



HAL
open science

Comportement mécanique de l'interface acier/béton en présence de corrosion

Benjamin Richard, Frédéric Ragueneau, Lucas Adelaide, Christian Cremona, Jean-Louis Tailhan, Marc Quiertant, Véronique Bouteiller, Jean Dauthuille

► **To cite this version:**

Benjamin Richard, Frédéric Ragueneau, Lucas Adelaide, Christian Cremona, Jean-Louis Tailhan, et al.. Comportement mécanique de l'interface acier/béton en présence de corrosion. CFM 2009 - 19ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2009, Marseille, France. pp.1-6. hal-04517011

HAL Id: hal-04517011

<https://hal.science/hal-04517011>

Submitted on 22 Mar 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Comportement mécanique de l'interface acier/béton en présence de corrosion

**B. RICHARD^a, F. RAGUENEAU^b, L. ADELAÏDE^a, C. CREMONA^c, J.L. TAILHAN^a, M. QUIERTANT^a,
V. BOUTEILLER^a, J. DAUTHUILLE^a**

a. Univ. Paris Est/LCPC, 58 boulevard Lefèbvre, Paris, France

b. LMT Cachan, ENS Cachan/CNRS/Univ. Paris VI/Univer. Sud, 51 avenue du président Wilson, Cachan, France

c. Commissariat Général au Développement Durable, Direction de la Recherche et de l'Innovation, La Défense, France

Résumé :

Dans cet article, une loi de comportement permettant de rendre compte des effets de la corrosion sur la réponse mécanique de l'interface acier-béton est présentée. Les équations constitutives sont développées dans le cadre cohérent de la thermodynamique des processus irréversibles. Ces dernières permettent d'obtenir des informations locales telles que le faciès de fissuration dû à la corrosion. Une approche simplifiée est aussi exposée pour permettre des études préliminaires aux coûts de calcul raisonnables. Pour illustrer la pertinence de ces deux approches, deux exemples d'éléments de structure en béton armé dégradés par corrosion sont étudiés.

Abstract :

In this paper, a constitutive law including the main corrosion effects on the mechanical behaviour of the steel concrete interface is proposed. Constitutive equations are developed within the framework of irreversible processes thermodynamics. This formulation allows obtaining local information such as the crack path due to corrosion. A simplified approach is also proposed in order to offer preliminary studies of structural components degraded by corrosion with reduced computational costs. To demonstrate the ability of the two approaches, two examples are studied.

Mots clefs : Interface acier/béton, corrosion, endommagement, éléments finis

1 Introduction

L'environnement extérieur interagit avec les ouvrages qui y sont placés. Ces interactions peuvent se manifester de différentes manières (effets du vent, effets de la mer, pathologies ...). Dans ce travail, nous nous intéressons au phénomène de corrosion des armatures du béton armé. Le phénomène de corrosion peut être provoqué par la pénétration d'agents agressifs, tels que les ions chlorure, ou encore le dioxyde de carbone [1]. Dès lors que la corrosion s'initie, des oxydes de fer de différentes formes tendent à apparaître à l'interface acier/béton. La nature expansive de ces produits de corrosion conduit à l'apparition de contraintes de traction dans le béton environnant. Des fissures sont alors susceptibles de se propager depuis l'interface acier/béton vers le béton d'enrobage. De manière concomitante au développement de la fissuration du béton, les armatures subissent une fragilisation provoquée par la réduction de leur section [2]. Les modifications du béton et de l'acier sont donc clairement identifiées alors qu'un troisième matériau apparaît : les produits de corrosion. Ces derniers se comportent comme des matériaux de types granulaires, c'est-à-dire que leur rigidité augmente avec l'intensité de l'état de contrainte appliqué [3]. De plus, l'expansion des produits de corrosion s'accompagne d'une diminution de l'adhérence entre l'acier et le béton. Ainsi, la prévision du comportement des éléments de structure dégradés par corrosion nécessite la prise en compte de ces différents phénomènes. Cela implique donc au préalable de maîtriser les lois de comportement du béton et de l'acier, d'une part pour pouvoir rendre compte du développement de la fissuration et d'autre part, pour décrire convenablement la fragilisation des armatures. Dans ce travail, les équations constitutives d'une loi de comportement de l'interface acier-béton en présence de corrosion sont présentées dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles, assurant ainsi le respect des principes physiques (conservation et évolution) [4]. Dans une première partie, l'ensemble des équations constitutives est présenté. Les différents mécanismes dissipatifs pris en compte sont clairement identifiés et justifiés. Cette présentation est réalisée tout d'abord dans un cadre tridimensionnel puis, dans le cadre simplifié offert par une approche multifibres. Dans une seconde partie, deux exemples d'application sont traités. En premier lieu, l'étude tridimensionnelle de la fissuration du béton d'un élément de structure en béton armé est proposée. La fine description des différents mécanismes dissipatifs considérés

