



HAL
open science

Dimensionnement de lots de production un jour à l'avance sous incertitudes éoliennes : application à la production d'hydrogène vert

Victor Spitzer, Céline Gicquel, Evgeny Gurevsky, François Sanson

► To cite this version:

Victor Spitzer, Céline Gicquel, Evgeny Gurevsky, François Sanson. Dimensionnement de lots de production un jour à l'avance sous incertitudes éoliennes : application à la production d'hydrogène vert. 25ème Congrès Annuel de la Société Française de Recherche Opérationnelle et d'Aide à la Décision (ROADEF 2024), Mar 2024, Amiens, France. hal-04451786

HAL Id: hal-04451786

<https://hal.science/hal-04451786v1>

Submitted on 12 Mar 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Dimensionnement de lots de production un jour à l’avance sous incertitudes éoliennes : application à la production d’hydrogène vert

Victor Spitzer^{1,2}, Céline Gicquel², Evgeny Gurevsky³, François Sanson¹

¹ Lhyfe, Nantes, France

² LISN, Université Paris-Saclay, Gif-sur-Yvette, France

³ LS2N, Université de Nantes, France

Mots-clés : *Lot-sizing, Apprentissage automatique, Programmation stochastique, Hydrogène vert, Incertitudes éoliennes*

1 Introduction

L’hydrogène est utilisé comme matière première dans de nombreux processus industriels. Aujourd’hui, il est essentiellement produit à partir d’énergies fossiles. La production d’hydrogène vert, c’est-à-dire d’hydrogène obtenu par un processus d’électrolyse de l’eau alimenté par de l’électricité renouvelable, est donc importante pour la décarbonation de l’industrie. Cependant, la gestion opérationnelle de ce processus d’électrolyse présente de nombreux défis. En particulier, il faut être capable de satisfaire en temps et en heure la demande malgré la disponibilité incertaine de l’électricité renouvelable.

Nous nous intéressons ici à la planification de la production d’hydrogène par un électrolyseur sur un horizon de quelques jours. Notons que ce travail est motivé par un cas d’étude réel, dans lequel l’électrolyseur est connecté à deux sources d’électricité : une ferme éolienne locale et le réseau électrique national. La ferme éolienne produit de l’électricité renouvelable en quantité limitée et variable dans le temps à un coût négligeable : nous disposons de prévisions de puissance éolienne, mais celles-ci sont incertaines. Si cette génération locale d’électricité s’avère insuffisante pour alimenter l’électrolyseur, il est possible d’acheter de l’électricité conventionnelle sur le réseau national, mais à un tarif bien plus élevé. Ainsi, nous privilégions l’exploitation de la source éolienne à la fois pour des raisons écologiques et économiques. Par ailleurs, l’achat d’électricité sur le réseau national doit être planifié et déclaré à l’avance, chaque jour pour le lendemain, donc avant même que la disponibilité exacte de l’électricité éolienne ne soit connue. Enfin, notons également qu’il est possible de stocker sur le site de production l’hydrogène produit, offrant une flexibilité que nous chercherons à exploiter au mieux dans la construction de notre plan de production. Le problème décrit n’est pas propre au cas d’étude industriel mentionné : il peut être traité comme une variante particulière du problème de dimensionnement de lots, connu également sous le nom de «lot-sizing», sous incertitudes.

La quantification d’incertitudes éoliennes [1], d’une part, et la planification de production sous incertitude [2], d’autre part, ont déjà été étudiées de façon indépendante dans la littérature. La contribution de ce travail consiste donc à proposer une nouvelle approche fondée sur la programmation stochastique pour traiter un problème à la croisée de ces deux domaines de recherche. Après avoir décrit le problème étudié, nous introduisons un modèle de programmation stochastique à deux niveaux de décision [§2]. Un réseau de neurones probabiliste est présenté pour générer les scénarios utilisés dans ce modèle [§3]. Nous proposons ensuite de résoudre le problème d’optimisation sous incertitude par une méthode de décomposition de Benders dans lequel les sous-problèmes en nombres entiers sont résolus de façon approchée par un algorithme polynomial [§4]. Des expériences numériques simulant le fonctionnement réaliste d’une unité de production sur un an démontrent les performances satisfaisantes de l’approche proposée [§5].

