



**HAL**  
open science

# Approche par calculs fractionnaires du fluage viscoélastique non linéaire du bois d'*Entandrophragma cylindricum* (Sapelli)

Rostand Moutou Pitti, Loic Chrislin Nguedjio, Sandrine Ngamga Mabekou,  
Kisito Talla Pierre

► **To cite this version:**

Rostand Moutou Pitti, Loic Chrislin Nguedjio, Sandrine Ngamga Mabekou, Kisito Talla Pierre. Approche par calculs fractionnaires du fluage viscoélastique non linéaire du bois d'*Entandrophragma cylindricum* (Sapelli). 12èmes journées du GDR 3544 “ Sciences du bois ” - Limoges, 22-24 novembre 2023, Université de Limoges, GDR CNRS 3544, Nov 2023, Limoges, France. hal-04364228

**HAL Id: hal-04364228**

**<https://hal.science/hal-04364228>**

Submitted on 26 Dec 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Approche par calculs fractionnaires du fluage viscoélastique non linéaire du bois d'*Entandrophragma cylindricum* (Sapelli).

NGUEDJIO Loïc Chrislin<sup>1</sup>, NGAMGA MABEKOU Sandrine<sup>1</sup>, MOUTOU PITTI Rostand<sup>2, 3</sup>,  
TALLA Pierre Kisito<sup>1</sup>,

<sup>1</sup>Unité de Recherche de Mécanique et de Modélisation des Systèmes des Physiques (UR2MSP) ; Département de Physiques, Faculté des Sciences, Université de Dschang, BP 67, Dschang, Cameroun

<sup>2</sup>Université Clermont Auvergne, Clermont Auvergne INP, CNRS, Institut Pascal, F-63000, Clermont-Ferrand, France

<sup>3</sup>CENAREST, IRT, BP14070, Libreville, Gabon  
[christlin2000@gmail.com](mailto:christlin2000@gmail.com)

**Mots clefs :** Bois ; fluage ; Sapelli ; modèle fractionnaire de Thomson.

### Contexte et objectifs

Le bois apparaît aujourd'hui comme un matériau de construction moderne et s'impose davantage en structure notamment à cause de son caractère renouvelable, de sa durabilité et de sa mise en forme aisée. Cependant, une fois en service il flue à température ambiante et sous de faibles contraintes, se déforme et fait ainsi face au problème de fluage. De fait, la troisième phase du fluage peut conduire à la rupture de l'élément de structure, ce qui peut induire la ruine de tout l'édifice. Le premier stade du contrôle de cette anomalie est la mesure de la déformation de fluage. Parallèlement, Il est impératif de développer des solutions adéquates telles que la modélisation et la prédiction adressées à ce phénomène qui peut devenir nocif. Les modèles rhéologiques classiques de prédiction du fluage ont fait l'objet de plusieurs travaux qui pour certains requiert un grand nombre de paramètres (Tagne, 2018). Dans l'optique de concevoir des modèles de prédictions ayant un nombre réduit de paramètres et qui par la même occasion représentent mieux le caractère héréditaire du bois, les modèles rhéologiques fractionnaires ont vus le jour (Krasnobrizha, 2016). L'objectif de ce travail est de modéliser et de prédire les déformations du bois d'*Entandrophragma cylindricum* (Sapelli) utilisé en structure. Pour ce fait le modèle fractionnaire de Thomson est proposé.

### Matériels et méthodes

#### *Modèle rhéologique fractionnaire de Thomson*

La Fig.1 nous présente le modèle rhéologique fractionnaire de Thomson à trois paramètres proposé pour cette étude. L'équation différentielle fractionnaire (Xu, 2019) de ce modèle se présente sous la forme suivante :

$$E_0 D^\alpha \varepsilon(t) + a \varepsilon(t) = b D^\alpha \sigma(t) + c \sigma(t) \quad \# (1), \quad \text{avec } a = \frac{E_0 + E_1}{\nu}, \quad b = \frac{E_0 E_1}{\nu} \quad \text{et } c = \frac{E_1}{\nu(E_0 + E_1)}.$$

$E_0$  et  $E_1$  sont les modules d'élasticité du matériau,  $\nu$  est le coefficient de viscosité fractionnaire,  $D^\alpha$  est la dérivée fractionnaire d'ordre  $\alpha$  au sens de Riemann-Liouville (Bekka, 2018).  $\varepsilon(t)$  et  $\sigma(t)$  représentent respectivement la déformation totale et la contrainte totale.

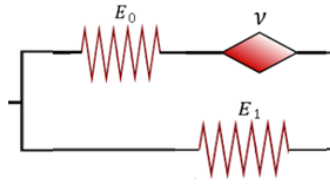


Fig. 1 : Modèle rhéologique fractionnaire de Thomson à trois paramètres.

La fonction de fluage  $\varepsilon(t)$  du modèle est obtenue en résolvant au moyen de la Transformée de Laplace (Krasnobrizha, 2016) l'équation différentielle (1) d'inconnue  $\varepsilon(t)$  pour  $\sigma$  constante. La solution est sous la forme suivante:

$$\varepsilon(t) = \sigma \cdot b \cdot E_{\alpha,1}(-at^\alpha) + \sigma \cdot c \cdot t^\alpha \cdot E_{\alpha,\alpha+1}(-at^\alpha) \quad \# (2),$$

où  $E_{\alpha,\beta}$  est la fonction généralisée de Mittag-Leffler (Bekka, 2018).