permet de rendre compte précisément du faciès de fissuration due à la corrosion. En second lieu, l'estimation de la capacité portante résiduelle d'une poutre en béton armé corrodée, soumise à un chargement de flexion quatre points, est présentée. Les comparaisons entre les résultats numériques et expérimentaux apparaissent prometteuses pour de futurs développements.

2 Equations constitutives

Dans cette section, les équations constitutives de la loi de comportement de l'interface acier/béton proposée sont présentées dans un cadre tridimensionnel puis dans un cadre simplifié.

2.1 Cadre thermodynamique

2.1.1 Potentiel thermodynamique et lois d'état

Un potentiel thermodynamique dont dérivera l'ensemble des lois d'état doit être précisé. Pour cela, il y a lieu d'effectuer le choix des différents mécanismes dissipatifs à prendre en compte. Dans ce travail, nous avons choisi de considérer quatre mécanismes : l'élasticité, l'endommagement, le glissement couplé avec du frottement et enfin, l'anélasticité des produits de corrosion. Notons que l'endommagement a été considéré comme isotrope étant donné le caractère localisé des dégradations à l'interface acier/béton. Les trois premiers mécanismes peuvent être modélisés de manière satisfaisante au moyen du potentiel suivant [5] :

$$\rho\Psi = \frac{\kappa}{6}((1-d) \langle \epsilon_{kk} \rangle_+^2 + \langle \epsilon_{kk} \rangle_-^2) + \mu(1-d)\epsilon_{ij}^d\epsilon_{ij}^d + \mu d(\epsilon_{ij}^d - \epsilon_{ij}^\pi)(\epsilon_{ij}^d - \epsilon_{ij}^\pi) + \gamma\alpha_{ij}\alpha_{ij} + H(z) \quad (1)$$

Dans la relation 1, κ et μ représentent respectivement le coefficient de compressibilité et le module de Coulomb, γ est le module d'écrouissage cinématique, ϵ_{ij} est le tenseur des déformations totales, ϵ_{ij}^π est le tenseur de glissement, α_{ij} est le tenseur d'écrouissage cinématique, z est la variable d'écrouissage isotrope et H sa fonction de consolidation, d est la variable scalaire d'endommagement isotrope (égale à 0 pour un matériau sain et à 1 en cas de rupture totale). L'opérateur $(.)^d$ représente le tenseur déviateur de $(.)$. Le processus de dégradation de l'interface acier-béton peut être vu comme la concomitance de deux modes essentiels : les modes I (ouverture pure) et II (cisaillement plan) [6]. Lorsqu'un confinement est appliqué, les dégradations sont donc négligeables. Cela peut être pris en compte en séparant la partie sphérique du tenseur des déformations en parties positives et négatives, comme le montre l'équation 1. La prise en compte des effets hystérétiques liés essentiellement au frottement mobilisé par les lèvres des fissures est réalisée en s'inspirant de l'approche proposée par [7]. Notons que le tenseur de glissement doit être purement déviatorique. Cela semble être justifié si l'on considère que ce phénomène intervient essentiellement en mode II. Une prise en compte du phénomène de corrosion peut être réalisée en introduisant un unique tenseur ϵ_{ij}^λ . Ainsi, la modélisation, d'une part de l'expansion des produits de corrosion et d'autre part, de leur anélasticité, est possible. Pour cela, le tenseur ϵ_{ij}^λ est décomposé comme suit :

$$\epsilon_{ij}^\lambda = \langle \epsilon_{ij}^\lambda \rangle_+ + \langle \epsilon_{ij}^\lambda \rangle_- \quad (2)$$

