



**HAL**  
open science

# Sur une forme d'équation d'Einstein en relation avec la Mécanique Quantique

Christian Preziosa

► **To cite this version:**

Christian Preziosa. Sur une forme d'équation d'Einstein en relation avec la Mécanique Quantique. 2024. hal-04523098

**HAL Id: hal-04523098**

**<https://hal.science/hal-04523098>**

Preprint submitted on 27 Mar 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

# Sur une forme d'équation d'Einstein en relation avec la Mécanique Quantique

## On a form of Einstein's equation in relation to Quantum Mechanics

Christian Preziosa  
Docteur-Ingénieur ESB  
christian.preziosa@gmx.fr

### Introduction :

Etablir une théorie physique rendant compte de l'existence des particules semble être un projet très ambitieux. Cependant, on doit garder l'espoir qu'un jour ce vœu pieux puisse se réaliser, comme le soulignait Louis de Broglie dans son ouvrage « nouvelles perspectives en microphysique » datant de 1955:

*« Si, au prix d'un effort qui serait certainement long et difficile, on parvenait à étendre la Relativité généralisée de façon à faire rentrer les ondes  $u$  des diverses sortes de particules dans le cadre de l'espace-temps, on pourrait établir la forme des équations non linéaires satisfaites par les ondes  $u$ , étudier ce qui se passe dans les régions singulières et parvenir à comprendre la véritable nature de ces accidents spatio-temporels qui sont les corpuscules et aussi la signification profonde du quantum d'action qui est certainement lié d'une façon essentielle à la structure à la fois granulaire et ondulatoire de la matière et du rayonnement. On obtiendrait ainsi (ce n'est pas encore pour demain !) une magnifique synthèse des conceptions de la Relativité généralisée et de la théorie des Quanta. »*

Le présent essai apporte une petite pierre à l'édifice projeté par l'éminent chercheur en montrant un chemin possible d'unification de la Mécanique Quantique et de la Relativité Générale en posant une équation de champ relativiste appropriée reliant intrinsèquement la géométrie de l'espace-temps à la cinématique du mouvement de la matière.

### Equation de champ global :

L'espace-temps est de nature riemannienne de signature  $(1, -1, -1, -1)$  correspondant aux coordonnées cartésiennes  $(t = x^0, x = x^1, y = x^2, z = x^3)$  et le repère est local. Nous posons comme postulat fondamental de la théorie une relation reliant les courbures spatio-temporelles à la quadri-accélération en chaque point d'Univers :

$$\boxed{\frac{R_{ij}}{R} = \frac{\gamma_i \gamma_j}{\gamma^k \gamma_k}} \quad (I)$$

où  $R_{ij}$ ,  $R$  et  $\gamma_i$  désignent respectivement le tenseur de Ricci, sa contraction et la quadri-accélération au point d'univers considéré.

La relation (I) est constituée de 9 équations indépendantes pour 9 inconnues qui sont : 6 composantes indépendantes du tenseur métrique  $g_{ij}$  en raison du libre choix du repère et, tenant compte de la

relation  $\gamma_i = u^j (u_{i,j} - u_{j,i})$ , 3 composantes indépendantes de la quadri-vitesse unitaire

$u_i = dx_i / ds$  où  $ds = \sqrt{dx^i dx_i}$

Posons :

$$\mu_i = \gamma_i \sqrt{\frac{R}{\gamma^j \gamma_j}} \quad (\text{II})$$

(les composantes  $\mu_i$  sont réelles ou imaginaires pures suivant le signe sous radical), alors :

$$R_{ij} = \mu_i \mu_j \quad (\text{III})$$

$$T_{ij} = \frac{1}{\chi} (\mu_i \mu_j - \frac{1}{2} \delta_{ij} \mu^k \mu_k) \text{ constitue le tenseur d'énergie-impulsion d'Einstein.}$$

où  $\chi$  désigne la constante gravitationnelle d'Einstein

Sa divergence est nulle :  $T_{i,j}^j = 0$ , exprimant la conservation locale de l'énergie-impulsion, notamment pour  $i = 0$  :

$$\frac{1}{2} \left[ (\mu_0)^2 + (\mu_1)^2 + (\mu_2)^2 + (\mu_3)^2 \right]_{,0} + \chi T_{0,\alpha}^\alpha = 0 \text{ avec } \alpha = 1 \text{ à } 3$$

Et par intégration sur tout le volume d'une particule libre aux limites de laquelle  $T_0^\alpha$  s'annule :

$$\int_V \frac{1}{2} \left[ (\mu_0)^2 + (\mu_1)^2 + (\mu_2)^2 + (\mu_3)^2 \right] dV = \text{constante} = \chi E \quad (\text{IV})$$

La moitié de la forme quadratique strictement positive entre crochets (négative si  $\mu_i$  est imaginaire pur  $\rightarrow$  antimatière ?), sommée sur tout l'espace physique, est l'expression de l'énergie totale de la particule libre. La relation (IV) montre qu'elle se conserve dans le temps.

