



**HAL**  
open science

# Contrôle continu de l'étalement angulaire en Ambisonics

Thibaut Carpentier

► **To cite this version:**

| Thibaut Carpentier. Contrôle continu de l'étalement angulaire en Ambisonics. 2024. hal-04540676

**HAL Id: hal-04540676**

**<https://hal.science/hal-04540676>**

Preprint submitted on 10 Apr 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Contrôle continu de l'étalement angulaire en Ambisonics

Thibaut Carpentier

STMS Lab, IRCAM – CNRS – Sorbonne Université – Ministère de la Culture  
thibaut.carpentier@ircam.fr

## Résumé

Lors du mixage ou de la post-production de scènes audio, il est souvent souhaitable de modifier les caractéristiques spatiales du champ sonore. Dans cet article nous présentons une méthode permettant de contrôler l'étalement angulaire, ou *angular spread*, d'une source sonore ou d'une scène sonore encodée dans le formalisme Ambisonics. Pour ce faire, nous développons une approche mathématique permettant de varier continûment la norme du vecteur énergie, en simulant des ordres Ambisonics fractionnaires (non-entiers). Nous dérivons cette approche pour les cas Ambisonics 3D et 2D, puis présentons les résultats objectifs notamment sous forme de diagrammes de directivité équivalente. La technique ici proposée corrige et complète deux publications précédentes sur des sujets connexes [5, 8].

## 1. Introduction

### 1.1. Effets dans le domaine Ambisonics

Lorsque l'on travaille avec des scènes sonores 3D (synthétisées ou enregistrées), il est souvent souhaitable de modifier les caractéristiques spatiales du champ sonore. Les designers sonores, les compositeurs et les mixeurs ont besoin d'outils pour manipuler facilement l'image spatiale pendant les étapes de production, de reproduction ou de post-production.

Ambisonics est une technique d'enregistrement et de reproduction qui peut être utilisée pour créer un son spatialisé pour des arrangements de haut-parleurs circulaires ou sphériques [9, 26, 7]. La technique est basée sur la représentation du champ sonore comme une combinaison de fonctions de base orthogonales, à savoir les harmoniques sphériques. L'un des avantages d'une telle représentation intermédiaire est qu'elle peut être manipulée de manière flexible de sorte à modifier les propriétés spatiales du champ sonore. De telles modifications sont obtenues en appliquant une matrice de transformation (indépendante du temps et de la fréquence) dans le domaine Ambisonics [26, Chapitre 5.2].

Plusieurs opérateurs de transformation ont été proposés précédemment dans la littérature, couvrant notamment les effets de rotation 3D, miroir, emphase directionnelle, dominance, distorsion angulaire, etc (voir [26, Chapitre 5] pour plus de détails).

## 1.2. Objectif

L'objectif de cette étude est de proposer un outil d'informatique musicale permettant à l'utilisateur de contrôler continûment l'étalement angulaire – ou étendue spatiale ou *spread* (noté  $\sigma_E$ ) – d'une source virtuelle ou d'une scène Ambisonics. En effet, le *spread* angulaire des sources est un attribut connu pour être particulièrement important pour les compositeurs et les designers sonores [19, 1]. Parfois appelé "divergence" ou "focus", l'étalement peut s'obtenir en distribuant (de façon cohérente ou non) l'énergie d'une source fantôme vers un certain nombre de haut-parleurs de sorte à accroître ou diminuer l'étendue perçue de la source virtuelle [20, 22, 21, 23]. Dans un travail précédent [5], nous avons déjà proposé une technique permettant de "flouter" une scène Ambisonics en réduisant graduellement l'ordre  $N$  de la scène encodée (et tout en préservant l'énergie globale restituée, sous hypothèse de champ diffus). Une limitation de cette précédente étude est qu'elle ne permet pas un contrôle intuitif de l'étalement angulaire, car le *spread* varie non-linéairement avec le "facteur de flou" choisi (voir [5, équation 14]). Dans le présent article, nous proposons une nouvelle approche qui offre un contrôle simple de  $\sigma_E$ .

## 2. Quelques rappels théoriques

### 2.1. Rappels sur la théorie de localisation de Makita

Lorsqu'on considère un dispositif de  $K$  haut-parleurs émettant des signaux obtenus par panning d'amplitude (tel qu'Ambisonics), on a fréquemment recours aux "modèles de vecteurs" [14] issus de la théorie de localisation de Makita [17]; ces modèles, qui caractérisent la propagation acoustique, sont exploités comme indices "psychoacoustiques" pour prédire et quantifier la localisation perçue d'une source virtuelle [9]. Le vecteur vitesse  $\mathbf{V}$  suppose une combinaison en amplitude des contributions des haut-parleurs, et sert à prédire la direction apparente d'une source virtuelle dans le domaine basses fréquences (jusqu'à 700 Hz environ) [10]. Pour le domaine hautes fréquences, il est plus pertinent de considérer une superposition énergétique des signaux, et on utilise alors le vecteur énergie  $\mathbf{E}$

qui s'écrit [10, Eq. 14]

$$\mathbf{E} = \frac{\sum_{k=1}^K g_k^2 \mathbf{u}_k}{\sum_{k=1}^K g_k^2} = r_E \mathbf{u}_E, \quad (1)$$

où  $g_k$  désigne le gain d'alimentation du  $k^{\text{ème}}$  haut-parleur, et  $\mathbf{u}_k$  sa direction (normalisée). La norme du vecteur énergie, notée  $r_E$  (avec  $0 \leq r_E \leq 1$ ), représente la concentration d'énergie dans la direction  $\mathbf{u}_E$ . La direction  $\mathbf{u}_E$  du vecteur d'énergie est utilisée comme indicateur de la direction perçue de la source virtuelle, tandis que sa norme  $r_E$  est corrélée avec la largeur perçue de la source [12, 24]: plus le vecteur d'énergie est court, plus l'énergie est largement distribuée sur l'ensemble de haut-parleurs et plus la source est perçue comme étalée (angulairement). Plusieurs auteurs ont proposé des formules analytiques pour quantifier cet étalement angulaire:

$$\sigma_E = \begin{cases} \arccos(r_E) & \text{selon [9, 2],} \\ 2 \arccos(2r_E - 1) & \text{selon [11, Eq. 11],} \\ 186.4^\circ (1 - r_E) + 10.7^\circ & \text{selon [12, Eq. 22].} \end{cases} \quad (2)$$

Les deux premières formules s'interprètent géométriquement, l'étalement angulaire correspondant à la largeur angulaire de la zone de l'espace dans laquelle l'énergie est distribuée. La troisième formule est issue d'études perceptives [13].

