



HAL
open science

Utilisation de Coq pour l'enseignement des mathématiques en L1 et en seconde

Marie Kerjean, Micaela Mayero, Pierre Rousselin

► **To cite this version:**

Marie Kerjean, Micaela Mayero, Pierre Rousselin. Utilisation de Coq pour l'enseignement des mathématiques en L1 et en seconde. 35es Journées Francophones des Langages Applicatifs (JFLA 2024), Jan 2024, Saint-Jacut-de-la-Mer, France. hal-04407159

HAL Id: hal-04407159

<https://hal.science/hal-04407159v1>

Submitted on 23 Jan 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Utilisation de Coq pour l'enseignement des mathématiques en L1 et en seconde

Marie Kerjean, Micaela Mayero, Pierre Rousselin

Université Sorbonne Paris Nord, LIPN, LIPN, LAGA

Avec Marie Kerjean et Micaela Mayero, nous avons créé en septembre 2021 un cours récurrent de 18h d'« Initiation aux preuves formelles » avec Coq au premier semestre de L1 double-licence mathématiques et informatique à l'université Sorbonne Paris Nord. Une expérience ponctuelle de 9h a également eu lieu en 2022 avec des élèves de seconde du lycée Joséphine Baker de Pierrefitte-sur-Seine.

Cet exposé est un retour sur ces expériences. Nous présenterons en détail certaines séances de travaux pratiques données en L1, la méthode employée pour l'écriture des sujets, l'évolution de ce module ainsi que les difficultés rencontrées par les enseignant·e-s et les étudiant·e-s. Enfin, nous évoquerons des pistes d'évolution pour l'enseignement des mathématiques avec Coq au niveau L1.

Des temps d'échange et d'expérimentation sont prévus. Les participants qui ne connaissent pas Coq pourront se servir des sujets de travaux pratiques comme d'un tutoriel; les experts de Coq se tourneront d'avantage vers des questions pédagogiques et techniques.

Notre toute première expérience est la création, en septembre 2021 du cours « Initiation aux preuves formelles » pour les étudiant·e-s de L1 double-licence mathématiques et informatique, dès le premier semestre. C'est un moment crucial où les étudiant·e-s doivent s'approprier la rigueur à la fois dans la rédaction de démonstrations en mathématiques et dans l'écriture de programmes en informatique. L'assistant de preuve Coq est choisi car nous avons les compétences localement. Ce module se déroule sur 6 séances de 3h de travaux pratiques et d'une évaluation finale d'1h30, toujours sur machine. La troisième édition de ce module vient de s'achever et nous reviendrons plus tard sur ses évolutions et ses limites actuelles.

L'expérience avec les élèves de seconde a eu lieu dans le cadre de « MathC2+ », stages de mathématiques se déroulant à l'université pendant les vacances scolaires à l'initiative de l'IREM¹ de l'université Sorbonne Paris Nord. Nous avons soumis une dizaine d'élèves volontaires de seconde à 3 séances de 3h de travaux pratiques, fin octobre 2022.

Ces expériences s'inscrivent dans un mouvement plus général de réflexions sur l'usage des assistants de preuve pour l'enseignement des mathématiques. L'article [KLRM⁺22] présente 5 expériences assez différentes d'enseignement en L1 avec des assistants de preuve. Du côté de Coq plus spécifiquement, le « défi LiberAbaci » [lib22] impulsé par l'INRIA « vise à améliorer l'accessibilité du système de preuve interactif Coq pour un public d'étudiant·e-s en mathématiques dans les premières années universitaires ».

1. Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques

Pour le cours « Initiation aux preuves formelles » en L1, nous avons choisi de ne donner que des séances de travaux pratiques, sans cours magistral, pour que les étudiant·e·s soient le plus possible en activité. Le « cours » est donc, à part quelques interruptions des enseignant·e·s, intégralement contenu dans les sujets de travaux pratiques. L'ouvrage [PAC⁺18] a eu une influence déterminante dans la conception de ce cours.

L'ambition première était d'aller jusqu'à des théorèmes de convergences simples sur les suites de nombres réels (dans les faits, peu d'étudiant·e·s sont allés jusque là). Par soucis de simplicité, nous avons fait les choix suivants² :

- travailler avec la bibliothèque standard ;
- travailler avec les tactiques « standard » de Coq ;
- ne travailler que l'écriture de preuves ;
- utiliser une seule logique : `Prop` mais pas `bool` ;
- n'introduire les tactiques automatiques qu'à la fin du module.

