

Contrôle dynamique stochastique : une approche à base de modèles semi-Markov

Application à l'optimisation d'un traitement médical

Orlane Rossini ¹, Alice Cleynen ^{1,2}, Benoîte de Saporta ¹ et Régis Sabbadin ³

¹IMAG, Univ Montpellier, CNRS, Montpellier, France

²John Curtin School of Medical Research, The Australian National University, Canberra, ACT, Australia

³Univ Toulouse, INRAE-MIAT, Toulouse, France

30 Novembre 2023



UNIVERSITÉ DE
MONTPELLIER

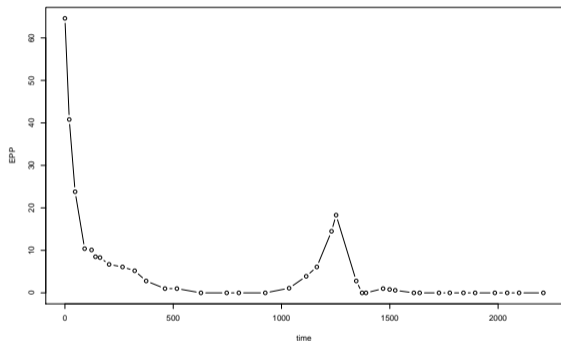
INRAE

IMAG
INSTITUT MONTPELLIERAIN
ALEXANDER GROTHENDIECK



anr[®]

Le contexte médical



- Des patients ayant eu un **cancer** bénéficiant d'un **suivi régulier**;
- La concentration d'**immunoglobuline clonale** est mesurée **dans le temps**;
- Le médecin doit prendre de nouvelles **décisions** à chaque visite.

Figure: Exemple de données d'un patient^a

^aIUCT Oncopole et CRCT, Toulouse, France

Le contexte médical

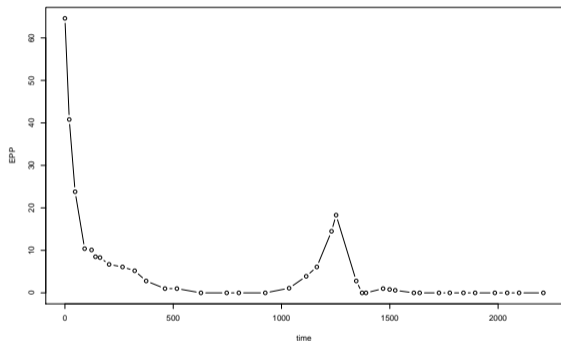


Figure: Exemple de données d'un patient^a

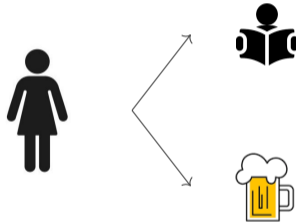
- Des patients ayant eu un **cancer** bénéficient d'un **suivi régulier**;
- La concentration d'**immunoglobuline clonale** est mesurée **dans le temps**;
- Le médecin doit prendre de nouvelles **décisions** à chaque visite.