## 2.2. Rappels sur l'optimisation "max- $r_E$ "

Pour un dispositif Ambisonics d'ordre  $N$  donné, Daniel et al. ont montré qu'il est possible d'optimiser la restitution en maximisant le module  $r_E$  du vecteur énergie. Pour cela, des pondérations  $d_{N,n}$  (pour  $0 \leq n \leq N$ ) sont introduites sur les composantes Ambisonics, selon l'ordre  $n$ . Dans le cas 3D, on obtient alors (voir [9, Eq. A.64] ou aussi [26, Eq. A.45])

$$r_E(N) = \frac{2 \sum_{n=1}^N n d_{N,n} d_{N,n-1}}{\sum_{n=0}^N (2n+1) d_{N,n}^2}. \quad (3)$$

Daniel et al. [9, 10] ont montré comment choisir les pondérations  $d_{N,n}$  de sorte à maximiser  $r_E$ . La solution est donnée par [9, Eq. 3.89]

$$\forall n \leq N, d_{N,n} = \mathcal{P}_n(\eta), \quad (4)$$

où  $\mathcal{P}_n$  désigne le polynôme de Legendre d'ordre  $n$ , et  $\eta \equiv r_E^{\max}(N)$  est la plus grande racine de  $\mathcal{P}_{N+1}(\cdot)$ , c'est-à-dire  $\mathcal{P}_{N+1}(\eta) = d_{N,N+1} = 0$ . Les racines des polynômes  $\mathcal{P}_n$  ne sont pas connues de façon analytique, mais une solution approximative a été proposée par Zotter et al. [24, Eq. 38]

$$r_E^{\max}(N) \approx \cos\left(\frac{137.9^\circ}{N + 1.52}\right), \quad (5)$$

dont l'évolution est présentée sur la Figure 1. On peut ainsi réécrire l'Eq. 4 de la façon suivante [24, Eq. 10]:

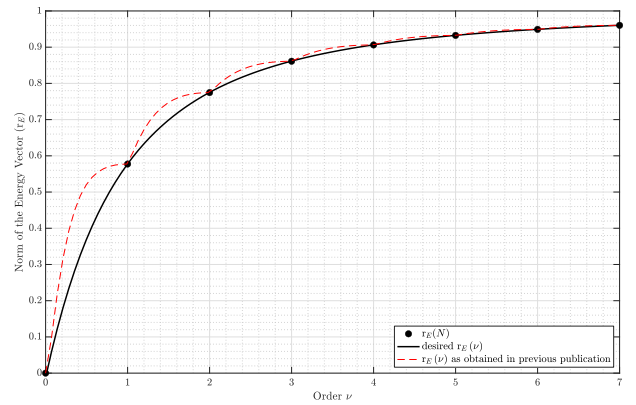
$$\forall n \leq N, d_{N,n} = \mathcal{P}_n\left(\cos\left(\frac{137.9^\circ}{N + 1.52}\right)\right). \quad (6)$$

## 3. Méthode proposée

### 3.1. Variation continue de $r_E$

Offrir un contrôle continu sur l'étalement angulaire  $\sigma_E$  (donc sur  $r_E$ ) revient à simuler des ordres Ambisonics fractionnaires,  $\nu \in \mathbb{R}^+$ , de telle sorte que le vecteur énergie varie comme (voir Figure 1):

$$r_E^{\max}(\nu) \approx \cos\left(\frac{137.9^\circ}{\nu + 1.52}\right). \quad (7)$$



**Figure 1.** Évolution de  $r_E$  en fonction de l'ordre Ambisonics fractionnaire  $\nu$ . Les marqueurs discrets • représentent  $r_E^{\max}(N)$  (Eq. 5). En ligne noire continue, l'allure souhaitée de  $r_E^{\max}(\nu)$  (Eq. 7). En ligne tiretée rouge, les résultats de l'approche (erronée) proposée dans [8, paragraphe 7.2].

Dans [8, paragraphe 7.2], nous avons proposé une solution simple à ce problème, en généralisant l'Eq. 6 aux ordres fractionnaires, de sorte que :

$$\forall n \leq N, d_{\nu,n} = \mathcal{P}_n\left(\cos\left(\frac{137.9^\circ}{\nu + 1.52}\right)\right). \quad (8)$$

Il s'avère que cette solution, qui semblait "évidente", est malheureusement incorrecte. Nous la représentons en tiretés rouges sur la Figure 1. On observe que le vecteur énergie résultant de ces pondérations  $d_{\nu,n}$  n'est pas conforme à la courbe  $r_E(\nu)$  attendue (Eq. 7), avec une erreur plus marquée pour les ordres faibles ( $\nu \leq 4$ ).

Dans les paragraphes suivants, nous allons développer une nouvelle approche qui garantira une solution exacte. Pour cela, il faut revenir à la notion d'ordres Ambisonics fractionnaires  $\nu$ .