Le découpage des sujets de TP a évolué en 3 ans mais en gros suit le plan suivant :

1. Logique (intuitionniste) propositionnelle
2. Entiers naturels et récurrence
3. Calcul des prédicats
4. Nombres réels présentés sous forme axiomatique (voir [May01] et [Sém20])
5. Suites de nombres réels

L'activité « MathC2+ » avec les élèves de seconde est délicate à mettre en place car ces élèves ont peu de références mathématiques facilement formalisables. Nous nous concentrons avec eux sur la logique propositionnelle et proposons des sujets d'ouverture sur les fonctions affines ou le tiers exclu.

L'écriture des sujets demande du temps et de la rigueur. Il s'agit d'abord d'établir (puis de respecter) un *contrat* très fort entre enseignant·e·s et étudiant·e·s : il doit *toujours* être possible d'écrire une preuve avec les informations (tactiques, lemmes) données précédemment. Ensuite l'enseignant·e doit tout faire pour *maîtriser le flux d'informations*. Ceci impose, par exemple, d'introduire les tactiques et les notions nouvelles le plus progressivement possible ; de rédiger des exemples clairs, suivis d'exercices d'application directe, avant de demander, dans un second temps, plus d'initiatives aux étudiants.

Ces principes d'écriture entrent parfois en conflit avec les deux objectifs suivants (eux-mêmes parfois contradictoires). D'abord, c'est un cours de *mathématiques avec Coq* et non un cours de Coq. Dans ce contexte, tout ce qui ne relève pas de l'activité mathématique est une perte de temps³ : nous n'avons pas parlé de propositions inductives, ni de la syntaxe de la commande `Search`. Enfin, nous ne voulions pas non plus tout cacher derrière un écran de fumée. Il est tentant de créer un tout petit monde uniquement pour ce module, mais idéalement, il faudrait que les étudiants volontaires puissent ensuite, dans une certaine mesure, se frotter à Coq « dans la vraie vie ».

Ces expériences font apparaître des difficultés techniques, théoriques et pédagogiques. Coq se met parfois en travers du chemin. On voudrait un monde idéal où tout est prévisible et chaque tactique correspond *grosso modo* à une règle de déduction naturelle ou une étape (même minuscule) de raisonnement ou de réécriture. Mais les étudiant·e·s, c'est humain, raisonnent souvent par essai-erreur ; alors peut advenir de la magie imprévue. On aimerait également que Coq nous aide à respecter le contrat pédagogique. L'interface utilisateur et les bibliothèques utilisées peuvent aussi être questionnées. Un certain nombre de tentatives pédagogiques se sont aussi révélées infructueuses.

La conclusion ne nous appartient pas vraiment. Nous présenterons des travaux et retours d'étudiant·e·s. Nous donnerons nos impressions ainsi que celles d'une enseignante de mathématiques invitée. Il nous semble clair que l'utilisation d'un assistant de preuve favorise

2. Ces choix sont évidemment contestables et feront l'objet de discussions.

3. Bien sûr, le choix de ce qui est intéressant ou non mathématiquement est assez subjectif et dépend du public. Par exemple, est-il pertinent de présenter une définition des entiers naturels ? Est-il formateur pour un mathématicien de connaître les règles de déduction naturelle ?

l'activité des étudiants et agit comme un révélateur des difficultés mathématiques. C'est une expérience pédagogique exigeante (des deux côtés) mais passionnante. Nous espérons donner envie de tenter cette aventure.

Références

- [KLRM⁺22] M. KERJEAN, F. LE ROUX, P. MASSOT, M. MAYERO, Z. MESNIL, S. MODESTE, J. NARBOUX et P. ROUSSELIN : Utilisation des assistants de preuves pour l'enseignement en L1. *Gazette de la Société Mathématique de France*, octobre, 2022.
- [lib22] LiberAbaci : Enseigner les mathématiques à l'aide de Coq, 2022. <https://liberabaci.gitlabpages.inria.fr/>.
- [May01] Micaela MAYERO : *Formalisation et automatisation de preuves en analyses réelle et numérique*. Thèse de doctorat, Université Paris VI, décembre 2001.
- [PAC⁺18] Benjamin C. PIERCE, Arthur AZEVEDO DE AMORIM, Chris CASINGHINO, Marco GABOARDI, Michael GREENBERG, Cătălin HRÎTCU, Vilhelm SJÖBERG et Brent YORGEY : *Logical Foundations*. Software Foundations series, volume 1. Electronic textbook, mai 2018. Version 5.5. <http://www.cis.upenn.edu/~bcpierce/sf>.
- [Sém20] Vincent SÉMÉRIA : Nombres réels dans Coq. *Actes des 31es Journées Francophones des Langages Applicatifs (JFLA)*, pages 104–111, 2020.