⇒ **Contrôle dynamique stochastique**

^aIUCT Oncopole et CRCT, Toulouse, France

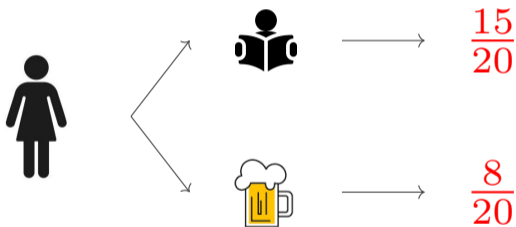
Contrôle dynamique

Un exemple pour comprendre



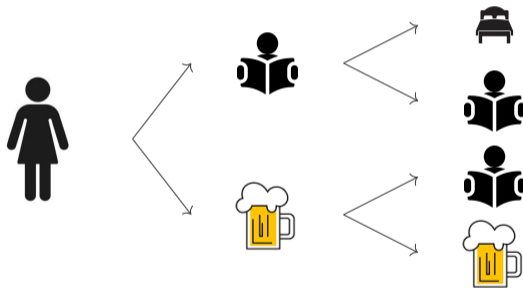
Contrôle dynamique

Un exemple pour comprendre



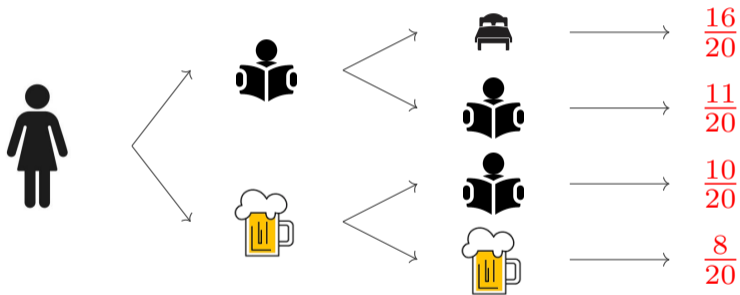
Contrôle dynamique

Un exemple pour comprendre



Contrôle dynamique

Un exemple pour comprendre



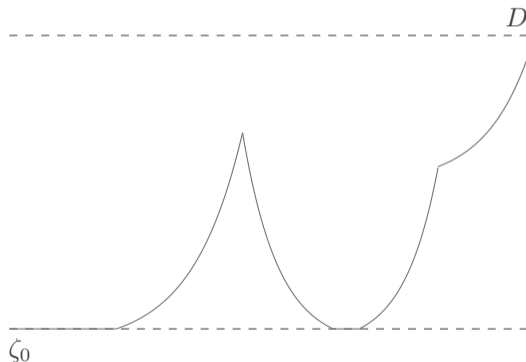
Sommaire

- ▶ **Modélisation de la trajectoire d'un patient**
- ▶ Problème partiellement observé
- ▶ Conclusion et Perspectives



Le modèle PDMP¹ contrôlé

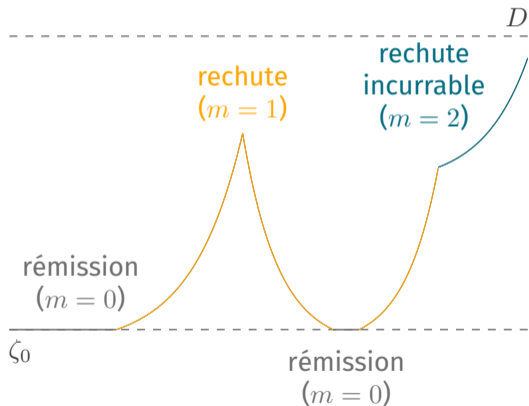
On passe aléatoirement d'un régime déterministe à un autre.



¹Processus Markovien Déterministe par Morceaux

Le modèle PDMP¹ contrôlé

On passe aléatoirement d'un régime déterministe à un autre.



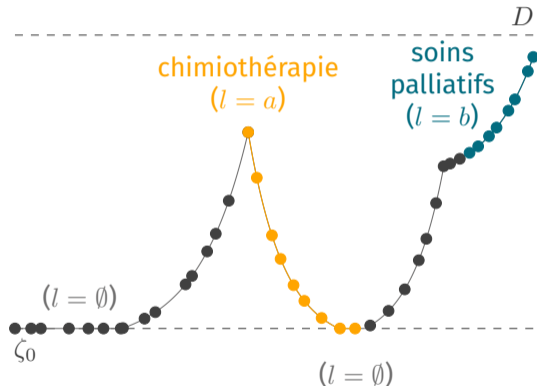
Soit l'état du patient $x = (m, k, \zeta, u)$:

- m le régime;
- k le nombre de rechute;
- ζ le biomarqueur;
- u le temps depuis le dernier saut.

¹Processus Markovien Déterministe par Morceaux

Le modèle PDMP¹ contrôlé

On passe aléatoirement d'un régime déterministe à un autre.



Soit l'état du patient $x = (m, k, \zeta, u)$:

- m le régime;
- k le nombre de rechute;
- ζ le biomarqueur;
- u le temps depuis le dernier saut.

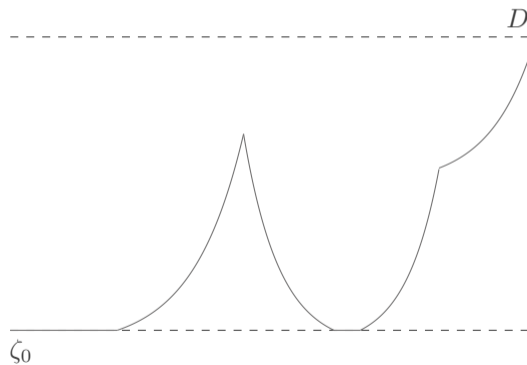
Soit d la **décision** telle que: $d = (l, r)$:

- l le traitement;
- r le temps avant la prochaine visite.