### 3.2. Simulation d'ordres fractionnaires

Une méthode pour concevoir des motifs directionnels d'ordres fractionnaires a été proposée par Huang et al. [15, 16], puis mise en pratique dans [8]. La méthode consiste à réaliser une combinaison linéaire entre des représentations harmoniques d'ordre  $N - 1$  et  $N$ . Pour un ordre fractionnaire  $\nu$  tel que  $N - 1 \leq \nu \leq N$ , on pose :

$$d_{\nu,n} = \begin{cases} \alpha d_{N,n} + (1 - \alpha) d_{N-1,n} & \text{si } 0 \leq n < N \\ \alpha d_{N,n} & \text{si } n = N. \end{cases} \quad (9)$$

Le facteur "d'interpolation"  $\alpha$  (tel que  $\alpha \in \mathbb{R}$  et  $0 \leq \alpha \leq 1$ ) dépend évidemment de l'ordre fractionnaire  $\nu$ ; il permet d'obtenir un compromis entre les représentations d'ordre  $N - 1$  et  $N$ , et il doit être déterminé selon un critère de conception imposé. Dans [8], l'auteur a montré comment satisfaire différents critères de conception tels que: maximiser l'indice de directivité (diagramme de directivité hypercardioïde), maximiser le rapport avant-arrière (directivité supercardioïde), annuler les lobes arrière (diagramme cardioïde ou *in-phase*), etc. Dans la présente étude, le critère retenu est la maximisation du module  $r_E(\nu)$  (optimisation dite "max- $r_E$ ").

### 3.3. Détermination de $\alpha$ selon le critère max- $r_E$

D'après l'équation Eq. 3, le vecteur énergie  $r_E$  pour des ordres fractionnaires  $\nu$  peut s'écrire en fonction des pondérations  $d_{\nu,n}$  (Eq. 9) :

$$r_E(\nu) = \frac{2 \sum_{n=1}^N n d_{\nu,n} d_{\nu,n-1}}{\sum_{n=0}^N (2n+1) d_{\nu,n}^2}. \quad (10)$$

Nous allons développer ici le numérateur  $\text{num}(\nu)$  et le dénominateur  $\text{den}(\nu)$  de cette expression; pour cela, on sépare les termes  $n < N$  et  $n = N$ :

$$\begin{aligned} \text{den}(\nu) &= \sum_{n=0}^N (2n+1) d_{\nu,n}^2 \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} (2n+1) d_{\nu,n}^2 + (2N+1) d_{\nu,N}^2. \end{aligned} \quad (11)$$

En insérant les expressions des poids  $d_{\nu,n}$  (Eq. 9) pour  $n < N$  et  $n = N$  respectivement, on obtient

$$\begin{aligned} \text{den}(\nu) &= \sum_{n=0}^{N-1} (2n+1) (\alpha d_{N,n} + (1-\alpha) d_{N-1,n})^2 \\ &\quad + (\alpha d_{N,N})^2, \end{aligned} \quad (12)$$

ce qui, après quelques développements et simplifications, permet d'aboutir à une formulation simple de  $\text{den}(\nu)$  en

fonction de  $\alpha$  :

$$\text{den}(\nu) = \alpha^2 A + 2\alpha(1-\alpha)B + (1-\alpha)^2 C, \quad (13)$$

où l'on a introduit les notations suivantes :

$$\begin{cases} A = \sum_{n=0}^N (2n+1) d_{N,n}^2, \\ B = \sum_{n=0}^{N-1} (2n+1) d_{N,n} d_{N-1,n}, \\ C = \sum_{n=0}^{N-1} (2n+1) d_{N-1,n}^2. \end{cases} \quad (14)$$

Il faut noter ici que  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont connues, constantes (c'est-à-dire indépendantes de  $\nu$  ou  $\alpha$ , et fonction seulement de l'ordre Ambisonics maximal  $N$ ), et peuvent être déterminées analytiquement puisque tous les termes  $d_{N,n}$  sont connus (cf. Eq. 6).

On procède de la même manière avec le numérateur :

$$\begin{aligned} \text{num}(\nu) &= 2 \sum_{n=1}^N n d_{\nu,n} d_{\nu,n-1} \\ &= 2 \sum_{n=1}^{N-1} n d_{\nu,n} d_{\nu,n-1} + 2N d_{\nu,N} d_{\nu,N-1}, \end{aligned} \quad (15)$$

et en introduisant les poids  $d_{\nu,n}$  (Eq. 9), on obtient après quelques développements élémentaires :

$$\begin{aligned} \text{num}(\nu) &= \alpha^2 D + \alpha(1-\alpha)E \\ &\quad + \alpha(1-\alpha)F + (1-\alpha)^2 G, \end{aligned} \quad (16)$$

en ayant défini les constantes  $D$ ,  $E$ ,  $F$ ,  $G$  de la façon suivante :

$$\begin{cases} D = 2 \sum_{n=1}^N n d_{N,n} d_{N,n-1}, \\ E = 2 \sum_{n=1}^N n d_{N,n} d_{N-1,n-1}, \\ F = 2 \sum_{n=1}^{N-1} n d_{N-1,n} d_{N,n-1}, \\ G = 2 \sum_{n=1}^{N-1} n d_{N-1,n} d_{N-1,n-1}. \end{cases} \quad (17)$$

Comme précédemment, on note que ces termes  $D$ ,  $E$ ,  $F$ ,  $G$  sont entièrement déterminés (pour un ordre maximal  $N$  donné), et peuvent être évalués numériquement sans difficulté.