$\langle . \rangle_+$ et $\langle . \rangle_-$ représentent respectivement les parties positives et négatives du tenseur $(.)$. En considérant que la corrosion agit essentiellement de manière radiale, ϵ_{ij}^λ peut être considéré comme purement sphérique :

$$\epsilon_{ij}^\lambda = (\langle \epsilon_{kk}^\lambda \rangle_+ + \langle \epsilon_{kk}^\lambda \rangle_-) \frac{\delta_{ij}}{3} \quad (3)$$

Le premier terme de l'équation 3 $\langle \epsilon_{kk}^\lambda \rangle_+$ représente naturellement les déformations associées à un gonflement. Le second terme $\langle \epsilon_{kk}^\lambda \rangle_-$, représente une contraction. δ_{ij} est le tenseur unité d'ordre deux. L'expansion des oxydes de fer est clairement caractéristique d'un degré de corrosion donné, ou encore d'une durée notée t_0 . Il vient alors au temps t :

$$\epsilon_{ij}^\lambda = (\langle \epsilon_{kk}^\lambda(t_0) \rangle_+ + \langle \epsilon_{kk}^\lambda(t) \rangle_-) \frac{\delta_{ij}}{3} \quad (4)$$

Le potentiel s'écrit alors :

$$\rho\Psi = \frac{\kappa}{6}((1-d) \langle \epsilon_{kk} - \epsilon_{kk}^\lambda \rangle_+^2 + \langle \epsilon_{kk} \rangle_-^2) + \mu(1-d)\epsilon_{ij}^d\epsilon_{ij}^d + \mu d(\epsilon_{ij}^d - \epsilon_{ij}^\pi)(\epsilon_{ij}^d - \epsilon_{ij}^\pi) + \gamma\alpha_{ij}\alpha_{ij} + \frac{\kappa}{6}\epsilon_{kk} \langle \epsilon_{kk}^\lambda(t_0) \rangle_+ + H(z) \quad (5)$$

A ce stade, la question du couplage entre l'expansion des produits de corrosion et la perte d'adhérence à l'interface se pose. Dans ce travail, un couplage est réalisé au niveau de l'évolution.

2.1.2 Lois d'évolution

Endommagement et écrouissage isotrope On choisit une loi d'évolution de la variable d'endommagement manière associée. La surface de charge f_d est exprimée dans l'espace des variables duales comme un critère énergétique de Drucker-Prager :

$$f_d = \alpha Y_N^+ + Y_d - (Z + Y_0 + Y_\lambda) \quad (6)$$

Dans l'équation 6, $Y_N^+ = \frac{\kappa}{6} < \epsilon_{kk} >_+^2$ est le taux d'énergie restituée en mode I, $Y_d = \mu \epsilon_{ij}^d \epsilon_{ij}^d$ le taux d'énergie restituée en mode II, $Z = \frac{dH(z)}{dz}$ la variable force thermodynamique associée à z , Y_0 un seuil initial, $Y_\lambda = \frac{\kappa}{6} < \epsilon_{kk}^\lambda(t_0) >_+^2$ le taux d'énergie associé au gonflement initial et α un paramètre traduisant la dissymétrie de la dégradation en modes I et II. Les lois d'évolution de l'endommagement et de l'écrouissage isotrope s'écrivent donc sous la forme des inclusions différentielles $(\dot{d}, \dot{z}) \in \partial_Y f_d \times \partial_Z f_d$, où $Y = \alpha Y_N^+ + Y_d$ et $\partial_X Y$ représente le sous différentiel de Y par rapport à la variable X .

Glissement et écrouissage cinématique Le mécanisme de glissement suit une loi d'évolution non associée pour pouvoir prendre en compte les différentes non linéarités inhérentes au mode II. La surface de charge f_π est prise sous la forme d'un critère de Drucker-Prager :

$$f_\pi = J_2(\sigma_\pi - X) + cI_1 \quad (7)$$

$J_2(\cdot)$ est le second invariant du déviateur de (\cdot) , $\sigma_\pi = -\frac{\partial \rho \Psi}{\partial \epsilon_\pi}$ est la contrainte de frottement, $X = \frac{\partial \rho \Psi}{\partial \alpha}$ est la contrainte de rappel, I_1 est le premier invariant du tenseur des contraintes de Cauchy $\sigma = \frac{\partial \rho \Psi}{\partial \epsilon}$ et enfin, c est un paramètre de dilataance. L'écrouissage cinématique évolue selon le potentiel d'écoulement proposé par [8] :

$$\phi_\pi = J_2(\sigma_\pi - X) + cI_1 + \frac{a}{2} X_{ij} X_{ij} \quad (8)$$

Dans l'équation 8, a est un paramètre à identifier. Ainsi, les lois d'évolution du glissement et de l'écrouissage cinématique s'écrivent naturellement $(\dot{\epsilon}_\pi, \dot{\alpha}) \in \partial_{\sigma_\pi} f_\pi \times \partial_X \phi_\pi$.