¹Processus Markovien Déterministe par Morceaux

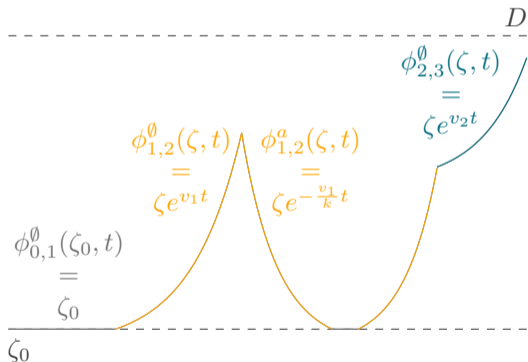
Caractérisation d'un PDMP

Un PDMP se définit par trois caractéristiques locales.



Caractérisation d'un PDMP

Un PDMP se définit par trois caractéristiques locales.



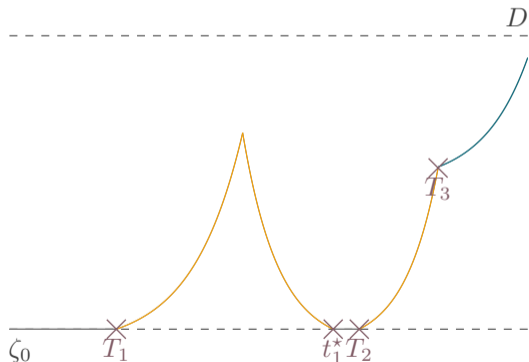
Le flot

Description de la partie déterministe du processus.

$$\Phi^l(x, t) = (m, k, \phi_{m,k}^l(\zeta, t), u + t)$$

Caractérisation d'un PDMP

Un PDMP se définit par trois caractéristiques locales.



L'intensité de saut

Description des mécanismes de saut du processus.

- Saut à la frontière (déterministe)

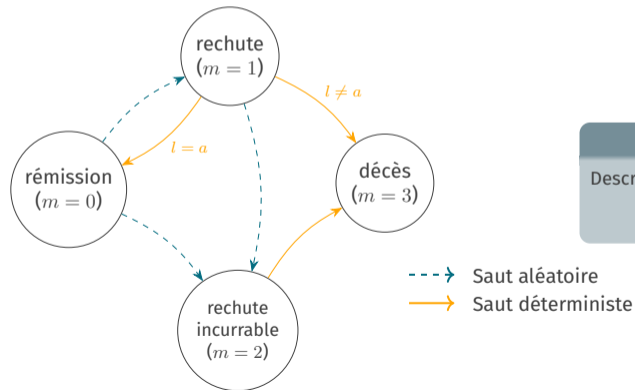
$$t^*(x) = t_m^{l*}(\zeta) = \inf\{t > 0 : \phi_{m,k}^l(\zeta, t) \in \{\zeta_0, D\}\}$$

- Saut aléatoire

$$\mathbb{P}(T > t) = e^{-\int_0^t \lambda_m^l(\Phi(x,s)) ds}$$

Caractérisation d'un PDMP

Un PDMP se définit par trois caractéristiques locales.



Le noyau

Description de l'état du processus après chaque saut.

$$\mathbb{P}(X' \in A | X = x) = \int_A Q_m^d(\Phi^l(x, T), dx')$$

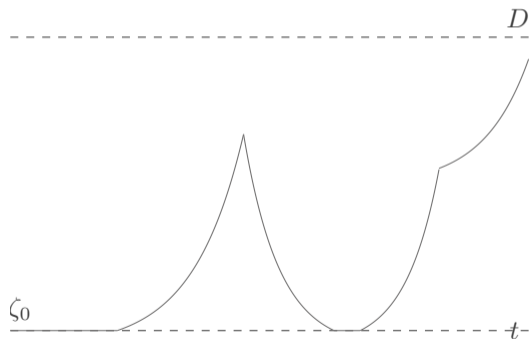
Sommaire

- ▶ Modélisation de la trajectoire d'un patient
- ▶ **Problème partiellement observé**
- ▶ Conclusion et Perspectives