Ayant développé le numérateur et le dénominateur, on peut désormais exprimer la norme du vecteur énergie comme une fonction de  $\alpha$  :

$$\begin{aligned} r_E(\nu) &= \frac{\text{num}(\nu)}{\text{den}(\nu)} \\ &= \frac{\alpha^2 D + \alpha(1-\alpha)(E+F) + (1-\alpha)^2 G}{\alpha^2 A + 2\alpha(1-\alpha)B + (1-\alpha)^2 C}. \end{aligned} \quad (18)$$

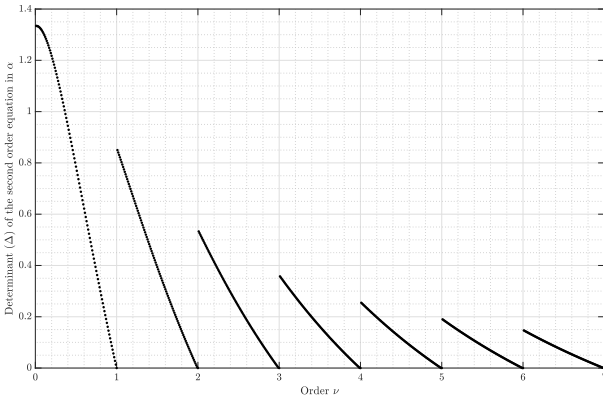
On reconnaît ici une équation du second degré en  $\alpha$  :

$$a\alpha^2 + b\alpha + c = 0, \quad (19)$$

avec les coefficients (constants) suivants :

$$\begin{cases} a = D - (E + F) + G - r_E(\nu)(A - 2B + C), \\ b = (E + F) - 2G - 2r_E(\nu)(B - C), \\ c = G - Cr_E(\nu). \end{cases} \quad (20)$$

Le déterminant de l'équation du second degré est donné par  $\Delta = b^2 - 4ac$ , et on admet ici que ce déterminant est toujours positif ( $\forall \nu \geq 0, \Delta \geq 0$ ). Si ce résultat n'est pas trivial à prouver analytiquement, sa vérification peut se faire numériquement. On affiche sur la [Figure 2](#) l'évaluation numérique de  $\Delta$  pour différentes valeurs de l'ordre fractionnaire  $\nu$ .



**Figure 2.** Déterminant  $\Delta$  de l'équation du second degré en  $\alpha$  (Eq. 19) pour diverses valeurs de  $\nu$  dans  $[0, 7]$ .

La résolution de cette équation du second degré ne pose alors aucune difficulté, et des deux solutions réelles on ne conserve que celle satisfaisant  $0 \leq \alpha \leq 1$ . En définitive, nous sommes ici en mesure de déterminer  $\alpha$  en fonction de l'ordre fractionnaire souhaité  $\nu$ . Autrement dit, nous sommes capables d'évaluer les pondérations  $d_{\nu,n}$ , pour tout ordre fractionnaire  $\nu$ .

La méthode qui a été présentée ici s'applique aux systèmes Ambisonics 3D (basés sur les harmoniques sphériques); en procédant avec une méthodologie similaire, il est aisé d'adapter l'approche au cas Ambisonics 2D (basé sur les harmoniques circulaires). Les résultats correspondants sont fournis en Annexe ([Section 6](#)).

### 3.4. Contrôle continu du *spread*

On note ici  $\varsigma$  un paramètre de contrôle de *spread*, exprimé en %, qui va permettre un contrôle linéaire de l'étalement angulaire  $\sigma_E$ . Une telle loi de contrôle linéaire  $\varsigma$  s'écrit sous la forme :

$$\sigma_E = \frac{(\sigma_E^{\max} - \sigma_E^{\min})}{(100\% - 0\%)} \varsigma + \sigma_E^{\min}, \quad (21)$$

où  $\sigma_E^{\min}$  et  $\sigma_E^{\max}$  désignent l'étalement minimal et maximal atteignables. Pour un ordre  $N$  donné, l'étalement minimal est donné par :

$$\sigma_E^{\min} = 2 \arccos \left( 2 \cos \left( \frac{137.9^\circ}{N + 1.52} \right) - 1 \right), \quad (22)$$

en utilisant ici la formule de Epain et al. [11] (voir [Eq. 2](#)). L'étalement maximal correspond évidemment à  $\sigma_E^{\max} = 360^\circ$ .

Ainsi, la procédure de contrôle est la suivante:

1. l'utilisateur fixe le paramètre de contrôle  $\varsigma$  souhaité (avec  $0 \leq \varsigma \leq 100$ ),
2. on calcule l'étalement angulaire  $\sigma_E$  correspondant ([Eq. 21](#)),
3. on en déduit la norme du vecteur énergie  $r_E$  ([Eq. 2](#)),
4. on détermine la valeur de l'ordre fractionnaire correspond  $\nu$  ([Eq. 7](#)),
5. on calcule le facteur d'interpolation  $\alpha$  en résolvant l'[Eq. 19](#),
6. enfin, on peut évaluer les pondérations  $d_{\nu,n}$  ([Eq. 9](#)).