2 Description et modélisation du problème

Nous cherchons à optimiser la déclaration journalière d'exploitation du réseau électrique national pour un site industriel constitué d'un seul électrolyseur. Notre horizon de planification est représenté sur deux jours, chacun décomposé en 24 pas de temps (ou heures), notés par $T = \{1, 2, \dots, 24\}$. Cela a pour objectif d'évaluer plus finement les conséquences des décisions du premier jour sur le suivant.

Ce site doit satisfaire, à chaque période «jour-heure» (j, t) , où $j \in \{1, 2\}$ et $t \in T$, une demande en hydrogène fixe, notée d . L'électrolyseur a une efficacité h , fonctionne sur un intervalle de puissance $[p^{\text{on}}, p^{\text{max}}]$ et ne peut produire au-delà d'une quantité q^{max} . Le stock dispose d'une capacité maximale s^{max} et contient une quantité y^0 au début de la première journée.

Le site est connecté simultanément à des éoliennes et au réseau national. Le coût d'exploitation de l'énergie éolienne est nul. Sa disponibilité en (j, t) , notée $\tilde{e}_{j,t}$, est limitée, variable dans le temps et incertaine. Cependant, la puissance éolienne minimale garantie à la période (j, t) est connue et notée $\bar{e}_{j,t}$. Le coût d'exploitation du réseau national en (j, t) est connu avec certitude et noté $c_{j,t}^g$. Toutefois, l'achat d'électricité sur ce réseau doit être planifié et déclaré à l'avance, chaque jour pour le lendemain. Ainsi, il est nécessaire de planifier avant la période $(j, 1)$ la puissance d'exploitation du réseau pour chaque période (j, t) , $t \in T$. Une fois planifiée, cette puissance est considérée comme fixe et ne peut plus être modifiée au cours de la journée.

Afin de modéliser ce problème, nous introduisons, pour chaque période (j, t) , les variables de décision suivantes. D'abord, la variable binaire $z_{j,t}$ représentant l'état actif/inactif de l'électrolyseur. Ensuite, la puissance électrique exploitée, destinée à une production de l'hydrogène utilisable le jour même, est notée $x_{j,t}$. Elle comprend une puissance éolienne $x_{j,t}^e$ et une puissance issue du réseau national $x_{j,t}^g$. Le stock d'hydrogène disponible à la fin de la période (j, t) et utilisable ce même jour est représenté par la variable $y_{j,t}$. Ces variables indexées respectivement par $j = 1$ et $j = 2$ correspondent aux décisions prises lors de la déclaration préalable de production du premier (resp. second) jour.

Le planning de production doit répondre à la demande d'hydrogène à tout moment, malgré la puissance éolienne incertaine et la déclaration anticipée d'exploitation du réseau. Pour éviter tout défaut sur la demande, nous imposons chaque jour que seule la puissance éolienne garantie, ainsi que la puissance d'exploitation du réseau national fixée en début de journée, puissent être utilisées pour produire de l'hydrogène destiné à satisfaire la demande du même jour. Ainsi, tout plan de production pour le jour j doit satisfaire à l'ensemble des contraintes suivantes :

$$x_{j,t} = x_{j,t}^e + x_{j,t}^g, \quad \forall t \in T \quad (1)$$

$$x_{j,t}^e \leq \bar{e}_{j,t}, \quad \forall t \in T \quad (2)$$

$$x_{j,t} \leq z_{j,t} \cdot p^{\text{max}}, \quad \forall t \in T \quad (3)$$

$$y_{j,1} = s_j^{\text{in}} + (x_{j,1} - z_{j,1} \cdot p^{\text{on}}) \cdot h - d, \quad (4)$$

$$y_{j,t} = y_{j,t-1} + (x_{j,t} - z_{j,t} \cdot p^{\text{on}}) \cdot h - d, \quad \forall t \in T \setminus \{1\} \quad (5)$$