Anélasticité des produits de corrosion Le dernier mécanisme dissipatif dont il est nécessaire de préciser l'évolution est l'anélasticité des produits de corrosion. En différenciant l'équation 4, il est possible de remarquer que seule l'évolution de la partie négative du tenseur ϵ_{ij}^λ doit être considérée. en l'absence de rouille solubles, plusieurs auteurs affirment que les oxydes de fer tendent à se comporter comme des matériaux granulaires, c'est-à-dire que leur rigidité augmente avec l'intensité de l'état de contrainte qui est appliqué. Dans cette étude, l'approche proposée par [9] pour représenter le comportement dynamique des bétons a été retenue et appliquée au cas des oxydes de fer. Celle-ci consiste à supposer que l'évolution de la partie négative du tenseur ϵ_{ij}^λ s'effectue de manière associée selon la surface proposée par [10]. Ainsi, la surface de charge prend la forme suivante :

$$f_\lambda = 2q_1 f \cosh\left(q_2 \frac{I_1(\sigma_\lambda)}{2\sigma_M}\right) - (1 + (q_3 f)^2) \quad (9)$$

q_1 , q_2 et q_3 sont des paramètres à identifier, $I_1(\cdot)$ le premier invariant de (\cdot) , $\sigma_\lambda = \frac{\partial \rho \Psi}{\partial \epsilon_\lambda}$, f la fraction volumique des pores du béton situé dans un certain voisinage de l'interface et enfin, σ_M [9]. L'implantation numérique de ces équations constitutives a été réalisée dans le code de calcul CAST3M, développé par le Commissariat de l'Énergie Atomique (CEA). Les algorithmes mis en œuvre sont détaillés dans [11].

2.2 Processus de simplification

Dans le but de diminuer le coût de calcul qu'implique une étude complète avec des éléments massifs, une version simplifiée de la loi constitutive de l'interface acier-béton est proposée selon l'approche adoptée par [12] pour l'analyse du comportement des structures en béton armé sous sollicitations sismiques. L'interface acier-béton est alors considérée comme une zone de transmission d'efforts depuis le béton vers l'acier. Si cette dernière tend à être endommagée, alors l'acier se décharge, conduisant ainsi le béton à reprendre l'essentiel des efforts. Cet effet peut être obtenu dans le cadre offert par l'approche multifibre. Au niveau d'une fibre d'acier, la déformation totale ϵ_{xx} est partitionnée au moyen d'un facteur de partition $0 < \xi < 1$:

$$\epsilon_{xx} = \xi \epsilon_{xx} + (1 - \xi) \epsilon_{xx} = \epsilon_{xx}^A + \epsilon_{xx}^I \quad (10)$$

Le facteur de partition peut être calculé en écrivant l'équilibre élémentaire des efforts agissant sur l'acier. En effet, les efforts présents dans l'acier doivent être équilibrés par les efforts de cisaillement déployés à l'interface. De manière plus précise, pour un ξ fixé, la contrainte normale dans l'acier peut être déterminée

grâce à la donnée de sa loi de comportement uniaxial et à la déformation $\epsilon_{xx}^A = \xi \epsilon_{xx}$. Il en est de même pour l'interface en considérant la partie des équations présentée liée au cisaillement ainsi que la déformation $\epsilon_{xx}^I = (1 - \xi) \epsilon_{xx}$. Les efforts dans l'acier et dans l'interface sont alors obtenus en multipliant respectivement la contrainte normale (dans l'acier) par la section de l'armature et la contrainte de cisaillement (dans l'interface) par une longueur d'ancrage, généralement prise égale à la taille de l'élément barre. Une équation non linéaire en ξ est alors obtenue. Celle-ci est résolue avec une méthode de type Newton modifiée. L'implantation numérique de cette version multifibre de la loi de comportement proposée a été réalisée dans le code de calcul CAST3M d'après le travail réalisé par [12].

