhicule, c_y est le coefficient latéral de la traînée aérodynamique, m et I_z sont, respectivement, la masse du véhicule, et le moment d'inertie autour de l'axe du lacet. F_{yf} et F_{yr} sont les forces latérales équivalentes des roues avant et arrière.
Considérant des faibles angles de braquage et de dérive du véhicule, les force latérales des pneumatique sont données par:

$$\begin{cases} F_{yf} = 2C_f(\delta - \dfrac{v_y + l_f r}{v_x}) \\ F_{yr} = -2C_r \dfrac{v_y - l_r r}{v_x} \end{cases} \quad (5)$$

Avec δ: l'angle de braquage équivalent des roues avant.
Le positionnement du véhicule sur la route est étudié par deux variables supplémentaires (y_L) et (ψ_L) qui sont l'erreur latérale par rapport au centre de la voie à une distance (l_s) à l'avant du véhicule et l'erreur du cap. Leurs dynamiques sont données par:

$$\begin{cases} \dot{y}_L = v_y + l_s r + v_x \psi_L \\ \dot{\psi}_L = r - v_x \kappa \end{cases} \quad (6)$$

κ étant la courbure de la route.
Ces deux variables peuvent être fournie par un système de vision (voir [10] par exemple).
Afin de quantifier le ressenti du conducteur aux couples sur la colonne de direction (couple de la commande et de l'autoalignement), la colonne de direction est modélisée. La dynamique simplifiée d'un système de direction assister est donnée par [4]:

$$I_s \ddot{\delta} = T_d + T_c - \eta_t C_f(\delta - \frac{v_y + l_f r}{v_x}) - B_s \dot{\delta} \quad (7)$$

Avec T_c est le couple de la commande, T_d celui du conducteur, I_s est le moment d'inertie équivalent du système de direction et B_s son coefficient d'amortissement (frottement) équivalent.

En négligeant les forces aérodynamiques (i.e $c_y = 0$) la representation d'état de (4) augmenté avec le positionnement sur route (6) et le système de direction (7) est :

$$\begin{cases} \dot{x}_v = A x_v + B_u u + B_w \kappa \\ y_v = C x_v \end{cases} \quad (8)$$

Tel que: $x_v = [v_y \; r \; \psi_L \; y_L \; \delta \; \dot{\delta}\,]^T$ le vecteur d'état du système, l'entrée du système u est le couple délivré par la commande (T_c) additionné à celui du conducteur (T_d).

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 & b_1 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 & b_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & l_s & v & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ T_{s2} & T_{s1} & 0 & 0 & T_{s3} & T_{s4} \end{pmatrix} ; B_u = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{J_s} \end{pmatrix}.$$

$$B_w = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -v_x & 0 & 0 \end{pmatrix}^T.$$

Avec :

$$a_{11} = -2\frac{C_r + C_f}{m v_x}, \; a_{12} = -v_x + 2\frac{l_r C_r - l_f C_f}{m v_x},$$

Par le calcul de $\dot{V}(x(t))$ et remplacement de $u = -K_\rho x$, en utilisant le compliment de Schur (voir l'annex) le problème peut se réécrire :

$$\begin{bmatrix} PA_\rho^T + A_\rho P - (B_\rho M_\rho + M_\rho^T B_\rho^T) & PC_{z\rho}^T & M_\rho^T \\ C_{z\rho} P & -Q_i^{-1} & 0 \\ M_\rho & 0 & -R_i^{-1} \end{bmatrix} \tag{12}$$

Avec: $P = X^{-1}$ et $M_\rho = K_\rho P$

Les gains K_i du contrôleur T-S sont obtenus par la résolution des LMIs suivant [20]:
Minimiser γ :

$$\begin{bmatrix} \gamma & x(0)^T \\ x(0) & P \end{bmatrix} > 0 \tag{13}$$

et pour $1 \leq i \leq j \leq r$:

$$\begin{cases} \Pi_{ii} < 0 \\ \frac{1}{r-1}\Pi_{ii} + \frac{1}{2}\left[\Pi_{ij} + \Pi_{ji}\right] < 0 \end{cases} \tag{14}$$

Tel que :

$$\Pi_{ii} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}T_{ii} & PC_{zi}^T & M_i^T \\ C_{zi}P & Y & 0 \\ M_i & 0 & S \end{bmatrix}$$

$$\Pi_{ij} = \begin{bmatrix} T_{ij} & PC_{zi}^T & PC_{zj}^T & M_i^T & M_j^T \\ C_{zi}P & Y & 0 & 0 & 0 \\ C_{zj}P & 0 & Y & 0 & 0 \\ M_i & 0 & 0 & S & 0 \\ M_j & 0 & 0 & 0 & S \end{bmatrix} \tag{15}$$

Avec $G_{ji} = A_i - B_i K_j$, $Y = -Q^{-1}$, $S = -R^{-1}$ et

$$T_{ij} = P(G_{ij} + G_{ji})^T + (G_{ij} + G_{ji})P$$

Et enfin :

$$K_i = M_i P^{-1} \tag{16}$$

On suppose dans cette étude que le vecteur d'état $x(t)$ est disponible.

4 Simulations et résultats

4.1 Validation sur Matlab/Simulink

Une première série de tests est réalisée en simulation sur Matlab/Simulink afin d'ajuster le contrôleur qui sera, par la suite, implémenté sur le simulateur de conduite SHERPA.

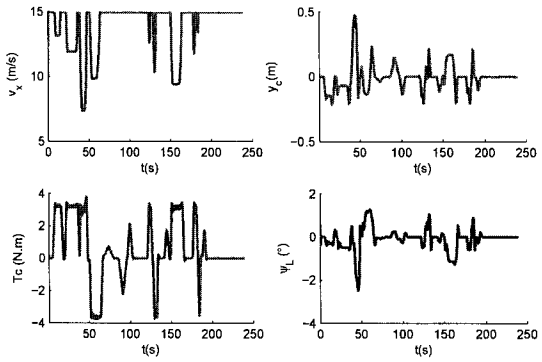


Figure 3: Résultats de simulation, haut gauche: vitesse du véhicule (v_x), haut droite : écart lateral (y_c), bas gauche : couple du contrôleur (T_c), bas droite : erreur de cap (ψ_L).

Le modèle d'écrit en (4) est utilisé pendant les simulations. La vitesse longitudinale est régulée par le contrôleur mode glissant similaire à celui développé dans [16], tandis que le contrôle latéral est assuré par le contrôleur T-S développé ici. Comme rapporté sur la Figure (3), le véhicule reste sur la voie avec un écart latéral inférieur à $40cm$, et ce, malgré la variation de la vitesse longitudinale.

4.2 Test en conduite

Après un bon réglage de la loi de commande en simulation, l'approche proposée est testée sur le simulateur SHERPA (Fig.4).

Dans cet essai, le contrôle latéral du véhicule est assuré à la fois par un conducteur humain et le contrôleur proposé tandis que la vitesse longitudinale est gérée uniquement par le conducteur. Comme déjà souligné précédemment, le but principal est de tester la capacité de l'approche proposée à assurer un bon maintien de voie.
Comme on peut le voir sur la Figure 5 l'approche proposée permet de maintenir le véhicule sur la route avec un écart latéral inférieur à $0.5m$ et une erreur de cap inférieure à 10° sur toute la trajectoire réalisée avec une faible intervention du conducteur (voir couple

A Annex

Dérivé de la fonction de Lyaponov :

$$\begin{aligned}\dot{V}(x(t)) =& x(t)^T (A_\rho - B_\rho K_\rho)^T X x(t) \\ &+ x(t)^T X (A_\rho - B_\rho K_\rho) x(t) \\ =& x(t)^T \left((A_\rho - B_\rho K_\rho)^T X + X (A_\rho - B_\rho K_\rho) \right) x(t)\end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{aligned}z(t)^T Q z(t) + u(t)^T R u(t) &= x(t)^T C_{z\rho}^T Q C_{z\rho} x(t) \\ &+ x(t)^T (BK_\rho)^T R (BK_\rho) x(t)^T \\ &= x(t)^T \left(C_{z\rho}^T Q C_{z\rho} + (B_\rho K_\rho)^T R B K_\rho \right) x(t)\end{aligned} \tag{18}$$

Complément de Schur :

$$\begin{cases} \mathrm{R} > 0 \\ \mathrm{Y} + \mathrm{X}^T R X < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} Y & X^T \\ X & -R^{-1} \end{bmatrix} \tag{19}$$

References

[1] J. Ackermann and T. Bünte. Yaw disturbance attenuation by robust decoupling of car steering. *Control Engineering Practice*, 5(8):1131–1136, 1997.

[2] A. El Hajjaji and S. Bentalba. Fuzzy path tracking control for automatic steering of vehicles. *Robotics and Autonomous Systems*, 43(4):203–213, 2003.

[3] A. El Hajjaji, A. Ciocan, and D. Hamad. Four wheel steering control by fuzzy approach. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 41(2):141–156, 2005.

[4] N.M. Enache, S. Mammar, M. Netto, and B. Lusetti. Driver steering assistance for lane-departure avoidance based on hybrid automata and composite Lyapunov function. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 11(1):28–39, 2010.

[5] T.M. Guerra and L. Vermeiren. Control laws for Takagi-Sugeno fuzzy models. *Fuzzy Sets and Systems*, 120(1):95–108, 2001.

[6] R. Isermann. Mechatronic systems–innovative products with embedded control. *Control Engineering Practice*, 16(1):14–29, 2008.

[7] J. Li, H.O. Wang, D. Niemann, and K. Tanaka. Dynamic parallel distributed compensation for Takagi-Sugeno fuzzy systems: An LMI approach. *Information sciences*, 123(3-4):201–221, 2000.

[8] S. Mammar, P. Martinet, S. Glaser, M. Netto, L Nouveliere, and B Thuilot. Méthodes de l'automatique pour l'assistance et l'automatisation de la conduite automobile. In *Journées Nationales de la Recherche en Robotique (JNRR05)*, France, 2005.

[9] R. Marino and P. Tomei. *Nonlinear Control Design*. Prenlice-Hall, 1995.

[10] J.C. McCall and M.M. Trivedi. Video-based lane estimation and tracking for driver assistance: survey, system, and evaluation. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 7(1):20–37, 2006.

[11] M.S. Netto, S. Chaib, and S. Mammar. Lateral adaptive control for vehicle lane keeping. In *Proceedings of the American Control Conference, 2004.*, volume 3, pages 2693–2698. IEEE, 2004.

[12] O.N.I.S.R. Sécuritéé routière -chiffres clés : La mortalité routière en france 2010. Technical report, Ministère de la l'intérieur, de l'outre-mer, des collectivités localeset de l'immigration, septembre 2010.

[13] C. Poussot-Vassal, O. Sename, L. Dugard, and SM Savaresi. Vehicle dynamic stability improvements through gain-scheduled steering and braking control. *Vehicle System Dynamics*, 49(10):1597–1621, 2011.

[14] Thibaut Raharijaona, Checrel P., and Yagoubi M. Commande lpv d'ordre réduit sous la forme retour d'état-observateur appliquée l'assistance au contrôle latéral. In *IEEE Conférence Internationale Francophone d'Automatique CIFA2006*, Bordeaux, France, may 2006.

[15] M. Shimakage, S. Satoh, K. Uenuma, and H. Mouri. Design of lane-keeping control with steering torque input. *JSAE Review*, 23(3):317–323, 2002.

[16] D. Swaroop and S.M. Yoon. The Design of a Controller for a Following Vehicle in an Emergency Lane Change Maneuver. *Institute of Transportation Studies, Research Reports, Working Papers, Proceedings*, 1999.

[17] T. Takagi and M. Sugeno. Fuzzy identification of systems and its applications to modelling and control. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernenics-Part B : Cybernetics*, 15(1):116–132, 1985.

[18] K. Tanaka, T. Ikeda, and H.O. Wang. Fuzzy regulators and fuzzy observers: relaxed stability conditions and lmi-based designs. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 6(2):250–265, 1998.

[19] K. Tanaka and H.O. Wang. *Fuzzy control systems design and analysis: a linear matrix inequality approach*. Wiley-Interscience, 2001.

[20] HD Tuan, P. Apkarian, T. Narikiyo, and Y. Yamamoto. Parameterized linear matrix inequality techniques in fuzzy control system design. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 9(2):324–332, 2001.

[21] H.O. Wang, K. Tanaka, and M.F. Griffin. An approach to fuzzy control of nonlinear systems: Stability and design issues. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 4(1):14–23, 1996.

PI-flou avec une seule entrée pour la commande sans capteur mécanique du MAS exceptée de la rotation directe de Park

A. Lokriti[1] I. Salhi[1] S. Doubabi[1]
[1] Faculté des Sciences et Technique Marrakech, Université Cadi Ayyad, BP 549, Av Abdelkarim Elkhattabi, Gueliz, Marrakech, Maroc

Lokriti.eepci@gmail.com, isalhi@yahoo.fr, saiddoubabi@gmail.com

Résumé :
Vue le grand volume de calcul que présente un asservissement de vitesse du MAS, sans capteur mécanique utilisant : i) un reconstructeur de vitesse type MRAS, ii) un contrôleur FLC standard pour la vitesse, et iii) une commande DRFOC. Dans ce papier, nous proposons de remplacer ce contrôleur flou FLC standard (à deux entrées) par un autre à entrée unique noté SIFLC, et d'éliminer la rotation de Park directe de la commande DRFOC. Ceci va permettre une grande réduction du temps de calcul d'un tel asservissement et facilitera par la suite son implémentation. L'asservissement proposé et classique sont comparés par simulation dans l'environnement Matlab/Simulink. Les résultats montrent une équivalence impressionnante.

Mots-clés :
Moteur asynchrone, contrôle flou, commande vectorielle, observateur adaptatif.

Abstract:
View the high computation time that request an induction machine speed drive without mechanical sensor using : i) a MRAS based speed observer, ii) a standard FLC speed controller, and iii) a DRFOC scheme. In this paper, we propose, to replace the standard fuzzy controller FLC (with two inputs) by another single input fuzzy controller noted SIFLC, and remove the direct Park rotation of the DRFOC scheme. This will allow a large reduction in computation time of such a drive and then facilitate its implementation. The proposed and classical drives are compared by simulation in Matlab / Simulink environment. The results show an impressive equivalence.

Keywords:
Induction motor, fuzzy control, field oriented control, adaptive observer.

I. Introduction générale

Ces dernières décennies, et pour des raisons économiques et technologiques, la suppression du capteur mécanique et la réduction du temps de calcul, sont devenus une priorité primordiale dans les asservissements de vitesse du Moteur ASynchrone (MAS) [1].

En fait, peut importe qu'ils utilisent un modèle mathématique du MAS ou pas : Filtre de Kalman [2], Observateur de Luemberger [3], ou Filtrage Adaptatif et Transformation de Fourier Rapide et Injection de Signal Haute Fréquence [4], l'exigence de moyens performants en termes de traitement du signal, et par fois d'information sur le nombre d'encoches dans le rotor, sont les inconvénients néfastes de ces différents reconstructeurs de vitesse [1]. A l'encontre de ces derniers, l'approche Système Adaptatif utilisant un Modèle de Référence (MRAS) se présente comme une technique plus attractive, car elle est très simple et facile à implémenter [5]. Suivant le signal d'erreur adopté, nombreux types d'MRAS peuvent être distingués, à commencer par l'approche classique : utilisant l'erreur entre les flux rotoriques estimés par les modèles en tension et en courant [6], [7]. En fait, cet approche est très simple, mais souffre des problèmes d'intégration en boucle ouverte de la f.c.é.m. Citant aussi, l'MRAS basé sur l'erreur résultante de l'estimation de la puissance réactive [8], qui présente l'avantage d'être indépendant de la résistance statorique. Pourtant, reste peu utilisé, du fait qu'il se heurte au problème d'amplification du bruit de mesure, résultant de l'application de la fonction dérivé au courant mesuré. Pour remédier à ces problèmes, un autre type d'MRAS est souhaitable. En effet, cet MRAS exploite l'erreur résultante de la multiplication croisée entre l'erreur des courants statoriques (mesurés et estimés) et les flux rotoriques estimés [9]. Encore, le modèle de référence, qu'il utilise, est le MAS entrainé ; ceci le rend relativement, plus robuste aux changements des paramètres du MAS [1]. Ce type d'MRAS a été implémenté, dernièrement par [5], [10], pour l'asservissement de vitesse du MAS et ces performances reflètent un grand succès.

D'autre part, indépendamment du reconstructeur de vitesse adopté, les blocs principaux dans l'algorithme d'asservissement de vitesse, sans capteur mécanique du MAS sont : le contrôleur de vitesse et la commande adoptée pour le contrôle du couple.

En effet, le contrôleur PI, est classiquement employé comme contrôleur de vitesse pour le MAS, vu que sa synthèse repose sur des méthodes très simples (placement de pôles, Ziegler Nichols) [11]. Cependant, il ne peut pas faire face à l'identification imprécise du moment d'inertie, aux dérives des paramètres électriques, aux dynamiques non modélisées (filtres, actionneur...), et à la forte non-linéarité du couple [12], [13]. Afin d'évité ces imperfections, beaucoup de

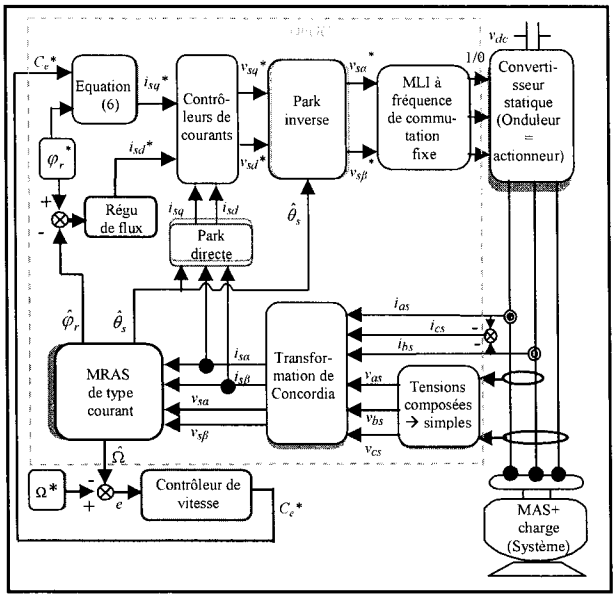


Figure.1 : schéma général d'un asservissement de vitesse du MAS sans capteur mécanique

Dans cet algorithme de commande, des contrôleurs linéaire (type PI, ou IP), de flux et de courants statoriques, assurent de très bonnes performances. Alors qu'un contrôleur non linéaire (type flou) est souvent souhaitable pour l'asservissement de la vitesse [17].

VI.1. Commande vectorielle directe à flux rotorique orienté (DRFOC).

La commande DRFOC reste la commande par orientation de flux la plus utilisée [22], car elle seule permet le contrôle du couple de la MAS, le plus similaire à celui de la MCC à excitation séparée. Selon F. Blaschke, inventeur de la commande DRFOC [23], l'achèvement d'une telle commande par références de flux et de couple, commence par estimer ou observer les composantes du vecteur flux rotorique dans le repère (α, β) : ($\hat{\varphi}_{r\alpha}$ ou $\hat{\varphi}_{r\beta}$). À partir de ces composantes, on estime les valeurs de l'amplitude du flux rotorique ($\hat{\varphi}_r$) et de sa phase par rapport au repère (α, β) : ($\hat{\theta}_s$), comme traduit par les équations suivantes :

$$\hat{\varphi}_r = \sqrt{(\hat{\varphi}_{r\alpha})^2 + (\hat{\varphi}_{r\beta})^2} \tag{4}$$

$$\hat{\theta}_s = arctg(\frac{\hat{\varphi}_{r\beta}}{\hat{\varphi}_{r\alpha}}) \tag{5}$$

La première valeur sera utilisée comme retour pour la boucle de flux dont la sortie est i_{sd}^*. La deuxième sera prise comme angle de Park. On calcul ensuite i_{qs}^* qui, à partir des équations du MAS dans le repère (d, q) et sous l'hypothèse d'orientation de flux ; $\varphi_{rd} = \varphi_r^*$ et $\varphi_{rq} = 0$, peut s'écrire [22] :

$$i_{sq}^* = C_e^* \frac{L_r}{pM\,\varphi_r^*} \tag{6}$$

i_{sd}^* et i_{qs}^* sont enfin utilisés comme références pour les boucles de courant. Les sorites de ces dernières représentent les tensions de référence.

VI.2. Reconstruction du flux et de la vitesse (MRAS).

L'asservissement de vitesse du MAS exige d'ajouter à l'algorithme de la commande DRFOC une boucle de vitesse dont la sortie est C_e^*, et afin que sa soit un asservissement sans capteur mécanique, l'addition d'un reconstructeur de vitesse est obligatoire. En fait, il s'agit ici d'un observateur type adaptatif (MRAS), qui permet à la fois la reconstruction du flux et de la vitesse.

L'MRAS que nous avons opté d'utiliser, exploite l'erreur résultante de la multiplication croisée entre l'erreur des courants statoriques (mesurés et estimés) et les flux rotoriques estimés [9]. Le schéma bloc de cet observateur se présente comme suit [10] :

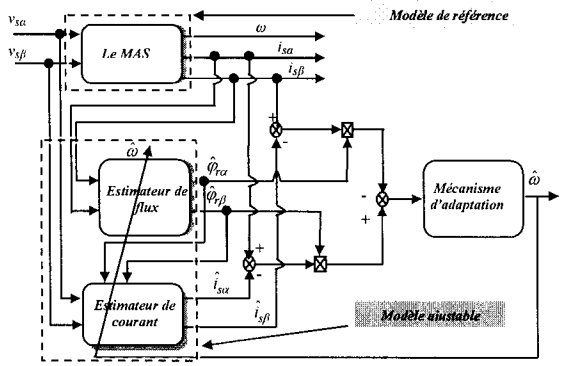


Figure.2 : Le schéma bloc du MRAS (de courant)

En fait, cette technique garantie des performances et une stabilité assez satisfaisante [orl 10]. Comme l'illustre la figure ci-dessus, la vitesse est estimée en utilisant un modèle de référence et un modèle adaptatif. Le modèle de référence est la MAS en elle-même. Alors que le modèle adaptatif, dépendamment de la vitesse, est conçu de deux estimateurs ; de courant et de flux, données respectivement par les deux systèmes d'équations suivantes [5] :

$$\begin{cases} \dfrac{d\hat{i}_{s\alpha}}{dt} = \dfrac{R_r M^2 + L_r^2 R_s}{\sigma L_s L_r^2}\hat{i}_{s\alpha} + \dfrac{1}{\sigma L_s} v_{s\alpha} \\ \qquad + \dfrac{R_r M}{\sigma L_s L_r^2}\hat{\varphi}_{r\alpha} + \hat{\omega}\dfrac{M}{\sigma L_s L_s}\hat{\varphi}_{r\beta} \\ \dfrac{d\hat{i}_{s\beta}}{dt} = \dfrac{R_r M^2 + L_r^2 R_s}{\sigma L_s L_r^2}\hat{i}_{s\beta} + \dfrac{1}{\sigma L_s} v_{s\beta} \\ \qquad + \dfrac{R_r M}{\sigma L_s L_r^2}\hat{\varphi}_{r\beta} - \hat{\omega}\dfrac{M}{\sigma L_s L_s}\hat{\varphi}_{r\alpha} \end{cases} \tag{7}$$

$$\begin{cases} \dfrac{d\hat{\varphi}_{r\alpha}}{dt} = \left[\dfrac{R_r}{L_r}(M i_{s\alpha} - \hat{\varphi}_{r\alpha}) - \hat{\omega}\hat{\varphi}_{r\beta}\right] \\ \dfrac{d\hat{\varphi}_{r\beta}}{dt} = \left[\dfrac{R_r}{L_r}(M i_{s\alpha} - \hat{\varphi}_{r\beta}) + \hat{\omega}\hat{\varphi}_{r\alpha}\right] \end{cases} \tag{8}$$

Notons que ces estimateurs exigent, en plus de la connaissance de la vitesse électrique (ω), la mesure des courants et tensions statoriques. La vitesse électrique

$$C_e = \frac{p.L_m}{L_r}.\text{Imag}\left[\bar{i}_s\,\bar{\hat{\varphi}}_r^c\right] = \frac{p.L_m}{L_r}(\hat{\varphi}_{r\alpha}i_{s\beta} - i_{s\alpha}\hat{\varphi}_{r\beta}) \quad (12)$$
$$= p.(L_m / L_r)(\hat{\varphi}_{rd}i_{sq} - i_{sd}\hat{\varphi}_{rq})$$

où : $\bar{i}_s = (i_{s\alpha} + \mathrm{j}i_{s\beta})$ et $\bar{\hat{\varphi}}_r^c = (\hat{\varphi}_{r\alpha} - j\hat{\varphi}_{r\beta})$

A partir de ces égalités de couple et sous la condition d'orientation du repère (d, q) suivant le flux rotorique $\hat{\varphi}_{rq}$ =0, on conclu que i_{sq} peut aussi s'écrire :

$$i_{qs} = \frac{(\hat{\varphi}_{r\alpha}i_{s\beta} - i_{s\alpha}\hat{\varphi}_{r\beta})}{\hat{\varphi}_{rd}} = \frac{(\hat{\varphi}_{r\alpha}i_{s\beta} - i_{s\alpha}\hat{\varphi}_{r\beta})}{\hat{\varphi}_r} \quad (13)$$

En procédant de la même façon, mais en considérant cette fois la partie réelle au lieu de la partie l'imaginaire du même produit ($\bar{i}_s\,\bar{\hat{\varphi}}_r^c$) nous retrouvons :

$$i_{sd} = \frac{(\hat{\varphi}_{r\alpha}i_{s\alpha} + i_{s\beta}\hat{\varphi}_{r\beta})}{\hat{\varphi}_r} \quad (14)$$

Notons que ce calcul n'introduit que des opérations arithmétiques simples et ne fait pas appel aux fonctions trigonométriques ; comme dans le cas de la rotation de Park directe qui exige leur calcul.