$$y_{j,t} \leq s^{\text{max}}, \quad \forall t \in T \quad (6)$$

$$x_{j,t}, x_{j,t}^e, x_{j,t}^g, y_{j,t} \geq 0, \quad \forall t \in T \quad (7)$$

$$z_{j,t} \in \{0, 1\}, \quad \forall t \in T \quad (8)$$

Ici s_j^{in} est le niveau de stock initial au début du jour j . Les contraintes (1) à (3) représentent la consommation d'électricité sur le réseau national et celle, limitée, sur la ferme éolienne selon l'état actif/inactif de l'électrolyseur. Les contraintes (4) à (6) correspondent à la gestion de la production, du stock et de la demande. Notons $X_j(s_j^{\text{in}}, \bar{e}_j)$, l'ensemble de tous les plans de production $(x_j, x_j^e, x_j^g, y_j, z_j)$ qui respectent les contraintes (1)-(8) pour le jour j .

La production éolienne supérieure à celle minimale garantie, c'est-à-dire $\tilde{e}_{j,t} - \bar{e}_{j,t}$, qui est soumise à de fortes incertitudes, ne peut pas être exploitée le premier jour mais permet la constitution d'un stock d'hydrogène destiné à satisfaire la demande le jour suivant. Considérons pour la première journée un ensemble de scénarios de puissance éolienne \mathcal{S} , dont la distribution de probabilité de réalisation est connue, et ignorons l'aléa sur la seconde journée. À chaque pas de temps t du premier jour et pour tout scénario $s \in \mathcal{S}$, la puissance éolienne disponible est notée $\tilde{e}_{s,1,t}$ et l'hydrogène

excédentaire produit est stocké selon une variable $\tilde{y}_{s,1,t}$ mais ne sera utilisable que le second jour. Ceci conduit à la formulation du modèle de programmation stochastique suivant :

$$\min \sum_{t \in T} c_{1,t}^g \cdot x_{1,t}^g + \mathbb{E}_{s \in \mathcal{S}} \left[\sum_{t \in T} c_{2,t}^g \cdot x_{s,2,t}^g \right] \quad (9)$$

$$\text{s.c. } (x_1, x_1^e, x_1^g, y_1, z_1) \in X_1(y^0, \bar{e}_1), \quad (10)$$

$$(x_{s,2}, x_{s,2}^e, x_{s,2}^g, y_{s,2}, z_{s,2}) \in X_2(y_{1,24} + \tilde{y}_{s,1,24}, \bar{e}_2), \quad \forall s \in \mathcal{S} \quad (11)$$

$$\tilde{y}_{s,1,1} \leq (\tilde{e}_{s,1,1} \cdot z_{1,1} - x_{1,1}^e) \cdot h, \quad \forall s \in \mathcal{S} \quad (12)$$

$$\tilde{y}_{s,1,t} \leq \tilde{y}_{s,1,t-1} + (\tilde{e}_{s,1,t} \cdot z_{1,t} - x_{1,t}^e) \cdot h, \quad \forall t \in T \setminus \{1\}, \forall s \in \mathcal{S} \quad (13)$$

$$\tilde{y}_{s,1,1} + (x_{1,1} - z_{1,1} \cdot p^{\text{on}}) \cdot h \leq q^{\text{max}}, \quad \forall s \in \mathcal{S} \quad (14)$$

$$\tilde{y}_{s,1,t} - \tilde{y}_{s,1,t-1} + (x_{1,t} - z_{1,t} \cdot p^{\text{on}}) \cdot h \leq q^{\text{max}}, \quad \forall t \in T \setminus \{1\}, \forall s \in \mathcal{S} \quad (15)$$

$$\tilde{y}_{s,1,t} + y_{1,t} \leq s^{\text{max}}, \quad \forall t \in T, \forall s \in \mathcal{S} \quad (16)$$

$$\tilde{y}_{s,1,t} \geq 0, \quad \forall t \in T, \forall s \in \mathcal{S} \quad (17)$$

Le premier niveau de décision correspond au choix de production du premier jour représenté par la contrainte (10). Le second niveau de décision correspond au second jour de production selon le stock disponible à la fin du premier jour, d'après la contrainte (11). L'observation de l'aléa et ses conséquences sur le stock du premier jour sont modélisées par les contraintes (12)-(17) : nous représentons la capacité à produire en excédent par (12)-(13), et la capacité à stocker cet excédent par (14)-(16).

