



**HAL**  
open science

## Modélisation statistique de précipitations urbaines à fine échelle spatio-temporelle

Chloé Serre-Combe, Nicolas Meyer, Thomas Opitz, Gwladys Toulemonde

### ► To cite this version:

Chloé Serre-Combe, Nicolas Meyer, Thomas Opitz, Gwladys Toulemonde. Modélisation statistique de précipitations urbaines à fine échelle spatio-temporelle. Workshop ANR MUFFINS, Sep 2023, Aix-en-Provence, France. hal-04374131

**HAL Id: hal-04374131**

**<https://hal.science/hal-04374131>**

Submitted on 8 Jan 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# MODÉLISATION STATISTIQUE DE PRÉCIPITATIONS URBAINES À FINE ÉCHELLE SPATIO-TEMPORELLE

28 Septembre 2023

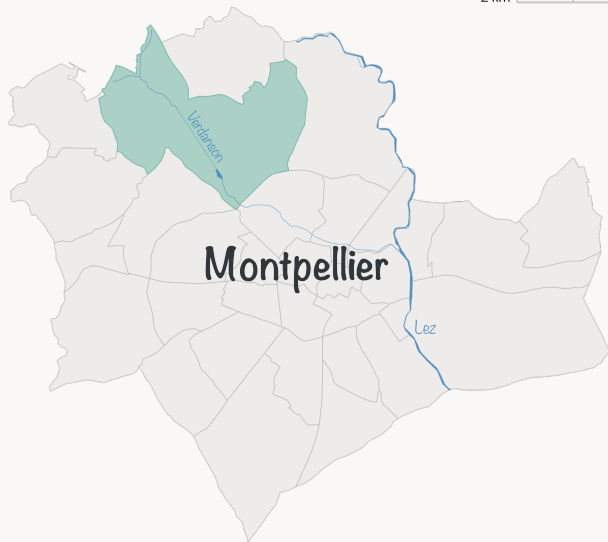
**Chloé SERRE-COMBE**<sup>1</sup>   Nicolas MEYER<sup>1</sup>   Thomas OPITZ<sup>2</sup>   Gwladys TOULEMONDE<sup>1</sup>

<sup>1</sup>IMAG, Université de Montpellier, LEMON Inria

<sup>2</sup>INRAE, BioSP, Avignon

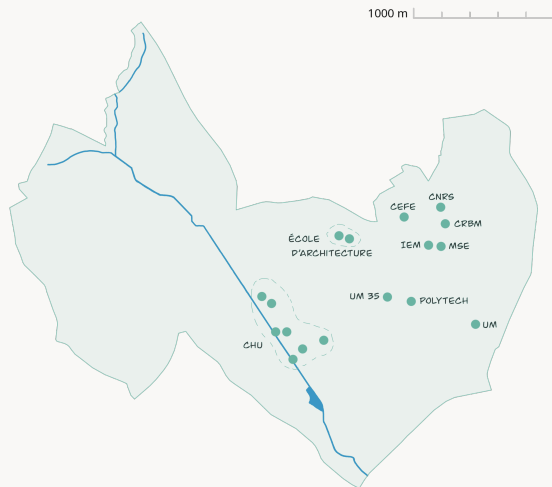


2 km



- ▶ **Situation géographique :**  
Bassin versant du Verdanson, affluent du Lez, situé en zone urbaine
- ▶ **Contexte :**  
Épisodes méditerranéens, risque d'inondations

# STATIONS DE MESURES



- ▶ **Source :** Observatoire urbain de l'HydroScience Montpellier<sup>1</sup>
- ▶ **Période :** 2019 à 2022
- ▶ **Fine échelle temporelle :**  
À la minute avec agrégation à 5 minutes
- ▶ **Fine échelle spatiale :**  
Inter-distance entre 77 et 1531 mètres