3 Exemples d'application

Dans cette section, nous nous proposons d'illustrer la loi de comportement proposée au travers de deux exemples. En premier lieu, une poutre corrodée artificiellement est étudiée en terme de faciès de fissuration. En second lieu, nous nous intéressons à l'évolution de la capacité portante d'une poutre corrodée, soumise à un chargement de flexion quatre points. Ce dernier cas est traité par l'approche simplifiée présentée dans la section précédente.

3.1 Etude de la fissuration d'un élément de structure corrodé artificiellement

Dans le cadre du projet APPLLET (Durée de vie des ouvrages : Approche PrédicTive Performantielle et probabilisTe), une action de recherche vise à mieux appréhender le comportement d'éléments de structure corrodés sous sollicitations différées a été lancée. Pour cela, deux corps d'épreuve en béton armé de dimension $100 \times 25 \times 10$ cm ont été réalisés avec pour armatures deux aciers de type HA20. L'enrobage latéral est de 3,5 cm et 2,5 cm en fond de coffrage. Ces corps d'épreuve ont été corrodés de manière intensiostatique sur des longueurs contrôlées (10 et 50 cm centraux) avec une densité de courant voisine de $100 \mu A/cm^2$ pendant une durée de 30 jours. La figure 1 montre le montage expérimental qui a été réalisé afin de contrôler la longueur sur laquelle la corrosion doit se développer.



FIGURE 1 – Corrosion des armatures sur une longueur contrôlée de 10 cm

La réduction du diamètre des aciers ainsi que l'expansion des produits de corrosion ont été estimés en supposant la loi de Faraday vérifiée. Dans ce travail, nous ne considérons que le corps d'épreuve corrodé sur les 10 cm centraux. La simulation numérique a été réalisée grâce au code de calcul CAST3M dans lequel l'intégralité des développements a été réalisée. La loi de béton est celle proposée par Mazars [13] dans sa version locale. Les paramètres ont été identifiés d'après les caractérisations expérimentales effectuées. Pour représenter le caractère hétérogène de la déformation équivalente limite, celle-ci a été considérée comme un champ aléatoire dont la fonction d'autocorrélation est de type exponentielle. La longueur de corrélation a été prise égale à la longueur moyenne d'un élément. Notons que cette approche simple assure une certaine régularisation des équations constitutives du béton. De manière plus précise, le caractère aléatoire de la déformation seuil tend à limiter la localisation des déformations. La déformation $\frac{1}{3} \epsilon_{kk}^\lambda(t_0)$ a été déterminée selon l'approche proposée par [14] en vue de simuler l'expansion des produits de corrosion. L'épaisseur de rouille formée a été estimée avec la loi de Faraday en supposant le rapport d'expansion des produits de corrosion voisin de 2. La réduction de la section d'acier au cours de la propagation des oxydes de fer est négligée dans la simulation. Le comportement des aciers passifs a été supposé élastique linéaire. Les résultats obtenus sont présentés sur la figure 2. Il est possible de remarquer une adéquation qualitative entre les résultats expérimentaux en terme de cartographie d'endommagement et les faciès de fissuration.

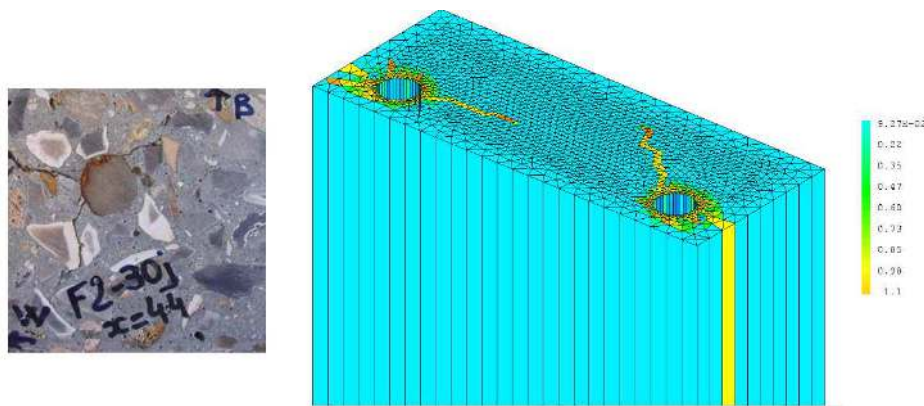


FIGURE 2 – Faciès expérimental de l'acier droit (à gauche) et cartographie de l'endommagement (à droite)