Par ailleurs, nous vérifions :

$$T_{i,j}^j = 0 \Leftrightarrow \mu_i \mu_{,j}^j + \mu^j (\mu_{i,j} - \mu_{j,i}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \mu^j (\mu_{i,j} - \mu_{j,i}) = 0 \quad (\text{V-a}) \quad \text{et} \quad \mu_{,j}^j = 0 \quad \text{si} \quad \mu^i \mu_i \neq 0 \quad (\text{V-b})$$

Si la relation fondamentale (I) est physiquement juste, les relations (V-a,b), jointes à une relation de normalisation  $\int_V \mu_0 dV = \chi h c$  (V-c), résultant de l'in-divergence du quadri-vecteur  $\mu^i$

(article réf. [13] de la bibliographie), où  $h, c$  désignent respectivement la constante de Planck et la célérité de la lumière, apparaissent dans la théorie comme les équations constitutives des particules. Ceci reste à prouver par le calcul. La résolution des équations (V-a,b) nécessite la traduction des opérateurs spatiaux cartésiens en coordonnées sphériques. Ce travail sera entrepris à la suite de cet article. Montrons d'abord comme de telles relations sont compatibles avec la Mécanique Quantique en soulignant le chemin qui mène dans la théorie à l'équation de Klein-Gordon pour la particule libre.

## Equation de Klein-Gordon :

La mécanique quantique considère les particules comme des objets ponctuels de l'espace physique. Nous savons que cet a priori est à l'origine de nombreuses difficultés dans l'élaboration de la Mécanique Quantique des champs avec le problème des divergences.

Malgré des améliorations considérables à la théorie ces dernières années (renormalisation), elle ne constitue toujours pas une théorie générale de la physique par le fait, notamment, qu'elle ne rend pas compte des valeurs de la charge et de la masse de l'électron.

Toutefois, il ne fait pas de doute que la particule est un objet matériel extrêmement petit dans l'espace physique. Ainsi, dans le cadre de notre théorie, si notre but n'est pas de décrire la dynamique interne de la particule, nous avons la possibilité de l'assimiler à un point du champ des  $\mu_i$  où toute son énergie massique s'y trouve concentrée, animé d'une vitesse  $u_i$ . Nous savons que la masse propre d'une particule libre s'exprime par (article réf. [13] de la bibliographie) :

$$m = -\frac{1}{2\chi c^2} \int_V \mu^i \mu_i dV$$

Alors, nous pouvons faire en sorte que le champ des  $\mu_i$  satisfasse la relation (V-a), en posant :

$$\mu_{i,j} - \mu_{j,i} = \frac{mc}{\hbar} \epsilon_{ijkl} u^k \mu^l \Leftrightarrow \mu^{i,j} - \mu^{j,i} = \frac{mc}{\hbar} \epsilon^{ijkl} u_k \mu_l \quad (\text{VI})$$

avec  $\hbar = h/2\pi$ . Ce sont avec (V-b), 7 équations au regard des 7 composantes indépendantes des champs des quadrivecteurs  $\mu_i$  et  $u_i$ .

Par dérivation suivant  $j$ , tenant compte de l'équation (V-b) :

$$\square \mu_i = \frac{mc}{\hbar} \epsilon_{ijkl} u^k \mu^{l,j} + \frac{mc}{\hbar} \epsilon_{ijkl} u^{k,j} \mu^l$$

Or, eu égard à [II] :

$$\frac{mc}{\hbar} \epsilon_{ijkl} u^{k,j} \mu^l = \frac{mc}{\hbar} \epsilon_{ijkl} s^{,j} \gamma^k \mu^l = 0$$

Par suite :

$$\square \mu_i = \frac{1}{2} \frac{mc}{\hbar} \epsilon_{ijkl} u^k (\mu^{l,j} - \mu^{j,l})$$

Tenant compte de [VI] :

$$\square \mu_i = \frac{1}{2} \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \epsilon_{ijkl} \epsilon^{ljmn} u^k u_m \mu_n = -\frac{1}{2} \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \epsilon_{ljki} \epsilon^{ljmn} u^k u_m \mu_n$$

$$\square \mu_i = -\frac{m^2 c^2}{\hbar^2} (\delta_k^m \delta_i^n - \delta_k^n \delta_i^m) u^k u_m \mu_n$$

Or :

$$u_i u^i = 1 \quad \text{et} \quad u_k \mu^k = 0$$

Il en résulte l'équation de Klein-Gordon dans le cas de la particule libre :

$$\square \mu_i + \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \mu_i = 0 \quad (\text{VII})$$

avec la particularité que la fonction d'onde est un quadrivecteur à composantes réelles satisfaisant à la relation de normalisation (IV), qui peut s'écrire ici :

$$\int_V \frac{(\mu_0)^2 + (\mu_1)^2 + (\mu_2)^2 + (\mu_3)^2}{2\chi E} dV = \int_V \rho dV = 1$$

où  $\rho$  apparaît dans le cadre de la MQ comme une densité de probabilité de présence de la particule.