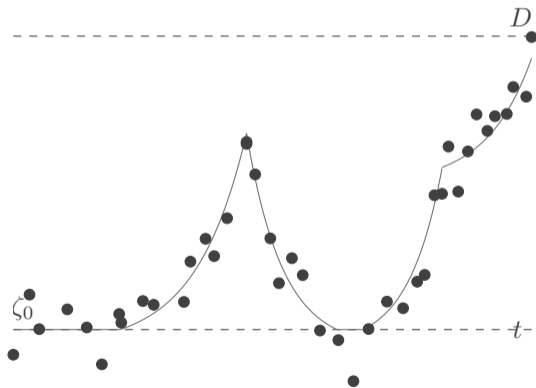
Un processus partiellement observé

L'état de santé du patient n'est pas observé



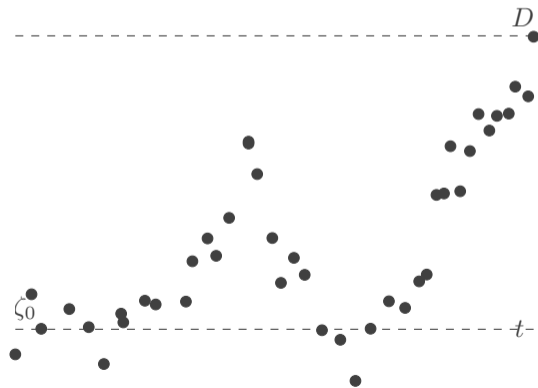
Un processus partiellement observé

L'état de santé du patient n'est **pas observé** et les mesures sont **bruitées**.



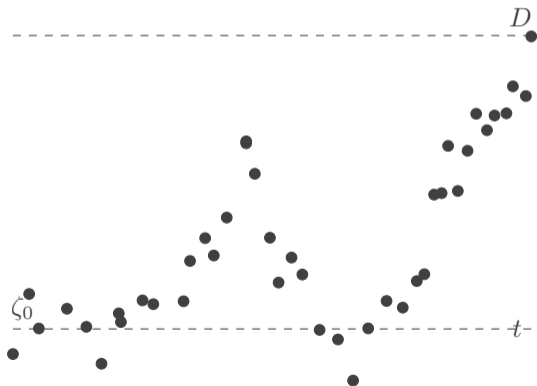
Un processus partiellement observé

L'état de santé du patient n'est **pas observé** et les mesures sont **bruitées**.
De plus, les données sont obtenues en **temps discret**.



Un processus partiellement observé

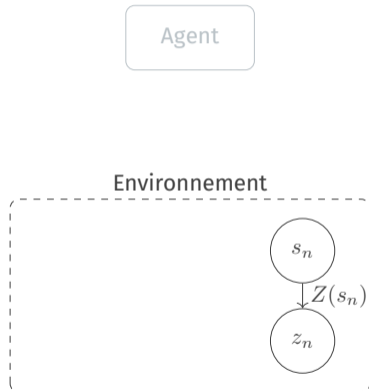
L'état de santé du patient n'est **pas observé** et les mesures sont **bruitées**.
De plus, les données sont obtenues en **temps discret**.



Il y a des **contraintes** dans les décisions:

- Une chimiothérapie dure 45 jours au minimum;
- La date du prochain rendez-vous ne peut dépasser la date de suivi;
- Un mort ne reçoit pas de traitement.

Un processus markovien de décision partiellement observé

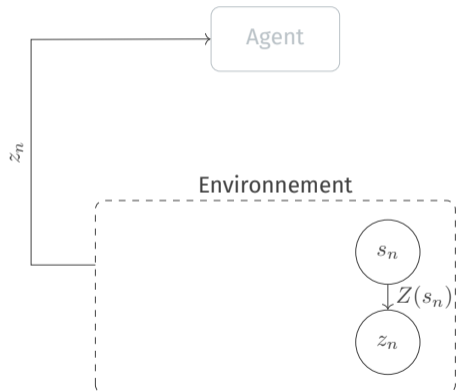


POMDP

Un POMDP se définit par un tuple $(S, D, \mathcal{K}, \mathcal{P}, \mathcal{O}, \mathcal{Z}, C)$.

- L'état du patient $s = (x, \tau, w) = (m, k, \zeta, u, \tau, w)$;
- Les décisions restent inchangées;
- $\mathcal{K}(s) \subseteq D$ l'espace des décisions admissibles dans l'état s ;
- La probabilité de transition $\mathcal{P}(s, d, s')$;
- Les observations $z = (m, F(\zeta), \tau, w)$;
- La fonction d'observations $\mathcal{Z}(s, z)$;
- La fonction de coût C .

Un processus markovien de décision partiellement observé



POMDP

Un POMDP se définit par un tuple $(S, D, \mathcal{K}, \mathcal{P}, \mathcal{O}, \mathcal{Z}, C)$.