VI. Contrôleur flou à entrée unique de vitesse (SIFLC)

En se basant sur l'étude effectuée par [18], il est possible de remplacer le contrôleur FLC à deux entrée (l'erreur et sa dérivée), de type Sugeno, et dont la table des règles respecte la structure de Toeplitz, par un autre, équivalent, mais à entrée unique (SIFLC). En fait, cette étude basée sur la méthode de distance signée, permet de transformer la dimension de la surface des règles floue de trois à deux. Le schéma bloc du SIFLC que nous avons utilisé est présenté par la figure suivante :

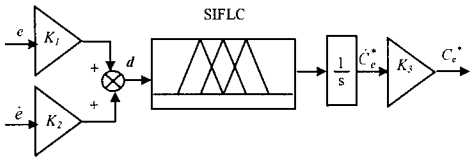


Figure. 7 : Le schéma bloc du SIFLC

où d est l'entré unique du bloc flou, appelée distance signée.

On note que l'entrée du contrôleur flou et sa sortie sont respectivement, fuzzifiée, défuzzifiée et misent en échèle par les mêmes FAs et FEs utilisés pour les variables du FLC standard. Alors que la table des règles floues se réduit à :

Table.2 : Table de règles du SIFLC

d	NG	NM	Z	PM	PG
$\dot{C}_e$	NG	NM	Z	PM	PG

Ainsi la surface des règles se réduite à une fonction bidimensionnelle comme l'illustre la figure qui suit :

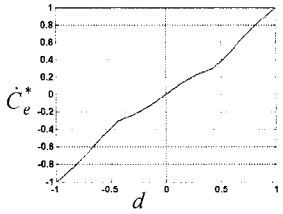


Figure. 8 : Allures de la surface de control flou du SIFLC

L'avantage principal du contrôleur SIFLC, c'est qu'il permet de réduire le nombre des règles floues de (n×n) à (n) : dans notre cas c'est de 25 à 5. Ceci va, sûrement, réduire largement le temps de calcul [18].

VII. Résultats de simulation

Dans le but de valider séparément l'effet de l'élimination de la rotation de Park directe, de celui de la substitution du FLC par le SIFLC. Nous avons effectué, séparément, deux tests de simulation dans l'environnement Matlab/Simulink, sur un modèle d'un MAS (1.5 KW) déjà identifié dans notre laboratoire (voir table 3). Nous avons aussi choisi pour ces simulations une fréquence de Modulation de Largeur d'Impulsion (MLI) égale à f_{MLI} = 8 (KHz). Alors que le pas de simulation (T_s) est pris 25 fois plus petit que période de la MLI: $T_s = 5e^{-6}$ (sec). Ce choix est en fait dicté par la nécessité de bien reconstruire le signal modulant (triangulaire) de la MLI et assurer un bon fonctionnement de l'actionneur (onduleur).

Le premier test concerne l'équivalence entre la rotation de Park directe, et les équations à base de la conservation de puissance, dans le calcul de i_{sd} et i_{sq}. En effet, il s'agit d'un test par référence de couple (en boucle ouverte de vitesse), qui dure 3 (sec). Le flux rotorique de référence est pris égal à sa valeur nominale φ_r^* = 0.4713 (Wb) et une séquence d'échelons aussi bien positifs que négatifs [7.55, 0.8, -6.35] (N.m) est prise comme référence de couple. Les résultats de ce test sont présentés par les figures (9-16).

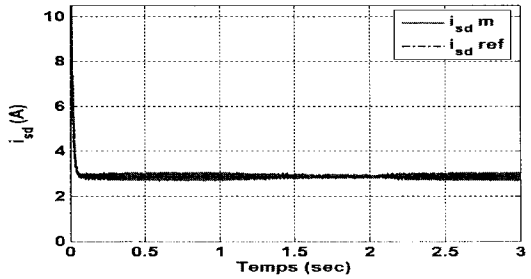


Figure. 9 : Courants statoriques directs (DRFOC-avec rotation de Park)

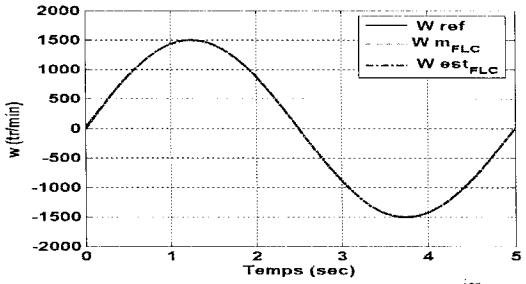


Figure. 17 : Allures des vitesses avec FLC, 1ier essai

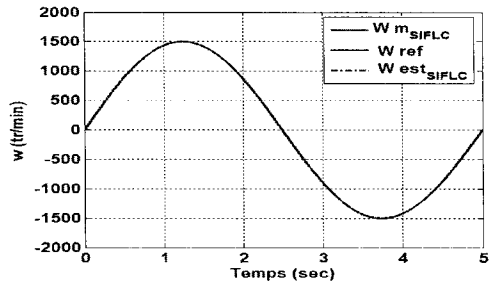


Figure. 18 : Allures des vitesses avec SIFLC, 1ier essai

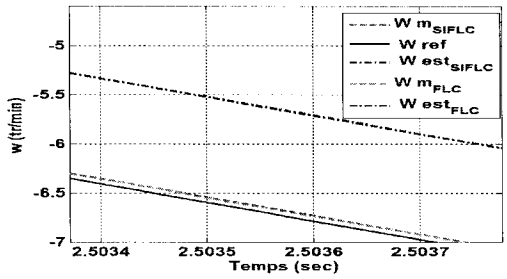


Figure. 19 : zoom sur les allures des différentes vitesses, 1ier essai

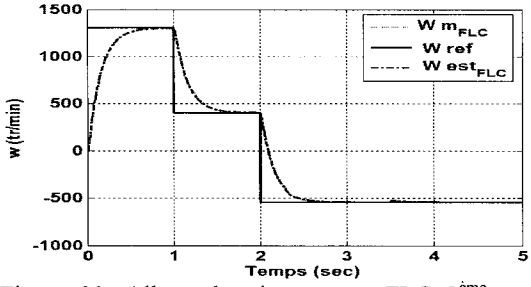


Figure. 20 : Allures des vitesses avec FLC, 2ème essai

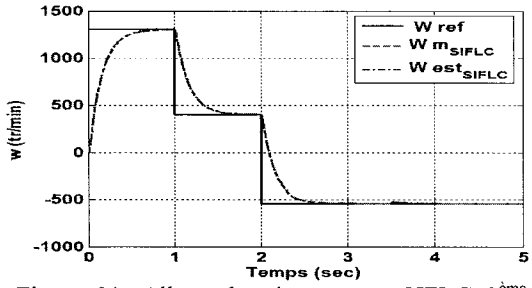


Figure. 21 : Allures des vitesses avec SIFLC, 2ème essai

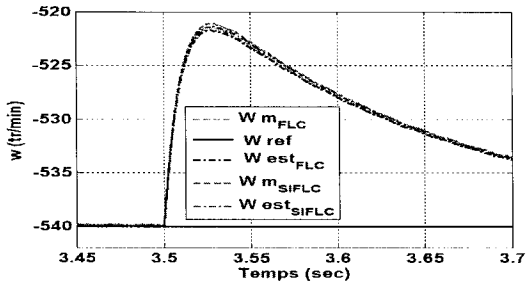


Figure. 22 : zoom sur les allures des différentes vitesses, 2ème essai

A partir de ses réponses, nous pouvons voir que les performances des deux contrôleurs : FLC et SIFLC sont semblables, dans tous les points de fonctionnement choisis. En réalité, que sa soit une poursuite ou une régulation : à vide ou en charge, le contrôleur SIFLC arrive à simuler le comportement du contrôleur FLC avec une erreur qui ne dépasse en aucun cas 0.5 (tr/min) 0.033% ×Wn. En effet, pour visualiser cette erreur, il a fallu faire plusieurs agrandissements

VIII. Conclusion & perspective

Dans ce papier, un asservissement de vitesse du MAS, sans capteur mécanique, utilisant un reconstructeur de vitesse type MRAS de courant, un contrôleur FLC standard pour la vitesse et une commande DRFOC. Nous avons proposé de substituer respectivement la rotation de Park directe et le contrôleur flou standard (FLC) de vitesse, par un simple calcul issu de la conservation de puissance et un contrôleur flou à entrée unique (SIFLC). Les résultats de simulation ont montré une équivalence immense entre les performances des deux asservissements, classique et proposé, en poursuite comme rejet de perturbations. Sans doute, cette proposition permettra de diminuer largement le temps de calcul et faciliteras ainsi l'implémentation d'un tel asservissement surtout quand il s'agit d'un asservissement sans capteur mécanique utilisant un reconstructeur de vitesse consommateur de temps de calcul. Notre perspective c'est d'implémenter cette commande en temps réel sur une carte DSPACE afin de quantifier ce gain en temps de calcul et valider pratiquement cette théorie.

Table. 3: Valeurs des paramètres du MAS

n_p	2
R_s	4.75 Ω
R_r	1.2 Ω
L_s	0.4 H
L_r	0.07 H
M	0.162 H
$J=J_{IM}+J_{load}$	0.025 Kg.m^2
$f=f_{IM}+f_{load}$	25 ×10^{-4} Kg.m^2/sec

Commande basée sur observateur des débits d'air d'un moteur diesel par l'approche floue de type T-S

I. Abidi[1] J. Bosche[1] A. El hajjaji[1]
[1] Université de Picardie Jules Verne, MIS
33 rue Saint Leu 80039 Amiens Cedex 1 France
ines.abidi@u-picardie.fr, jerome.bosche@u-picardie.fr, ahmed.hajjaji@u-picardie.fr

Résumé :
Dans cet article, une technique de commande basée sur observateur est proposée pour contrôler les flux d'air et la quantité de fuel d'un moteur diesel dans le but de réduire l'émission de particules polluantes et de réduire la consommation de carburant. La performance H_∞ est utilisée pour garantir le suivi de certains signaux de références. La modélisation de la boucle d'air utilise l'approche floue de type Takagi-Sugeno (T-S). Des conditions suffisantes pour assurer le suivi de références sont établies et écrites sous forme d'inégalités linéaires matricielles (LMI).

Mots-clés :
Moteur diesel ; Takagi-Sugeno ; Inégalités Matricielles Linéaires (LMIs) ; observateur ; H_∞

1 Instructions générales

Les constructeurs automobiles sont confrontés à un réel défit : concevoir des véhicules rejetant un minimum de polluants. Ils sont contraints à équiper leurs véhicules de dispositifs de plus en plus performants dont l'unique objectif est de minimiser toujours plus les émissions de polluants. Ce qui engendre l'augmentation du prix d'un véhicule. D'autres stratégies consistent d'agir sur le processus de combustion. En effet, les moteurs Diesel sont dorénavant équipés d'actionneurs contrôlables tels que les turbocompresseurs à géométrie variable VGT (Variable Geometry Turbine) et les vannes de recirculation des gaz d'échappement EGR (Exhaust Gas Recirculation). Le principe de l'EGR est de réinjecter des gaz brûlés dans le collecteur, qui viennent se mélanger à l'air frais et permettent de diminuer la formation de certains polluants (en particuliers les oxydes d'azote NOx) en abaissant la température de combustion. C'est dans ce contexte que se situent les travaux présentés dans cet article qui consiste à développer des techniques de commande afin de contrôler les deux vannes EGR et VGT. L'idée est d'agir sur le processus de combustion, c'est à dire sur la boucle d'air : contrôler les masses aspirées dans les cylindres (air frais et gaz brûlés) en agissant sur les ouvertures des deux vannes VGT et EGR. L'objectif du travail est de construire un contrôleur qui permet le suivi de trajectoires de certains signaux de références. Ces signaux doivent être construits expérimentalement de façon à optimiser les émissions de polluants et la consommation de carburant . Dans la littérature, le contrôleur le plus populaire c'est le PID [3], [9]. Pour ce type de contrôle, il faut régler les gains du PID pour chaque marge de fonctionnement du moteur. D'autres lois de commande basées sur des versions linéarisées du modèle du système moteur diesel sont adoptées et là encore les coûts de calibration sont importants, on peut citer la commande prédictive [5].
Différents modèles du système moteur diesel sont proposés dans la litérature [11], [2], [1]. La modélisation de type T-S a été récemment adoptée [4]. Dans cet article, en se basant sur la modélisation T-S du modèle de Jankovic [8], un contrôleur flou est proposé. Des conditions suffisantes sous forme de "LMIs" sont établies afin d'assurer le suivi des signaux de références.
Ce papier est organisé comme suit : dans la section **2**, le modèle de Jankovic de la boucle d'air est présenté. Dans la section **3**, nous abordons la procédure de modélisation du système sous forme T-S. Dans la section **4**, la méthode de commande basée sur observateur pour les systèmes flous de type T-S est présentée. Des résultats de simulation pour illustrer la valida-

Le débit vers la turbine en sortie du collecteur d'échappement s'écrit :

$$W_{xt} = A_{vgt}(x_{vgt})(c(\frac{p_x}{p_a} - 1) + d)\frac{p_x}{p_{ref}}\sqrt{\frac{T_{ref}}{T_x}} \sqrt{\frac{2p_a}{p_x}(1 - \frac{p_a}{p_x})} \quad (5)$$

où c et d sont des paramètres constants tels que : $c = 0.4$ et $d = 0.6$. P_c est la puissance consommée par le turbocompresseur et donnée par la relation :

$$\dot{P}_c = \frac{1}{\tau}(-P_c + \eta_m P_t) \quad (6)$$

Pour faire tourner le compresseur, la turbine permet de récupérer l'énergie fournie par les gaz à l'échappement et la réinjecter à l'entrée du moteur.
La puissance fournie par la turbine est donnée par cette équation

$$P_t = W_{xt} c_p T_x \eta_t (1 - (\frac{p_a}{p_x})^{\mu}) \quad (7)$$

où T_x et p_x sont respectivement la température et la pression à l'échappement, $\eta_t = 0.76$ est le rendement de la turbine. $W_f = \frac{10^{-6}}{120} N n_{cyl} \upsilon_\delta$ est le débit massique du carburant dans les cylindres. W_f est contrôlé par υ_δ. La donnée nécessaire pour assurer une combustion complète est le débit d'air. La masse d'air entrant dans le moteur est un mélange d'air frais et de gaz brûlés, le débit d'air en provenance du compresseur W_{ci} peut être mesuré (en utilisant un débitmètre massique en amont du compresseur).

Remark 2.1

En réalité, les débits aspiré par les cylindres sont contôler en agisant sur les surfaces d'ouverture des vannes A_{egr} et A_{vgt}. Dans cet article, les débits sont directement contrôlés et les surfaces sont déduites à partir de (4) et (5).

3 Modèle flou du moteur diesel sous forme T-S

Considérons $x_1 = p_i$, $x_2 = p_x$, $x_3 = P_c$, $u_1 = W_{xi}$, $u_2 = W_{xt}$ et $u_3 = \upsilon_\delta$. Notons : $\alpha_i = \frac{RT_i}{V_i}$, $\beta_i = \frac{1}{T_i R} V_d \frac{1}{120}$, $\alpha_x = \frac{RT_x}{V_x}$, $\beta_x = \eta_m \eta_t c_p T_x$ et $a_f = \frac{10^{-6}}{120} N n_{cyl}$.
Le système non-linéaire (1) devient :

$$\begin{aligned} \dot{x_1} &= -\alpha_i \beta_i \eta_\nu N \mathbf{x_1} + \alpha_i \mathbf{u_1} + \rho_1(x_1)\mathbf{x_3} \\ \dot{x_2} &= \alpha_x \beta_i \eta_\nu N \mathbf{x_1} - \alpha_x \mathbf{u_1} - \alpha_x \mathbf{u_2} + \alpha_x a_f \mathbf{u_3} \\ \dot{x_3} &= -c_k \mathbf{x_3} + \rho_2(x_2)\mathbf{u_2} \end{aligned} \quad (8)$$

Les fonctions non linéaires sont données par :

$$\rho_1 = \alpha_i a_{ci} \frac{1}{(\frac{x_1}{p_a})^{\mu} - 1}, \quad \rho_2 = c_k \beta_x [1 - (\frac{p_a}{p_x})^{\mu}] \quad (9)$$

Le système non-linéaire (8) peut être écrit dans l'espace d'état tel que :

$$\begin{bmatrix} \dot{p_i} \\ \dot{p_x} \\ \dot{P_c} \end{bmatrix} = A(x_1, x_2) \begin{bmatrix} p_i \\ p_x \\ P_c \end{bmatrix} + B(x_1, x_2) \begin{bmatrix} W_{xi} \\ W_{xt} \\ \upsilon_\delta \end{bmatrix} \quad (10)$$

Les non linéaritées $\rho_1(p_i)$ and $\rho_2(p_x)$ sont supposées bornées.

$$\forall i \in 1, .., n = 4, \quad \underline{\rho_i} \leq \rho_i \leq \overline{\rho_i} \quad (11)$$

Dans cet article, Le débit dans la vanne EGR et le débit de la turbine sont directement contrôlés, ce qui implique $n = 2$ non linéarités et $r = 2^n = 4$ sous modèles linéaires.Le modèle flou du système moteur diesel s'écrit :
Règle i,
Si $\rho_1(t)$ est F_{i1} et $\rho_2(t)$ est F_{i2} Alors

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_i x(t) + B_i u(t) \\ y(t) &= C_i x(t), \quad i = 1, ..., 4 \end{aligned} \quad (12)$$

où $x(t) \in \Re^n$ est le vecteur d'état, $i = 1, ..., r$. r est le nombre de règles, $F_{\nu i}$ sont les fonctions d'appartenance des ensembles flous, $u(t) \in \Re^m$ est le vecteur des entrées, $y(t) \in \Re^q$ est le vecteur des sortie. $A_i \in \Re^{n \times n}$, $B_i \in \Re^{n \times m}$.

A partir de (20), le contrôleur flou global est donné par :

$$u(t) = \sum_{i=1}^{r} \mu_j(z) K_j[\hat{x}(t) - x_r(t)] \tag{21}$$

En intégrant la dynamique de l'erreur d'observation et la dynamique de la référence, On obtient le système augmenté suivant :

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} \mu_i(z)\mu_j(z)[\tilde{A}_{ij}\tilde{x}(t) + \tilde{E}_i\tilde{w}(t)] \tag{22}$$

où

$$\tilde{A}_{ij} = \begin{bmatrix} A_i - L_iC_j & 0 & 0 \\ -B_iK_j & A_i + B_iK_j & -B_iK_j \\ 0 & 0 & A_r \end{bmatrix},$$

$$\tilde{x} = \begin{bmatrix} e(t) \\ x(t) \\ x_r(t) \end{bmatrix}, \quad \tilde{w} = \begin{bmatrix} r(t) \end{bmatrix}, \quad \tilde{E}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I \end{bmatrix}$$

Considérons la performance H_∞ pour traiter le problème de suivi de référence $x(t) - x_r(t)$ comme suit [7] :

$$\int_0^{t_f} \{[x(t) - x_r(t)]^T Q[x(t) - x_r(t)]\}dt \leq \varrho^2 \int_0^{t_f} \tilde{w}^T\tilde{w}dt \tag{23}$$

L'objectif est d'atténuer l'effet de $\tilde{w}$ sur $x(t) - x_r(t)$ en dessous d'un niveau désiré ρ. Q est une matric définie positive. Considérons l'état initiale, nous obtenons

$$\tilde{x}^T(t)\tilde{Q}\tilde{x}(t) \leq \tilde{x}^T(0)\tilde{P}\tilde{x}(0) + \varrho^2 \int_0^{t_f} \tilde{w}^T\tilde{w}dt \tag{24}$$

où $\tilde{P}$ est une matrice de pondération symétrique définie positive et $\tilde{Q} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & Q & -Q \\ 0 & -Q & Q \end{bmatrix}$

Le but est de concevoir un contrôleur flou (21) pour le système augmenté (22) avec la performance H_∞.

Theorem 1 [10] : Pour tout $t > 0$, $\mu_i(z(t))\mu_j(z(t)) \neq 0$, et i,j=1,2,...,r, s'il existe une matrice symètrique, définie positive, $\tilde{P} = \tilde{P}^T > 0$, une matrice Q et un scalaire positif ρ tels que les conditions suivantes sont vérifiées :

$$\tilde{A}_{ij}^T\tilde{P} + \tilde{P}\tilde{A}_{ij} + \frac{1}{\rho^2}\tilde{P}\tilde{E}_i\tilde{E}_i^T\tilde{P} + \tilde{Q} < 0 \tag{25}$$

Alors, la performance H_∞ pour le suivi de référence est garantie pour une atténuation ρ.

(25) doit être écrit sous forme d'inégalités matricielles linéaires. Alors, on considère la fonction de Lyapuvov comme suit :

$$\tilde{P} = \begin{bmatrix} p_{11} & \mathbb{O} & \mathbb{O} \\ \mathbb{O} & p_{22} & \mathbb{O} \\ \mathbb{O} & \mathbb{O} & p_{33} \end{bmatrix} \tag{26}$$

Substituant (26) dans (25) et en utilisant le Lemme de Schur, on obtient

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \mathbb{O} & \mathbb{O} \\ * & S_{22} & S_{23} & \mathbb{O} \\ * & * & S_{33} & P_{33} \\ * & * & * & -\rho^2\mathbb{I} \end{bmatrix} < 0 \tag{27}$$

où
$S_{11} = A_i^TP_{11} + P_{11}A_i - Z_iC_j - (Z_iC_j)^T$
$S_{12} = -(B_iK_j)^TP_{22}$
$S_{22} = (A_i + B_iK_j)^TP_{22} + P_{22}(A_i + B_iK_j) + Q$
$S_{23} = -P_{22}B_iK_j - Q$
$S_{33} = A_r^TP_{33} + P_{33}A_r + Q$
et $Z_i = P_{11}L_i$

Dans ce qui suit, l'inégalité matricielle (27) est exprimée en termes d'LMI. Les conditions sont résolu en deux étapes. (27) implique que $S_{22} < 0$.

$$(A_i + B_iK_j)^TP_{22} + P_{22}(A_i + B_iK_j) + Q < 0 \tag{28}$$

Prenons $X = P_{22}^{-1}$ et $Y_j = K_jX$, (28) est équivalent à

$$XA_i^T + A_iX + B_iY_j + Y_j^TB_i^T + XQX < 0 \tag{29}$$

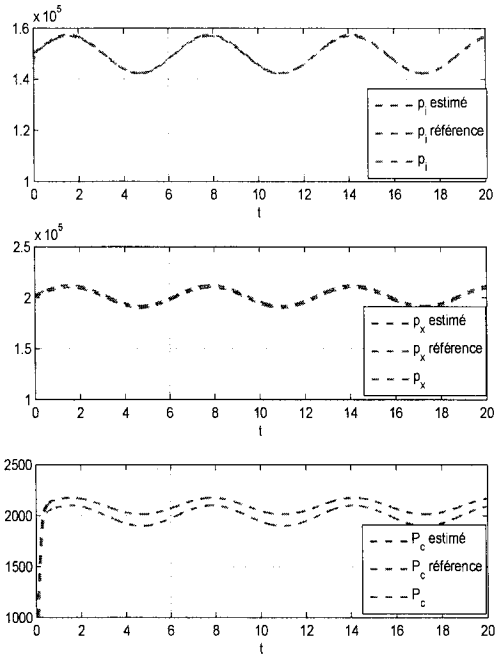


Figure 3 – Les trajectoires des états

forme T-S. Le problème de contrôle est un problème de suivi de références. Dans [6], le modèle de Jankovic a été validé en utilisant le logiciel AMEsim et une loi de commande par retour d'état pour le modèle flou T-S du moteur diesel avec placement de pôles et D-stabilité est proposée.

Remerciements :

Ce travail a été réalisé dans le cadre du projet SCODECE (Smart Control and Diagnosis for Economic and Clean Engine), un projet de coopération territoriale européenne cofinancé par le Fonds européen de développement régional (FEDER) à travers le programme INTERREG IV A 2 Mers, et la région de Picardie, France.

Références

[1] A.Ejiri, J.Sasaki, Y.Kinoshita, K.Shimotani, and R.Iizawa. Transient control of air intake system in diesel engines. *SICE Annual Conference*, 6 :503–508, 2010.

[2] A.Plianos and R.Stobart. Dynamic feedback linearization of diesel engines with intake variable valve actuation. *IEEE International Conference on Control*, pages 455–460, 2007.

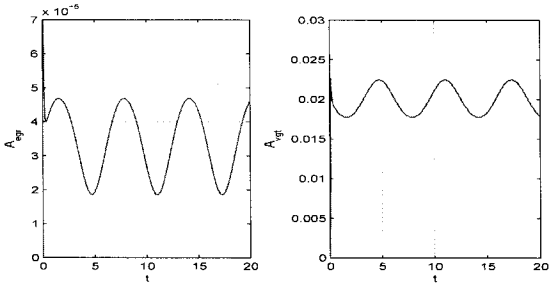


Figure 4 – Surfaces effectives des deux Vannes EGR et VGT

[3] A.Stefanopoulou, I.Kolmanovsky, and J.Freudenberg. Control of variable geometry turbocharged diesel engines for reduced emissions. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 8, 2000.

[4] D. Khiar et J. Lauber, T.M. Guerra, T. Floquet, Y. Chamaillard, and G. Colin. Nonlinear modelling and control approach for a turbocharged si engine. *IEEE Industrial Electronics, IECON*, pages 325–330, 2006.

[5] M. Herceg, T. Raff, R. Findeisen, and F. Allgowe. Nonlinear model predictive control of a turbocharged diesel engine. *Computer Aided Control System Design*, pages 2766–2771, 2006.

[6] I.Abidi, J.Bosche, A.El.Hajjaji, and A.Aitouche. Control of a turbocharged diesel engine with egr system using takagi-sugeno's approach. *MED Conference*, 6, 2012.

[7] A. Isidori and A. Asolfi. Disturbance attenuation and h_∞ control via measurement feedback in nonlinear systems. *IEEE Trans Automat Contr*, 37 :1283–1293, 1992.