<sup>1</sup>FINAUD-GUYOT et al. 2023

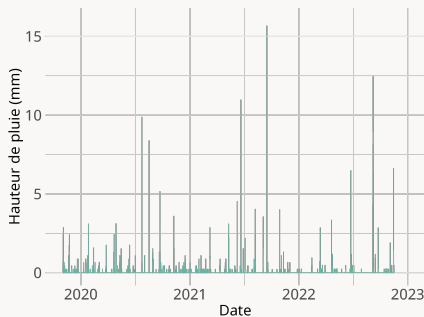
$$S = \{17 \text{ pluviomètres}\}$$

## Generalized Pareto Distribution

$$\bar{H}_\xi \left( \frac{y}{\sigma} \right) = \begin{cases} (1 + \xi \frac{y}{\sigma})_+^{-1/\xi} & \text{si } \xi \neq 0, \\ e^{-\frac{y}{\sigma}} & \text{si } \xi = 0, \end{cases}$$

où  $a_+ = \max(a, 0)$ ,  $\xi \in \mathbb{R}$ ,  $\sigma > 0$  et  $y > 0$

- ▶ Modélise les pluies extrêmes
- ▶ Dépend d'un choix de seuil



## Generalized Pareto Distribution

$$\bar{H}_\xi \left( \frac{y}{\sigma} \right) = \begin{cases} \left( 1 + \xi \frac{y}{\sigma} \right)_+^{-1/\xi} & \text{si } \xi \neq 0, \\ e^{-\frac{y}{\sigma}} & \text{si } \xi = 0, \end{cases}$$

où  $a_+ = \max(a, 0)$ ,  $\xi \in \mathbb{R}$ ,  $\sigma > 0$  et  $y > 0$

- ▶ Modélise les pluies extrêmes
- ▶ Dépend d'un choix de seuil



## Extended GPD<sup>1</sup>

$$F_Y(y) = G \left( H_\xi \left( \frac{y}{\sigma} \right) \right),$$

avec  $G(x) = x^\kappa$ ,  $\kappa > 0$

- ▶ Modélise les pluies hautes et modérées
- ▶ Évite le choix d'un seuil

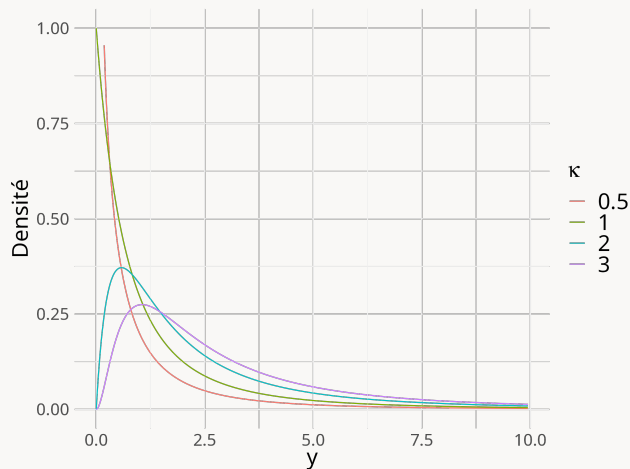
---

<sup>1</sup>NAVEAU et al. 2016

Generalized Pareto Distribution

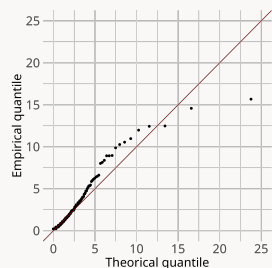
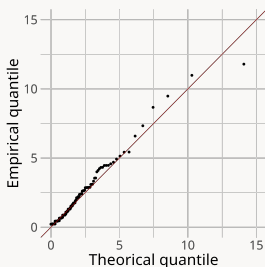
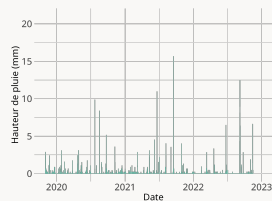
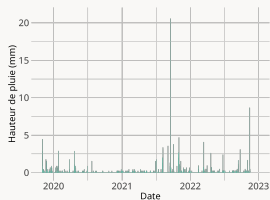