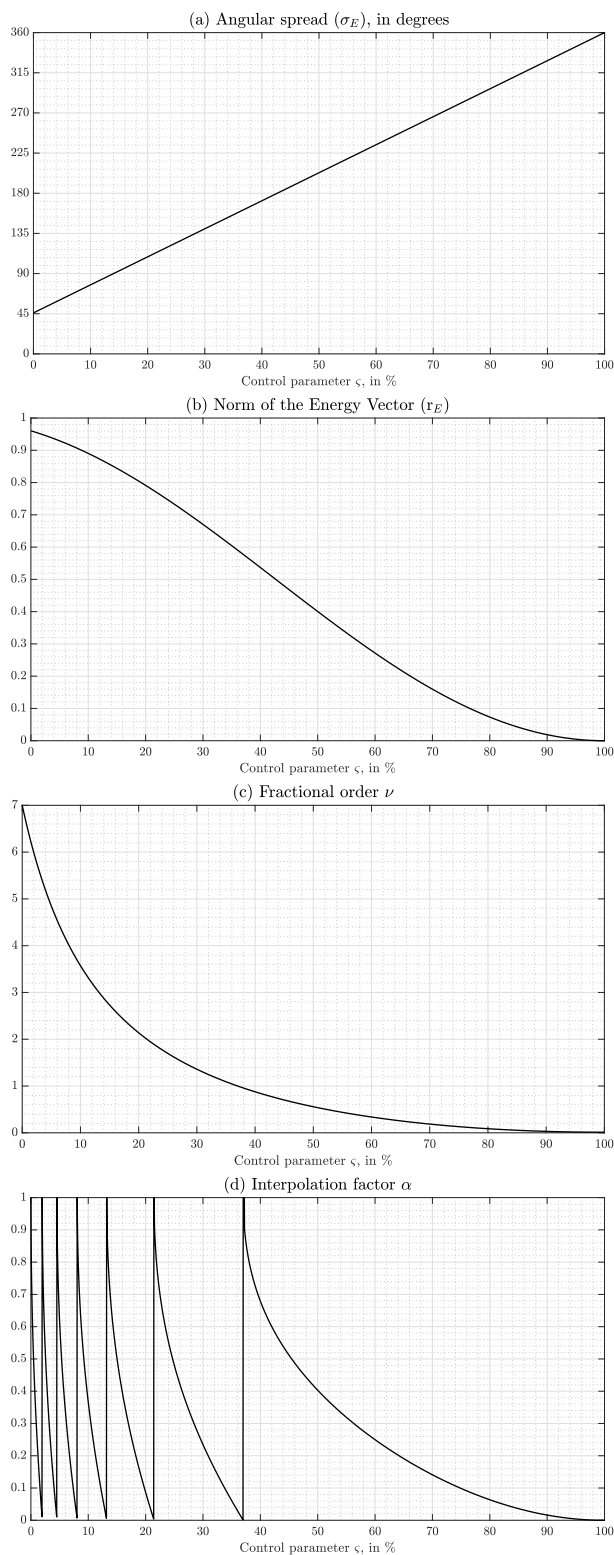
L'évolution des différents attributs ( $\sigma_E$ ,  $r_E$ ,  $\nu$ ,  $\alpha$ ) est représentée sur la [Figure 3](#) (a, b, c, et d respectivement), en fonction du paramètre de contrôle  $\varsigma$ .

Enfin, les résultats de notre approche sont présentés [Figure 4](#); nous y affichons les diagrammes de directivité équivalente, pour différentes valeurs de  $\varsigma$  entre 0 et 100%. Les directivités sont tracées en représentation polaire (coupe dans le plan horizontal de la représentation 3D), avec une échelle radiale en décibels. Comme attendu, on observe une variation continue (et linéaire) de l'étalement angulaire, observable par l'élargissement du lobe principal. Pour  $\varsigma = 0\%$ , on obtient bien un motif  $\max-r_E$  optimal pour l'ordre  $N = 7$  donné, et correspondant à un étalement angulaire  $\sigma_E^{\min} \approx 60^\circ$ . Comme on peut l'observer sur la [Figure 3\(c\)](#), on synthétise des diagrammes d'ordres quasiment entiers pour  $\nu \approx 2\%$  ( $N = 6$ ),  $\nu \approx 4\%$  ( $N = 5$ ),  $\nu \approx 8\%$  ( $N = 4$ ),  $\nu \approx 13\%$  ( $N = 3$ ),  $\nu \approx 21\%$  ( $N = 2$ ), et  $\nu \approx 37\%$  ( $N = 1$ ). Pour ces valeurs de  $\nu$ , on retrouve bien sur la [Figure 4](#) les motifs  $\max-r_E$  connus, tels que présentés par exemple dans [9, Fig. 3.14] ou [7, Fig. 14].

### 3.5. Implémentation

La méthode proposée a été développée en langage C++ et intégrée à la bibliothèque Spat5 [4, 6] pour Max, en particulier dans l'objet externe `spat5.hoa.directivity` qui combine des lois de pondération  $d_{N,n}$  selon divers critères. Les équations introduites dans les paragraphes précédents sont numériquement simples, donc peu gourmandes en ressources, et parfaitement adaptées à des usages temps-réel (variations dynamiques du *spread*  $\sigma_E$ ).

La [Figure 5](#) illustre l'implémentation dans Max, avec une représentation graphique des poids  $d_{\nu,n}$ , une visualisation du diagramme de directivité équivalente, le calcul de diverses métriques, et l'application des coefficients  $d_{\nu,n}$  à un flux audio Ambisonics.



**Figure 3.** Évolution (a) de l'étalement angulaire  $\sigma_E$ , (b) du vecteur énergie  $r_E$ , (c) de l'ordre fractionnaire  $\nu$ , et (d) du facteur d'interpolation  $\alpha$ , en fonction du paramètre de contrôle  $\varsigma$ . Les figures sont obtenues pour  $N = 7$ .