[8] M.Jankovic and I.Kolmanovsky. Constructive lyapunov control design for turbocharged diesel engines. *IEEE*

Modélisation et Contrôle Flou du Système d'Air d'un Moteur Essence avec Turbocompresseur

T.A.T Nguyen [1] J. Lauber [1] M. Dambrine[1]
[1] Université Lille Nord de France, F-59000 Lille, France
UVHC, LAMIH, F-59313 Valenciennes, France
CNRS, UMR 8530 F-59313 Valenciennes, France
e-mail: {trananhtu.nguyen, jimmy.lauber, michel.dambrine}@univ-valenciennes.fr

Résumé :
La technique, dite downsizing, consistant à réduire la cylindrée du moteur tout en préservant ses performances devient aujourd'hui incontournable pour diminuer la consommation et ainsi que les émissions de CO_2 dans l'industrie automobile. Dans ce contexte, de nombreuses études se sont focalisées sur le contrôle du système d'air ces dernières années. Cet article présente une modélisation de ce système complexe et propose une stratégie de commande basée sur les modèles flous de type Takagi-Sugeno. En comparaison avec les approches existantes, la stratégie choisie permet de traiter plus facilement les non-linéarités, d'alléger considérablement l'effort de calibration ainsi que l'implémentation.

Mots-clés :
Moteur essence, modélisation, turbocompresseur, commande PDC, LMI.

1 INTRODUCTION

1.1 Motivation

Aujourd'hui, les moteurs modernes doivent affronter les défis souvent antagonistes. D'une part, les normes d'antipollution imposées aux constructeurs automobiles à l'échelle internationale deviennent de plus en plus sévères à cause des préoccupations environnementales. D'autre part, les demandes des automobilistes au niveau de performances et de rendement sont toujours plus exigeantes. Tous ces objectifs doivent être réalisés à bas coût pour les véhicules de série. Le downsizing (réduction de la cylindrée du moteur) est une solution très prometteuse pour atteindre ces objectifs. Cette technologie s'appuie sur l'utilisation d'un turbocompresseur permettant d'augmenter la densité des gaz à l'admission du moteur et d'améliorer ses performances. Malheureusement, sa présence provoque le phénomène appelé "turbo lag", c'est-à-dire la dynamique lente du moteur et le manque de couple à bas régime.

Cette étude présente la conception de contrôleurs basés sur des modèles de type Takagi-Sugeno (TS) [19] pour gérer le circuit d'air d'un moteur essence turbocompressé. Cette technique a déjà été appliquée avec succès dans le même contexte [13] et [14]. L'article est organisé en 6 sections. La Section 1 introduit le travail en présentant le système étudié et la stratégie de commande. La Section 2 rappelle les éléments principaux concernant la modélisation du moteur turbocompressé. Dans la Section 3, la conception de contrôleurs flous pour modèles TS est décrite. Cette théorie est appliquée pour contrôler les actionneurs du circuit d'air dans la Section 4. Les résultats obtenus avec l'approche proposée sont reportés dans la Section 5. Finalement, quelques conclusions et perspectives sont données.

1.2 Description du système et stratégie de contrôle

Dans un moteur turbocompressé, l'énergie contenue dans les gaz d'échappement (sous la forme d'enthalpie) est récupérée pour compresser l'air dans le collecteur d'admission et donc augmenter le débit d'air entrant dans les cylindres D_{cyl}. La Figure 1 illustre l'architecture du moteur essence turbocompressé à 4 cylindres étudié. Il est fortement recommandé de ne pas descendre en dessous de deux niveaux de titre. Les paragraphes ne sont pas décalés. Les sections et sous-sections sont numérotées comme dans cette page. Un saut de ligne est disposé avant et après les titres de section et sous-section.

$$\dot{P}_{man} = \frac{RT_{man}}{V_{man}}\left(D_{pap} - D_{cyl}\right) \quad (1)$$

où la pression P_{man} et la température T_{man} sont mesurées par des capteurs dans le collecteur d'admission. La commande de papillon est la section d'ouverture $u_{pap} \triangleq S_{pap}$. Le débit à travers le papillon D_{pap} est calculé par l'équation Barré de Saint-Venant $D_{pap} = u_{pap}\Phi_{pap}(\Pi_{pap})$ (voir ANNEXE). Ce modèle de débit papillon est utilisé pour développer un observateur de débit d'air cylindre D_{cyl} (Sous-section 2.2) et pour contrôler le papillon par la suite.

De la même façon, la dynamique de la pression à l'échappement s'écrit :

$$\dot{P}_{ech} = \frac{RT_{ech}}{V_{ech}}\left(D_{adm} - D_{ech}\right) \quad (2)$$

où $D_{adm} \triangleq D_{cyl} + D_{carb}$ le débit d'admission et $D_{ech} \triangleq D_t + D_{wg}$ le débit d'échappement. Nous avons donc

$$\dot{P}_{ech} = \frac{RT_{ech}}{V_{ech}}\left(D_{cyl} + D_{carb} - D_t - D_{wg}\right) \quad (3)$$

où le débit traversant la wastegate D_{wg} est calculé par l'équation Barré de Saint-Venant $D_{wg} = u_{wg}\Phi_{wg}(\Pi_t)$, avec $u_{wg} \triangleq S_{wg}$ la section d'ouverture de la wastegate.

2.2 Modèle de remplissage du moteur

Le débit à travers de la soupape d'admission D_{cyl} peut être calculé par [10]

$$D_{cyl} = \eta_{vol}\frac{n_{cyl}P_{man}V_{cyl}}{RT_{man}}\frac{N_e}{120} \quad (4)$$

Avec $n_{cyl} = 4$ nombre de cylindres et $\eta_{vol} = \eta_{vol}(N_e, P_{man})$ rendement volumétrique donné par une cartographie. Pour un moteur essence turbocompressé à turbine à géométrie fixe, ce terme est également dépendant du fonctionnement de la wastegate [1]. En fait, plus la pression à l'échappement est importante, plus les gaz résiduels restent abondant, limitant le flux d'air entrant dans le cylindre. Une incertitude réside donc au niveau de masse d'air enfermée dans le cylindre lorsque la wastegate agit. Pour régler ce problème, il est possible d'introduire un terme de compensation $\Delta\eta_{vol}$. Le débit cylindre devient donc

$$D_{cyl} = (\eta_{vol} + \Delta\eta_{vol})\frac{n_{cyl}P_{man}V_{cyl}}{RT_{man}}\frac{N_e}{120} \quad (5)$$

L'objectif est de reconstruire l'état du système $x = [x_1\ x_2]^T = [P_{man}\ \Delta\eta_{vol}]^T$ en supposant que le terme de compensation $\Delta\eta_{vol}$ ne varie pas beaucoup (i.e. $\dot{\Delta\eta}_{vol} = 0$), nous aboutissons au modèle de référence

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \alpha_{man}\left(D_{pap} - (\eta_{vol} + x_2)\right) \\ \dot{x}_2 = 0 \\ y = x_1 \end{cases} \quad (6)$$

où $\alpha_{man} \triangleq \frac{RT_{man}}{V_{man}}$ et $\beta_{man} \triangleq \frac{V_{cyl}}{RT_{man}}\frac{N_e}{120}$.

L'observateur adaptatif du débit d'air cylindre est donné par [15]

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = \alpha_{man}\left(D_{pap} - (\eta_{vol} + \hat{x}_2)\right) \\ \qquad -\alpha_{man}\beta_{man}K_1(\hat{x}_1 - y) \\ \dot{\hat{x}}_2 = \alpha_{man}\beta_{man}\hat{x}_1K_2(\hat{x}_1 - y) \end{cases} \quad (7)$$

où K_1, K_2 sont les deux gains constants à calibrer.

Par ailleurs, le moteur essence doit fonctionner à la stœchiométrie pour la raison d'antipollution. Le débit de carburant injecté peut déduire donc: $D_{carb} = \frac{1}{\lambda_s}D_{cyl}$.

2.3 Modélisation et performance du turbocompresseur

La vitesse de rotation du turbocompresseur est modélisée en utilisant la seconde loi de Newton :

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}J_{tb}N_{tb}^2\right) = \mathcal{P}_t - \mathcal{P}_c \quad (8)$$

La puissance consommée par le compresseur est :

$$\mathcal{P}_c = D_cC_{p,c}T_{amb}\frac{1}{\eta_c}\left(\Pi_c^{\frac{\gamma_c-1}{\gamma_c}} - 1\right) \quad (9)$$

3 MODELISATION ET STABILISATION DES MODELES FLOUS TAKAGI-SUGENO

3.1 Modèle flou Takagi-Sugeno

De manière générale, il est possible d'obtenir un modèle TS de la forme [19], à partir d'un modèle non linéaire affine en la commande :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(z(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(z(t)) C_i x(t) \end{cases} \quad (13)$$

où $x(t) \in \mathbb{R}^n$ le vecteur d'états du modèle, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ le vecteur des entrées, $y(t) \in \mathbb{R}^p$ le vecteur des sorties, et $z(t) \in \mathbb{R}^z$ le vecteur des prémisses dépendant de $x(t)$. Les matrices $A_i \in \mathbb{R}^{nxn}$, $B_i \in \mathbb{R}^{nxm}$, $C_i \in \mathbb{R}^{pxn}$, $i \in \{1,\dots,r\}$ représente un ensemble de $r = 2^k$ modèles linéaires où k est le nombre de non-linéarités dans le modèle. Les modèles TS sont composés d'un ensemble de modèles linéaires interconnectés par des fonctions non linéaires (dites fonctions d'appartenance) $h_i(z(t))$ positives et vérifiant la propriété de somme convexe $\sum_{i=1}^{r} h_i(z(t)) = 1$. Pour obtenir ces fonctions d'appartenance, nous avons choisit ici l'approche de découpage en secteur non linéaire [18].

3.2 Stabilisation des modèles flous TS

Pour la stabilisation système (13), nous utilisons une commande appelée *Parallel Distributed Compensation (PDC)* [21] :

$$u(t) = -\sum_{i=1}^{r} h_i(z(t)) F_i x(t) \quad (14)$$

Les matrices de gain $F_i \in \mathbb{R}^{mxn}$ sont alors à déterminer pour assurer la stabilisation globale [20].

Théorème [18]: Le modèle flou TS (13) avec la loi de commande PDC (7) est globalement asymptotiquement stable s'il existe une matrice $X = X^T > 0$ telle que:

$$\begin{cases} Y_{ii} < 0, & i \in \{1,\dots,r\} \\ Y_{ij} + Y_{ji} < 0, & 1 \le i < j \le \end{cases} \quad (15)$$

avec $Y_{ij} = A_i X + X A_i^T - B_i M_j - M_j^T B_i^T$.

Dans le cas de poursuite de trajectoire, une structure intégrale est ajoutée pour annuler l'erreur statique.

$$\dot{\bar{x}}(t) = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_i(z(t)) h_j(z(t)) (\bar{A}_i - \bar{B}_i \bar{F}_j) \bar{x}(t) + B y_{ref} \quad (16)$$

$$y(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(z(t)) \bar{C}_i \bar{x}(t)$$

avec le vecteur d'état étendu $\bar{x}(t) = [x(t)\ x_{int}(t)]^T$, $y_{ref}(t)$ la consigne, $\dot{x}_{int} = y_{ref}(t) - y(t)$, et les matrices du modèle étendu $\bar{A}_i = \begin{bmatrix} A_i & 0 \\ -C_i & 0 \end{bmatrix}$, $\bar{B}_i = \begin{bmatrix} B_i \\ 0 \end{bmatrix}$, $\bar{C}_i = [C_i \quad 0]$ and $B = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}$. Par conséquent, la loi de commande PDC étendue est donnée

$$\bar{u}(t) = -\sum_{i=1}^{r} h_i(z(t)) \bar{F}_i \bar{x}(t) = -\sum_{i=1}^{r} h_i(z(t)) [\bar{F}_i \quad -L_i] \bar{x}(t)$$

Pour prendre en compte la saturation des actionneurs et le réglage de performance des contrôleurs des contraintes LMI sont ajoutées [Tanaka et Wang, 2001].

4 APPLICATION: CONTRÔLE DU SYSTEME D'AIR DU MOTEUR ESSENCE TURBOCOMPRESSE

4.1 Contrôle du papillon

$$\dot{x}_{1_{pap}} = f_1(\ )x_{2_{pap}} - f_2(\ )x_{1_{pap}}$$

$$\dot{x}_{2_{pap}} = \frac{1}{\tau_{pap}}\left(u_{pap} - x_{2_{pap}}\right)$$

$$y = x_{1_{pap}}$$

5 RESULTATS DE SIMULATION

Dans cette partie, la stratégie de contrôle proposée est testée avec les données d'un moteur essence 1.2l turbo à 4 cylindres. La partie de modélisation est développée sous la plateforme LMS Imagine.Lab AMESim® avec la possibilité de cosimuler avec Matlab/Simulink® où la stratégie de contrôle est implémentée. Une série de test est réalisée pour montrer les performances des contrôleurs.

5.1 Test 1: Rejet de perturbation

La Figure 4 montre le suivi de pression en fixant le régime du moteur à 2000 tr/mn. A basse pression, la wastegate reste quasiment fermé. Cela permet une vitesse maximale possible du turbocompresseur et donc une amélioration nette au niveau de temps réponse. Maintenant, si nous rajoutons les perturbations statiques aux instants 5s et 7.5s.

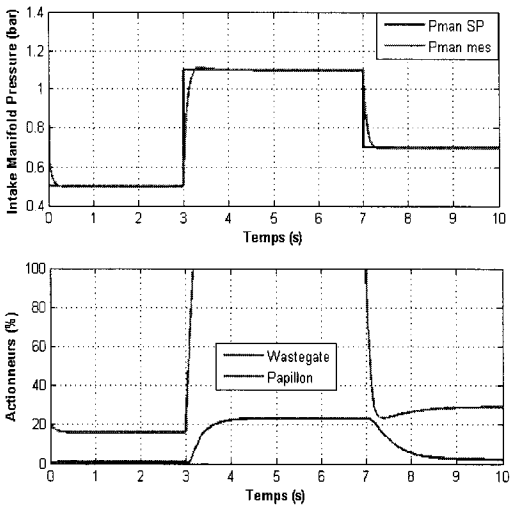


Figure 4 – Suivi de trajectoire P_{man} et commandes associées.

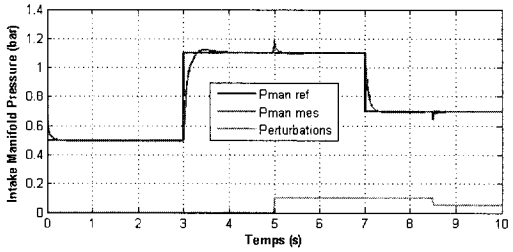


Figure 5 – Rejet de perturbations statiques

La Figure 5 montre bien la capacité de rejet de perturbation du contrôleur.

5.2 Test 2: Variation du régime moteur

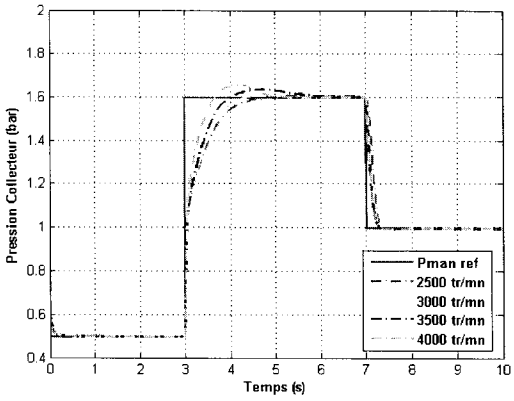


Figure 6 – Suivi de trajectoire de P_{man} en fonction de N_e

Pour cet essais, le régime du moteur varie sur une large gamme, à haut régime, la commande est souvent très agressive, nous pouvons régler le taux de décroissance pour éviter les dépassements. La convergence est assurée pour tous les régimes.

6 CONCLUSIONS

Cet article présente tout d'abord un modèle complet du circuit d'air d'un moteur essence turbocompressé. Le modèle est ensuite simplifié en négligeant les dynamiques rapides des pressions dans les collecteurs. Après avoir été mis les modèles sous la forme de représentation de type Takagi-Sugeno, une loi de commande PDC avec structure intégrale est utilisée pour contrôler le papillon et la wastegate. Les résultats de simulation montrent de bonne performances de la stratégie proposée avec un effort de calibration très limité sur toute la zone de fonctionnement du moteur.

Remerciements :

Ce travail est financé par CISIT (Campus International sur la Sécurité et l'Intermodalité dans les Transports), la Délégation Régionale à la Recherche et à la Technologie, le Ministère de l'Enseignement supérieur et de la Recherche, la Région Nord Pas de Calais et le Centre National de la Recherche Scientifique..

Commande floue décentralisée pour une classe de systèmes interconnectés en réseau

Chedia Latrach[1] Mourad Kchaou[2] Ahmed El Hajjaji[1] Abdelhamid Rabhi[1]
[1] Université de Picardie Jules Verne Modélisation,MIS,7 Rue du Moulin Neuf 80000 Amiens,France
[2] Université de Sfax, Ecole Nationale d'ingenieurs de Sfax

chedia.latrach@yahoo.fr
mouradkchaou@yahoo.fr

2 septembre 2013

Résumé

L'objectif de ce papier concerne la synthèse d'un algorithme de contrôle-commande pour une classe de systèmes continus de grande dimension dans le cas où les fonctions de mesures et de contrôle sont distribuées sur des organes de calcul pouvant être partagés avec d'autres applications et connectés sur un réseau de communication numérique. Dans un premier temps, le système nonlineaire de grande dimension est décrit par un modèle flou Takagi-Sugeno (TS). Ensuite, en utilisant une fonctionnelle de Lyapunov-Krasovskii floue, des conditions suffisantes de stabilité asymptotique du comportement du système commandé en réseau décentralisé (DNCS), sont développées et formulées en termes d'Inégalités Matricielles Linéaires (LMIs). Enfin, pour illustrer l'approche proposée, un exemple numérique et des résultats de simulation sont présentés.

Mots-clés : Système de grande dimension, Commande décentralisée, Système commandé en réseau (NCS), fonctionnelle de Lyapunov-Krasovskii, Inégalités Matricielles Linéaires LMI.

1 Introduction

La commande décentralisée des systèmes de grande dimension (appelés aussi systèmes interconnectés dans certains ouvrages) a reçu une attention considérable au cours des trois dernières décennies en raison de ses diverses applications tels que les systèmes électriques, les systèmes aéronautiques, les réacteurs nucléaires et les systèmes de contrôle de processus, etc. En effet, diverses techniques de commande décentralisée utilisant les inégalités matricielles linéaires (LMI) ont été récemment étudiées [2, 3, 4, 11]. Les systèmes de grandes dimensions consistent en un ensemble de sous-systèmes interconnectés, ce qui peut les éloigner les uns des autres, c'est pourquoi nous introduisons la notion de réseau de communication pour les relier, et ainsi les données sont échangées entre les différents sous-systèmes via le réseau de communication. Bien que, l'utilisation de ces réseaux pour la commande décentralisée présente des avantages en termes de flexibilité et de réduction des coûts d'installation et de maintenance, Il est bien connu qu'en raison de la limitation des ressources du réseau, les retards induits par le réseau et les pertes de paquets de données à travers le réseau pourraient dégrader les performances du DNCS et le conduire à l'instabilité. Le retard de communication, qui a des caractéristiques variant dans le temps, est l'une des questions importantes à prendre en considération dans l'analyse et la synthèse des NCSs [6], [7], [9], [10], [12], [13] et [14].

Ce travail rentre dans ce cadre et vise à développer un contrôleur décentralisé par retour d'état qui prend en compte les problèmes du retard dans la transmission et la réception des données et les pertes de paquets d'information pour les systèmes de grande dimension. En utilisant une fonctionnelle de Lyapunov Krasovskii floue, nous proposons des conditions de stabilisation par une commande décentralisée en réseau de type PDC (Parallel Distributed Com-

2. L'interconnection $f_{ij}(x_j(t))$ satisfait les conditions suivantes : $f_{ij}(x_j(t) = B_i^l f_{ij^l}(x_j(t)))$ et $\|f_{ij}^l(x_j(t))\| \leq \bar{f}_{ij}^l \|x_j(t)\|$, où $\bar{f}_{ii}^l = 0$, $\bar{f}_{ij}^l (i \neq j)$ est une constante positive et B_i^l est une matrice réelle avec des dimensions appropriées. [8]
3. Les capteurs sont commandés par une horloge, le contrôleur et les actionneurs sont pilotés par des événements.
4. Les données sont transmises dans un seul paquet, soit à partir de la mesure ou de la commande et les variables d'état sont mesurables.
5. L'effet de la quantification du signal et le mauvais code de communication ne sont pas pris en compte.
6. La commande réelle $u_i(t)$ pour chaque sous-système est réalisée grâce à un bloqueur d'ordre zéro.

Il est à noter que la période d'échantillonnage d'un capteur est pré-déterminée pour la conception d'algorithme de contrôle, et donc le capteur peut être supposé être commandé par une horloge. Toutefois, un dispositif d'action ne change pas sa sortie à partir du système sous le contrôle jusqu'à ce qu'un signal de commande mis à jour soit reçu, ce qui implique que l'actionneur est piloté par des événements.

Afin d'obtenir les principaux résultats de cette étude, les lemmes suivants sont nécessaires :

Lemme 1 *[5]* Pour tout vecteur réel ζ et ρ, il vient que

$$2\zeta^T \rho \leq \zeta^T Z \zeta + \rho^T Z^{-1} \rho \tag{4}$$

avec $Z > 0$

Lemme 2 *[8]* L'inégalité suivante est vérifiée pour tout vecteur réel $\nu_i \in R^n$

$$[\sum_{i=1}^{m} \nu_i]^T [\sum_{i=1}^{m} \nu_i] \leq m \sum_{i=1}^{m} \nu_i^T \nu_i. \tag{5}$$

3 Résultats principaux

Dans cette section, notre attention sera focalisée sur la synthèse d'un contrôleur retour d'état pour stabiliser le système. En effet, on suppose que les états du système (2) sont mesurables pour réaliser une commande par retour d'état, le schéma de commande de type PDC sera considéré pour chaque sous système S_i. Le contrôleur flou PDC global en réseau qui correspond à S_i peut être décrit comme suit :

$$u_i(t_k) = \sum_{l=1}^{r_i} h_i^l(\theta_i(t_k)) K_i^l x_i(t_k - \tau_{ki}).$$

En utilisant le BOZ, le signal d'entrée pour chaque sous-système S_i pour $t_k \leq t \leq t_{k+1}$ est donné par

$$u_i(t) = \sum_{l=1}^{r_i} h_i^l(\theta_i(t_k)) K_i^l x_i(t_k - \tau_{ki}) \tag{6}$$

- Retard induit par le réseau (τ_{ki}) : Le retard induit par le réseau existe toujours quand la donnée est transmise à travers le réseau, et évidemment, il possède deux bornes supérieure et inférieure. Alors, une représentation claire du retard serait une fonction variant dans le temps. Une hypothèse naturelle de τ_{ki} peut être faite comme suit :

$$0 < \tau_{mi} \leq \tau_{ki} \leq \tau_{Mi} \tag{7}$$

- Paquets perdus : L'effet de paquets perdus dans la chaine de communication peut être décrit par le fait que le BOZ n'est pas mis à jour pendant l'intervalle de temps de cet évenement, qui est désigné comme l'échantillonnage vacant. Ainsi, l'effet de perte de paquet dans la transmission n'est qu'un cas où le délai d'une période d'échantillonnage est induite dans l'intervalle de la mise à jour du BOZ.

$$t_{k+1} - t_k = (\sigma_{ki+1} + 1)h + \tau_{ki+1} - \tau_{ki} \tag{8}$$

où h représente la période d'échantillonnage et σ_{ki+1} est le nombre de paquets perdus accumulés dans cette période. En utilisant les

système S_i. Chaque v_i est définie comme suit :

$$\begin{aligned} v_i(t) &= x_i^T(t)P_ix_i(t) + \int_{t-\eta_i(t)}^{t} x_i^T(s)Q_{1i}x_i(s)\,\mathrm{d}s \\ &+ \int_{t-\eta_{1i}}^{t} x_i^T(s)Q_{2i}x_i(s)\,\mathrm{d}s \\ &+ \int_{t-\eta_{2i}}^{t} x_i^T(s)Q_{3i}x_i(s)\,\mathrm{d}s \\ &+ \eta_{1i}\int_{-\eta_{1i}}^{0}\Big(\int_{t+s}^{t} \dot{x}_i^T(\upsilon)Z_{1i}\dot{x}_i(\upsilon)\,\mathrm{d}\upsilon\Big)\mathrm{d}s \\ &+ \eta_{ri}\int_{-\eta_{2i}}^{-\eta_{1i}}\Big(\int_{t+s}^{t} \dot{x}_i^T(\upsilon)Z_{2i}\dot{x}_i(\upsilon)\,\mathrm{d}\upsilon\Big)\mathrm{d}s \end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned} \dot{v}_i(t) \le\ & 2\dot{x}_i^T(t)P_ix_i(t) + x_i^T(t)(Q_{1i}+Q_{2i}+Q_{3i})x_i(t) \\ & - (1-h_{di})x_i^T(t-\eta_i(t))Q_{1i}x_i(t-\eta_i(t)) \\ & - x_i^T(t-\eta_{1i})Q_{2i}x_i(t-\eta_{1i}) \\ & - x_i^T(t-\eta_{2i})Q_{3i}x_i(t-\eta_{2i}) \\ & + \dot{x}_i^T(t)(\eta_{1i}^2Z_{1i}+\eta_{ri}^2Z_{2i})\dot{x}_i(t) \\ & - \eta_{1i}\int_{t-\eta_{1i}}^{t} \dot{x}_i^T(\upsilon)Z_{1i}\dot{x}_i(\upsilon)\,\mathrm{d}\upsilon \\ & - \eta_{ri}\int_{t-\eta_{2i}}^{t-\eta_{1i}} \dot{x}_i^T(\upsilon)Z_{2i}\dot{x}_i(\upsilon)\,\mathrm{d}\upsilon \end{aligned} \tag{15}$$

Notons $\psi_{1i} = x_i(t) - x_i(t-\eta_{1i})$, $\psi_{2i} = x_i(t-\eta_{1i}) - x_i(t-\eta_i(t))$ et $\psi_{3i} = x_i(t-\eta_i(t)) - x_i(t-\eta_{2i})$, en appliquant l'inégalité de Jensen, nous trouvons

$$-\eta_{1i}\int_{t-\eta_{1i}}^{t} \dot{x}_i^T(\upsilon)Z_{1i}\dot{x}_i(\upsilon)\,\mathrm{d}\upsilon \le -\psi_{1i}^TZ_{1i}\psi_{1i} \tag{16}$$