Extended GPD



$$\sigma = 1, \xi = 0.5$$

# AJUSTEMENT D'UNE EGPD



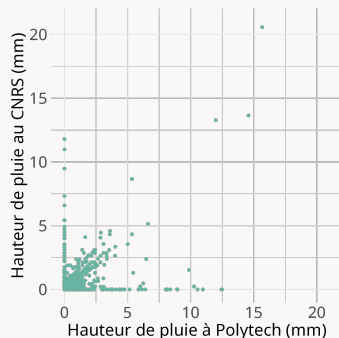
Ajustement sur les sites du CNRS et de Polytech  
( $\hat{\kappa} = 0.56$ ,  $\hat{\sigma} = 0.26$  et  $\hat{\xi} = 0.51$ )



## Mesure de dépendance extrême

Soient  $U \sim \mathcal{U}(0,1)$  et  $V \sim \mathcal{U}(0,1)$ . On définit

$$\chi = \lim_{u \rightarrow 1} \chi(u), \text{ avec } \chi(u) = \mathbb{P}(U > u \mid V > u)$$



## Variogramme

Soit  $X = \{X_s, s \in \mathcal{S}\}$  un processus. Pour tout lag spatial  $h$ , le variogramme  $\gamma$  est défini

$$2\gamma(h) = \mathbb{V}(X_{s+h} - X_s)$$

**Cadre:**  $X = \{X_{s,t}, (s, t) \in \mathcal{S} \times [0, \infty)\}$  un processus max-stable de Brown-Resnick, strictement stationnaire et isotrope (BUHL et al. 2019).

## Extrémogramme spatio-temporel d'un processus de Brown-Resnick

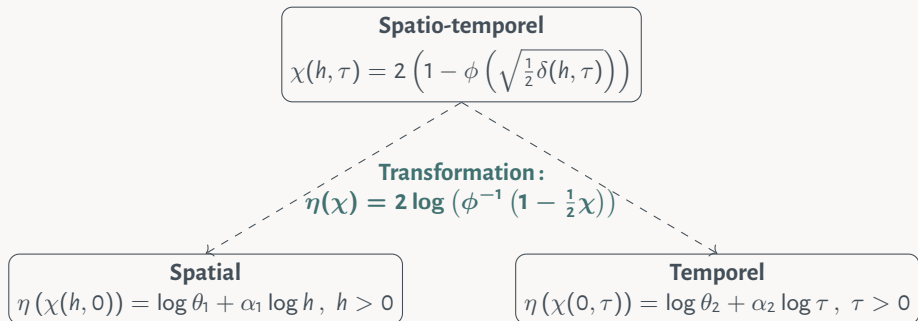
Soient  $h \geq 0$  un lag spatial et  $\tau \geq 0$  un lag temporel. On a

$$\chi(h, \tau) = 2 \left( 1 - \phi \left( \sqrt{\frac{1}{2} \delta(h, \tau)} \right) \right)$$

avec  $\phi$  la f.d.r. d'une loi normale centrée-réduite et  $\delta$  le variogramme associé.

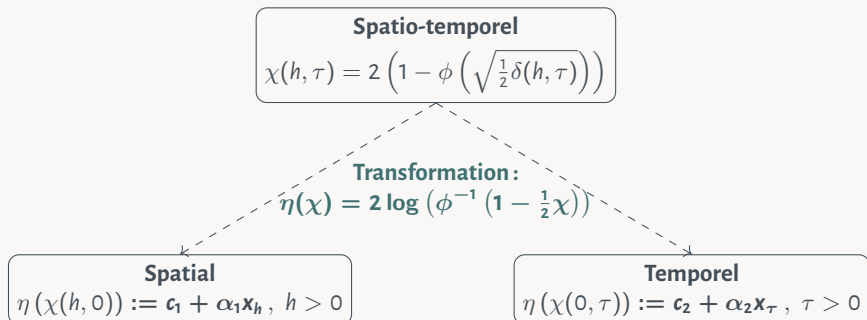
# MODÉLISATION DE LA DÉPENDANCE SPATIO-TEMPORELLE

Hypothèse de séparabilité additive:  $\frac{\delta(h,\tau)}{2} = \theta_1 h^{\alpha_1} + \theta_2 \tau^{\alpha_2}$ ,  $0 < \alpha_1, \alpha_2 \leq 2$ ,  $\theta_1, \theta_2 > 0$