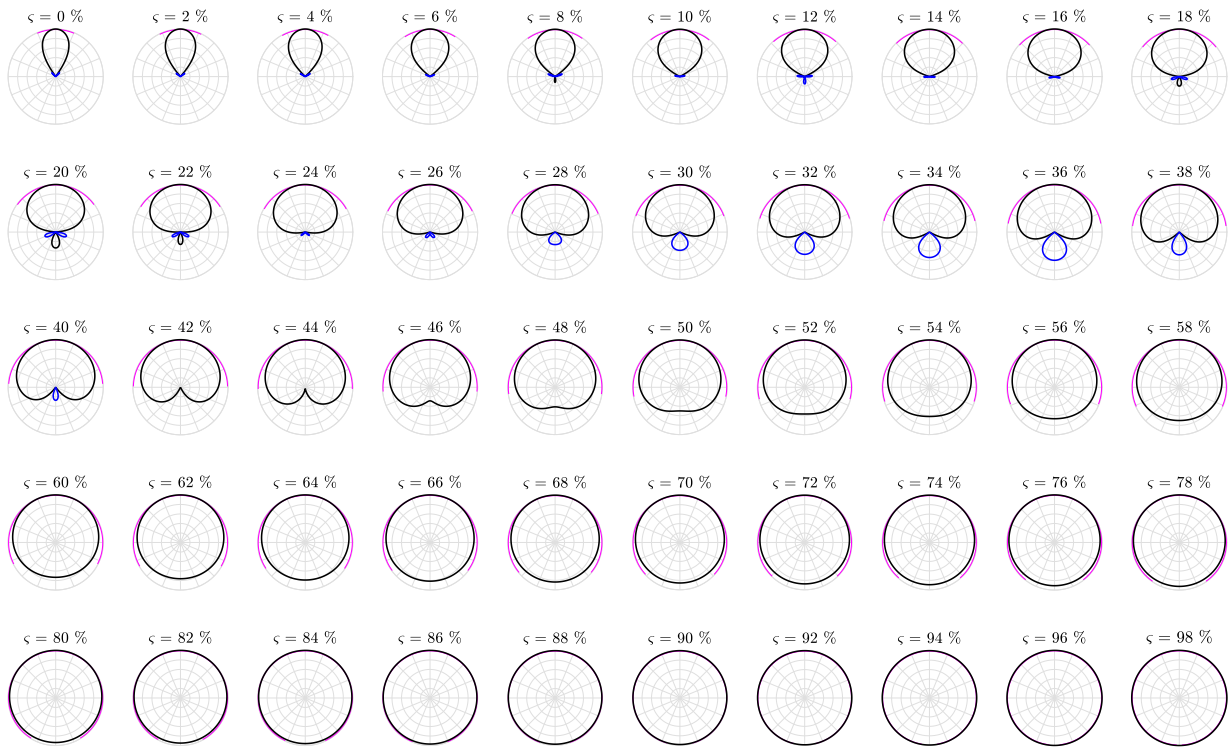
## 4. Conclusion

Dans cet article nous avons présenté une méthode permettant de contrôler l'étalement angulaire, ou *spread*, d'une source virtuelle ou d'une scène sonore encodée dans le formalisme Ambisonics. L'approche repose sur une variation continue de la norme du vecteur énergie, obtenue en simulant des ordres Ambisonics fractionnaires. La technique, mathématiquement simple, est intégrée dans l'environnement Max pour des applications audio interactives. Nous avons montré que les résultats objectifs attendus sont atteints, et des écoutes informelles ont confirmé la pertinence de la méthode.

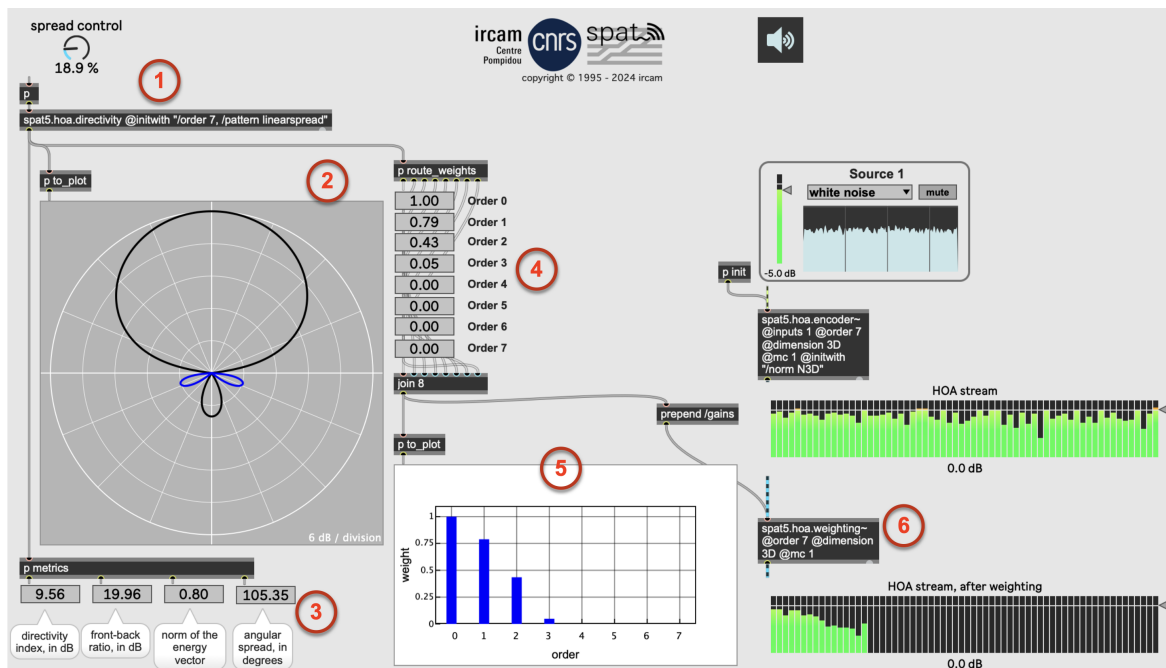
Pour autant, la solution proposée a aussi ses limites: en effet, elle repose sur un *spread* "cohérent", c'est-à-dire que le signal d'une source virtuelle est envoyé de façon cohérente (totalement corrélée) vers tous les haut-parleurs actifs; il a été montré que ceci peut donner lieu à des événements auditifs ambigus ou à des colorations timbrales [3, 21], et c'est pourquoi plusieurs auteurs ont suggéré des méthodes de *spread* "incohérent", à base de décorrélation ou de filtrages dépendants de la fréquence [27, 25, 18]. Il resterait donc à conduire des études perceptives comparant l'approche proposée aux techniques de *spread* "incohérent".