D'autre part, en utilsant le Lemme 1 nous avons :

$$\begin{aligned} & -2\Psi_i^T(t)L_i\int_{t-\eta_i(t)}^{t-\eta_{1i}} \dot{x}_i(\alpha)\,\mathrm{d}\alpha \\ & \le \eta_i(t)\Psi_i^T(t)L_iZ_{2i}^{-1}L_i^T\Psi_i(t) \\ & + \int_{t-\eta_i(t)}^{t-\eta_{1i}} \dot{x}_i^T(\alpha)Z_{2i}\dot{x}_i(\alpha)\,\mathrm{d}\alpha \\ & \le \eta_{2i}\Psi_i^T(t)L_iZ_{2i}^{-1}L_i^T\Psi_i(t) + \int_{t-\eta_i(t)}^{t-\eta_{1i}} \dot{x}_i^T(\alpha)Z_{2i}\dot{x}_i(\alpha)\,\mathrm{d}\alpha \end{aligned} \tag{17}$$

et

$$\begin{aligned} & -2\Psi_i^T(t)W_i\int_{t-\eta_{2i}}^{t-\eta_i(t)} \dot{x}_i(\alpha)\,\mathrm{d}\alpha \\ & \le (\eta_{2i}-\eta_i(t))\Psi_i^T(t)W_iZ_{2i}^{-1}W_i^T\Psi_i(t) \\ & + \int_{t-\eta_{2i}}^{t-\eta_i(t)} \dot{x}_i^T(\alpha)Z_{2i}\dot{x}_i(\alpha)\,\mathrm{d}\alpha \\ & \le \eta_{2i}\Psi_i^T(t)WZ_{2i}^{-1}W_i^T\Psi_i(t) + \int_{t-\eta_{2i}}^{t-\eta_i(t)} \dot{x}_i^T(\alpha)Z_{2i}\dot{x}_i(\alpha)\,\mathrm{d}\alpha \end{aligned} \tag{18}$$

D'où

$$\begin{aligned} & -\eta_{ri}\int_{t-\eta_{2i}}^{t-\eta_{1i}} \dot{x}_i^T(\upsilon)Z_{2i}\dot{x}_i(\upsilon)\,\mathrm{d}\upsilon \\ & \le \eta_{ri}\Big(\eta_{2i}\dot{x}_i^T(t)Z_{2i}\dot{x}(t) + \eta_{2i}\Psi_i^T(t)L_iZ_{2i}^{-1}L_i^T\Psi_i(t) \\ & + \eta_{2i}\Psi_i^T(t)W_iZ_{2i}^{-1}W_i^T\Psi_i(t) \\ & + 2\Psi_i^T(t)L_i\begin{bmatrix}0 & -I & I & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}\Psi_i(t) \\ & + 2\Psi_i^T(t)W_i\begin{bmatrix}0 & I & 0 & -I & 0 & 0\end{bmatrix}\Psi_i(t)\Big) \end{aligned} \tag{19}$$

A partir de (12) et pour toute matrice de dimension appropriée G_i, nous avons l'équation nulle suivante

$$\begin{aligned} & 2\big[x_i^T(t)G_{1i}^T + x_i^T(t-\eta_i(t))G_{2i}^T + \dot{x}_i^T(t)G_{3i}^T\big] \\ & \times\big[\dot{x}_i(t) - A(t)x_i(t) - H(t)x(t-\eta_i(t)) - f(x_i(t))\big] = 0 \end{aligned} \tag{20}$$

où $L_i = \begin{bmatrix}L_{1i}^T & L_{2i}^T & 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}^T$, $W = \begin{bmatrix}W_{1i}^T & W_{2i}^T & 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}^T$ *et* $\Psi_i^T(t) = \begin{bmatrix}x_i^T(t) & x_i^T(t-\eta_i(t)) & x_i^T(t-\eta_{1i}) & x_i^T(t-\eta_{2i}) & \dot{x}_i^T(t)\end{bmatrix}$.

Basée sur les Lemmes 1, 2, l'hypothèse 1, et l'hypothèse 2, et en définissant $\hat{f}_{ij} = max_l\bar{f}_{ij}^l$ et $\|\hat{B}_i\| = max_l\|B_i^l\|$, et soient, $G_{1i} = \mu_1G_i$, $G_{2i} = \mu_2G_i$, et $G_{3i} = \mu_3G_i$, avec μ_1, μ_2, μ_3 des scalaires positifs, la dérivée (14) au long de la trajectoire du système en boucle fermée (12) peut s'écrire comme suit

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^{J}\dot{v}_i \le \sum_{i=1}^{J}\sum_{j=1}^{M}\sum_{l=1}^{r_i}\sum_{s=1}^{r_i} h_i^lh_i^s \Psi_i^T(t)\bar{\Gamma}_{ls}\Psi_i(t)$$

Où $\bar{\Gamma}_{ls} = \Phi_{ls} + \eta_{2i}L_iZ_{2i}^{-1}L_i^T + \eta_{2i}W_iZ_{2i}^{-1}W_i^T$

$$\Phi_{ls} = \begin{bmatrix} \Phi_{11ijls} & \Phi_{12ils} & Z_{1i}+\eta_{ri}L_{1i} & -\eta_{ri}W_{1i} & \Phi_{15il} \\ * & \Phi_{22ils} & \eta_{ri}L_{2i} & -\eta_{ri}W_{2i} & \Phi_{25ijls} \\ * & * & -Q_{2i}-Z_{1i} & 0 & 0 \\ * & * & * & Q_{3i} & 0 \\ * & * & * & * & \Phi_{55i} \end{bmatrix} \tag{21}$$

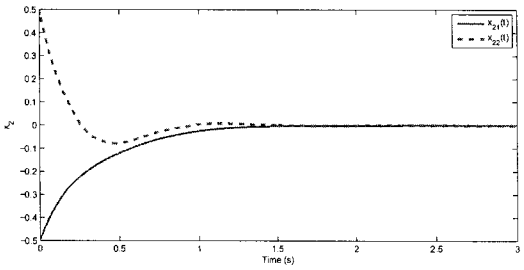


Figure 3 – Réponse de l'état x dans S_2 .

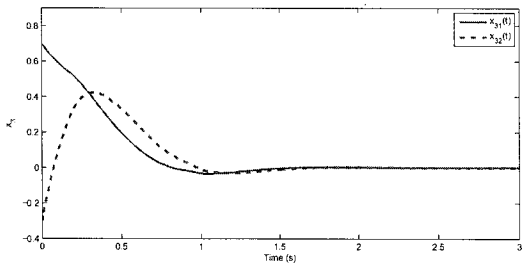


Figure 4 – Réponse de l'état x dans S_3 .

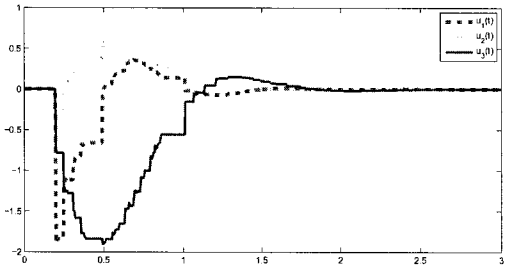


Figure 5 – Trajectoires des signaux de commandes $u_i(t)$.

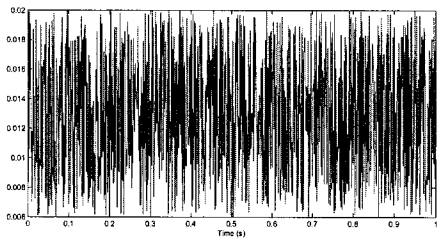


Figure 6 – Retard induit par le réseau.

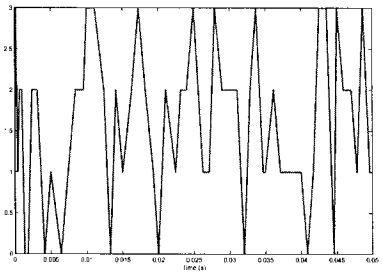


Figure 7 – Pertes de paquets de données.

5 Conclusion

Dans cet article, nous avons présenté une méthode de synthèse du contrôleur flou de type PDC pour le système de grande dimension commandé en réseau en considérant le retard et les pertes de paquets dans la communication en réseau. Nous avons montré que le retard optimal admissible dans le réseau et les gains du contrôleur peuvent être déterminés en résolvant un ensemble de contraintes LMIs. Un exemple numérique ainsi que des résultats de simulation sont présentés pour valider l'approche proposée.

Références

[1] JM Gomes da Silva Jr, Alexandre Seuret, Emilia Fridman, and Jean-Pierre Richard. Stabilisation of neutral systems with saturating control inputs. *International Journal of Systems Science*, 42 :1093–1103, 2011.

[2] Scorletti G and Duc G. An lmi approach to decentralized H_∞ control. *Int J Control*, 74 :211224, 2001.

[3] Park JH. Design of robust decentralized dynamic controller for uncertain large-scale interconnected systems with time delays. *IEICE Trans Fundam Electron Commun Comput Sci*, page 17471754, 2001.

[4] Park JH. Robust nonfragile decentralized controller design for uncertain large-scale interconnected systems with time delays.

Commande Multi-Actionneurs du Châssis en Situations Critiques Par l'Approche Takagi-Sugeno

Multi-Actuator Chassis Control in Critical Situations Using Takagi-Sugeno Fuzzy Model

H. Dahmani, O. Pagès and A. El Hajjaji
Laboratoire Modélisation, Information et Systèmes, UPJV-MIS (EA4290)
33 rue St Leu, 80039 Amiens Cedex 1, France
(hamid.dahmani, opages, ahmed.hajjaji)@u-picardie.fr

Résumé :
Cet article présente une commande globale du châssis basée sur des systèmes, de braquage et de suspension actifs dans le but de preserver la stabilité de la dynamique latérale et celle du roulis du véhicule dans les situations critiques. Un modèle flou de type Takagi-Sugeno (*TS*) du véhicule a été utilisé afin de considérer les non-linéarités des forces latérales. Le modèle ainsi obtenu a permis de développer une loi de commande basée sur un observateur *TS*. Ce dernier a été développé avec des variables de prémisses non mesurables pour estimer l'angle de dérive du véhicule ainsi que l'angle de roulis. L'objectif du contrôleur consiste à contraindre la dynamique latérale ainsi que le taux de transfert de charge à suivre un modèle de référence dans les situations critiques. Les conditions de stabilité ont été obtenues en utilisant l'approche H_∞ et formulées en termes d'Inégalités Matricielles Linéaires (*LMI*).

Mots-clés :
Modèle flou de type Takagi-Sugeno ; commande de la dynamique du véhicule ; observateur et contrôleur flou ; H_∞ ; *LMI*.

Abstract:
This paper introduces global chassis control using a four-wheel active steering system as well as an active suspension in order to insure the stability of the lateral and roll dynamics of the vehicle in critical situations. The Takagi-Sugeno (*TS*) representation has been used in order to take into account the non-linearities of the lateral forces. Based on the obtained fuzzy model, a *TS* observer has been designed with unmeasurable premise variables in order to consider the unavailability of the sideslip angle and roll angle measurement. The objectives of the proposed controller are to force the lateral dynamics as well as the load transfer ratio to track reference trajectories in critical situations. The observer and controller design has been formulated in terms of Linear Matrix Inequality (*LMI*) constraints using H_∞ approach.

Keywords:
TS fuzzy model ; vehicle dynamics ; fuzzy controller ; fuzzy observer ; H_∞ ; *LMI*.

1 Introduction

Dans ces dernière années, la plupart des constructeurs automobiles ont équipé leurs véhicules de systèmes de sécurité actifs. L'*ABS* (Anti-lock Braking System) pour améliorer les performances lors d'un freinage d'urgence, l'*ESP* (Electronic Stability Program) pour une meilleur stabilité de la trajectoire du véhicule, sont deux exemples les plus répandus. Les systèmes de sécurité et les systèmes d'aide à la conduite réduisent considérablement les risques potentiels d'accidents. Les dernières recherches menées ont permis le développement de plusieurs nouveaux systèmes de sécurité active et passive qui couvrent plusieurs types d'accidents (choc frontal, choc latéral, sortie de route, etc..). Cependant, certains types d'accidents tels que les renversements restent sans protection adéquate. Aux États Unis, seulement *3%* des accidents sont causés par les renversements de véhicule, cependant, le nombre de tués lors de ce genre d'accident représentent *33%* des victimes [1]. Ces statistiques montrent indéniablement le danger potentiel encouru par les passagers en cas de renversement du véhicule. Réduire le risque de renversement des véhicules est un challenge important pour baisser le nombre de tués dans les routes, ce qui montre la nécessité d'intégrer la stabilité de roulis dans les systèmes de sécurité active. L'efficacité d'un tel système repose sur la connaissance précise des états du véhicule, notamment

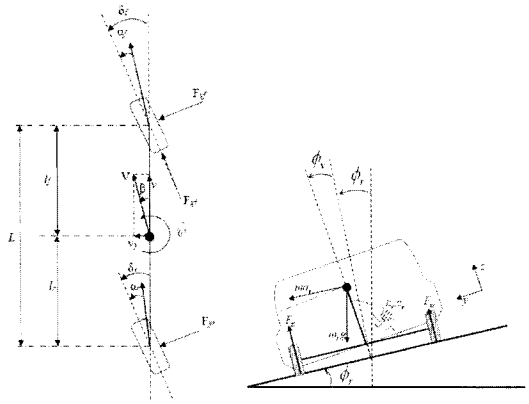


Figure 1 – Dynamique latérale et du roulis

Tableau 1 – Paramètre du véhicule

Par.	Description	Unité
δ_f	Angle de braquage avant	$[rad]$
δ_r	Angle de braquage arrière	$[rad]$
m_s	Masse suspendue	$[kg]$
m_u	Masse non-suspendue	$[kg]$
m	Masse totale $(m_u + m_s)$	$[kg]$
v	Vitesse du véhicule	$[m/s]$
I_x	Moment d'inertie du roulis	$[kgm^2]$
I_z	Moment d'inertie du lacet	$[kgm^2]$
h	Hauteur du centre de gravité	$[m]$
C_ϕ	Amortissement global	$[Nms/rad]$
k_ϕ	Raideur globale	$[Nm/rad]$

forces qui est proportionnelle aux angles de glissement latéral. Cependant, une telle simplification affectera beaucoup la précision du modèle dans les situations critiques notamment suite aux manoeuvres brusques du conducteur induisant la saturation des forces latérales. Afin de considérer les non-linéarités, nous proposons dans ce travail d'utiliser un système flou de type *TS* pour modéliser les forces latérales.

Considérons les ensembles flous M_{fi} et M_{ri} $(i = 1, 2)$ définis pour les régions de petites et grandes valeurs des angles de glissement latéral. Les forces latérales avant et arrière sont alors définies par les bases de règles suivantes :

$$\begin{array}{llll} Si & |\alpha_f| & est & M_{f1} \quad alors \quad F_{yf} = C_{f1}\alpha_f \\ Si & |\alpha_f| & est & M_{f2} \quad alors \quad F_{yf} = C_{f2}\alpha_f \\ Si & |\alpha_r| & est & M_{r1} \quad alors \quad F_{yr} = C_{r1}\alpha_f \\ Si & |\alpha_r| & est & M_{r2} \quad alors \quad F_{yr} = C_{r2}\alpha_f \end{array} \tag{3}$$

avec C_{fi}, C_{ri} sont respectivement les coefficients de rigidité pneumatique avant et arrière. En considérant les règles floues décrites ci-dessus, les forces latérales peuvent être réécrites sous la forme :

$$\begin{cases} F_{yf} = \mu_{f1}(\alpha_f)C_{f1}\alpha_f + \mu_{f2}(\alpha_f)C_{f2}\alpha_f \\ F_{yr} = \mu_{r1}(\alpha_r)C_{r1}\alpha_r + \mu_{r2}(\alpha_r)C_{r2}\alpha_r \end{cases} \tag{4}$$

avec :

$$\begin{cases} \alpha_f = \delta_f - \frac{l_f\dot{\psi}}{v} - \beta \\ \alpha_r = \delta_r + \frac{l_r\dot{\psi}}{v} - \beta \end{cases} \tag{5}$$

où μ_{fi} and μ_{ri} $(i = 1, 2)$ sont les fonctions d'appartenance représentant la signification floue des ensembles M_{fi} et M_{ri} et sont données par :

$$\mu_{fi} = \frac{1}{\left(1+\left|\frac{|\alpha_f|-c_{fi}}{a_{fi}}\right|\right)^{2b_{fi}}}, \quad \mu_{ri} = \frac{1}{\left(1+\left|\frac{|\alpha_r|-c_{ri}}{a_{ri}}\right|\right)^{2b_{ri}}} \tag{6}$$

Les paramètres a_i , b_i *et* c_i ainsi que les coefficients de rigidité C_{fi}, C_{ri} sont déterminés en utilisant un algorithme d'optimisation de type Levenberg-Marquadt [6].

Dans le cas d'une route sèche les valeurs suivantes ont été obtenues :

$C_{f1} = 82946$, $C_{f2} = 64847$, $C_{r1} = 16194$, $C_{r2} = 12784$, $a_{f1} = 0.0910$, $a_{f2} = 0.3608$, $a_{r1} = 0.1237$, $a_{r2} = 0.5185$, $b_{f1}1.1636 =$, $b_{f2} = 7.3138$, $b_{r1} = 1.6138$, $b_{r2} = 10.1680$, $c_{f1} = 0.0535$, $c_{f2} = 0.4284$, $c_{r1} = -0.0004$, $c_{r2} = 0.5807$.

En remplaçant l'expression des forces F_{yf} et F_{yr} (4), dans les équations (1) et en prenant comme vecteur d'état du système x=$[\beta \ \dot{\psi} \ \dot{\phi}_v \ \phi_v]^T$, les quatre règles du modèle flou *TS* s'écrivent :

Si $|\alpha_f|$ est M_{fi} et $|\alpha_r|$ est M_{ri} alors :

$$\dot{x}(t) = A_k x(t) + B_{fk}\delta_f + B_{rk}\delta_r + B_m M_x$$

pour $i = 1, 2$ et $k = 1, 4$

Où $|\alpha_f|$ et $|\alpha_r|$ sont les entrées. La sortie du modèle *TS* s'écrit donc sous la forme suivante :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{4} h_i(\alpha)\left[A_i x(t) + B_{fi}\delta_f + B_{ri}\delta_r\right] + B_m M_x \tag{7}$$

où les matrices $A_i, B_{fi}, B_{ri}(i = 1, 4)$ et B_m sont données par :

donc basée sur un observateur *TS* qui estimera d'abord les état du modèle considéré. L'observateur proposé est basé sur le modèle flou (8) avec des variables de prémisses non mesurables car ces dernières dépendent aussi de l'angle de dérive. Il est donné sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = \sum_{i=1}^{4} h_i(\hat{\alpha}) \left[A_i\hat{x} + B_i u + B_{fi}\delta_d + L_i\left(y - \hat{y}\right)\right] \\ y = Cx, \quad \hat{y} = C\hat{x} \\ z = C_z x, \quad \hat{z} = C_z\hat{x} \end{cases} \tag{9}$$

Il s'agit d'une combinaison convexe d'observateurs de type Luemberger avec :

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \; C_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{mgT}C_\phi & \frac{2}{mgT}k_\phi \end{bmatrix}$$

où $y = [\dot{\psi} \quad \dot{\phi}_v]^T$ est la sortie mesurée, $z = [\beta \;\; \dot{\psi} \;\; LTR]^T$ est le vecteur de variables à commander et L_i sont les gains de l'observateur.

La loi de commande proposée est donnée sous la forme suivante :

$$u(t) = -\sum_{j=1}^{4} h_j(\hat{\alpha}) \left[K_{Pj}\hat{x} + K_{Ij}\int_0^t \left(\hat{z}(\tau) - z_{ref}(\tau)\right) d\tau\right] \tag{10}$$

Outre le retour d'état, l'ajout d'un integrateur permettra le suivi des trajectoires pour le vecteur z

Soit e_c l'erreur de poursuite définie par :

$$\dot{e_c} = \hat{z} - z_{ref}$$

et e_o l'erreur d'estimation définie par :

$$e_o = x - \hat{x}$$

A partir des équations (8) et (9), la dynamique de l'erreur d'estimation s'écrit sous la forme :

$$\dot{e_o} = \sum_{i,j=1}^{4} h_i(\hat{\alpha}) \left[(A_i - L_i C)e_o + v\right] \tag{11}$$

avec $v = \sum_{i=1}^{4} \left(h_i(\alpha) - h_i(\hat{\alpha})\right) \left[A_i x + B_i u + B_{fi}\delta_d\right]$

Un système augmenté avec $\tilde{x}(t) = \begin{bmatrix} x & e_c & e_o \end{bmatrix}^T$ peut être écrit sous la forme :

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \sum_{i=1}^{4}\sum_{i=1}^{4} h_i(\hat{\alpha})h_j(\hat{\alpha}) \left[\tilde{A}_{ij}\tilde{x}(t) + \tilde{B}_{wi}W(t)\right] \tag{12}$$

avec $\tilde{A}_{ij} = \begin{bmatrix} A_i - B_i K_{Pj} & -B_i K_{Ij} & B_i K_{Pj} \\ C_z & 0 & -C_z \\ 0 & 0 & A_i - L_i C \end{bmatrix}$

$$\tilde{B}_{wi} = \begin{bmatrix} B_{fi} & 0 & I \\ 0 & -I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}, \; W(t) = \begin{bmatrix} \delta_d(t) \\ z_{ref}(t) \\ v(t) \end{bmatrix}$$

Afin de simplifier les contraintes de stabilité du système en boucle fermée, les matrices $\tilde{A}_{ij}$ et $\tilde{B}_{wi}$ sont réécrites sous la forme :

$$\tilde{A}_{ij} = \begin{bmatrix} \overline{A}_i - \overline{B}_i K_j & S + R_i K_{Pj} \\ 0 & A_i - L_i C \end{bmatrix}, \tilde{B}_{wi} = \begin{bmatrix} B1_{wi} \\ B2_w \end{bmatrix}$$

où :

$\overline{A}_i = \begin{bmatrix} A_i & 0 \\ C_z & 0 \end{bmatrix}, \overline{B}_i = \begin{bmatrix} B_i \\ 0 \end{bmatrix}, K_j = \begin{bmatrix} K_{Pj} & K_{Ij} \end{bmatrix}$, $S = \begin{bmatrix} 0 \\ -C_z \end{bmatrix}, R_i = \begin{bmatrix} B_i \\ 0 \end{bmatrix}, B1_{wi} = \begin{bmatrix} B_{fi} & 0 & I \\ 0 & -I & 0 \end{bmatrix}$ et $B2_w = \begin{bmatrix} 0 & 0 & I \end{bmatrix}$

Afin de garantir la stabilité du système augmenté (12) en présence du terme $W(t)$, le critère d'atténuation H_∞ suivant doit etre satisfait :

$$\int_0^\infty (e_c(t)^T Q_1 e_c(t) + e_o^T(t) Q_2 e_o(t))dt \leq \rho^2 \int_0^\infty W(t)^T W(t)dt$$

Ce critère peut être réécrit sous la forme :

$$\int_0^\infty \tilde{x}^T(t)\tilde{Q}\tilde{x}(t)dt \leq \tilde{x}(0)\tilde{P}\tilde{x}(0) + \rho^2 \int_0^\infty W(t)^T W(t)dt \tag{13}$$

où $\tilde{Q} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & Q_1 & 0 \\ 0 & 0 & Q_2 \end{bmatrix}$ et $\tilde{P}$ est une matrice symétrique définie positive

Le lemme suivant donne les conditions de stabilité du système (12) sous la contrainte H_∞ (13).

Lemme 1 *S'il existe une matrice définie positive $\tilde{P}$, et un scalaire ρ, tel que les inégalités matricielles suivantes sont satisfaites [7] :*

$$\tilde{P}\tilde{A}_{ij} + \tilde{A}_{ij}^T\tilde{P} + \frac{1}{\rho^2}\tilde{P}\tilde{B}_{wi}\tilde{B}_{wi}^T\tilde{P} + \tilde{Q} < 0\,, \quad i,j = 1,4 \tag{14}$$

Alors le système (12) est stable et le critère H_∞ (13) est satisfait avec une atténuation ρ^2.