# MODÉLISATION DE LA DÉPENDANCE SPATIO-TEMPORELLE

Hypothèse de séparabilité additive:  $\frac{\delta(h,\tau)}{2} = \theta_1 h^{\alpha_1} + \theta_2 \tau^{\alpha_2}$ ,  $0 < \alpha_1, \alpha_2 \leq 2$ ,  $\theta_1, \theta_2 > 0$



Modèle linéaire pondéré (BUHL et al. 2019)

# ESTIMATION DE LA DÉPENDANCE SPATIALE

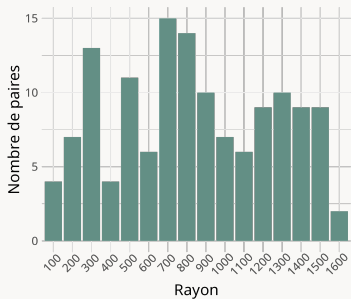
## Considération de rayons autour de chaque site

Chaque lag  $h$  représente un rayon.

L'ensemble des paires de même lag spatial  $h$  est

$$N(h) = \{(s_i, s_j) \mid \|s_i - s_j\| \in ]h - \Delta h, h]\}$$

Nous prenons  $\Delta h = 100$  mètres.



## Extrémogramme spatial

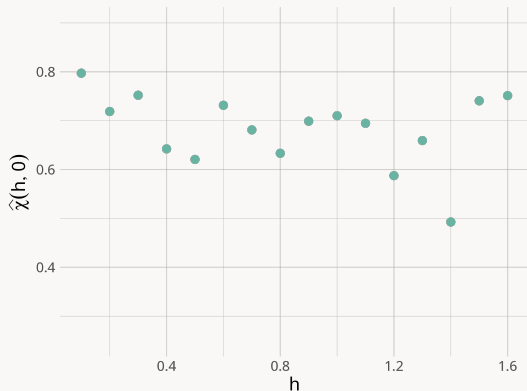
Pour tout temps  $t$  et pour tout  $(s_i, s_j) \in N(h)$ ,

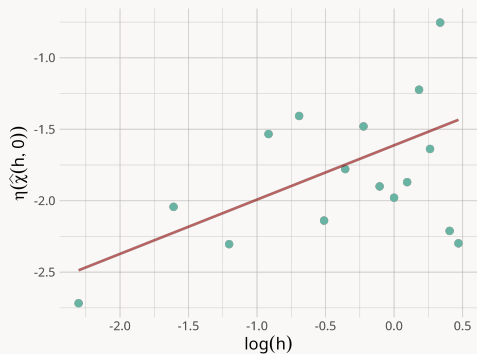
$$\chi_{ij,q}^{(t)}(h, 0) = \frac{\mathbb{P}(X_{s_i,t} > q, X_{s_j,t} > q)}{\mathbb{P}(X_{s_i,t} > q)}$$

**Estimateur :**

$$\hat{\chi}_q^{(t)}(h, 0) = \frac{\frac{1}{|N(h)|} \sum_{i,j | (s_i, s_j) \in N(h)} \mathbb{1}\{X_{s_i,t} > q, X_{s_j,t} > q\}}{\frac{1}{|S|} \sum_{i=1}^{|S|} \mathbb{1}\{X_{s_i,t} > q\}}$$

avec  $q$  un quantile assez grand.





## Estimation des paramètres

$$\begin{pmatrix} \hat{c}_1 \\ \hat{\alpha}_1 \end{pmatrix} = \underset{c_1, \alpha_1}{\operatorname{argmin}} \sum_h w_h (\eta(\hat{x}(h, 0)) - (c_1 + \alpha_1 x_h))^2$$

## Résultats

	Estimation	Écart-type
$\hat{c}_1$	-1.612***	0.128
$\hat{\alpha}_1$	0.380**	0.113

\*\* p-value < 0.01; \*\*\* p-value < 0.001

## Extrémogramme temporel

Soit  $t$  fixé.