## 5. Références

- [1] Baalman, M.A., "Spatial Composition Techniques and Sound Spatialisation Technologies", *Organised Sound*, volume 15(3):pp. 209 – 218, December 2010, <https://doi.org/10.1017/S1355771810000245>.
- [2] Bertet, S., Daniel, J., Parizet, E., Warusfel, O., "Investigation on Localisation Accuracy for First and Higher Order Ambisonics Reproduced Sound Sources", *Acta Acustica united with Acustica*, volume 99:pp. 642 — 657, 2013, <https://doi.org/10.3813/aaa.918643>.
- [3] Blauert, J., *Spatial Hearing: The Psychophysics of Human Sound Localization*, The MIT Press, Cambridge, MA, USA, 1<sup>st</sup> edition, October 1983, <https://doi.org/10.7551/mitpress/6391.001.0001>.
- [4] Carpentier, T., "Récents développements du Spatialisateur", *Proc. of Journées d'Informatique Musicale (JIM)*, Montreal, Canada, May 2015, <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01247502>.
- [5] Carpentier, T., "Ambisonic spatial blur", *Proc. of the 142<sup>nd</sup> Convention of the Audio Engineering Society (AES)*, Berlin, Germany, May 2017, <https://www.aes.org/e-lib/browse.cfm?elib=18606>.
- [6] Carpentier, T., "Spat: a comprehensive toolbox for sound spatialization in Max", *Ideas Sónicas*, volume 13(24):pp. 12 – 23, June 2021, <https://hal.science/hal-03356292>.
- [7] Carpentier, T., "Spatialisation sonore - Perception, captation et diffusion de scènes sonores", *Techniques de l'Ingénieur*, volume "Le traitement du signal et ses applications" (BR1150):pp. 1 – 33, November 2022, <https://doi.org/10.51257/a-v1-br1150>.



**Figure 4.** Diagrammes de directivité équivalente, pour différentes valeurs de  $\varsigma$  (et pour  $N = 7$ ). Sur ces figures, l'étalement angulaire  $\sigma_E$  varie linéairement entre  $\sigma_E^{\min} \approx 60^\circ$  et  $\sigma_E^{\max} = 360^\circ$ ; il est symbolisé en trait mauve. L'échelle radiale est logarithmique, avec 6 dB / division.



**Figure 5.** Exemple de mise en oeuvre (ici avec  $N = 7$ ) dans l'environnement Spat5 pour Max. ① Calcul des coefficients  $d_{\nu,n}$  en fonction du paramètre de *spread*  $\varsigma$  (ici,  $\varsigma = 18.9\%$ ). ② Affichage du diagramme de directivité équivalente. ③ Calcul de diverses métriques, en fonction des coefficients  $d_{\nu,n}$  (on note par exemple que  $\sigma_E \approx 105^\circ$  et  $r_E \approx 0.80$ ). ④ Affichage numérique des coefficients  $d_{\nu,n}$ . ⑤ Affichage graphique des coefficients  $d_{\nu,n}$ , sous forme de "bar graph". ⑥ Application des coefficients  $d_{\nu,n}$  à un flux audio Ambisonic.

- [8] Carpentier, T., “Spherical beampatterns with fractional orders”, *Proc. of the Forum Acusticum, 10<sup>th</sup> Convention of the European Acoustics Association (EAA)*, pp. 607 – 614, Torino, Italy, September 2023, <https://doi.org/10.61782/fa.2023.0531>.
- [9] Daniel, J., *Représentation de champs acoustiques, application à la transmission et à la reproduction de scènes sonores complexes dans un contexte multimédia*, Ph.D. thesis, Université de Paris VI, September 2000, <https://www.theses.fr/2000PA066581>.
- [10] Daniel, J., Rault, J.B., Polack, J.D., “Ambisonics Encoding of Other Audio Formats for Multiple Listening Conditions”, *Proc. of the 105<sup>th</sup> Convention of the Audio Engineering Society (AES)*, San Francisco, CA, USA, September 1998, <https://www.aes.org/e-lib/browse.cfm?elib=8385>.
- [11] Epain, N., Jin, C., Zotter, F., “Ambisonic Decoding With Constant Angular Spread”, *Acta Acustica united with Acustica*, volume 100(5):pp. 928 — 936, 2014, <https://doi.org/10.3813/AAA.918772>.
- [12] Frank, M., *Phantom Sources using Multiple Loudspeakers in the Horizontal Plane*, Ph.D. thesis, Institute of Electronic Music and Acoustics, Graz, Austria, June 2013.
- [13] Frank, M., Marentakis, G., Sontacchi, A., “A simple technical measure for the perceived source width”, *Proc. of the Fortschritte der Akustik (DAGA)*, pp. 691 – 692, Düsseldorf, Germany, March 2011.
- [14] Gerzon, M.A., “General metatheory of auditory localization”, *Proc. of the 92<sup>nd</sup> Convention of the Audio Engineering Society (AES)*, Vienna, Austria, March 1992, <https://www.aes.org/e-lib/browse.cfm?elib=6827>.
- [15] Huang, G., Chen, J., Benesty, J., “A flexible high directivity beamformer with spherical microphone arrays”, *Journal of the Acoustical Society of America*, volume 143(5):pp. 3024 – 3035, May 2018, <https://doi.org/10.1121/1.5038275>.
- [16] Huang, G., Chen, J., Benesty, J., “Design of Planar Differential Microphone Arrays With Fractional Orders”, *IEEE/ACM Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*, volume 28:pp. 116 – 130, October 2019, <https://doi.org/10.1109/TASLP.2019.2949219>.
- [17] Makita, Y., “On the directional localization of sound in the stereophonic sound field”, *EBU Review*, volume 73, pp. 102 – 108, June 1962.
- [18] McCormack, L., Politis, A., Pulkki, V., “Rendering of source spread for arbitrary playback setups based on spatial covariance matching”, *Proc. of the IEEE Workshop on Applications of Signal Processing to Audio and Acoustics (WASPAA)*, New Paltz, NY, USA, October 2021, <https://doi.org/10.1109/waspaa52581.2021.9632724>.
- [19] Peters, N., Marentakis, G., McAdams, S., “Current Technologies and Compositional Practices for Spatialization: A Qualitative and Quantitative Analysis”, *Computer Music Journal*, volume 35(1):pp. 10 – 27, March 2011, [https://doi.org/10.1162/COMJ\\_a\\_00037](https://doi.org/10.1162/COMJ_a_00037).
- [20] Pulkki, V., “Uniform spreading of amplitude panned virtual sources”, *Proc. of the IEEE Workshop on Applications of Signal Processing to Audio and Acoustics (WASPAA)*, pp. 187 – 190, New Paltz, NY, USA, October 1999, <https://doi.org/10.1109/aspaa.1999.810881>.
- [21] Roginska, A., Geluso, P., *Immersive Sound: The Art and Science of Binaural and Multi-Channel Audio*, Routledge, New York, NY, USA, 1<sup>st</sup> edition, October 2018, <https://doi.org/10.4324/9781315707525>.
- [22] Rumsey, F., *Spatial Audio*, Routledge, New York, NY, USA, 1<sup>st</sup> edition, June 2001, <https://doi.org/10.4324/9780080498195>.
- [23] Ziemer, T., *Psychoacoustic Music Sound Field Synthesis: Creating Spaciousness for Composition, Performance, Acoustics and Perception*, Springer, Cham, Switzerland, August 2019, <https://doi.org/10.1007/978-3-030-23033-3>.
- [24] Zotter, F., Frank, M., “All-Round Ambisonic Panning and Decoding”, *Journal of the Audio Engineering Society*, volume 60(10):pp. 807 – 820, October 2012, <https://www.aes.org/e-lib/browse.cfm?elib=16554>.
- [25] Zotter, F., Frank, M., “Phantom Source Widening by Filtered Sound Objects”, *Proc. of the 142<sup>nd</sup> Convention of the Audio Engineering Society (AES)*, Berlin, Germany, May 2017, <https://www.aes.org/e-lib/browse.cfm?elib=18605>.
- [26] Zotter, F., Frank, M., *Ambisonics: A Practical 3D Audio Theory for Recording, Studio Production, Sound Reinforcement, and Virtual Reality*, Springer, Cham, Switzerland, 1<sup>st</sup> edition, 2019, <https://doi.org/10.1007/978-3-030-17207-7>.
- [27] Zotter, F., Frank, M., Kronlachner, M., Choi, J.W., “Efficient Phantom Source Widening and Diffuseness in Ambisonics”, *EAA Symposium on Auralization and Ambisonics*, pp. 69 – 74, Berlin, Germany, April 2014, <https://doi.org/10.2478/aoa-2013-0004>.