Corollaire 1 *Soit deux matrices prédéfinies Q_1 et Q_2, s'il existe deux matrices symétriques définies positives X et P_2, des matrices V_j, W_i, K_i et un scalaire $\rho > 0$, tel que les inégalités matricielles suivantes sont satisfaites pour $i, j = 1, 4$:*

$$\begin{bmatrix} \Gamma_{ij} & S + R_i K_{Pj} & B1_{wi} \\ * & \Theta_{ij} & P_2 B2_w \\ * & * & -\rho^2 I \end{bmatrix} < 0. \;\; i,j = 1,4 \tag{15}$$

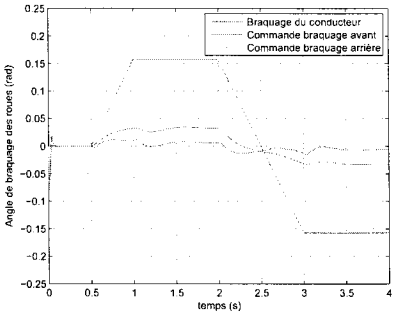


Figure 3 – Braquage des roues avant et arrière

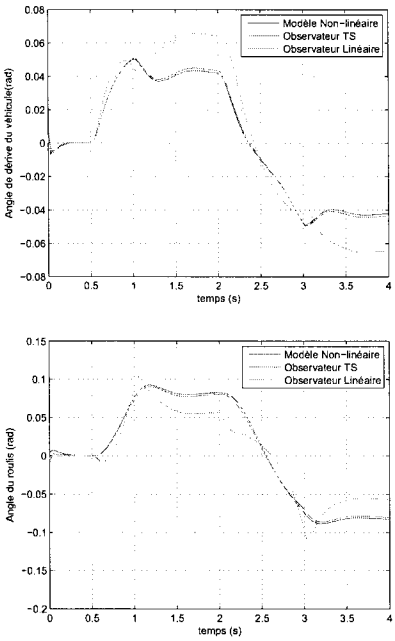


Figure 4 – Estimation du roulis et de la dérive du véhicule

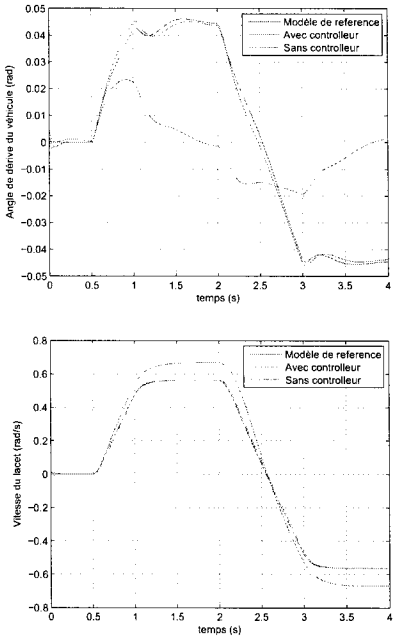


Figure 5 – Dynamique latérale du véhicule avec et sans contrôleur

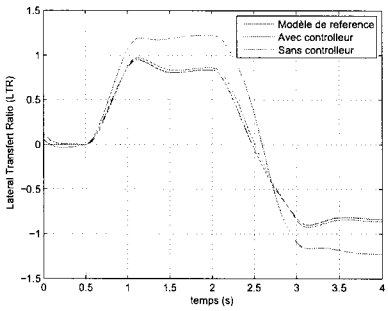


Figure 6 – Évolution du taux de transfert de charge du véhicule avec et sans contrôleur

Les résultats de l'estimation par l'observateur *TS* comparés à un observateur de Luenberger basé sur le modèle linéaire sont montrés sur la figure (4). Ces résultats démontrent clairement l'efficacité de l'observateur *TS* à estimer la dynamique latérale et du roulis du véhicule dans de telles manoeuvres.

La figure (5) montrent une comparaison entre le véhicule muni de la loi de commande et le véhicule sans loi de commande. Les états du véhicule contrôlé suivent avec succès les trajectoires de référence, alors que le véhicule non contrôlé est complètement instable. La figure (6) illustre le LTR calculé pour le véhicule avec et sans contrôleur comparé au modèle de référence. Elle montre que le LTR qui représente un indicateur de risque de renversement et plus important dans le cas du véhicule sans contrôleur, tandis que le véhicule contrôlé présente un LTR très proche de la référence désirée. Le véhicule sans contrôleur a répondu aux actions du conducteur avec un retard sur la

Fuzzy logic techniques for Cybercars: a control and decision approach.

O. Rojas Michelena[1] J. Pérez Rastelli[1]
F. Nashashibi[1]

[1] IMARA team at INRIA research center, Paris – ROCQUENCOURT, oriana.rojas_michelena@inria.fr, joshue.perez_rastelli@inria.fr, Fawzi.Nashashibi@inria.fr

Abstract:
In the context of Intelligent Transportation Systems (ITS) one of the aims is to reach autonomous vehicle capabilities based on human driver experiences in different situations. This problem can be treated from two points of view: by tracking a reference (curve lines -lateral control- or speed -longitudinal control-) and by the decision approach (in specific or dangerous situations). In this paper, fuzzy logic techniques have been implemented in real time control tools to translate human knowledge to driverless control processes, considering risk/warning situation. A comparison with previous works (based in classic control laws) for driving, was carried out in urban areas. Moreover, a new approach to give the driver, a reference speed when the vehicle is arriving to a traffic light intersection was developed. Some simulations show that fuzzy logic techniques are promising in the development of ITS applications.

Keywords:
Autonomous Vehicle, Fuzzy Logic Controllers, Intelligent Transportation Systems, Cybercars, Speed Control, Lateral Control tracking

1 Introduction

Autonomous driving is one of the most expanding topics in the ITS field, because it is directly beneficial to drivers. For this reason, different research centres and manufacturers around the world are working together developing solutions for driver assistant systems, intelligent infrastructure and autonomous vehicles.
Different approaches have been developed in order to control autonomous vehicles in urban and highway scenarios. The control of a dynamic system, as real vehicles, it is not a simple task because of the complexity of the system modelling and the tuning process. In this context, intelligent control techniques offer powerful methods for the control of autonomous vehicles [1][7][5].
Fuzzy logic translates human knowledge for the driverless control process, by rule bases and membership input and output functions, for tracking (control) and decision (risk/warning situation) point of view.
This approach is framed in the IMARA [13] team goals, which are focused on ITS researches, especially in autonomous driving systems (Cybercars). In this work, the focus is the control and decision stages [2]. A new fuzzy tool able to control the lateral and longitudinal actions is proposed.
The rest of this work is organized as follows. In section 2, a summary of some of previous fuzzy logic approaches, as well the proposed in this work are presented. *Lateral control tracking* and *speed reference* in traffic light intersections are described in section 3 and 4. Section 5 explains the simulations carried out with RTMaps [15] and ProSiVIC [17]. Finally, the conclusions and future works are presented in section 6.

2 Fuzzy logic approach

Fuzzy logic techniques have been widely implemented in different industrial process in the last decade [4][12]. For this reason, many libraries, mainly developed in C++, are easily found in the literature.
Conventional controllers frequently use differential equations to describe the system behavior. Sometimes, this information is incomplete because some assumptions in the modeling process. For this reason, fuzzy controllers are an interesting alternative, because they use the expert knowledge (in our case the driver), which can be represented in natural languages.

The *Steering Position* is the output variable of the controller and has three *singletons* (*Left* (0.5), *Right* (-0.5) and *Center* (0)). Each *singleton* represents the basic positions of the steering wheel.
The inference method (*center-of-area method*) uses each output variable according to each linguistic label, as proposed in [5]. The fuzzy controller allows to write the rules in an almost natural language, so if the controller read that the vehicle is coming out of the path, it orders the vehicle to steer in the opposite direction.

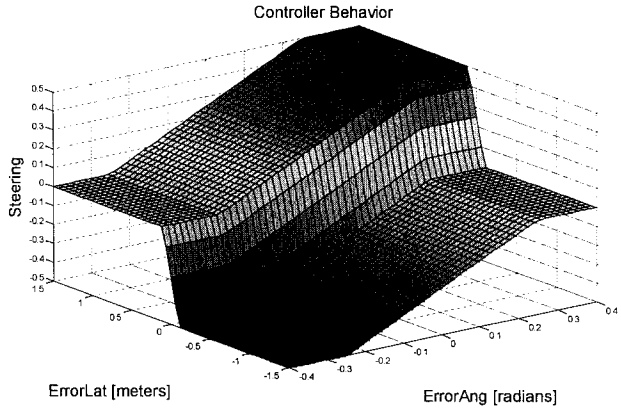


Figure 2 – Surface Controller Behavior

4 Speed reference in traffic light intersections

For this application it was necessary to use three input variables, which are the traffic light times, red light, green light and the distance to interception (DTI) (Figure 3).

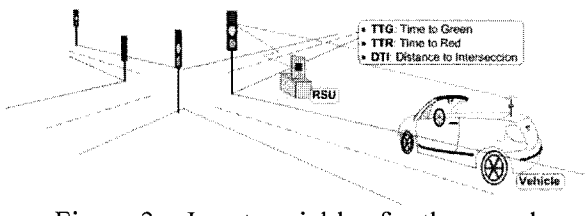


Figure 3 – Input variables for the speed reference fuzzy controller

Figure 4 and Figure 5 shows the membership functions for each input variable.

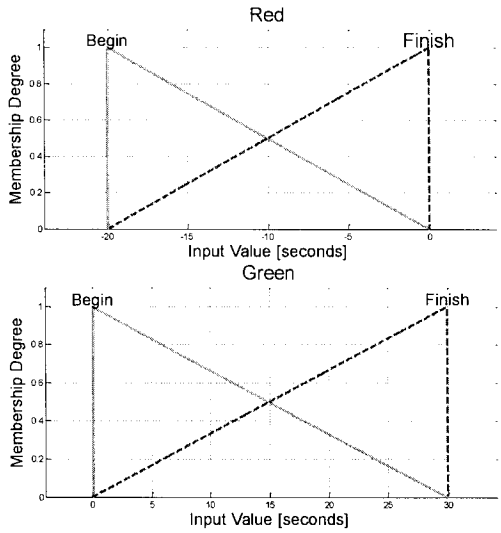


Figure 4 – Membership functions for the traffic light time, red and green respectively

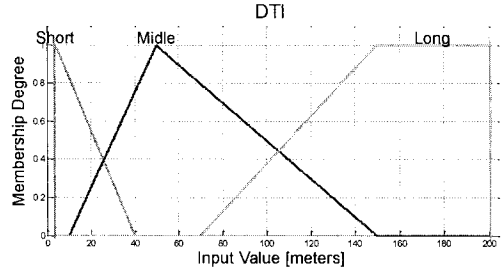


Figure 5 – Membership function for the distance to interception (DTI)

Two variables are used for the traffic light (Red and Green), where each has defined two membership functions completely symmetrical covering all the possible inputs. In this application the time cycle of the lights are 30 seconds for green and 20 seconds for red. The values of input membership functions were defined considering these times.
The reason to use two different variables for green light and red light is that the algorithm considers them as two principal cases; this approach is based on the scenarios described in [9], as follows:

- Scenario 1: maintain speed
- Scenario 2: accelerate and overtake
- Scenario 3: reduce speed and overtake
- Scenario 4: brake and wait for the next green

controllers are similar. The difference is at the beginning, where the fuzzy control is more drastic, but in the roundabout the fuzzy response looks more stable than the "Steering with the classic controller" response. In general the peak values are the same, but this was an expected behavior, after all the difference between lateral errors is only 0.18 m.

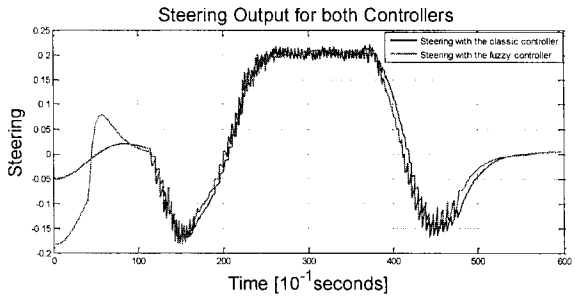


Figure 7 – Steering output of controllers, the classic and the fuzzy control

5.3 Speed Reference Tool Validation

For this experiment, several parameters have to be shown, e.g.: distance to interception, traffic light time, time to interception and current speed.

Here two simulations were performed; one for long distance (126m) and one for short distance (22m), in order to evaluate the fuzzy controller speed reaction.

Figure 8 shows how the parameters move when the vehicle is approaching the intersection. The distance to interception decreases, and the time to intersection is directly proportional to the current speed. In Figure 9, the controllers response with the traffic lights (dotted lines) can be appreciated. In this figure the real speed represents the decision taken by the driver. The purple and blue lines are the recommended speed given by the tool with the fuzzy and classic controller, respectively.

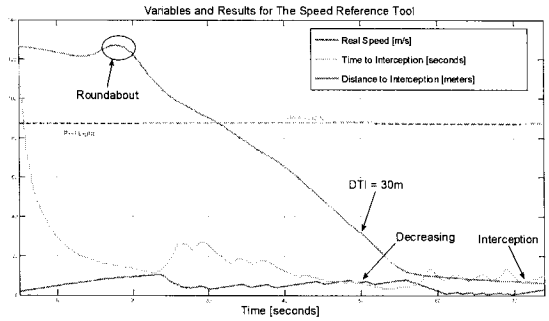


Figure 8 – Speed reference tool variable behaviors for the intersection problem in long distance

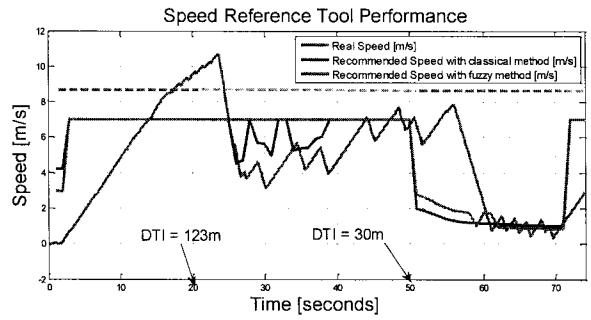


Figure 9 – Speed reference tool performance for long distance (126m)

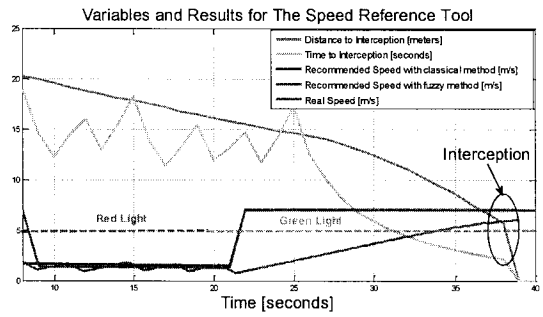


Figure 10 – Speed reference tool performance for the intersection problem in short distance

Figure 10 and Figure 11 the same experiment was done, but with a shorter distance. The results for both controllers were similar. The difference was the simplicity in the tuning process of the fuzzy controller.

Delay-Dependent Approach to Robust $H\infty$ control and Stabilization Analysis for Uncertain Takagi-Seguno Fuzzy Systems with State and Input Time-Delays

BOURAHALA Fayçal KHABER Farid
QUERE Laboratory, Electrotechnic Department, University Setif 1 (19000)
Bourahala1981@yahoo.fr jfkhaber@yahoo.fr

Abstract:

This paper presents the robust $H\infty$ control problems for a class of uncertain Takagi–Sugeno (T-S) fuzzy systems with time-delay where uncertainties involved in the state and input matrices. The T-S fuzzy model is employed to represent uncertain delayed nonlinear systems. A delay-dependent stabilization criterion is first presented and new conditions of stabilization for uncertain T-S fuzzy model with time-delay are given in the form of linear matrix inequalities (LMI) and based on Lyapunov-Krasovskii functional approach. The fuzzy feedback robust $H\infty$ controller is designed to stabilize the T–S fuzzy system to achieve the prescribed disturbance attenuation level. Numerical example is presented to demonstrate the effectiveness of the proposed method.

Keywords:

T-S fuzzy model, time-delay systems, robust stability, LMI, uncertain systems, delay-dependent conditions.

1 Introduction

In recent years, the nonlinear systems in the form of Takagi and Sugenofuzzy model has been extensively investigated due to its effectiveness in control system [1]. This fuzzy model has shown its advantages in using a small number of fuzzy rules for modeling the higher-order nonlinear systems. It is described by fuzzy IF–THEN rules which represent local linear input–output relations in various operating points of the nonlinear systems. The overall T-S fuzzy model is obtained by interconnecting of all subsystems through the fuzzy membership functions.

The stability and stabilization problem of T-S fuzzy model based on the candidate Lyapunov function has been extensively studied over the past two decades [2-3] and references therein,. By the parallel distributed compensation (PDC) technique the state feedback stabilization conditions can be obtained and expressed in terms of the feasibility of a set of LMI which can be solved numerically and effectively using convex programming techniques [4].

In the original T-S fuzzy model formulation, there is no delay in the control input, output and state. However, time delays often appear in industrial systems and information networks such as chemical processes, metallurgical processing systems, network systems and long transmission lines in pneumatic, hydraulic and so on. Hence, the existence of time- delays usually becomes the source of instability and deteriorated performance of systems. Thus, it is also important to develop system theory and extend the stability and stabilization issues to nonlinear time-delay systems. Therefore, The study of delay systems has been the subject of many studies in automatic in recent years [5-7], in which some LMI conditions for stability and stabilization have been proposed and based on Lyapunov-Krasovskii functional method.

It is clear that the stability analysis and stabilization are important issues in analysis and design of fuzzy control systems with time delay. In general, there are two ways for the stability analysis and control synthesis of T–S fuzzy model with time-delay, they are delay-independent and delay-dependent approaches. For both approaches, they have their own advantages on dealing of T–S fuzzy models with time-delay. Much attention has been paid to the study of delay-dependent stability and stabilization for time-delay systems because delay-dependent results for time-delay systems are less conservative than those for the delay-independent cases, especially for time-delay systems with actually small delay. Delay-independent conditions that are independent of the size of the time delay have been proposed in [8-9], where as delay-dependent conditions have been obtained in [10-13].

This law of control shares the same fuzzy sets than the T-S fuzzy model. The gains of the controller can be determined by using a LMI formulation.

Control rule i:
IF $z_1(t)$ is μ_{i1} and,…, $z_g(t)$ is μ_{ig} THEN

$$u(t) = K_i x(t) \quad i = 1,\dots,r \tag{5}$$

Hence, the overall fuzzy control law is represented by:

$$u(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(z(t))K_i x(t) \tag{6}$$

where $K_i (i = 1,2,..,r)$ are the local control gains to be determined later.

Remark1: The existence of input delay leads to the term $u(t-\tau_2) = \sum_{i=1}^{r} h_i(z(t-\tau_2))K_i x(t-\tau_2)$, so, it is natural and necessary to make an assumption that the functions $h_i(z(t)\ i = 1,\dots,r$ are well defined for all $t \in [-\tau_2\ 0]$ and also satisfy the equality $h_i(z(t-\tau_2)) \geq 0 \quad i = 1,\dots,r$ and $\sum_{i=1}^{r} h_i(z(t-\tau_2)) = 1$. For notational simplicity, we use h_i and $h_i^{\tau 2}$ to represent $h_i(z(t))$ and $h_i(z(t-\tau_2))$ respectively in the following description.

The design of the fuzzy controller is to determine the feedback gains $K_i (i = 1,2,..,r)$ such that the resulting closed-loop system is asymptotically stable.
Associated with the control law (6), the resulting closed-loop system can be expressed as follows:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_i h_j^{\tau 2} \times (\overline{A}_i x(t) + \overline{A}_{id} x(t-\tau_1(t)) + \overline{B}_i K_j x(t) + \overline{B}_{id} K_j x(t-\tau_2(t)) + B_{iw} W(t))$$

Then

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i^2 [(\overline{A}_i + \overline{B}_i K_j)x(t) + \overline{A}_{id} x(t-\tau_1(t)) + B_{iw} W(t)] \\ \qquad + \sum_{j=1}^{r} h_i h_j^{\tau 2} [\overline{B}_{id} K_j x(t-\tau_2(t))] \\ y(t) = \\ \qquad \sum_{r=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_i [(C_i + D_i K_j)x(t) + C_{id} x(t-\tau_1(t)) + B_{iz} W(t)] \end{cases} \tag{7}$$

$\overline{A}_i = A_i + \Delta A_i$, $\overline{A}_{id} = A_{id} + \Delta A_{id}$, $\overline{B}_i = B_i + \Delta B_i$ and $\overline{B}_{id} = B_{id} + \Delta B_{id}$.

For a prescribed scalar $J > 0$, the performance index J is defined as

$$J = \int_0^{\infty} (y^T(s)y(s) - \gamma^2 W^T(s)W(s))ds \tag{8}$$

The purpose of this work is to design a robust H_∞ controller (6) for the T–S fuzzy model (7) such that the following requirement is satisfied:

- Under the zero initial condition, system (7) with controller (6) satisfies $\|y(t)\|_2 < \gamma \|W(t)\|_2$ for any nonzero $W(t) \in L_2[0\ \infty]$, where $\gamma > 0$ is a prescribed scalar.

3 Design of robust H∞ controller and stabilization analysis

In this section, we will derive the delay-dependent LMI conditions for $H\infty$ performance analysis for the systems (7).
The objective of this paper is to determine the feedback control law $u(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(z(t))K_i x(t)$ such that systems (7) to be robust asymptotically stable with an $H\infty$ norm bound $\gamma > 0$. Before stating our main results, the following lemmas are first presented, which will be used in the proofs of our results.

Lemma1: For any constant matrix $M > 0$, any scalars a and b with $a < b$, and any vector function $x(t) : [a\ b] \to R^n$ such that the integrals concerned are well defined, then, the following inequality holds [11]:

$$\left[\int_a^b x(s)ds\right]^T M \left[\int_a^b x(s)ds\right] \leq (b-a)\int_a^b x^T(s)Mx(s)ds \tag{9}$$

Lemma2: For any constant matrices Q_{11}, Q_{22}, $Q_{12} \in R^{n\times n}$, $Q_{11} \geq 0, Q_{22} \geq 0, \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ * & Q_{22} \end{bmatrix} \geq 0$, scalar $\tau(t) \leq \tau_0$ and vector function $\dot{x} : [-\tau_0\ \ 0] \to R^n$ such that the following integration is well defined, then[13];

$$-\tau_0 \int_{-\tau_0} \begin{bmatrix} x^T(s) & \dot{x}^T(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ * & Q_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix} ds \leq$$

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ x(t-\tau) \\ \int_{-\tau(t)} x(t)ds \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -Q_{22} & Q_{22} & -Q^T{}_{12} \\ Q_{22} & -Q_{22} & Q^T{}_{12} \\ -Q_{12} & Q_{12} & -Q_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t-\tau) \\ \int_{-\tau(t)} x(t)ds \end{bmatrix} \tag{10}$$

$$+(\int_{-\tau 1(t)} x(s)ds)^T M_{22}x(t) + x^T(t)M_{22}(\int_{-\tau 1(t)} x(s)ds)$$
$$-c_1 x^T(t)M_{12}x(t-\tau_1) - c_1 x^T(t-\tau_1)M_{12}^T x(t)$$
$$-c_1(\int_{-\tau 1(t)} x(s)ds)^T M_{22}x(t-\tau_1)$$
$$-c_1 x^T(t-\tau_1)M_{22}(\int_{-\tau 1(t)} x(s)ds)$$

From same method we obtains

$$\dot{V}_2(t) = \dot{\vartheta}_2^T(t)N\vartheta(t) + \vartheta_2^T(t)N\dot{\vartheta}(t) = 2\vartheta_2^T(t)N\dot{\vartheta}(t) \le$$
$$2\begin{bmatrix} x^T(t) & (\int_{-\tau 2(t)} x(s)ds)^T \end{bmatrix}\begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} \\ * & N_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ x(t)-c_2x(t-\tau_2) \end{bmatrix}$$
$$\le x^T(t)N_{11}\dot{x}(t) + \dot{x}^T(t)N_{11}x(t) + (\int_{-\tau 2(t)} x(s)ds)^T N_{12}^T\dot{x}(t)$$
$$+\dot{x}^T(t)N_{12}(\int_{-\tau 2(t)} x(s)ds) + x^T(t)N_{12}x(t) + x^T(t)N_{12}^T x(t)$$
$$+(\int_{-\tau 2(t)} x(s)ds)^T N_{22}x(t) + x^T(t)N_{22}(\int_{-\tau 2(t)} x(s)ds)$$
$$-c_2x^T(t)N_{12}x(t-\tau_2) - c_2x^T(t-\tau_2)N_{12}^T x(t)$$
$$-c_2(\int_{-\tau 2(t)} x(s)ds)^T N_{22}x(t-\tau_2)$$
$$-c_2x^T(t-\tau_2)N_{22}(\int_{-\tau 2(t)} x(s)ds)$$
$$\dot{V}_3(t) = x^T(t)S_1x(t) - (1-\dot{\tau}_1)x^T(t-\tau_1)S_1x(t-\tau_1)$$
$$\le x^T(t)S_1x(t) - (1-\mu_1)x^T(t-\tau_1)S_1x(t-\tau_1)$$
$$\dot{V}_4(t) = x^T(t)S_2x(t) - (1-\dot{\tau}_2)x^T(t-\tau_2)S_2x(t-\tau_2)$$
$$\le x^T(t)S_2x(t) - (1-\mu_2)x^T(t-\tau_2)S_2x(t-\tau_1)$$
$$\dot{V}_5(t) = \tau_{01}\int_{-\tau 01(t)} (s-t+\tau_{01})\phi^T(s)V\phi(s)ds$$
$$\le \tau_{01}^2\phi^T(s)V\phi(s) - \tau_{01}\int_{-\tau 01(t)} \phi^T(s)V\phi(s)ds$$

By using lemma 2, we obtain;

$$-\tau_{01}\int_{-\tau_{01}(t)} \phi^T(s)V\phi(s)ds =$$
$$-\tau_{01}\int_{-\tau_{01}(t)} \begin{bmatrix} x^T(s) & \dot{x}^T(s) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_{11} & V_{12} \\ V_{12}^T & V_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x(s) \\ \dot{x}(s) \end{bmatrix}ds$$
$$\le \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t-\tau_1) \\ \int_{t-\tau 1(t)}^{t} x(t)ds \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -V_{22} & V_{22} & -V^T{}_{12} \\ V_{22} & -V_{22} & V^T{}_{12} \\ -V_{12} & V_{12} & -V_{11} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x(t) \\ x(t-\tau_1) \\ \int_{t-\tau 1(t)}^{t} x(t)ds \end{bmatrix}$$

$$\dot{V}_5(t) = x^T(s)(\tau_{01}^2V_{11})x(s) + \dot{x}^T(s)(\tau_{01}^2V_{12}^T)x(s) +$$
$$x^T(s)(\tau_{01}^2V_{12})\dot{x}(s) + \dot{x}^T(s)(\tau_{01}^2V_{22}^T)\dot{x}(s) + x^T(t)(-V_{22})x(t) +$$
$$x^T(t-\tau_1)(V_{22})x(t) + (\int_{-\tau 1(t)} x(t)ds)^T(-V_{12})x(t) +$$
$$x^T(t)(V_{22})x(t-\tau_1) + x^T(t-\tau_1)(-V_{22})x(t-\tau_1) +$$
$$(\int_{-\tau 1(t)} x(t)ds)^T(V_{12})x(t-\tau_1) + x^T(t)(-V^T{}_{12})\int_{-\tau 1(t)} x(t)ds +$$
$$x^T(t-\tau_1)(V^T{}_{12})\int_{-\tau 1(t)} x(t)ds +$$
$$(\int_{-\tau 1(t)} x(t)ds)^T(-V_{11})\int_{-\tau 1(t)} x(t)ds$$