3 Modélisation de l'incertitude

L'étude de l'incertitude liée aux prévisions de puissance éolienne est un sujet de recherche actif dans la littérature. Établir une distribution de l'erreur de prévision est un problème complexe, car une grande variété de paramètres influence le comportement de l'aléa [3]. Comme nos prévisions sont elles-mêmes obtenues en fonction de ces multiples paramètres, nous faisons l'hypothèse que la distribution de l'erreur de prévision dépend de la prévision associée. De plus, les incertitudes sont ici fortement corrélées dans le temps et sont affectées par les tendances prises par chaque prévision étudiée.

En raison de ces caractéristiques, il est difficile de retrouver la distribution de l'incertitude pour une prévision donnée. Nous pouvons cependant nous appuyer sur certaines situations décrites par les prévisions et observées de manière répétée pour en déduire un comportement de l'erreur. Cela peut être par exemple le cas lorsqu'une forte croissance de la puissance éolienne est observée sur une courte période : les prévisions de notre historique auront tendance à bien identifier les dates de ces montées en puissance, mais pas l'amplitude exacte.

Ces observations empiriques guident la démarche choisie pour échantillonner l'incertitude. Nous proposons d'apprendre la distribution de l'erreur conditionnelle à la prévision par l'usage d'un réseau de neurones probabiliste appelé «Variational Auto-Encoder» (VAE) [4]. Cette méthode d'apprentissage transforme la prévision en entrée en une moyenne et une variance à partir desquelles sont échantillonnés des réalisations selon une loi normale multivariée. Chacun des échantillons est ensuite traité par la seconde partie du réseau de neurones pour construire un scénario de réalisation éolien.

Cette méthode d'apprentissage est entraînée sur la base d'un historique de comparaisons entre prévisions et réalisations. Elle construit par échantillonnage une approximation discrète de la distribution d'incertitude pour de nouvelles prévisions, à partir des erreurs observées pour des séquences de prévisions similaires dans l'historique. Cette approche est innovante en raison de son application à la résolution stochastique d'un problème d'optimisation.

Nous appliquons cette méthode d'apprentissage sur les prévisions de la première journée de l'horizon de planification. Une comparaison du réalisé éolien à la prévision et à un échantillonnage de scénarios est illustrée ci-dessous pour quelques journées d'un jeu de données test. Le réseau de neurones n'est pas toujours capable d'estimer correctement la distribution d'incertitude, si la situation sur laquelle il est évalué n'apparaît pas dans le jeu de données historique sur lequel il a été entraîné.

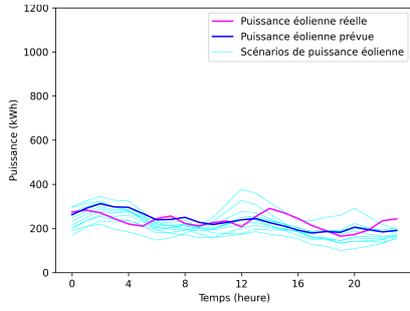


FIG. 1 – Jour 59

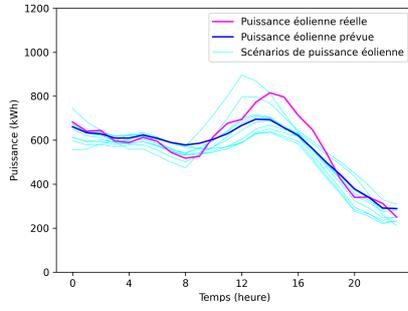


FIG. 2 – Jour 205

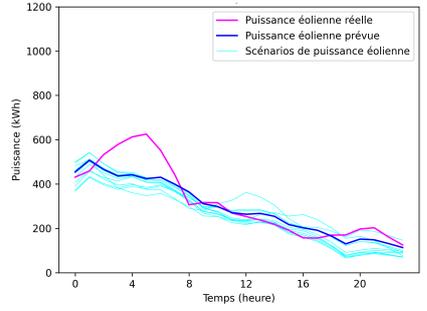


FIG. 3 – Jour 258

4 Décomposition et approximation

Malgré un modèle stochastique et une génération de scénarios désormais posés, il demeure encore un obstacle : un nombre important de scénarios est considéré pour bien représenter une incertitude fortement corrélée dans le temps. Comme un PLNE par scénario doit être résolu afin de quantifier l'impact de l'aléa sur la production, une approximation est nécessaire.