## 6. Annexe: cas Ambisonics 2D

On reprend ici la même méthodologie que dans la [Section 3](#), avec des notations similaires, et on adapte les équations au cas 2D. Les résultats sont fournis sans démonstration.

Daniel [9, Eq. A.56] a établi que :

$$r_E(N) = \frac{2 \sum_{n=1}^N d_{N,n} d_{N,n-1}}{d_{N,0}^2 + 2 \sum_{n=1}^N d_{N,n}^2}. \quad (23)$$

Les pondérations  $d_{N,n}$  qui maximisent  $r_E$  sont [9, Eq. 3.88] :

$$\forall n \leq N, d_{N,n} = \mathcal{T}_n(\eta), \quad (24)$$



où  $\mathcal{T}_n(\cdot)$  désigne le polynôme de Tchebychev (de première espèce) d'ordre  $n$  tel que  $\mathcal{T}_n(\cos \theta) = \cos(n\theta)$ , et  $\eta \equiv r_E^{\max}(N)$  est la plus grande racine de  $\mathcal{T}_{N+1}(\cdot)$  donnée par [10, Eq. 19] :

$$r_E^{\max}(N) = \cos\left(\frac{\pi}{2N+2}\right). \quad (25)$$

Ainsi les pondérations  $d_{N,n}$  s'écrivent [9, Eq. 3.88] :

$$\forall n \leq N, d_{N,n} = \cos\left(\frac{n\pi}{2N+2}\right). \quad (26)$$

Pour les ordres fractionnaires  $\nu$  :

$$r_E(\nu) = \frac{2 \sum_{n=1}^N d_{\nu,n} d_{\nu,n-1}}{d_{\nu,0}^2 + 2 \sum_{n=1}^N d_{\nu,n}^2} = \frac{\text{num}(\nu)}{\text{den}(\nu)}, \quad (27)$$

avec :

$$\text{num}(\nu) = 2 \sum_{n=1}^N d_{\nu,n} d_{\nu,n-1}, \quad (28)$$

et

$$\text{den}(\nu) = d_{\nu,0}^2 + 2 \sum_{n=1}^N d_{\nu,n}^2. \quad (29)$$

Après développements et simplifications, on obtient :

$$\begin{aligned} \text{num}(\nu) &= \alpha^2 D + \alpha(1-\alpha)E \\ &\quad + \alpha(1-\alpha)F + (1-\alpha)^2 G, \end{aligned} \quad (30)$$

avec :

$$\begin{cases} D = 2 \sum_{n=1}^N d_{N,n} d_{N,n-1}, \\ E = 2 \sum_{n=1}^N d_{N,n} d_{N-1,n-1}, \\ F = 2 \sum_{n=1}^{N-1} d_{N-1,n} d_{N,n-1}, \\ G = 2 \sum_{n=1}^{N-1} d_{N-1,n} d_{N-1,n-1}. \end{cases} \quad (31)$$

$$\text{den}(\nu) = \alpha^2 A + 2\alpha(1-\alpha)B + (1-\alpha)^2 C, \quad (32)$$

$$\begin{cases} A = d_{N,0}^2 + 2 \sum_{n=1}^N d_{N,n}^2 = (N+1), \\ B = d_{N,0} d_{N-1,0} + 2 \sum_{n=1}^{N-1} d_{N,n} d_{N-1,n}, \\ C = d_{N-1,0}^2 + 2 \sum_{n=1}^{N-1} d_{N-1,n}^2 = N. \end{cases} \quad (33)$$

Comme dans le cas 3D, il suffit de résoudre l'équation du second degré en  $\alpha$  :

$$a\alpha^2 + b\alpha + c = 0, \quad (34)$$

avec les coefficients (constants) suivants :

$$\begin{cases} a = D - (E + F) + G - r_E(\nu)(A - 2B + C), \\ b = (E + F) - 2G - 2r_E(\nu)(B - C), \\ c = G - C r_E(\nu). \end{cases} \quad (35)$$