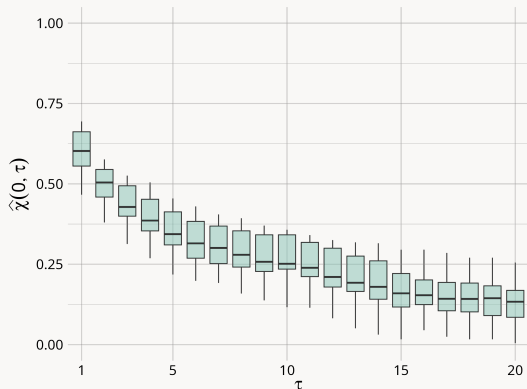
Pour tout site  $s$  on a

$$\chi_q^{(s)}(0, \tau) = \frac{\mathbb{P}(X_{s,t} > q, X_{s,t+\tau} > q)}{\mathbb{P}(X_{s,t} > q)}$$

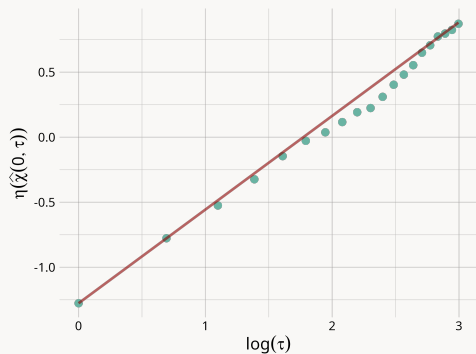
**Estimateur :**

$$\hat{\chi}_q^{(s)}(0, \tau) = \frac{\frac{1}{T-\tau} \sum_{k=1}^{T-\tau} \mathbb{1}_{\{X_{s,t_k} > q, X_{s,t_k+\tau} > q\}}}{\frac{1}{T} \sum_{k=1}^T \mathbb{1}_{\{X_{s,t_k} > q\}}}$$

avec  $q$  un quantile assez grand et  $t_k \in \{t_1, \dots, t_T\}$ .







## Estimation des paramètres

$$\begin{pmatrix} \hat{c}_2 \\ \hat{\alpha}_2 \end{pmatrix} = \underset{c_2, \alpha_2}{\operatorname{argmin}} \sum_{\tau} w_{\tau} (\eta(\hat{x}(0, \tau)) - (c_2 + \alpha_2 x_{\tau}))^2$$

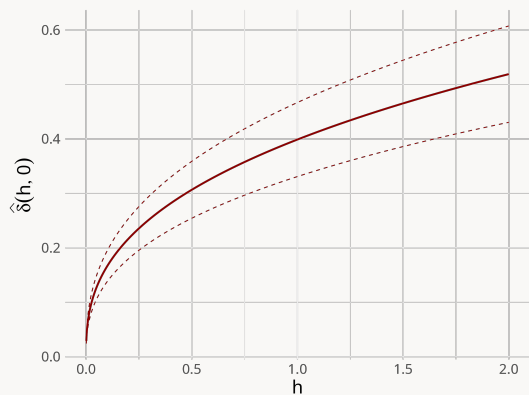
## Résultats

	Estimation	Écart-type
$\hat{c}_2$	-1.276***	0.0002
$\hat{\alpha}_2$	0.720***	0.001