En supposant qu'une décomposition de Benders soit appliquée, cela nécessiterait toujours de résoudre un problème déterministe de planification de production par scénario et par itération : le modèle stochastique ne pourra toujours pas supporter un assez grand nombre de scénarios. C'est pourquoi nous proposons une approximation continue du problème de recours.

Une caractéristique particulière au problème étudié concerne la relative indépendance des problèmes de planification de production d'une journée à l'autre. En effet, seule la contrainte sur la gestion de stock lie les planifications de production journalières entre elles : les coûts de production du deuxième jour peuvent être estimés selon le stock à la fin du premier jour par une fonction $Q(\cdot)$. Le modèle peut alors être reformulé comme suit :

$$\min \sum_{t \in T} x_{1,t}^g \cdot c_{1,t}^g + \mathbb{E}_{s \in \mathcal{S}} [Q(y_{1,24} + \tilde{y}_{s,1,24})] \quad (18)$$

$$\text{s.c. (10), (12)-(17)} \quad (19)$$

La décomposition de Benders appliquée ici sépare la décision de premier niveau, qui détermine une production considérée comme fixe pour le premier jour, et celle de second niveau qui détermine l'impact sur les coûts futurs du stock excédentaire constitué selon la réalisation de l'aléa. La dualisation du problème de second niveau est développée ci-dessous, tandis que le retour de ses variables duales et la génération de coupes du problème de premier niveau sont effectués de manière classique.

La fonction $Q(\cdot)$ est convexe et décroissante : le stock est utilisé sans coûts additionnels pour remplacer la production, et en privilégiant les heures de production les plus chères. Cette fonction est construite en résolvant continûment le seul problème de production du deuxième jour : nous estimons les coûts de production de ce problème pour n différentes valeurs du stock initial, puis proposons une approximation linéaire par morceaux de cette fonction selon les résultats obtenus. Chaque morceau est défini sur un intervalle de stock δ_i , où $i \in N = \{1, 2, \dots, n\}$, selon un ratio de gain par hydrogène en stock κ_i , $i \in N$. Comme cette fonction linéaire par morceaux est convexe dans notre objectif, sa représentation est possible par un modèle en variables continues. Notons Q_0 le coût de production du second jour pour un stock initial nul. Le sous-problème évaluant les gains pour chaque scénario $s \in \mathcal{S}$ et pour un choix de production (x^*, y^*, z^*) fixé a priori est :

$$\min Q_0 - \sum_{i \in N} w_i \cdot \kappa_i \quad (20)$$

$$\text{s.c. (12)-(16),} \quad (21)$$

$$\sum_{i \in N} w_i \leq \tilde{y}_{s,1,24} + y_{1,24}^*, \quad (22)$$

$$0 \leq w_i \leq \delta_i, \quad \forall i \in N \quad (23)$$

$$\tilde{y}_{s,1,t} \geq 0, \quad \forall t \in T \quad (24)$$

Notons a , b et c les coefficients positifs définis selon un choix de production a priori (x_1^*, y_1^*, z_1^*) :

$$a_t = (\tilde{e}_{s,1,t} \cdot z_{1,t}^* - x_{1,t}^{e,*}) \cdot h, \quad \forall t \in T \quad (25)$$

$$b_t = q^{\max} - (x_{1,t}^* - z_{1,t}^* \cdot p^{\text{on}}) \cdot h, \quad \forall t \in T \quad (26)$$

$$c_t = s^{\max} - y_{1,t}^*, \quad \forall t \in T \quad (27)$$

Alors le dual du sous-problème prend la forme suivante :