Using same method to calculate $\dot{V}_6(t)$

$$\dot{V}_6(t) = \tau_{02}\left[\int_{-\tau 02(t)} -\phi^T(s)W\phi(s) + (s-t+\tau_{02})\frac{d}{dt}\phi^T(s)V\phi(s)\right]ds$$
$$\le x^T(s)(\tau_{02}^2W_{11})x(s) + \dot{x}^T(s)(\tau_{02}^2W_{12}^T)x(s) + x^T(s)(\tau_{02}^2W_{12})\dot{x}(s)$$
$$+\dot{x}^T(s)(\tau_{02}^2W_{22}^T)\dot{x}(s) + x^T(t)(-W_{22})x(t) + x^T(t-\tau_2)(W_{22})x(t)$$
$$+(\int_{-\tau 2(t)} x(t)ds)^T(-W_{12})x(t) + x^T(t-\tau_2)(-W_{22})x(t-\tau_2)$$
$$+x^T(t)(W_{22})x(t-\tau_2) + (\int_{-\tau 2(t)} x(t)ds)^T(W_{12})x(t-\tau_2)$$
$$+x^T(t)(-W_{12}^T)\int_{-\tau 2(t)} x(t)ds + x^T(t-\tau_2)(W_{12}^T)\int_{-\tau 21(t)} x(t)ds$$
$$+(\int_{-\tau 2(t)} x(t)ds)^T(-W_{11})\int_{-\tau 2(t)} x(t)ds$$

Now define;

$$\zeta = \begin{bmatrix} x^T(t) & x^T(t-\tau_1) & \left(\int_{-\tau 1} x(s)ds\right)^T & x^T(t-\tau_2) \\ & & \left(\int_{-\tau 2} x(s)ds\right)^T & \dot{x}^T(t) \quad W^T(t) \end{bmatrix}^T \tag{17}$$

From $\dot{V}_1(t), \dot{V}_2(t), \dot{V}_3(t), \dot{V}_4(t), \dot{V}_5(t), \dot{V}_6(t)$ we obtain;

$$\dot{V}(t) \le \zeta^T \underbrace{\begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} & \Phi_{13} & \Phi_{14} & \Phi_{15} & \Phi_{16} & 0 \\ * & \Phi_{22} & \Phi_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -V_{11} & 0 & 0 & M_{12}^T & 0 \\ * & * & * & \Phi_{44} & \Phi_{45} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -W_{11} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & \Phi_{66} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & 0 \end{bmatrix}}_{\Phi_{ij}} \zeta \tag{18}$$

$$\Phi_{11} = M_{12} + M_{12}^T + N_{12} + N_{12}^T - V_{22} - W_{22}^T + S_1 + S_2 + \tau_{01}^2V_{11} + \tau_{02}^2W_{11}$$
$$\Phi_{12} = -c_1M_{12} + V_{22}$$
$$\Phi_{13} = M_{22}^T - V_{12}^T$$
$$\Phi_{14} = -c_2N_{12} + W_{22}$$
$$\Phi_{15} = N_{22}^T - W_{12}^T$$
$$\Phi_{16} = M_{11} + N_{11} + \tau_{01}^2V_{12} + \tau_{02}^2W_{12}$$
$$\Phi_{22} = -c_1S_1 - V_{22}$$
$$\Phi_{23} = -c_1M_{22}^T - V_{12}^T$$
$$\Phi_{44} = -c_2S_2 - W_{22}$$
$$\Phi_{45} = -c_2N_{22}^T + W_{12}^T$$
$$\Phi_{66} = \tau_{01}^2V_{22} + \tau_{02}^2W_{22}$$

Next, we will introduce some free variables as following:

$$2\times\left\{x^T(t)T_1 + x^T(t-\tau_1)T_2 + x^T(t-\tau_2)T_3 + \dot{x}^T(t)T_4\right\}\times$$
$$\left\{\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_ih_j^{\tau 2}\begin{bmatrix} [(\overline{A}_i + \overline{B}_iK_j)x(t) + \overline{A}_{id}x(t-\tau_1(t)) + \\ \overline{B}_{id}K_jx(t-\tau_2(t)) + B_{iw}W(t)] \end{bmatrix} - \dot{x}(t)\right\} = 0$$

This equality can be writing as follows

$$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_ih_j^{\tau 2}\zeta^T\left(\Theta_{ij} + \Lambda_{Hi}F_i\Lambda_{Eij} + \Lambda_{Eij}^TF_i^T\Lambda_{Hi}^T\right)\zeta = 0 \tag{19}$$

Matlab LMI Toolbox. In order to solve (13) and (14) efficiently, pre- and post-multiply both sides of (13) and (14) with $diag[X\ \ X\ \ X\ \ X\ \ X\ \ X\ \ I\ \ I\ \ I\ \ I]$ and their transpose, respectively. And define new variables

$$X = T_1^{-1}, \overline{M}_{11} = XM_{11}X^T, \overline{M}_{12} = XM_{12}X^T, \overline{M}_{22} = XM_{22}X^T$$
$$\overline{N}_{11} = XN_{11}X^T, \overline{N}_{12} = XN_{12}X^T, \overline{N}_{22} = XN_{22}X^T$$
$$\overline{V}_{11} = XV_{11}X^T, \overline{V}_{12} = XV_{12}X^T, \overline{V}_{22} = XV_{22}X^T$$
$$\overline{W}_{11} = XW_{11}X^T, \overline{W}_{12} = XW_{12}X^T, \overline{W}_{22} = XW_{22}X^T$$
$$\overline{S}_1 = XS_1X^T,\ \overline{S}_2 = XS_2X^T,\ \overline{K}_j = K_jX^T \quad (j = 1,\ldots,r)$$
$$T_2 = \upsilon_2 T_1,\ T_3 = \upsilon_3 T_1, T_4 = \upsilon_2 T_1$$

we can obtain (24)-(25) and (26), respectively. This completes the proof,

Moreover, the control gain K_j is given by

$$K_j = \overline{K}_j (X^T)^{-1},\quad j = 1,2,\ldots,r \tag{27}$$

4 Illustrative Example

In this section, we provide a numerical example and simulation to illustrate the effectiveness of the methods presented in this paper. We employed the stability conditions in Theorem 2 to obtain the feedback gains of the fuzzy controller to stabilize a time-delayed uncertain nonlinear system. Consider the following truck-trailer model with a time-state and input delay represented by T-S fuzzy model [10]:

Rule1:

IF $z(t) = x_2 + a\dfrac{v\bar{t}}{Lt_0}x_1(t) + (1-a)\dfrac{v\bar{t}}{2L}x_1(t-\tau_1)$ *is* h_1

THEN

$$\dot{x}(t) = A_1x(t) + A_{1d}x(t-\tau_1(t)) + B_{1d}u(t-\tau_2(t))$$

Rule2:

IF $z(t) = x_2 + a\dfrac{v\bar{t}}{Lt_0}x_1(t) + (1-a)\dfrac{v\bar{t}}{2L}x_1(t-\tau_1)$ *is* h_2

THEN

$$\dot{x}(t) = A_2x(t) + A_{2d}x(t-\tau_1(t)) + B_{2d}u(t-\tau_2(t))$$

here $x(t) = [x_1(t)\quad x_2(t)\quad x_3(t)]^T$ and

$$B_1 = B_2 = [v\bar{t}/lt_0\quad 0\quad 0]^T$$
$$B_{1w} = B_{2w} = [0.02\quad 0;\quad 0\quad 0.02;\quad 0\quad 0.02]$$
$$B_{1d} = B_{2d} = 0.1\times B_1, B_{1z} = B_{2z} = [0\quad 1]$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} -a\dfrac{v\bar{t}}{Lt_0} & 0 & 0 \\ a\dfrac{v\bar{t}}{Lt_0} & 0 & 0 \\ a\dfrac{v^2\bar{t}^2}{2Lt_0} & \dfrac{v\bar{t}}{t_0} & 0 \end{bmatrix},\quad A_2 = \begin{bmatrix} -a\dfrac{v\bar{t}}{Lt_0} & 0 & 0 \\ a\dfrac{v\bar{t}}{Lt_0} & 0 & 0 \\ ad\dfrac{v^2\bar{t}^2}{2Lt_0} & \dfrac{dv\bar{t}}{t_0} & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_{1d} = \begin{bmatrix} -(1-a)\dfrac{v\bar{t}}{Lt_0} & 0 & 0 \\ (1-a)\dfrac{v\bar{t}}{Lt_0} & 0 & 0 \\ (1-a)\dfrac{v^2\bar{t}^2}{2Lt_0} & 0 & 0 \end{bmatrix},\quad A_{2d} = \begin{bmatrix} -(1-a)\dfrac{v\bar{t}}{Lt_0} & 0 & 0 \\ (1-a)\dfrac{v\bar{t}}{Lt_0} & 0 & 0 \\ (1-a)d\dfrac{v^2\bar{t}^2}{2Lt_0} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$E_{a1d} = E_{a2d} = [1\quad 0\quad 0]$$
$$H_1 = H_2 = [0.255\quad 0.255\quad 0.255]^T, E_{b1} = E_{b2} = 0.3$$
$$E_{b1d} = E_{b2d} = 1$$
$$E_{a1} = E_{a2} = [0.03\quad 0.03\quad 0.03],\ F(t) = 2\times\sin(t)$$

and

$$a = 0.7, l = 2.8,\ L = 5.5,\ v = -1,\ t_0 = 0.5,\ \bar{t} = 2$$
$$d = 10t_0/\pi$$

The disturbance input is assumed to be

$$W(t) = \sin(2t)\times\exp(-0.2t)$$

The membership functions h_1 and h_2 are chosen as:

$$h_1 = \left(1 - \frac{1}{1+\exp(-2z-0.5\pi)}\right)\left(\frac{1}{1+\exp(-2z+0.5\pi)}\right),$$
$$h_2 = 1 - h_1$$

in the simulations, we use $\phi(t) = [1\quad -1\quad 1]^T$, let $a = 0.5,\ v_2 = 0.5, v_3 = 0.2$ and $v_4 = 1.2$.

By applying the stability conditions in Theorem 2, with the aid of the Matlab LMI control toolbox, the design problem to determine the feedback gains can be defined as follows:

Find

$\overline{M}_{11} > 0, \overline{M}_{22} > 0, \overline{N}_{11} > 0, \overline{N}_{22} > 0, \overline{V}_{11} > 0, \overline{V}_{22} > 0, \overline{W}_{11} > 0$ $\overline{W}_{22} > 0$, $\overline{S}_1, \overline{S}_2$ *and real matrices* $X, \overline{M}_{12}, \overline{N}_{12}, \overline{V}_{12}, \overline{W}_{12}$ *and* $\overline{K}_{1,2}$

Satisfying $P > 0$, *(24), (25) and (26)*

We obtains the following fuzzy control law with $\tau_{01} = 0.1,\ \tau_{02} = 0.2$;

$$u(t) = h_1[2.6748\quad -3.8269\quad 0.8130]x(t)$$
$$+ h_2[3.1411\quad -5.2073\quad 1.0026]x(t)$$

Interprétation possibiliste d'une analyse de sentiments multicritère pour un système de recommandation sur le web

Possibilistic interpretation of a sentiment analysis for a web recommender system

A. Imoussaten[1] B. Duthil[2] F. Trousset[1] J.Montmain[1]
[1] LGI2P, Ecole des Mines d'Alès
[2] L3i, Université de La Rochelle

Site EERIE – Parc Scientifique G. Besse, 30035 Nîmes Cedex,
abdelhak.imoussaten@mines-ales.fr, francois.trousset@mines-ales.fr, jacky.montmain@mines-ales.fr
Avenue M. Crépeau, 17042 La Rochelle cedex 01,
benjamin.duthil@univ-lr.fr

Résumé :
Cet article propose un système de recommandation (SR) original basé sur l'extraction automatique d'opinions et l'aide à la décision multicritère multi acteurs. Notre SR cherche à optimiser l'automatisation du traitement de l'information disponible sur le web pour éviter aux utilisateurs les phases d'évaluation par critère et d'identification des préférences généralement complexes et fastidieuses dans les SR. Pour exposer notre approche, nous nous focalisons sur la recommandation de films, mais elle resterait valide dans de nombreux domaines. Elle s'applique dès lors que l'on dispose i) d'évaluations globales par la presse spécialisée des entités entre lesquelles il faut choisir et ii) de critiques d'internautes portant sur les différentes caractéristiques des entités rédigées en texte libre. La recommandation repose alors sur l'association d'un internaute et d'un journal spécialisé réputé avoir les mêmes valeurs que l'utilisateur et donc constituer une référence fiable et personnalisée. L'extraction automatique d'opinions multiples ne pouvant fournir que des évaluations imprécises et incertaines sur chaque critère, notre modèle se place ainsi dans le cadre de la théorie des possibilités.

Mots-clés :
Théorie de possibilités, Fusion d'intervalles, Agrégation multicritère, Système de recommandation, Extraction d'opinions.

Abstract:
This paper proposes an original recommender system (RS) based upon an automatic extraction of trends from opinions and a multicriteria multi actors assessment model. Our RS tries to optimize the use of the available information on the web to reduce as much as possible the complex and fastidious steps for multicriteria assessing and for identifying users' preference models. The particular case of RS for moviegoers is dealt to simplify our presentation, but this approach is applicable in many other domains. It may be applied as soon as i) overall assessments of competing entities are provided by trade magazines and ii) web users' critics in natural languages and related to some characteristics of the assessed entities are available. Recommendation is then based on the capacity of the RS to associate a web user with a trade magazine that conveys the same values as the user and thus represents a reliable personalized source of information. Precise assessments related to multiple criteria cannot be expected from automatic opinion mining. Our RS thus relies on possibility theory elements.

Keywords:
Possibility theory, Intervals merging, Multicriteria aggregation, Recommender system, Opinion-mining.

1 Introduction

Ces dernières années, de nombreuses entreprises et sites Web ont mis en place des systèmes permettant l'analyse des préférences de leurs utilisateurs afin de mieux répondre aux attentes de ces derniers. À ce jour, les systèmes de recommandation sont présents dans de multiples domaines comme le tourisme/les loisirs [17], la publicité [3], le commerce électronique [13], les films [19], etc. En raison de l'explosion de la quantité de données diffusées sur l'Internet ces dernières années, rechercher et trouver des produits, des services ou des contenus pertinents est devenu une tâche difficile pour l'utilisateur souvent noyé par la masse d'informations. Ceci

– ensuite, pour chaque critère, la polarité des segments qui lui ont été affectés par *Synopsis* est calculée. Il s'agit là de l'étape d'opinion-mining à proprement parler [12].

2.1 Segmentation thématique par critère

L'approche non supervisée *Synopsis* est utilisée pour identifier les extraits de texte qui traitent des critères considérés et se compose de 3 étapes :

1. Construction automatique du corpus d'apprentissage utilisé pour apprendre les mots caractéristiques d'un critère ;
2. Apprentissage automatique de ces mots caractéristiques, appelés descripteurs, et construction d'un lexique associé au critère ;
3. Segmentation du texte en utilisant le lexique associé au critère.

L'approche utilise un ensemble de mots appelés « mots germes ». Ces mots germes permettent d'une part de caractériser sémantiquement le critère considéré, et d'autre part d'amorcer l'apprentissage des descripteurs caractéristiques d'un critère [9]. La construction du corpus d'apprentissage est automatique. Très schématiquement, plus un mot est fréquemment repéré dans le voisinage d'un mot germe du critère (comptage sur fenêtre glissante), plus on considère comme « forte » l'appartenance (sémantique) de ce mot au champ lexical du critère.

Synopsis construit son corpus d'apprentissage à partir de documents du web. La phase de segmentation permet également de gérer l'imprécision du langage en proposant non pas une segmentation unique pour un texte donné, mais plusieurs segmentations possibles pour des granularités de langage différentes [9]. Cette granularité correspond à l'idée que les passages identifiés comme traitant d'un thème (critère ici) peuvent varier en fonction du niveau d'expertise de l'utilisateur. Les méthodes statistiques qui supportent notre approche permettent de construire un dictionnaire de descripteurs caractéristiques d'une thématique donnée et peuvent être paramétrées afin de contrôler la taille de ce dictionnaire (i.e., le niveau d'expertise). Plus l'utilisateur veut être certain de l'appartenance des segments de texte à un critère, plus le vocabulaire appris devra être sélectif. L'appartenance d'un descripteur au champ lexical du critère résulte du calcul d'une fonction de discrimination ; un seuil sur cette fonction permet de définir l'étiquette « forte » sur l'appartenance au critère. Plus ce seuil est haut, plus la phase d'apprentissage des descripteurs du dictionnaire de *Synopsis* est sélective (figure 1). Les seuils retenus sont calculés automatiquement à partir de l'analyse des paliers de la fonction d'appartenance au critère [10].

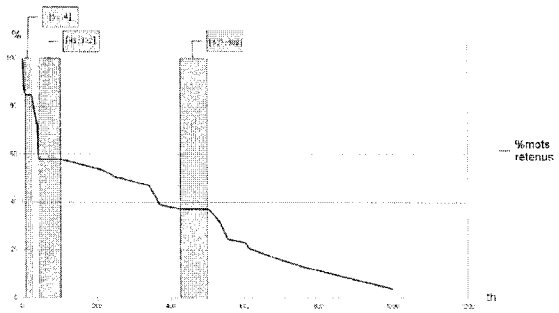


Figure 1 : pourcentage de mots retenus en fonction du seuil de discrimination

2.2 Analyse de sentiments

L'approche d'extraction d'opinions (ou d'analyse de sentiments) est une adaptation de l'approche *Synopsis* à l'extraction d'opinions pour les phases de construction automatique du corpus d'apprentissage et d'apprentissage des descripteurs. Notons que les descripteurs d'opinion appris sont généralement propres au domaine d'analyse (ici le cinéma) [14]. Les mots germes deviennent des mots germes d'opinion [12]. Deux ensembles de mots d'opinion sont initialement distingués les positifs (P) et les négatifs (N) :

P = {good, nice, excellent, positive, fortunate, correct, superior};
N = {bad, nasty, poor, negative, unfortunate, wrong, inferior}.

Partant de l'hypothèse qu'un document qui contient au moins un mot de P (resp. N) et aucun de N (resp. P) est porteur d'une opinion positive (resp. négative), un ensemble de

de Ω tel que $m(E)>0$ est appelé *élément focal.* L'ensemble des éléments focaux est noté $\mathbb{F}$. La fonction m peut être représentée par deux mesures : la *fonction de croyance* $Bel(A)=\sum_{\{E\in\mathbb{F}/A\supseteq E\}} m(E)$ où $\{E\in\mathbb{F}/A\supseteq E\}$ est l'ensemble des témoignages en faveur de A et la *fonction de plausibilité* $Pl(A)=\sum_{\{E\in\mathbb{F}/A\cap E\neq\varnothing\}} m(E)$ où $\{E\in\mathbb{F}/A\cap E\neq\varnothing\}$ est l'ensemble des éléments focaux qui ont une relation avec A et le rendent possible. Les éléments focaux peuvent représenter des observations imprécises sous forme d'intervalles. Dans ce cas, la probabilité d'un événement $A\subseteq\Omega$ noté $\Pr(A)$, est imprécise et elle appartient à l'intervalle $[Bel(A), Pl(A)]$ ($Bel(A)$ et $Pl(A)$ représentent respectivement la probabilité inférieure et la probabilité supérieure de A).

3.3 Fusion possibiliste

Les règles de combinaison classiques présupposent que les sources sont toutes fiables (mode conjonctif) ou au moins une source est fiable (mode disjonctif) [4]. Plusieurs autres règles dites de *compromis* entre les modes conjonctifs et disjonctifs ont été proposées [8]. La règle utilisée ici pour construire les distributions de possibilité est de forme *compromis.*

Soit $\{I_j \mid j=1,NI\}$ l'ensemble des intervalles distincts en sortie de l'analyse de sentiments pour un critère. La probabilité d'occurrence d'un intervalle I_j est considérée comme sa masse de croyance $m(I_j)$.

Dans le cas de singletons, les évaluations sont précises, nous avons :

$\forall A\in P(\Omega), \Pr(A)=Bel(A)=Pl(A)$.

Lorsque les intervalles sont emboîtés $I_1\subseteq I_2\subseteq\ldots\subseteq I_{NI}$, une distribution de possibilités π est calculée à partir de la mesure de *plausibilité* : $\forall\omega\in\Omega$, $\pi(\omega)=Pl(\{\omega\})=\sum_{j=1,NI} m(I_j).1_{I_j}(\omega)$.

Lorsque les intervalles sont seulement cohérents ($\bigcap_{j=1,NI} I_t=I\neq\varnothing$: les opinions partagent au moins une valeur), mais pas emboîtés, deux distributions de possibilité sont construites. D'abord, $\forall\omega\in\Omega$, $\pi_1(\omega)=\sum_{j=1,NI} m(I_j).1_{I_j}(\omega)$. Ensuite, on note $E_s=E_{s-1}\cup E_{\alpha_s}(\pi_1)\,(s=2,r)$ $(E_1=I)$ les nouveaux intervalles emboités construits à partir de $\{I_j \mid j=1,NI\}$. Dans [6] les masses de croyances $m(E_s)$ sont calculées selon $m(E_s)=\sum_{\{I_j \text{ associé à } E_s\}} m(I_j)$ (chaque opinion I_j est associée de façon unique au plus petit ensemble E_s qui peut la contenir). Ainsi, une distribution de possibilité π_2 peut être définie : $\forall\omega\in\Omega$, $\pi_2(\omega)=\sum_{s=1,r} m(E_s).1_{E_s}(\omega)$. Les distributions π_1 and π_2 sont les meilleures approximations inférieure et supérieure pour les opinions $\{I_j \mid j=1,NI\}$) [6].

Les données ne sont généralement ni précises, ni cohérentes. Les probabilités d'une part et la possibilité-nécessité, d'autre part, correspondent à des situations extrêmes et idéales [6]. Dans notre problématique, les opinions exprimées par les internautes peuvent évidemment correspondre à des évaluations contradictoires. Cela signifie que la contrainte de cohérence n'est pas toujours vérifiée dans la pratique, *i.e.*, $\bigcap_{j=1,NI} I_j=\varnothing$. Pour faire face à cette situation, [16] propose une méthode qui consiste à considérer la cohérence des groupes d'intervalles avec une intersection non vide à partir des intervalles initiaux $\{I_j, j=1,NI\}$, ce qui revient à chercher les sous-ensembles $K_\beta\subset\{1,\ldots,NI\}$, $\beta=1,g$ tels que : $\bigcap_{j\in K_\beta} I_j\neq\varnothing$, où g est le nombre de sous ensembles K_β. Chaque sous-ensemble d'intervalles est appelé Sous ensemble Maximal Cohérent (SMC). Cette notion a été initialement introduite dans [21], comme

(critères) pour lesquelles un film est bien perçu par un journal correspondent à ses critères personnels. Comme nous l'évoquions en introduction, fournir les scores partiels x_i^k est une tâche qui rebute les internautes. Ceux-ci veulent bien participer à un RS collaboratif, mais préfèrent exprimer leur opinion en langage naturel sous la forme d'une critique unique, évoquant dans leur texte les seuls critères qui les ont marqués en bien ou en mal pour le film qu'ils analysent. C'est la raison pour laquelle nous avons voulu automatiser l'extraction de critères et l'analyse d'opinions. En revanche, les scores établis automatiquement à partir des critiques sont imprécis. Cette section propose une technique d'identification des poids adaptée à la nature des données dont on dispose dans notre problématique.

La stratégie que l'on cherche à identifier est celle d'un journal spécialisé : quels sont les critères qui caractérisent les valeurs véhiculées par ce journal ? Un utilisateur saura ensuite quel journal est le plus à même de lui fournir des recommandations adaptées à son propre système de choix.

Un journal spécialisé attribue des évaluations globales à des films à l'aide d'échelles du type : nombre d'étoiles, nombre de barres, etc. Ces scores sont imprécis et nous les modélisons à l'aide d'une partition de $\Omega = [0,20]$ en distributions de possibilité trapézoïdales : $\tilde{\pi}^k, k \in items$.

Selon la méthode de fusion présentée dans la section précédente, nous calculons à partir des opinions extraites du web, pour chaque critère i et chaque item k, une distribution de possibilité $\pi_i^k, i \in \{1,...,n\}, k \in items$ (ou $\pi_{1,i}^k$ et $\pi_{2,i}^k$ si l'on ne fait pas d'approximation des distributions inférieure et supérieure). Notons $\bar{\pi}^k = MP_\omega(\pi_1^k,...,\pi_n^k)$ l'agrégation des distributions $\pi_1^k,...,\pi_n^k$ pour un item k par l'opérateur d'agrégation MP_ω. On cherche alors pour un journal donné la distribution de poids ω qui fera correspondre au mieux $\tilde{\pi}^k$ et $\bar{\pi}^k$ sur l'ensemble des items évalués. Autrement dit, la question que l'on se pose, est : connaissant les $\pi_1^k,...,\pi_n^k$ quelle distribution ω permettrait d'inférer au mieux l'avis du journal $\tilde{\pi}^k$? Mathématiquement, la question se ramène à : quelle distribution de poids maximise $\bar{\pi}^k \Rightarrow \tilde{\pi}^k$ pour un journal donné sur l'ensemble des items évalués ?

En logique floue, il existe plusieurs propositions pour l'implication. Les implications de Willmott, Mamdani, Rescher-Gaines, Kleene-Dienes, Brouwer-Gödel, Goguen, Lukasiewicz, Fodor, Reichenbach sont soit restrictives soit trop permissives [15], [22]. Un compromis consiste à calculer la surface commune entre $\tilde{\pi}^k$ et $\bar{\pi}^k$ telle que cette mesure représente leur pourcentage de recouvrement :

$$Imp(\bar{\pi}^k, \tilde{\pi}^k) = 100.\int \wedge(\bar{\pi}^k, \tilde{\pi}^k)) / \int \tilde{\pi}^k . \qquad (2)$$

Pour les distributions de possibilité multimodales, nous avons décidé de ne considérer que le mode qui représente l'opinion de la majorité des internautes dans le contexte de cet article.