\*\*\* p-value < 0.001

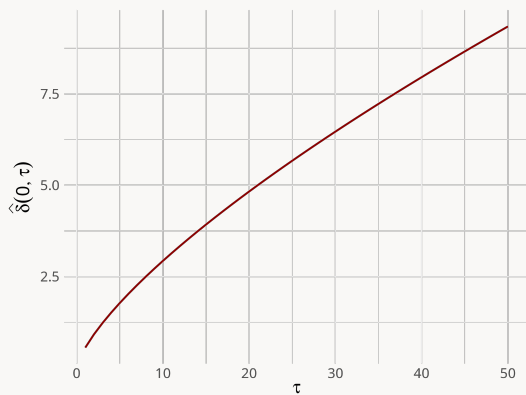
## Spatial

$$\hat{\delta}(h, 0) = 2\hat{\theta}_1 h^{\hat{\alpha}_1}$$



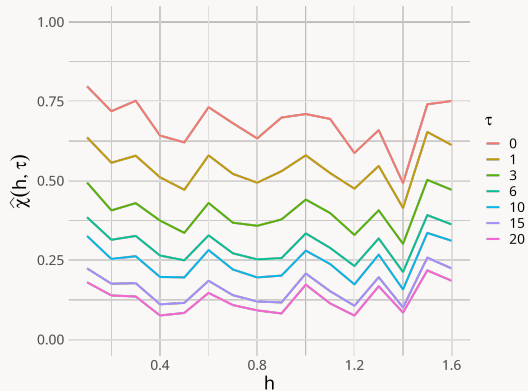
## Temporel

$$\hat{\delta}(0, \tau) = 2\hat{\theta}_2 \tau^{\hat{\alpha}_2}$$

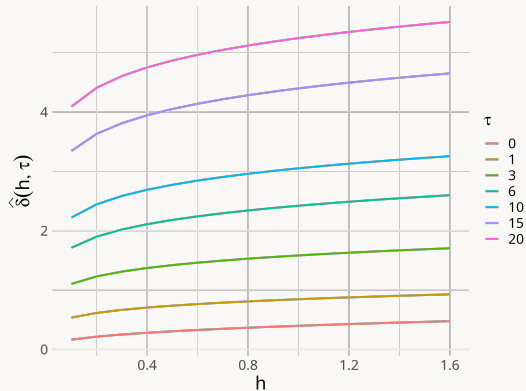


# STRUCTURE NON SÉPARABLE?

## Extrémogramme spatial



## Variogramme spatial



## Advection

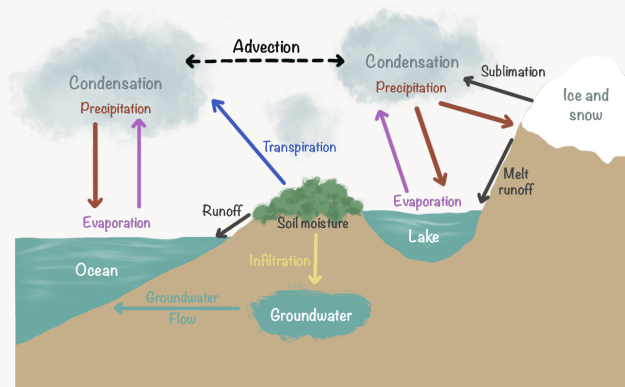
- ▶ déplacement horizontal des masses d'air
- ▶ vecteur de vitesse  $\mathbf{V}$
- ▶ direction fixée

## Modélisation de la dépendance

Dans le référentiel Lagrangien, on a

$$\delta_L(\mathbf{h}, \tau) = \delta(\mathbf{h} - \tau \mathbf{V}, \tau)$$

avec  $\mathbf{h} \in \mathbb{R}^2$ ,  $\tau \in \mathbb{R}$  et  $\mathbf{V} \in \mathbb{R}^2$



Cycle hydrologique<sup>2</sup>

<sup>2</sup>Inspiration : FRITSCHÉ 1999

- ▶ Structure des décalages spatiaux
- ▶ Cas de non séparabilité avec variogrammes plus complexes
- ▶ Structure anisotrope et advection
- ▶ Modélisation multi-échelle

- BUHL, Sven et al. (2019). “Semiparametric estimation for isotropic max-stable space-time processes”. In : DOI : [10.3150/18-BEJ1061](https://doi.org/10.3150/18-BEJ1061).
- FINAUD-GUYOT, Pascal et al. (2023). *Rainfall data collected by the HSM urban observatory (OMSEV)*. DOI : [10.23708/67LC36](https://doi.org/10.23708/67LC36).
- FRITSCHÉ, Eugene (1999). *The Hydrologic Cycle and Rivers*.
- NAVEAU, Philippe et al. (2016). “Modeling jointly low, moderate, and heavy rainfall intensities without a threshold selection”. In : *Water Resources Research*. DOI : [10.1002/2015WR018552](https://doi.org/10.1002/2015WR018552).