$$\max Q_0 - \left(\sum_{t \in T} [a_t \cdot \alpha_t + b_t \cdot \beta_t + c_t \cdot \eta_t] + y_{1,24}^* \cdot \lambda + \sum_{i \in N} \delta_i \cdot \mu_i \right) \quad (28)$$

$$\text{s.c. } \alpha_t + \beta_t + \eta_t \geq \alpha_{t+1} + \beta_{t+1}, \quad \forall t \in T \setminus \{24\} \quad (29)$$

$$\alpha_{24} + \beta_{24} + \eta_{24} \geq \lambda, \quad (30)$$

$$\lambda + \mu_i \geq \kappa_i, \quad \forall i \in N \quad (31)$$

$$\alpha_t, \beta_t, \eta_t, \lambda, \mu_i \geq 0, \quad \forall t \in T, \forall i \in N \quad (32)$$

Ce problème dual peut être résolu en temps polynomial. En effet, la contrainte (31) impose que la variable λ soit de valeur dans $\{0, \kappa_1, \dots, \kappa_n\}$. En supposant que la solution optimale λ^* est connue, la solution optimale pour la variable μ peut être déduite directement, de telle sorte que $\mu_i^* = \max\{0, \kappa_i - \lambda^*\}$, pour tout i . Quant à la solution optimale $(\alpha^*, \eta^*, \beta^*)$, celle-ci s'obtient par résolution d'un problème de plus court chemin sur le graphe représenté par la Figure 4. Ici, chaque variable dont le noeud correspondant est emprunté par le chemin optimal est égale à la solution λ^* , et les autres valent zéro :

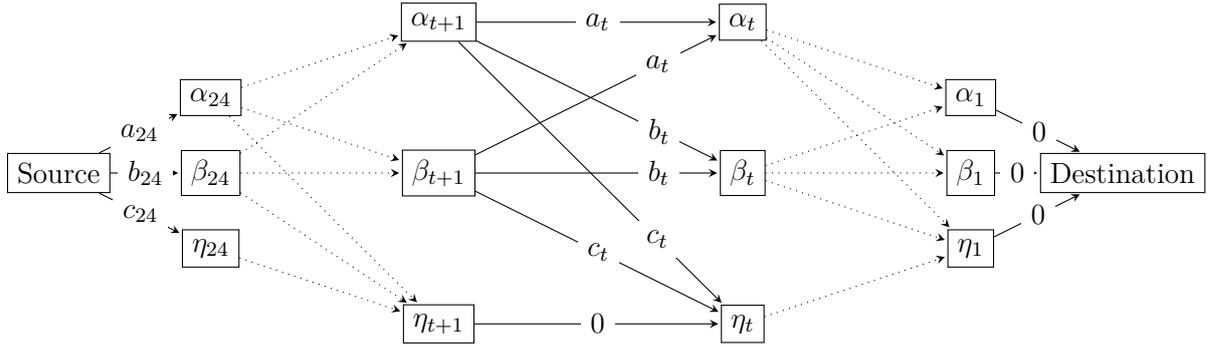


FIG. 4 – Graphe de résolution du problème dual de second niveau

Ainsi, pour trouver la solution optimale, il suffit d'énumérer les valeurs possibles de λ et de calculer l'objectif pour les valeurs de variables correspondantes. Notons \mathcal{O} la solution au problème précédent du plus court chemin, le problème dual est alors équivalent à :

$$\min \left\{ (\mathcal{O} + y_{1,24}^*) \cdot \lambda + \sum_{i \in N} \delta_i \cdot \max\{0, \kappa_i - \lambda\} : \lambda \in \{0, \kappa_1, \dots, \kappa_n\} \right\}.$$

Cette résolution polynomiale du sous-problème dual permet l'implémentation d'une décomposition de Benders efficace et efficiente pour un nombre important de scénarios.

5 Expériences numériques

Nous cherchons à illustrer la contribution de cette approche à la réduction des surcoûts de production générés par l'incertain éolien. A cette fin, nous comparons le modèle stochastique présenté à un modèle déterministe d'oracle, ayant connaissance de la disponibilité éolienne exacte, ainsi qu'à un modèle naïf informé par la prévision mais ignorant ses incertitudes.