Nous proposons maintenant de déterminer les poids de chacun des critères par l'intermédiaire d'une analyse de sensibilité. Cette dernière consiste à faire varier les poids de chacun des critères et d'évaluer, pour chaque variation des ω_i, l'implication de $\tilde{\pi}^k$ par $\bar{\pi}^k$ sur l'ensemble des items. La distribution de poids ω^* retenue pour un journal donné est :

$$\omega^* = \max_{(\omega_1,...,\omega_n)\in[0,1]^n} \sum_{k\in items} (\bar{\pi}^k \Rightarrow \tilde{\pi}^k) \qquad (3)$$

Ce résultat donne les critères prioritaires pour un journal spécialisé donné.

5 Cas d'étude

Le prototype logiciel qui supporte notre système de recommandation de films repose sur l'association d'un internaute avec un journal spécialisé qui porte les mêmes priorités ou valeurs que lui. Ce prototype utilise le module d'extraction d'opinions multicritères

peut alors simplement choisir le journal qui véhicule les valeurs qui s'approchent le plus de son humeur du moment et aller consulter le hitparade de ce journal pour une recommandation personnalisée. Il n'y a ainsi pas de modèle de préférence de l'utilisateur à identifier, c'est lui-même qui repère le journal qui lui convient le mieux. Notons que ce principe simple permet à l'utilisateur de changer de « système de préférence » selon son humeur chaque fois qu'il va au cinéma !

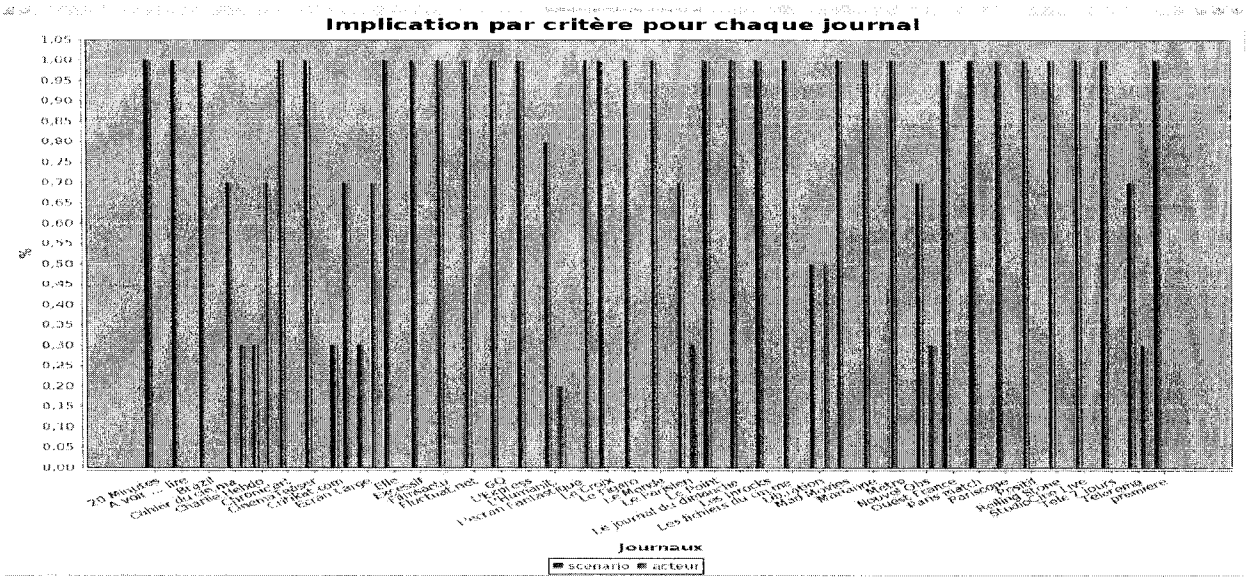


Figure 3 – Stratégies d'évaluation des 20 journaux de la base

Il est également possible d'imaginer que l'on identifie un modèle de préférence de l'utilisateur sur une base de films mythiques réduite ou sur des critiques qu'il aurait postées antérieurement. Tout dépend de l'investissement que l'on souhaite des utilisateurs du système collaboratif de recommandation. On calculerait ensuite une distance entre les distributions de poids des journaux et de l'utilisateur pour la recommandation.

Dans nos futurs travaux, nous projetons de garder tous les modes calculés par la méthode de fusion pour chaque critère et mettre en place un calcul des poids qui tienne compte des modes afin de préserver au mieux la disparité des avis des internautes.

6 Conclusion

Dans cet article, nous avons proposé un système de recommandation qui permet d'extraire automatiquement de critiques en langage naturel des opinions (scores) relativement à un ensemble de critères. Nous avons expliqué pourquoi les scores restitués étaient imprécis. Nous avons alors développé une méthode de fusion pour calculer l'opinion collective des internautes sur un film au regard d'un critère donné. Enfin, nous avons proposé une méthode d'identification de la stratégie d'évaluation d'un journal spécialisé. La recommandation la plus simple qui soit avec notre système consiste alors à montrer les critères prioritaires de la presse spécialisée à l'utilisateur afin qu'il choisisse le journal selon son humeur.

Cette approche permet donc de développer des systèmes de recommandation de type MMPE en s'affranchissant des tâches les plus contraignantes de ce type de systèmes collaboratifs. Ceci constitue une avancée importante car jusqu'à présent la nécessité d'évaluer manuellement un grand nombre de documents et cela selon plusieurs critères, représentait un frein majeur à la mise en place

Mesures d'adéquation entre vocabulaire expert et structure de données

Adequacy between an expert vocabulary and a data structure

Marie-Jeanne Lesot[1] Grégory Smits[2] Olivier Pivert[3]

[1] LIP6, UPMC Univ Paris 06, CNRS, UMR 7606, 4 place Jussieu, 75005 Paris, marie-jeanne.lesot@lip6.fr
[2] IRISA - IUT, 3, rue E. Branly - BP 30219, 22302 Lannion cedex, gregory.smits@irisa.fr
[3] IRISA - ENSSAT, 6, rue de Kerampont - BP 80518, 22305 Lannion cedex, pivert@enssat.fr

Résumé :
L'adéquation entre un vocabulaire expert utilisé pour décrire linguistiquement un ensemble de données et la structure de ces dernières est requise pour garantir la pertinence et la cohérence de l'expression des résultats d'un processus de découverte des données personnalisé. Cet article propose deux mesures pour répondre à cette tâche : la première est basée sur la comparaison des partitionnements respectivement obtenus à partir de la représentation initiale des données et à partir des données réécrites ; la seconde évalue, dans l'espace réécrit, les regroupements identifiés dans l'espace initial. Les expérimentations sur des données artificielles montrent qu'elles permettent d'identifier des vocabulaires pertinents.

Mots-clés :
Variables linguistiques, classification non supervisée, adéquation, structure des données

Abstract:
The adequacy between an expert vocabulary used to linguistically describe a data set and the structure of the latter is required to guarantee the relevance and consistency of the expression of the results obtained in a personalised knowledge discovery task. This paper proposes two measures to address this task : the first one is based on the comparison between the partitions obtained from the initial data and the rewritten data representations ; the second one assesses, in the rewritten space, the clusters obtained from the initial data. Experimental results obtained from artificial data show these measures make it possible to identify relevant vocabularies.

Keywords:
Linguistic variables, clustering, adequacy, data structure

1 Introduction

La prise en compte des préférences et des besoins des utilisateurs permet de personnaliser le processus de découverte de connaissances dans des ensembles de données et d'augmenter leur pertinence [2]. Ces préférences peuvent en particulier être exprimées par le biais d'un vocabulaire expert, modélisé par des variables linguistiques floues, qui permet de décrire des propriétés des données qui ont du sens pour l'analyste. La pertinence de l'utilisation de tels vocabulaires pour la personnalisation a été démontrée dans de nombreux contextes applicatifs, parmi lesquels la recherche par facettes [12], les requêtes flexibles coopératives [1] ou le résumé de données [10, 13].

Il est alors nécessaire que la définition du vocabulaire soit cohérente par rapport à la structure sous-jacente des données : le vocabulaire induit une relation d'indistinguabilité sur les données, puisque deux objets ne peuvent être distingués s'ils satisfont une modalité floue au même degré. Cette relation est légitime, puisqu'elle correspond à des données qui sont également appréciées par l'expert ; toutefois, elle doit être définie de sorte à être compatible avec la structure des données. En effet, d'une part, deux données similaires par leurs descriptions numériques ne doivent pas être séparées par leurs descriptions linguistiques. Réciproquement, deux données indistinguables d'après le vocabulaire ne doivent pas appartenir à des sous-groupes de données distincts. De telles inadéquations devraient conduire à nuancer le vocabulaire de l'analyste, afin de préserver à la fois l'adéquation avec les données et la compatibilité avec ses préférences subjectives exprimées par les modalités floues.

Le problème de l'adéquation entre vocabulaire expert et structure de données a été soulevé [10, 13], mais n'a pas été étudié. Dans cet article, nous proposons de l'interpréter comme un

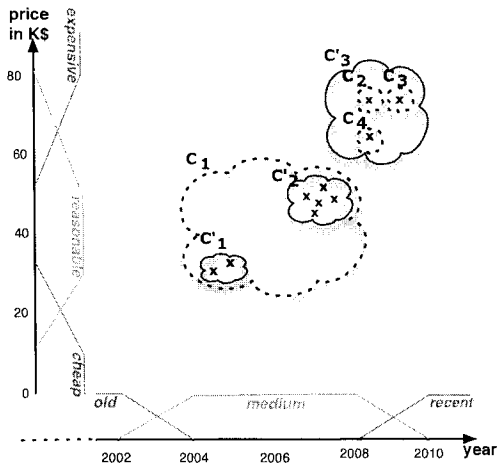


Figure 1 – Comparaison des partitions basées sur le vocabulaire expert (clusters C_1 à C_4) et sur la représentation initiale des données (clusters C'_1 à C'_3).

3 Etape de clustering

3.1 Choix de l'algorithme de clustering

De nombreux algorithmes de clustering peuvent être envisagés a priori [6], toutefois le contexte applicatif impose des contraintes qui guident la sélection : l'algorithme doit être capable de traiter de grands volumes de données, de déterminer automatiquement le nombre de clusters, que l'utilisateur ne peut indiquer a priori, et de traiter des données hétérogènes, décrites par des attributs numériques et catégoriels.

Nous proposons d'utiliser l'algorithme *l-fcmed-select* [8] qui constitue une extension de l'algorithme des c-médoïdes linéarisé *l-fcmed* [7]. Ce dernier présente 3 caractéristiques motivant son utilisation : il définit les centres des clusters comme des médoïdes, c'est-à-dire les données qui minimisent la distance aux membres du cluster, et non comme des points fictifs calculés comme des moyennes par exemple, ceci permet une application à des données hétérogènes ; il effectue une affectation floue, ce qui lui apporte robustesse et indépendance à l'initialisation aléatoire ; il met en œuvre une approximation pour la mise à jour des médoïdes, en recherchant la nouvelle position dans le voisinage de la position précédente, ce qui diminue son temps de calcul.

L'extension *l-fcmed-select* [8] constitue une variante incrémentale de *l-fcmed*, qui est appliqué à des échantillons de données, conduisant à des résultats locaux fusionnés ultérieurement par clustering hiérarchique. De plus, lorsqu'un échantillon a été traité, une étape d'augmentation des clusters teste si les données non encore traitées peuvent être affectées aux clusters identifiés. Cette étape permet d'une part de diminuer la quantité de données restant à traiter et d'autre part d'éviter l'identification de clusters trop similaires aux clusters déjà identifiés. Elle réduit donc le temps de calcul, à la fois pour les étapes de *l-fcmed* et pour leur fusion finale.

En outre, afin de sélectionner le nombre de clusters, *l-fcmed-select* ajoute une étape de sélection de médoïdes : *l-fcmed* identifie c clusters, que cette valeur soit pertinente ou non pour les données. Aussi, *l-fcmed-select* applique à chaque échantillon *l-fcmed* avec une valeur élevée de c et sélectionne ensuite uniquement les clusters pertinents, selon des critères de taille et de compacité [8].

3.2 Choix des mesures de distance

Pour l'espace de représentation initial, nous définissons la distance comme la moyenne des distances calculées pour chaque attribut, c'est-à-dire $d(x,y) = 1/q \sum_{j=1}^{m} d_i(x_j, y_j)$, où d_j est la distance associée à l'attribut A_j, définie comme d_{cat} pour les attributs catégoriels et d_{num} pour les attributs numériques :

$$d_{cat}(x,y) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \neq y \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (1)$$

$$d_{num}(x,y) = \frac{|x-y|}{\max(x,y)} \quad (2)$$

La distance pour attribut catégoriel est binaire et vaut 0 si les deux valeurs comparées sont identiques, 1 sinon. La distance pour attributs numériques calcule un écart relatif : ainsi, une différence de prix de 2 000€ n'a pas le même

affectée au cluster r, et 0 sinon. $\mathcal{W} = \{w_r\}$ représente l'ensemble des centres des clusters, et d la mesure de distance. L'indice de Xie-Beni doit être minimisé.

Le critère proposé consiste alors à calculer dans l'espace réécrit la compacité et la séparabilité des clusters identifiés dans l'espace initial :

$$q_{XB}(\mathcal{V}, \mathcal{D}) = xieBeni(U(\mathcal{D}), \mathcal{RW}_{\mathcal{V}}, \mathcal{RD}_{\mathcal{V}}) \quad (5)$$

où $U(\mathcal{D})$ représente l'affectation obtenu en partitionnant les données $\mathcal{D}$ dans l'espace initial, $\mathcal{W}$ les centres de clusters associés et $\mathcal{RD}_{\mathcal{V}}$ leur réécriture par le vocabulaire $\mathcal{V}$.

5 Résultats expérimentaux

Cette section décrit l'étude des critères proposés réalisée sur une petite base de données artificielle représentative, en deux dimensions.

5.1 Données considérées

Les données, représentées sur la Figure 2, ont été générées par un mélange de trois gaussiennes non sphériques générant chacune 150 points. Plusieurs vocabulaires sont comparés, comme représenté à gauche et dans la partie inférieure de la figure : la variable linguistique associée à l'attribut y est définie par une partition appropriée, qui correspond à la distribution des données : les deux modalités isolent le cluster d'en haut des clusters inférieurs et induit des zones indistinguables au sein de chaque cluster.

Pour l'attribut x, 7 partitions sont considérées, classées par ordre croissant de nombre de modalités : $P1$ contient une unique modalité et peut donc être considérée comme trop générale. En effet, toutes les données appartiennent à son noyau et sont donc indistinguables. La partition $P2$ est la partition appropriée, qui correspond à la structure des données. La partition $P2a$ présente également 2 modalités, mais peut être décrite comme absurde : elle est en double contradiction avec la structure des données : d'abord elle conduit à une

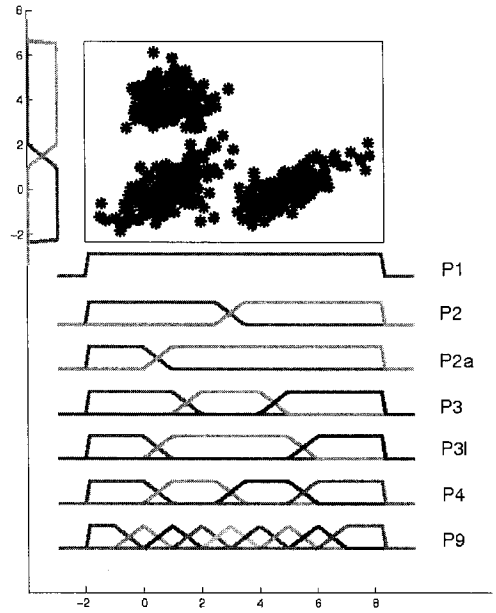


Figure 2 – Données et vocabulaire considérés

distinction artificielle des données du cluster inférieur de gauche ; de plus, elle ne fait pas de différence entre les données du cluster inférieur de droite et certaines des données du cluster inférieur de gauche. La partition $P3$ définit trois modalités qui rendent la partie centrale des données indistinguable, regroupant les deux clusters inférieurs et ignorant leur structure. La partition $P3l$ est une variante de $P3$ où la région de chevauchement entre les deux clusters est plus large. Les partitions $P4$ et $P9$ sont d'autres exemples de partitions trop détaillées, possédant trop de modalités.

5.2 Protocole expérimental

Le Tableau 1 montre, pour chacune des partitions considérées, les valeurs des deux critères proposés, ad_{IRA} et q_{XB}, en donnant la moyenne et l'écart-type pour 100 initialisations. Chaque initialisation tire aléatoirement un premier médoïde puis sélectionne les autres médoïdes de façon à maximiser leurs distances deux à deux. Des analyses non détaillées ici montrent que, quelle que soit la représentation de données considérée, les résultats du clustering sont stables et peu dépendants de l'initialisation, ce

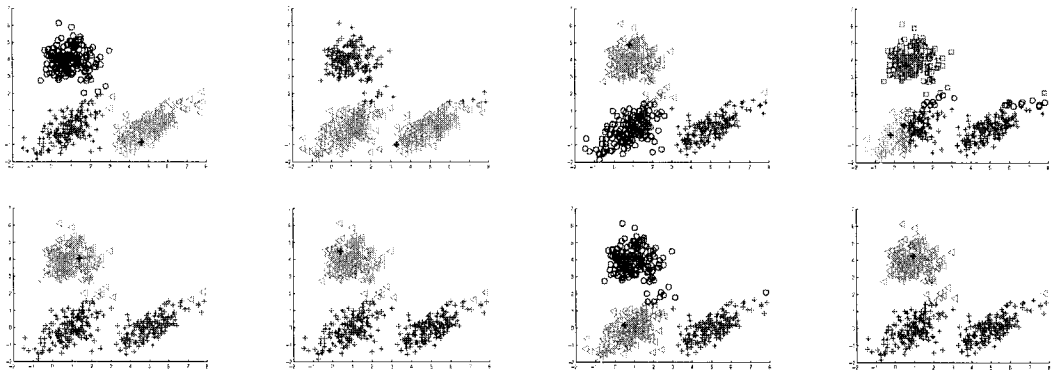


Figure 3 – Affectations obtenues : (première ligne) représentation initiale et après réécriture avec les partitions $P1$, $P2$, $P2a$; (seconde ligne) après réécriture avec les partitions $P3$, $P3l$, $P4$, $P9$.

de modalités, par exemple selon que ce dernier est trop élevé ou trop faible, mais par la présence ou l'absence d'une modalité reliant les deux clusters du bas : pour les deux partitions obtenant une valeur élevée de ad_{IRA}, $P2$ et $P4$, la frontière entre les clusters correspond à une transition entre des modalités. Au contraire, pour les vocabulaires obtenant une valeur faible, la région frontalière est rendue indistinguable par une modalité à cheval entre les deux clusters. Pour ces données, la taille du chevauchement n'a pas d'influence : qu'elle soit élevée ($P1$, $P2a$ ou $P3l$), moyenne ($P3$) ou faible ($P9$), la mesure prend la même valeur.

5.4 Résultats de l'adéquation XB

La dernière colonne du Tableau 1 donne les valeurs de q_{XB}, qui doit être minimisé. A titre de référence, l'évaluation dans l'espace de représentation initiale, c'est-à-dire la mesure de la compacité et de la séparabilité dans l'espace où le clustering a lieu, conduit à 0.10 ± 0.02.

On peut observer que $P2$ est significativement la meilleure partition : représenter les données par ce vocabulaire rend les clusters encore plus compacts et séparables que dans l'espace initial. En effet, toutes les données situées dans les noyaux des modalités sont bien affectées à un même cluster, et donc à distance nulle : les diamètres des clusters sont donc très faibles. De plus, les médoïdes sont à distance maximale les uns des autres, car ils sont décrits par les modalités extrêmes de chaque modalité.

Les partitions $P3$ et $P9$ sont classées deuxième ex aequo : elles ont également une séparabilité maximale, mais une compacité plus faible. Il faut souligner que ces comparaisons de compacité et séparabilité sont basées sur l'interprétation, et restent conceptuelles et non numériques : les échelles de distance sont différentes, et une normalisation est difficile.

La partition $P4$, classée quatrième, a une compacité comparable à celles de $P3$ et $P9$, mais n'obtient pas une séparabilité maximale : pour l'attribut x, les médoïdes sont respectivement réécrits comme $(0, 1, 0, 0)$ and $(0, 0, 1, 0)$ et non plus affectés aux modalités extrêmes.

Enfin, pour les partitions $P1$, $P2a$ et $P3l$, q_{XB} est infini en raison d'un dénominateur nul : au moins 2 médoïdes ne sont pas distinguables selon le vocabulaire, ce qui en indique le manque d'adéquation. Cette valeur infinie, qui ne permet pas de faire de différence entre ces trois vocabulaires, pourrait être raffinée par le nombre de paires de médoïdes indistinguables.

Le classement des partitions pertinentes est donc plus fin et différent de celui induit par la mesure ad_{IRA}, ce qui indique la complémentarité de ces mesures de sémantiques différentes.

Caractérisation de motifs graduels par des clauses du type "surtout si"

Characterization of gradual itemsets through "especially if" clauses

A. Oudni[1,2] M.-J. Lesot[1,2] M. Rifqi[1,2,3]
[1] Université Pierre et Marie Curie-Paris6, UMR 7606, LIP6, F-75005, Paris, France
[2] CNRS, UMR 7606, LIP6, F-75005, Paris, France
[3] Université Panthéon-Assas - Paris 2, F-75005, Paris, France

Résumé :
Les motifs graduels de la forme "*plus/moins A, plus/moins B*" résument et caractérisent les données par leurs tendances internes exprimées comme des corrélations entre les valeurs des attributs. Cet article propose de caractériser les motifs graduels en les enrichissant par une clause introduite par l'expression linguistique "surtout si". Ils sont de la forme "I, *surtout si* $J \in R$" où I est un motif graduel, J est un ensemble d'attributs inclus dans I et R est un ensemble d'intervalles définis pour chaque attribut dans J. La méthode proposée est basée sur des outils de morphologie mathématique et tient compte de la densité des données. La pertinence de l'approche proposée est illustrée sur un ensemble de données réelles.

Mots-clés :
Motif graduel, caractérisation, densité, fouille de données, extraction d'intervalles.

Abstract:
Gradual itemsets of the form "*the more/less A, the more/less B*" summarise data through the description of their internal tendencies, identified as correlation between attribute values. This paper proposes to characterize gradual patterns by enriching them by a clause introduced by the linguistic expression "especially if". They are of the form "I, *especially if* $J \in R$", where I is a gradual itemset, J is a set of attributes occurring in I and R is a set of intervals defined for each attribute in J. The proposed method is based on appropriate mathematical morphology tools and takes into account the data density. The relevance of the proposed approach is illustrated on a real data set.

Keywords:
Gradual itemsets, characterisation, density, data mining, interval extraction.

1 Introduction

Les motifs graduels fournissent des informations résumant un ensemble de données sous la forme "*plus/moins A, plus/moins B*". Initialement introduits dans le formalisme des implications floues [8, 9], ces motifs ont ensuite été interprétés comme des contraintes de covariation des valeurs d'attributs, pour des données floues ou numériques. Plusieurs interprétations de ces contraintes ont été proposées, sous la forme de régression [10], de corrélation d'ordres induits [2, 11] ou d'identification de sous-ensembles d'objets compatibles [4, 5]. Ces interprétations conduisent à différentes définitions de supports et à des méthodes d'identification de motifs fréquents.

Dans le cas de données floues, un enrichissement des motifs graduels par renforcement a été proposé. Il consiste à identifier des sous-ensembles des données sur lesquels le motif est plus satisfait que sur la base totale. Ces sous-ensembles sont définis par des contraintes de présence de modalités floues. Les motifs renforcés sont exprimés linguistiquement par une clause introduite par "d'autant plus que" [3], comme par exemple "plus on est proche du mur, plus on freine fort, d'autant plus que la vitesse est élevée".

Cet article propose un nouveau type d'enrichissement par une caractérisation des motifs graduels, pour des données numériques. Cet enrichissement considère des restrictions définies par des contraintes d'intervalles identifiés automatiquement et non des modalités existantes dans les données. Linguistiquement, la caractérisation est exprimée par des clauses introduites par l'expression "surtout si". Les motifs graduels caractérisés peuvent être illustrés par l'exemple "plus on est proche du mur, plus on freine fort, surtout si la distance au mur est dans $[0, 50]$m", ou plus généralement "*plus/moins A, plus/moins B, surtout si* $J \in R$",

support, et donc d'appliquer des algorithmes classiques d'extraction de motifs. Les méthodes proposées pour identifier ces intervalles peuvent être distinguées suivant qu'elles reposent sur une discrétisation avant [1, 12, 15] ou pendant le processus d'apprentissage [6, 7, 16, 14].

Le problème d'identification d'intervalles d'intérêt se rapproche également du problème de discrétisation pour la construction d'arbre de décision. L'approche proposée dans [13] utilise des outils de morphologie mathématique [18], plus précisément un filtre alterné, pour regrouper les valeurs d'un attribut qui sont associées à la même classe, tolérant un certain niveau de bruit dans les groupes identifiés. Ce filtre est appliqué à un mot, obtenu par transcription de l'univers numérique unidimensionnel, où chaque exemple est représenté par un caractère symbolisant sa classe. Cette transcription tient compte de l'écart entre deux valeurs successives dans la base d'apprentissage.

3 Interprétation des motifs graduels caractérisés

Cette section présente l'interprétation et le principe de la caractérisation des motifs graduels, en l'illustrant sur un exemple.

3.1 Restriction de données

La Figure 1 représente un ensemble de données décrit par deux attributs, pour lequel le motif graduel $I = A^{\geq}B^{\geq}$ est supporté par le chemin représenté par •. Son support graduel vaut $15/23 = 65\%$. Or, il peut être observé que la covariation entre A et B est particulièrement vérifiée si les données sont limitées aux objets pour lesquels A prend des valeurs dans l'intervalle $[32; 65]$: pour ces données le support du motif est plus élevé, il vaut $12/14 = 85\%$. Ceci motive l'extraction du motif graduel caractérisé "$A^{\geq}B^{\geq}$ *; surtout si* $A \in [32; 65]$".