3.2 Etude simplifiée de la réponse d'un élément de structure corrodé sous chargement mécanique

Une étude de la capacité portante d'éléments de structure en fonction de l'avancée du phénomène de corrosion a été proposée par [15]. Les corps d'épreuve sont des poutres en béton armé sans acier en zone comprimée, de dimension $91 \times 15 \times 10$ cm. Les armatures en zone tendue sont des HA10, l'enrobage étant de 2,5 cm. Ces corps d'épreuve ont été corrodés par courant imposé ($200 \mu A/cm^2$). Ils ont été ensuite testés en flexion quatre points afin de quantifier l'évolution de la capacité portante en fonction d'un degré de corrosion macroscopique, défini en terme de variation de section d'acier. L'originalité de cette étude réside dans le fait que les poutres ont atteint la rupture par glissement à l'interface acier/béton. La rupture de l'interface qui a donc entraîné la rupture de l'élément de structure dans son ensemble. Ainsi, la prise en compte du comportement spécifique de l'interface acier-béton dans la modélisation semble être essentielle. L'approche simplifiée présentée dans la section précédente a été utilisée. Pour cela, une modélisation multifibres a été réalisée. Le béton a été modélisé avec la loi de Mazars adaptée à ce type de formulation. L'acier admet la loi de comportement proposée par [16], permettant de rendre compte de la fragilisation due à la corrosion. La perte de section a été explicitement prise en compte. Notons que le gonflement n'a pu être considéré étant donné le caractère uniaxial de la formulation. En revanche, son effet sur l'adhérence a été pris en compte comme un endommagement initial. L'ensemble des paramètres a pu être identifié grâce aux données expérimentales de la référence [15]. Les paramètres propres à la réduction de l'adhérence ont été obtenus par analyse inverse, en supposant une adhérence initiale voisine de 3,5 MPa. Les résultats obtenus sont présentés sur la figure 3. Il est possible de conclure que l'approche proposée permet d'estimer de manière satisfaisante la capacité portante selon le niveau de corrosion. Notons que l'ensemble de la simulation a nécessité un temps CPU d'environ une heure, sur une machine de calcul classique, ce qui reste acceptable.

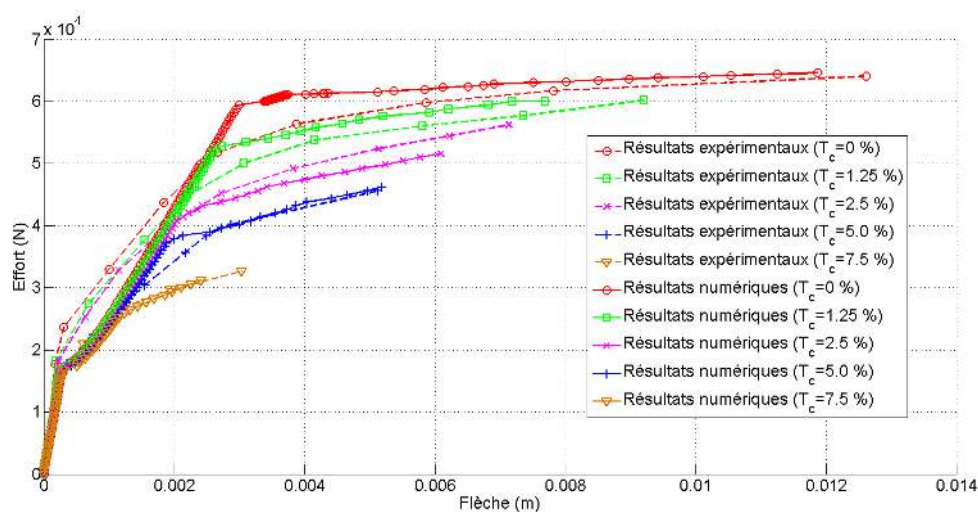


FIGURE 3 – Comparaison avec l'expérience des réponses numériques obtenues pour différents degrés de corrosion