Nous faisons une simulation sur un an, jour par jour et sur un horizon glissant, du fonctionnement d'un site de production paramétré comme indiqué dans le Tableau 1, selon les décisions recommandées par chaque modèle étudié. Les prix de l'électricité du réseau national correspondent à ceux

français de l’année 2016. Les puissances éoliennes prévues et réalisées proviennent de données réelles de fermes éoliennes irlandaises et d’un modèle d’apprentissage en accès libre [5]. Nous disposons de deux ans de comparaison entre les prévisions et la réalité : la méthode d’apprentissage génératrice de scénarios d’incertitudes est entraînée sur la première année, et la simulation est effectuée sur la seconde année. Ainsi, cette simulation se place dans un cadre le plus réaliste possible.

Paramètre	Valeur	Paramètre	Valeur
p^{\max} (kWh)	1000	d (kg)	9
p^{on} (kWh)	50	h (kg/kWh)	0.015
s^{\max} (kg)	140	$ \mathcal{S} $	250
q^{\max} (kg)	15	n	14

TAB. 1 – Paramètres de simulation du site de production

Ci-dessous sont présentés les résultats de notre simulation, indiquant la part dans les coûts globaux des surcoûts dus aux erreurs de prévision. Les pertes observées chaque mois par rapport au modèle d’oracle représentant l’optimum théorique sont moindres pour le modèle stochastique, avec une réduction moyenne de 0.5% des coûts sur l’année, soit 8% des pertes annuelles.

	Jan.	Fév.	Mars	Avril	Mai	Juin	Juil.	Aout	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.	Total
Naïf	3.7	2.5	4.4	5.3	5.6	7.1	6.5	7.7	6.1	7.1	5.2	6.6	5.8
Stochastique	3.4	2.2	4.	4.3	5.1	6.4	6.2	7.1	5.8	6.5	4.9	5.9	5.3

TAB. 2 – Pertes générées par l’incertain éolien en proportion (%) dans les coûts

En particulier, le modèle stochastique est chaque mois meilleur que le modèle naïf. Cela conforte l’idée que les performances satisfaisantes observées ne dépendent pas d’épiphénomènes dans les données de simulation, mais de la qualité des décisions proposées par le modèle stochastique.

6 Conclusion

Nous avons présenté un problème de production sous incertitudes de prévision pour une source d’énergie éolienne, sans autre connaissance de l’aléa qu’un historique d’erreur de prévision. Ce travail propose une résolution originale et performante à deux aspects critiques du problème : la modélisation fine de l’incertitude dans la productibilité éolienne à partir de données historiques, et la déclaration anticipée optimale de la production selon les incertitudes mentionnées.

Il est possible d’améliorer davantage ces performances en considérant un plus grand nombre de scénarios sans trop accroître le temps de calcul, par l’usage d’une méthode d’accélération dans la décomposition, en limitant le nombre de scénarios dans le problème maître par une décomposition par partition, ou en appliquant une réduction de scénarios.

Références

- [1] E. Hernandez Capel and J. Dumas. Denoising diffusion probabilistic models for probabilistic energy forecasting. *IEEE PowerTech 2023 Conference*, Belgrade, Serbia, June 25-29, 2023.
- [2] W. van Ackooij, I. Danti Lopez, A. Frangioni, F. Lacalandra and M. Tahanan. Large-scale unit commitment under uncertainty : an updated literature survey. *Annals of Operations Research*, 271(1) :11-85, 2018.
- [3] P. Pinson. Estimation of the uncertainty in wind power forecasting. *Ph.D. Thesis, École des Mines de Paris*, 2006.
- [4] D. P. Kingma and M. Welling. Auto-encoding variational Bayes. *2nd International Conference on Learning Representations (ICLR 2014)*, Banff, Canada, April 14-16, 2014.
- [5] C. Lalanne. Predicting excess wind electricity in Ireland : Machine learning against climate change. *Towards Data Science*, June 3, 2021.