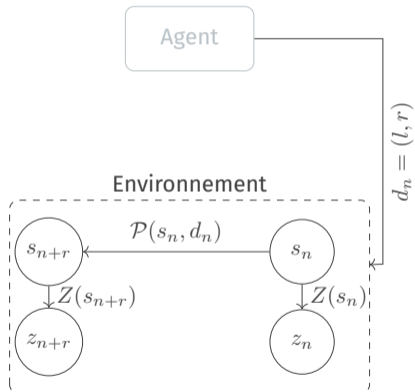
- L'état du patient $s = (x, \tau, w) = (m, k, \zeta, u, \tau, w)$;
- Les décisions restent inchangées;
- $\mathcal{K}(s) \subseteq D$ l'espace des décisions admissibles dans l'état s ;
- La probabilité de transition $\mathcal{P}(s, d, s')$;
- **Les observations** $z = (\hat{m}, F(\zeta), \tau, w)$;
- **La fonction d'observations** $\mathcal{Z}(s, z)$;
- La fonction de coût C .

La fonction d'observation est:

$$Z(s_n) = z_n = (\mathbb{1}_{m=3}, F(\zeta), \tau, w),$$

avec $F(\zeta) = \zeta + \epsilon$ et où $\epsilon \sim \mathcal{N}(0, 1)$.

Un processus markovien de décision partiellement observé

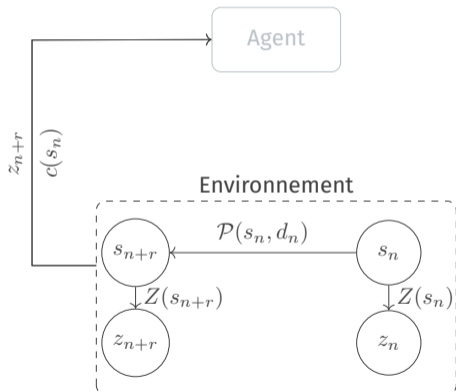


POMDP

Un POMDP se définit par un tuple $(S, D, \mathcal{K}, \mathcal{P}, \mathcal{O}, \mathcal{Z}, C)$.

- L'état du patient $s = (x, \tau, w) = (m, k, \zeta, u, \tau, w)$;
- Les décisions restent inchangées;
- $\mathcal{K}(s) \subseteq D$ l'espace des décisions admissibles dans l'état s ;
- **La probabilité de transition** $\mathcal{P}(s, d, s')$;
- Les observations $z = (m, F(\zeta), \tau, w)$;
- La fonction d'observations $\mathcal{Z}(s, z)$;
- La fonction de coût C .

Un processus markovien de décision partiellement observé

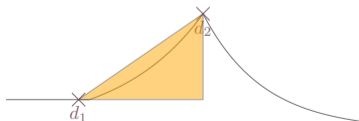


POMDP

Un POMDP se définit par un tuple $(S, D, \mathcal{K}, \mathcal{P}, \mathcal{O}, \mathcal{Z}, C)$.

- L'état du patient $s = (x, \tau, w) = (m, k, \zeta, u, \tau, w)$;
- Les décisions restent inchangées;
- $\mathcal{K}(s) \subseteq D$ l'espace des décisions admissibles dans l'état s ;
- La probabilité de transition $\mathcal{P}(s, d, s')$;
- Les observations $z = (m, F(\zeta), \tau, w)$;
- La fonction d'observations $\mathcal{Z}(s, z)$;
- **La fonction de coût C .**