Ces quelques calculs montrent une possibilité d'unification des théories quantique et de la Relativité Générale à partir d'une seule hypothèse : la relation (I).

A noter que, puisque  $\mu^i \mu_i \simeq 0$ , partout autour de la particule considérée comme ponctuelle où toute son énergie s'y trouve concentrée, la relation précédente s'écrit, tenant compte de la relation de normalisation (V-c) et de la relation d'Einstein  $E = h\nu$  :

$$\int_V \frac{(\mu_0)^2}{\chi E} dV = \frac{\chi h c \bar{\mu}_0}{\chi h \nu} = 1 \Rightarrow c \bar{\mu}_0 = \nu$$

où  $\bar{\mu}_0$  a la valeur de la composante  $\mu_0$  à l'endroit de la particule dont la fréquence de l'onde associée est  $\nu$ .

## Conclusion :

Les relations (V-b) et (VI) constituent une méthode alternative à celle utilisant les bi-spineurs de Paul Dirac pour rendre compte de l'équation de Klein-Gordon. Elle peut être la base d'une description complète des particules dans une théorie unifiée, mais approximative. En effet, on montre que l'équation de Klein-Gordon n'est valable que dans le cas d'une représentation en aiguille de la particule. C'est donc le fait que la particule est quasi-ponctuelle qui assure la pertinence de l'équation de Klein-Gordon et qui permet de confondre la densité d'énergie-impulsion de la particule avec une densité de quelque chose de virtuel : la probabilité de présence de la particule. En effet, la Mécanique Quantique considère la particule comme un objet où toute l'énergie est concentrée en un point. Ignorant la dynamique interne de la particule, la Mécanique Quantique est donc une théorie incomplète. Les 4 équations différentielles du premier ordre (Va-b), dont 3 sont non-linéaires, sont ici la base qui pourrait être celle d'une approche exacte d'une théorie unifiée. Il est remarquable de constater que des équations non linéaires de la Relativité Générale sont susceptibles de rendre compte d'une équation linéaire de la Mécanique Quantique qui en est son fondement.

## **Bibliographie :**

- [1] Einstein A. Quatre conférences sur la théorie de la relativité (mai 1921). Gauthier-Villars, Paris (1971).
- [2] De Broglie L. Recherches sur la théorie des quanta. Thèse de doctorat, Paris (25 novembre 1924).
- [3] Oskar Klein. Quantum theory and five dimensional theory of relativity. Z. Phys. 37 895-906 (1926).
- [4] Darrieus G. Sur une forme remarquable des équations de Maxwell-Lorentz dans l'univers à 5 dimensions. J. Phys. Radium 8, 11 (1927) 444-446.
- [5] P. A. M. Dirac. Les principes de la mécanique quantique. Les Presses Universitaires de France, Paris (1931).
- [6] Lichnerowicz André. Théories relativistes de la gravitation et de l'électromagnétisme. Paris : Masson (1955).
- [7] De Broglie L. Nouvelles perspectives en Microphysique. Albin Michel, Paris (1956).
- [8] W. Heisenberg. Les principes physiques de la théorie des quanta. (1<sup>ère</sup> édition 1957). Gauthier-Villars, Paris (1972).
- [9] Yves Thiry. Théorie penta-dimensionnelle de la gravitation et de l'électromagnétisme. Séminaire Janet. Mécanique analytique et mécanique céleste, tome 2 (1958-1959), exp. n°1, p. 1-15.
- [10] De Broglie L. Jalons pour une nouvelle microphysique. Gauthier-Villars, Paris (1978).
- [11] J.-P. Duruisseau. Scalaire et Nouveaux Problèmes de la Relativité Générale: Horizons, Masses Limites. Thèse, Paris (1979).
- [12] Rousseaux G. Les équations de Maxwell sont-elles incomplètes ? Annales de la Fondation Louis de Broglie, Volume 26 numéro 4, 2001.
- [13] C. Preziosa. Sur une forme microscopique du tenseur d'énergie. ScienceLib Editions Mersenne : Volume 1, N° 081201 (publié le 30/12/2008).

Orléans (France), le 21/03/2024  
Christian Preziosa