Plus généralement, nous proposons d'interpréter la caractérisation des motifs

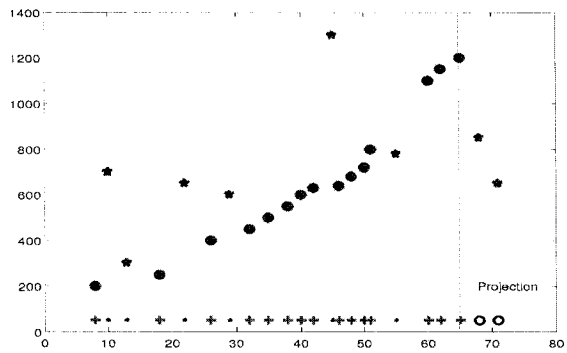


Figure 1: Exemple de caractérisation d'un motif graduel, conduisant à "plus A, plus B, surtout si $A \in [32; 65]$".

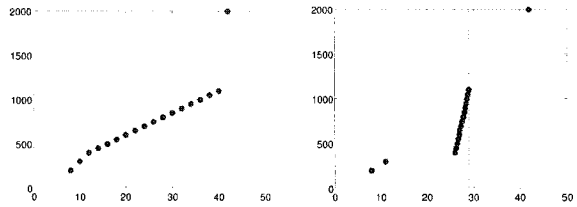


Figure 2: Effet de la densité.

graduels comme validité accrue quand les données sont restreintes aux objets satisfaisant la clause de caractérisation. Cependant, afin d'être informative, une telle caractérisation ne doit pas limiter les données trop drastiquement : il est facile d'atteindre 100% de support, par exemple en restreignant les données à un unique couple d'objets satisfaisant l'ordre induit. Pourtant, la caractérisation dérivée serait trop spécifique. Dans l'exemple précédent, restreindre les données au plus petit intervalle $[32; 42]$ augmente le support à 100%, mais conduit à une caractérisation trop spécifique.

Le principe de la caractérisation est donc de trouver un compromis entre un support élevé et un nombre élevé d'objets lors de la restriction de l'ensemble de données.

3.2 Prise en compte de la densité

Dans le cas général, deux sous-ensembles de données différant par leur densité mais de même

de $+$ consécutifs en tolérant quelques symboles $-$: il est alors possible d'augmenter la taille de la sous-séquence considérée, avec une diminution limitée de la proportion de $+$. Comme détaillé ci-dessous, de tels effets de lissage peuvent être obtenus en appliquant un opérateur φ, conduisant à $v' = \varphi(v)$ afin de fusionner les séquences de $+$ proches, puis en identifiant la plus longue séquence de $+$ dans v', $S(v')$, et en évaluant la séquence correspondante dans v, $S_v(v')$, avec un support $NP(S_v(v'))/(|S_v(v')| - NF(S_v(v')))$.

5 Morphologie mathématique

Cette section présente les outils de morphologie mathématique proposés pour répondre à l'objectif global décrit dans la section 3.3, ainsi que leurs propriétés et leur pertinence.

La morphologie mathématique [18] a été largement utilisée pour le traitement d'images et l'analyse fonctionnelle. Les opérateurs utilisés ici sont des transpositions des opérateurs classiques au cas unidimensionnel et s'appliquent à des mots obtenus à l'issue d'une transcription de l'univers numérique.

5.1 Opérateurs considérés

Étant donné un mot défini sur $\{+, -, \circ\}$, l'opérateur d'érosion, noté Er_1, diminue la taille des séquences de $+$ en remplaçant leurs extrémités par des $-$: pour tout m entier positif, indiquant le nombre de $+$ du mot considéré

$$\begin{array}{cccccccc} - & +^{m+2} & - & \longrightarrow & - & - & +^{m} & - & - \\ \circ & +^{m+1} & - & \longrightarrow & & \circ & +^{m} & - & - \\ - & +^{m+1} & \circ & \longrightarrow & - & - & +^{m} & \circ & \end{array}$$

Les deux dernières lignes montrent la spécificité du symbole $\circ$ qui n'est pas modifié.

Er_n, où n est un paramètre entier, désigne la combinaison de n érosions successives : elle efface les séquences de $+$ de longueur inférieure à $2n$, chacun de leurs éléments étant progressivement remplacé par $-$.

Réciproquement, l'opérateur de dilatation, noté Di_1, diminue les séquences de $-$ et allonge les séquences de $+$: pour tout $m \geq 0$

$$\begin{array}{cccccccc} + & -^{m+2} & + & \longrightarrow & + & + & +^{m} & + & + \\ \circ & -^{m+1} & + & \longrightarrow & & \circ & -^{m} & + & + \\ + & -^{m+1} & \circ & \longrightarrow & + & + & -^{m} & \circ & \end{array}$$

Di_n est la combinaison de n dilatations successives ; elle efface les séquences de $-$ de longueur inférieure à $2n$.

L'opérateur d'ouverture est défini, comme dans la morphologie mathématique classique, par $Ouv_n = Di_n \circ Er_n$. Par rapport au mot initial, l'opérateur d'ouverture fusionne les séquences de $-$ séparées par des séquences de moins de $2n$ $+$. Réciproquement, l'opérateur de fermeture est défini comme $Fer_n = Er_n \circ Di_n$: il fusionne les séquences de $+$ séparées par des séquences de moins de $2n$ $-$.

Le filtre alterné est la combinaison récursive d'ouvertures et de fermetures :

$$\begin{array}{ll} n = 1 & Filt_1 = Fer_1 \circ Ouv_1 \\ n > 1 & Filt_n = Fer_n \circ Ouv_n \circ Filt_{n-1} \end{array}$$

Une combinaison $Fer_n \circ Ouv_n$ supprime d'abord les séquences de $+$ de longueur inférieure à $2n$, puis regroupe les séquences de $+$ de longueur supérieure à $2n + 1$, si elles sont séparées par moins de $2n$ symboles $-$.

5.2 Propriétés

Il faut noter que le filtre alterné est à la fois tolérant et exigeant lorsque n est élevé. En effet, il permet, d'une part, de remplacer de longues séquences de $-$ dans des séquences de $+$: il est tolérant aux $-$ dans les blocs de $+$. D'autre part, pour effectuer de telles modifications, les séquences de $-$ doivent être entourées par de longues séquences de $+$: il est exigeant pour fusionner les séquences de $+$. C'est la raison pour laquelle il représente un compromis entre la longueur et la proportion de symboles $+$, fournissant un outil intéressant pour extraire les intervalles d'intérêt de caractérisation.

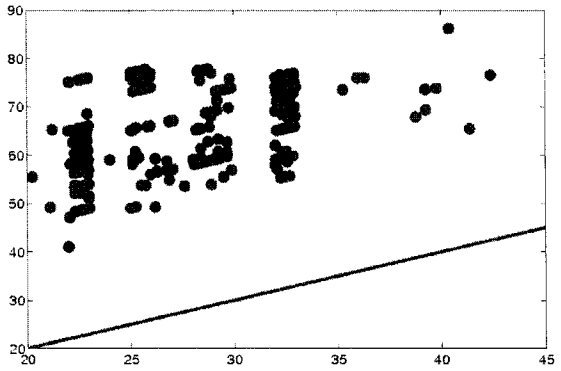


Figure 3: Supports des motifs graduels avant (abscisses) et après (ordonnées) caractérisation.

7.3 Comparaison de $SG_{\mathcal{D}}$ et $SG_{\mathcal{D}'}$

La Figure 3 compare les supports graduels des motifs avant et après caractérisation. Elle montre bien que tous les supports graduels obtenus après caractérisation sont supérieurs à ceux avant caractérisation. Ceci confirme la validité accrue des motifs graduels. Le SG le plus élevé avant caractérisation est de 42.4%, en revanche, le SG le plus élevé après caractérisation est de 86.2%, qui lui est bien supérieur.

7.4 Résultats de variation de l'écart de base

La méthode proposée dépend du paramètre e, qui détermine le nombre d'objets fictifs introduits et donc le niveau de prise en compte de la densité : plus la valeur de e est faible, plus la contrainte imposée par la densité est importante. Si e est inférieur à l'écart minimal observé entre deux données consécutives, e_{min}, aucune clause de caractérisation ne peut être identifiée : les objets transcrits par des $+$ sont tous séparés par des objets fictifs transcrits par des $-$, et aucune séquence de $+$ n'est identifiée. Si e est supérieur à l'écart maximal, e_{max}, entre deux valeurs successives, aucun objet fictif n'est introduit, et la densité n'a pas d'influence sur le résultat, aussi, le nombre de clauses de caractérisation identifiées est maximal.

De façon plus précise, quand e est faible, les longueurs des séquences identifiées sont de plus en plus faibles car de nombreux objets fictifs sont ajoutés ; de plus, le support est faible également. Aussi, le nombre de clauses de caractérisation identifiées diminue.

Tableau 1: Nombre de motifs caractérisés extraits en fonction de l'écart utilisé e pour l'attribut "vitesse du vent"

e	$e_{max} = 0.1$	0.01	0.005	$e_{min} = 0.003$
nb motifs	51	37	7	0

A titre d'exemple, le tableau 1 montre le nombre de motifs caractérisés extraits en fonction de la valeur de e, pour l'attribut "vitesse du vent".

8 Conclusion et travaux futurs

Dans cet article, nous avons proposé une nouvelle approche pour la caractérisation des motifs graduels, en utilisant la clause de caractérisation "surtout si", afin d'extraire plus d'information résumant un ensemble de données. Elle repose sur l'identification d'intervalles d'intérêt pour les attributs apparaissant dans le motif considéré et vérifiant une contrainte de densité des données. Nous avons proposé un support graduel de caractérisation pour mesurer la pertinence de ces motifs et interprété la caractérisation comme une validité accrue du motif. L'approche proposée est basée sur les outils de morphologie mathématique.

Une première perspective consiste à étudier la sélection des valeurs des paramètres de l'approche proposée, en particulier l'ordre du filtre n. Une autre perspective de ce travail consiste à caractériser les motifs avec une clause non incluse dans le motif à caractériser, par exemple : "plus la température augmente, plus la pression diminue, surtout si l'humidité appartient à $[50, 65]$". Cela soulève des problèmes concernant le temps de calcul et la consommation mémoire, et dépend de la façon d'éliminer efficacement les motifs caractérisés non pertinents dès leur détection.

Données multidimensionnelles floues et Graphe de similarité

Fuzzy Multidimensional Data and Similarity Graph

A. Nourizadeh[1,2] F. Blanchard[2] B. Delemer[1] M. Herbin[2]
[1] Service Endocrinologie-Diabétologie-Nutrition, CHU Reims
[2] Laboratoire CReSTIC (EA 3804), Université de Reims Champagne-Ardenne

Résumé :
L'analyse de données nécessite une phase exploratoire pour effectuer des rapprochements par similarité et extraire les informations pertinentes. Dans cette communication, nous proposons une approche par graphes sur un échantillon de données. Les graphes sont construits à partir de données floues. Dans une première étape, nous fuzzifions des données multidimensionnelles qualitatives ou quatitatives. Par une opération d'agrégation, nous définissons ensuite un indice de représentativité dans l'échantillon. Le voisinage de chaque donnée est défini par α-coupes. Enfin nous connectons chaque donnée à son voisin le plus représentatif pour construire un graphe dépendant du seuil α utilisé. Cette approche est illustrée par une étude sur l'insulinothérapie dans le cas du diabète de type 2 des personnes âgées.

Mots-clés :
Données multidimensionnelles, Fuzzification, Agrégation, Graphe, Représentants

Abstract:
Data analysis requires an exploratory phase to make connections between similar data and extract relevant information. In this paper, we propose an approach based on graphs of data. The graphs are constructed from fuzzy data. In a first step, we fuzzify both qualitative and quatitative multidimensional data. Then we define an index of representativeness within the data samples using an aggregation operator. The neighborhood of each data is defined by α-cuts. Finally we connect each data to its most representative neighbor to build a graph which depends on the used threshold α. This approach is exemplified to study insulino-therapy in the case of type 2 diabetes in the elderly.

Keywords:
Multidimensional Data, Fuzzification, Agregation, Graph, Representatives

1 Introduction

L'analyse de données nécessite généralement une phase exploratoire pour déterminer le traitement le plus adapté. Dans ce contexte, la logique floue est souvent mise à contribution pour gérer l'incertitude et l'imprécision, elle permet aussi une évaluation plus flexible des similarités entre objets [2]. Classiquement la relation de similarité au sens de Zadeh [1] est symétrique. Dans cette communication, la contrainte de symétrie sera levée : à l'aide d'opérateurs d'agrégation, nous proposons une méthode pratique utilisant le flou pour définir un indice de similarité entre données multidimensionnelles, sans se préoccuper de la propriété de symétrie. Une proposition d'analyse exploratoire des données est ensuite développée en utilisant cet indice de similarité.

À l'instar des méthodes de raisonnement à base de cas [3], l'indice de similarité permet d'extraire de l'échantillon des observations ou données particulières. Ces observations représentent :

- soit des regroupements de données,
- soit des données individuelles (i.e. des cas rares).

Cette communication prolonge nos travaux sur la représentativité des données [8], communication dans laquelle ces observations particulières sont appelées représentants de l'échantillon.

Plusieurs remarques préliminaires peuvent être soulignées dans ce type d'approche de l'analyse exploratoire des données. Les cas rares peuvent être très nombreux dépassant largement 10% de l'effectif total (par exemple 18% dans [11]). Les connaissances a priori sont minimales comme dans le démarrage à froid d'un raisonnement à base de cas ou d'un système de recommandation. Aucun clustering préalable n'est imposé, contrairement aux approches par typicalité [7].

Si l'approche proposée vise à imposer peu de contraintes, en revanche elle nécessite une étape d'interprétation des résultats qui sera propre à chaque application. Comme pour toute analyse exploratoire, une étape de visualisation est

tenance est :

$$\mu: \begin{array}{ccc} E & \longrightarrow & [0,1] \\ X & \longmapsto & \mu(X) \end{array} \quad (4)$$

avec :

$$\mu(X) = agreg(\mu_{X_i}(X)) \quad (5)$$

pour $1 \leq i \leq n$ avec la méthode d'agrégation notée $agreg$. Le couple (E, μ) définit alors un échantillon flou de données (sous-ensemble flou de E). Dans cette communication, nous utilisons de nouveau la moyenne arithmétique comme opérateur d'agrégation.
Deux remarques découlent des propriétés élémentaires des opérateurs d'agrégation. Plus l'observation X est similaire aux autres observations de E, plus $\mu(X)$ est proche de 1. Si X était similaire à toutes les données de E, alors on aurait $\mu(X) = 1$. Plus l'observation X est dissimilaire des autres observations de E, plus $\mu(X)$ est proche de 0. Si X était dissimilaire à toutes les données de E, alors on aurait $\mu(X) = 0$. La valeur $\mu(X)$ devient alors un indicateur de similarité de X avec l'ensemble E dans sa globalité. Dans cet article $\mu(X)$ est appelé *un indice de représentativité* de X dans E.

6 Voisinage d'une donnée et graphe de voisinage

Soit X une observation de E considérée comme une donnée floue (voir partie 3) de fonction d'appartenance μ_X. Une α-coupe définit un voisinage de X dans E par :

$$V_\alpha(X) = \{Y \in E / \mu_X(Y) \geq \alpha\} \quad (6)$$

$V_\alpha(X)$ n'est pas vide et contient au moins X. Pour chaque valeur de α, on définit alors un graphe sur E en connectant chaque donnée X à la donnée voisine Z_X ayant la plus grande représentativité :

$$Z_X = \underset{Y \in V_\alpha(X)}{\arg\max}(\mu(Y)) \quad (7)$$

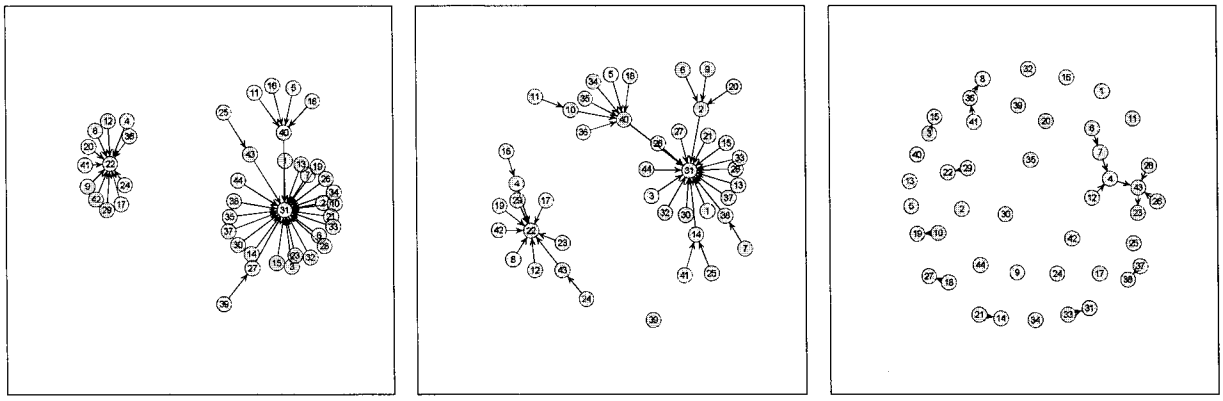
Ce graphe a plusieurs composantes connexes. Nous noterons par k le nombre de composantes connexes. On remarque que, dans chaque composante connexe, il existe une et une seule donnée qui est connectée à elle-même. Ces données connectées à elles-mêmes sont appelées représentants de E.
Si $\alpha = 1$, alors $k = n$, il y a n représentants dans E. Si $\alpha = 0$, alors $k = 1$, il y a un seul représentant dans E (aux cas d'égalités près). Dans cette approche exploratoire de E, α permet de définir les représentants de E.

7 Application

Nous avons appliqué cette approche à des données médicales extraites d'une étude en cours au CHU de Reims [12] et portant sur le diabète de type 2 chez des sujets âgés sous traitement insulinique.

En 2030, l'OMS estime qu'il y aura 438 millions de personnes touchées par le diabète. En France en 2009, plus de 3,5 millions de personnes sont diabétiques dont 26% ont plus de 76 ans [9]. La plupart des systèmes d'aide à l'insulinothérapie concernent le diabète de type 1 [10]. Pour concevoir un système d'aide aux patients diabétiques de type 2, nous avons entrepris une première étude prospective dans le but de modéliser leur insulinothérapie.

Dans cette communication, nous présentons les résultats obtenus sur un échantillon de 44 données (44 sujets diabétiques de type 2, âgés de plus de 65 ans). Les variables sont :
- l'âge en années modélisé par un nombre flou triangulaire ($age - 10$, age, $age + 10$),
- le poids en kg modélisé à l'aide d'une fonction trapèzoïdale ($poids - 10$, $poids - 2$, $poids + 2$, $poids + 10$),
- l'objectif glycémique modélisé par un trapèze dépendant des limites minimales et maximales fixées par l'équipe médicale ($obj_{min} - 0.1$, $obj_{min} + 0.1$, $obj_{max} - 0.1$, $obj_{max} + 0.1$),
- le sexe en variable binaire avec deux valeurs 0 ou 1,
- la dose basale en unités d'insuline modélisée par un trapèze ($basal - 5$, $basal - 1$, $basal + 1$,



(a) $\alpha = 0.35$ (b) $\alpha = 0.42$ (c) $\alpha = 0.60$

Figure 1 – Graphes de similarité pour différentes valeurs de α.

à 1 (on ne relie un sommet qu'à un seul autre). Cette courbe représente donc, pour un individu, la valeur de α à partir de laquelle cet individu devient un représentant. Ainsi dès que les demi-degrés extérieurs et intérieurs sont nuls simultanément, le sommet est isolé. La courbe magenta représente cette information. On peut ainsi constater que l'individu 39 est isolé beaucoup plus tôt que l'individu 43 (i.e. pour une valeur de α plus petite). Ce constat traduit une atypicité plus prononcée de l'individu 39 lorsque l'on compare sa situation avec celle de l'individu 43 (on remarque d'ailleurs que le sommet 39 est isolé dès $\alpha \simeq 0.4$ avant de l'être définitivement à $\alpha \simeq 0.55$).

8 Conclusion

On a défini, d'une part, un graphe à partir d'un échantillon de données multidimensionnelles qualitatives et quantitatives et, d'autre part, une méthode pour extraire des représentants de cet échantillon. La méthode met à contribution le concept de flou pour définir un indice de similarité entre données. La méthode permet de :

- structurer l'échantillon E par un graphe,
- sous-échantillonner E par k représentants,
- faciliter la compréhension de E à l'aide de ces k exemples qui ne sont pas des prototypes virtuels.

Ainsi les représentants peuvent permettre de définir une typologie à l'intérieur de

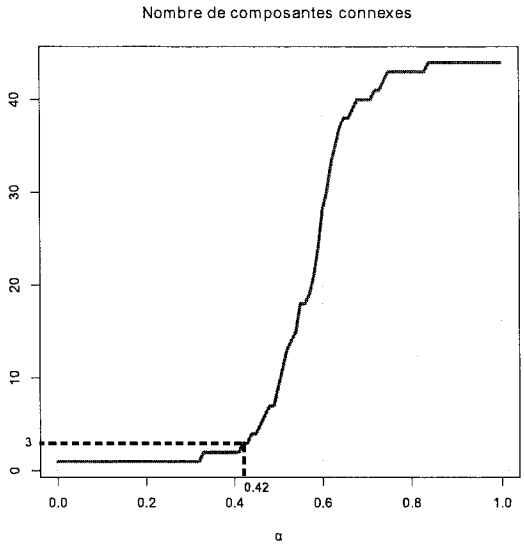


Figure 2 – Nombre de composantes connexes en fonction de α (3 composantes connexes lorsque $\alpha = 0.42$).

Remerciements

Les auteurs souhaitent remercier les relecteurs anonymes pour leurs remarques et suggestions pertinentes.

Références

[1] L. Zadeh. Similarity relations and fuzzy orderings. *information Science*, 3 : 177-200, 1971.

[2] W.J. Wang. New similarity measures on fuzzy sets and on elements. *Fuzzy Sets and Systems*, : 305-309, 1997.

[3] P. Bonissone, W. Cheetham. Fuzzy Case-Based Reasoning for Residential Property Valuation. *Handbook on Fuzzy Computing*. Oxford University Press, 1998.

[4] M. Detyniecki. Mathematical aggregation operators and their application to video querying. *Research Report, LIP6, Paris*, 2001.

[5] D. Dubois, H. Prade. On the use of aggregation operations in information fusion processes. *Fuzzy Sets and Systems*, 142 : 143-161, 2004.

[6] F. Blanchard, L. Lucas, M. Herbin. A New Pixel-Oriented Visualization Technique Through Color Image. *Information Visualization*, 4(4), 257-265, 2005.

[7] M.J. Lesot, M. Rifqi, B. Bouchon-Meunier. Fuzzy prototypes : From a cognitive view to a machine learning principle. *Fuzzy Sets and Their Extensions : Representation, Aggregation and Models* Springer : 431-452, 2007.

[8] F. Blanchard, P. Vautrot, H. Akdag, M. Herbin. Data Representativeness Based on Fuzzy Set Theory. *Journal of Uncertain Systems* 4(3), 216-228, 2010.

[9] P. Ricci, P.O. Blotiere, A. Weill, D. Simon, P. Tuppin et al. Diabète traité : quelles évolutions entre 2000 et 2009 en France ? *Bulletin épidémiologique hebdomadaire*, BEH 42-43 : 425-431, novembre 2010.

[10] S. Franc, A. Daoudi, S. Mounier, B. Boucherie, H. Laroye et al. Télémédecine et diabète : état de l'art et perspectives. *Sang Thrombose Vaisseaux*, 23(4) : 178-186, 2011.

[11] M.U. Ahmed, P. Funk. A Computer Aided System for Post-operative Pain Treatment Combining Knowledge Discovery and Case-Based Reasoning. *International Conference Case-Based Reasoning Research and Development*, ICCBR : 3-16, septembre 2012.

[12] A. Nourizadeh, F. Blanchard, A. Aït-Younès, B. Delemer, M. Herbin. Analyse exploratoire de données d'insulinothérapie du diabète de type 2. *JETSAN, Fontainebleau*, 2013.

Index par auteurs

A

Abidi, Ines 187
Allouche, Benyamine 155
Aupetit, Michaël 33
Ayachi, Raouia 17
Azzoune, Hamid 95

B

Banerjee, Mohua 49
Batton-Hubert, Mireille 57, 69
Belhadi, Asma 67
Ben Amor, Nahla 17
Ben Fredj, Ines 129
Ben Slimen, Yosra 17
Ben Yaghlane, Boutheina 59, 127
Blanchard, Frédéric 259
Bourahala, Fayçal 225
Bosche, Jérôme 187
Bouchon-Meunier, Bernadette 41

C

Duong, Chinh-Cuong 163
Chojnacki, Eric 57
Couceiro, Miguel 145

D

Dahmani, Hamid 211
Dambrine, Michel 155, 195
De Aldama, Ricardo 33
Debernard, Serge 171
Delmotte, François 111
Dequidt, Antoine 155
Delemer, Brigitte 259
Destercke, Sébastien 119, 127
Detyniecki, Marcin 41
Djouadi, Yassine 103
Doubabi, Said 179
Dubois, Didier 25, 49
Dupouy, Guillaume 57
Duthil, Benjamin 233

E

Ennaceur, Amel 137
El Hajjaji, Ahmed 187, 203, 211
Elouedi, Zied 137
Essaid, Amira 59

G

Gentils, Aurelien 69
Girault, Thomas 77
Guelton, Kevin 163
Guerra, Thierry-Marie 3

H

Hachour, Samir 111
Haddi, Adil 85
Hadjali, Allel 95
Harizi, Yazid 95
Michel Herbin 259

I

Imoussaten, Abdelhak 233

K

Khaber, Farid 225
Kallel, Rania 127
Kchaou, Mourad 203
Khellaf-Haned, Faiza 67

L

Latrach, Chedia 203
Lauber, Jimmy 195
Lefèvre, Eric 111, 137
Lehtonen, Erkko 145
Lokriti, Abdesslam 179
Lesot, Marie-Jeanne 243, 251

M

Manamanni, Noureddine 163
Marichal, Jean-Luc 153
Marsala, Christophe 7
Martin, Arnaud 59
Masson, Mylène 119
Mauris, Gilles 9
Mercier, David 111
Montmain, Jacky 233
Moubêche, Benjamin 41

N

Naji, A. 85
Nashashibi, Fawzi 214
Nassif, Roula 119
Nguyen, Tran Anh Tu 195
Nourizadeh, Afshan 267