$$c(s_n) = r \times \frac{1}{2} |\zeta_{n+r} - \zeta_0| (+ \dots)$$

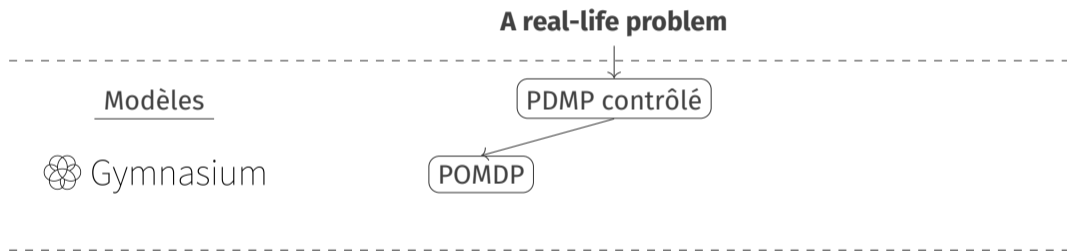


Sommaire

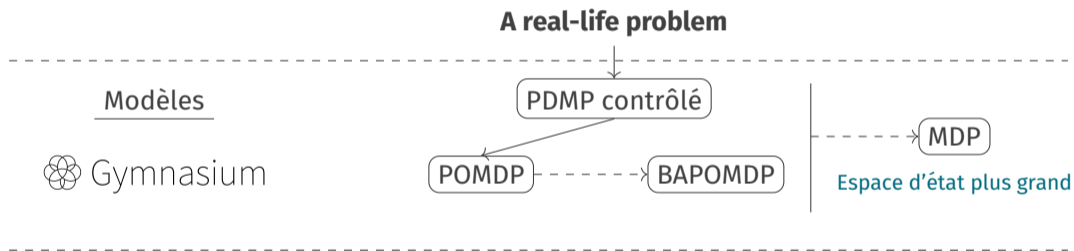
- ▶ Modélisation de la trajectoire d'un patient
- ▶ Problème partiellement observé
- ▶ **Conclusion et Perspectives**



Conclusion et perspectives

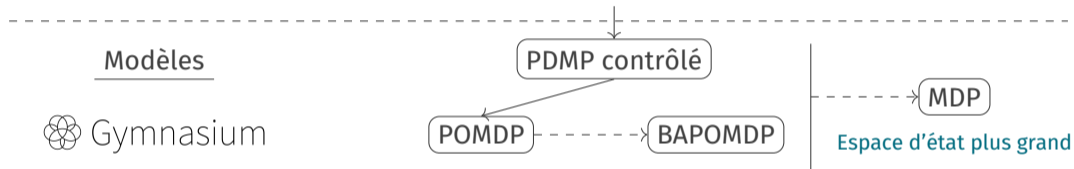


Conclusion et perspectives



Conclusion et perspectives

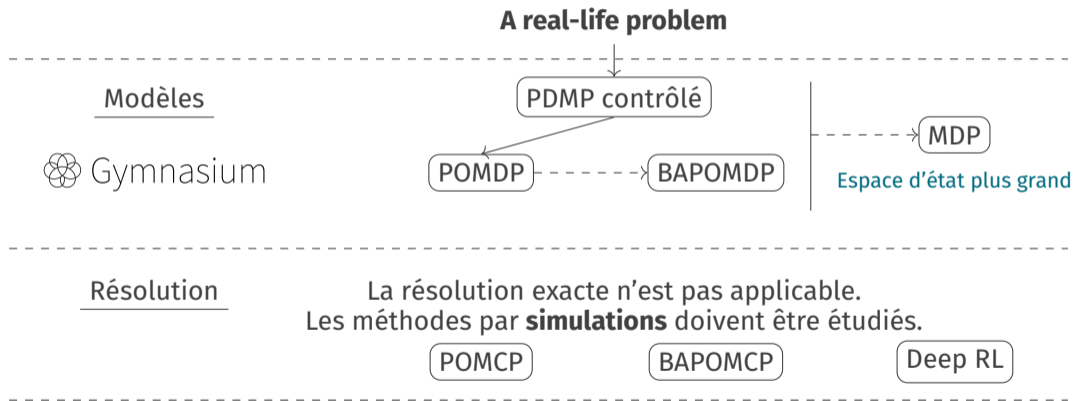
A real-life problem



Résolution

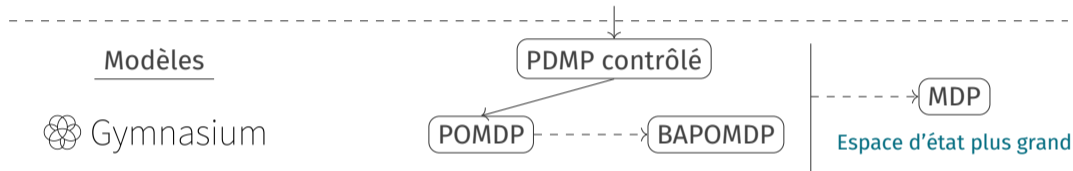
La résolution exacte n'est pas applicable.
Les méthodes par **simulations** doivent être étudiés.

Conclusion et perspectives



Conclusion et perspectives

A real-life problem



Résolution

La résolution exacte n'est pas applicable.
Les méthodes par **simulations** doivent être étudiés.

POMCP

BAPOMCP

Deep RL

Merci pour votre attention !