4 Conclusion

Une loi de comportement permettant de rendre compte des effets du phénomène de corrosion sur la réponse mécanique de l'interface acier-béton a été proposée. L'ensemble des équations constitutives a été formulé dans le cadre rigoureux de la thermodynamique des processus irréversibles, assurant une cohérence avec les principes physiques de conservation et d'évolution. Les aspects essentiels de la formulation ont été présentés. En particulier, le choix d'un potentiel thermodynamique consistant ainsi que les potentiels d'écoulement ont été précisés. Dans une perspective de simplification, les développements proposés ont été adaptés au cadre offert par l'approche multifibre. Des études préliminaires à coût de calcul réduit sont alors envisageables et accessibles. Les deux exemples d'application présentés illustrent clairement la capacité des deux approches à modéliser des éléments de structure dégradés par corrosion. Des efforts considérables doivent néanmoins être fournis pour automatiser l'identification des différents paramètres. Pour cela, une piste intéressante semble être l'application de techniques d'ajustement robuste [17][18].

Remerciements

Les recherches et les résultats rapportés dans cet article bénéficient de l'aide apportée l'Agence Nationale de la Recherche (France) dans le cadre du projet APPLLET (contrat ANR-06-RGCU-001-01).

Références

- [1] Raharinaivo A. La corrosion et la corrosion des aciers dans le béton. Technical report, ERLPC, 1998.
- [2] Almusallam A., Al-Gathani A., Aziz A., and Rasheeduzafart A. Effects of reinforcement corrosion on bond strength. *Construction and building materials*, 10(2), 123–129, 1996.
- [3] Lundren K. Bond between corroded reinforcement and concrete. Technical report, Chalmers University of technology, Göteborg, Sweden, 2001.
- [4] Lemaître J., J. Chaboche. *Mécanique des matériaux solides*. Dunod, 1996.
- [5] Dominguez Ramirez N. Etude de la liaison acier-béton : De la modélisation du phénomène à la formulation d'un élément fini enrichi « Béton Armé ». Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2005.
- [6] Lutz L. and Gergely P. Mechanics of bond and slip of deformed bars in concrete. *American Concrete Institute (ACI) journal*, 64(11), 711–721, 1967.
- [7] Ragueneau F. *Fonctionnement dynamique des structures en béton*. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 1999.
- [8] Armstrong P. and Frederick C. A mathematical representation of the multiaxial baushinger effect. Technical report, GEGB, 1967.
- [9] Burlion N., Gating F., and Pijaudier-Cabot G. Compaction and tensile damage in concrete : constitutive modelling and application to dynamics. *J. Computa. Meth. Appl. Mech. Eng.*, 183, 291–308, 2000.
- [10] Needleman A. and Tvegaard V. An analysis of ductile rupture in notched bars. *J. Mech. Phys. solids*, 32, 461–490, 1984.
- [11] Richard B., Ragueneau F., Adelaide L., Cremona C., and Tailhan J. A three dimensional steel concrete interface model including corrosion effects based on thermodynamic assessments and structural element cases studies. *European J. Mech A/Solids*, En préparation.
- [12] Combescure D. and Wang F. Assessments of existing rc structures under severe dynamic loading using non linear modelling.
- [13] Mazars J. Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire du béton de structure. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 1984.
- [14] Millard A., L'Hostis V., Beddiar K., Berthaud Y., and Care S. Modelling the cracking of a reinforced concrete structure submitted to corrosion of steel - first validation of a damage model based on experimental results. In *RILEM-DOCE*, Espagne, 2004.
- [15] Mangat P. and Elgarf M. Flexural strength of concrete beams with corroding reinforcement. *ACI Struct. J.*, 96(1), 149–159, 1999.
- [16] Ouglova A. Etude du comportement des structures en béton armé atteintes par corrosion. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2004.
- [17] Deby F. Prise en compte des aspects probabilistes dans la prédiction de la durée de vie des structures en béton : application à la pénétration des chlorures. Thèse de doctorat, Université de Toulouse, 2008.
- [18] Capiez-Lernout E. and Soize C. Robust updating of uncertain damping models in structural dynamics for low- and medium -frequency ranges. *Mechanical systems and signal processing*, 22, 1774–1792, 2008.