*Méthode expérimentale et méthode numérique*

Pour tester la fiabilité du modèle, nous avons effectué des essais de fluage en flexion statique quatre points sur 2 éprouvettes cylindriques de dimensions (20mm × 20mm × 360mm) d'un même tronç d'arbre d'*Entandrophragma cylindricum*. Dans un environnement aux conditions climatiques de 24°C de température et de 65% de taux d'humidité relatif, cet essai consiste à exercer une contrainte sur une éprouvette, la maintenir constante et mesurer les déformations dans le temps (Fig.2). Nous obtenons ainsi un ensemble de points expérimentaux représentant les données du fluage de notre matériau (Fig.3).



Fig.2 : Photo de l'éprouvette chargée en flexion quatre points.

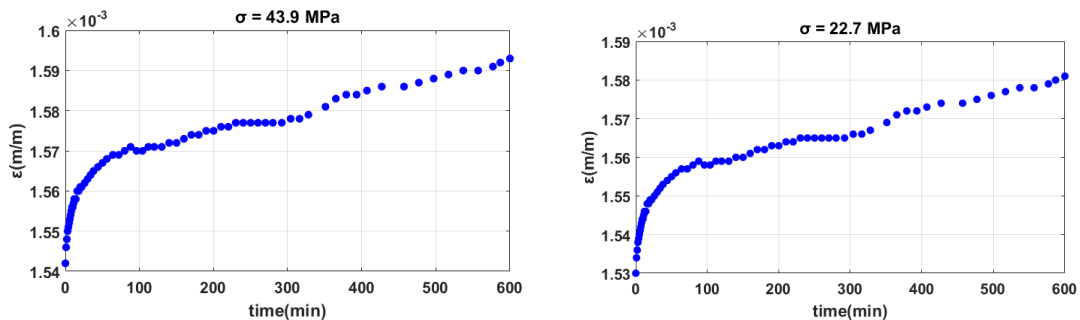


Fig. 3 : Courbes expérimentales du fluage : éprouvettes 1 et 2.

Une fois les données expérimentales à notre disposition, il faut trouver les paramètres optimaux du modèle qui ajustent ces données. Le premier paramètre  $E_0$  est calculé en utilisant la valeur de la déformation initiale instantanée  $\varepsilon_0$  relevée lors de l'essai de fluage juste au moment où le matériau est chargé. L'expression de ce paramètre est donnée par :

$$E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}. \quad (3)$$

Les autres paramètres  $E_1$ ,  $\alpha$  et  $\nu$  sont déterminés en utilisant l'algorithme d'optimisation de Levenberg-Marquardt basé sur le machine Learning.

## Résultats et discussions

En introduisant l'équation (2) donnant la fonction de prédiction du fluage du modèle fractionnaire de Thomson dans l'algorithme, les paramètres optimaux du modèle sont déterminés en ajustant les données expérimentales du fluage. La précision des résultats est également calculée par l'algorithme et la courbe d'ajustement est superposée à celle du fluage expérimental comme le montre la Fig.4.

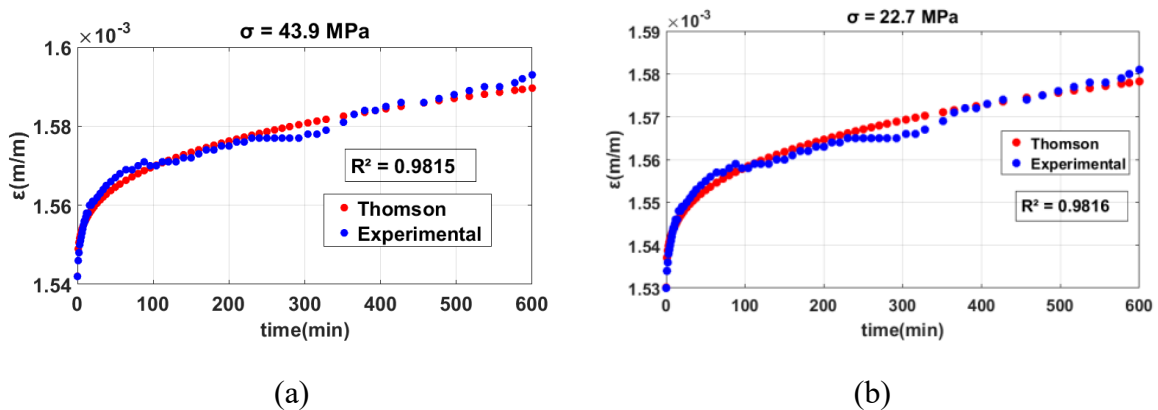


Fig.4 : Prédiction du fluage via le modèle fractionnaire de Thomson : éprouvettes 1 et 2.

En observant les ajustements avec le modèle fractionnaire de Thomson (Fig.4), on se rend compte que la déformation quasi-instantanée ainsi que le fluage primaire sont bien représentés. Le fluage secondaire quant-à lui présente quelques différences d'adaptation qui peuvent être causées par les fluctuations des conditions environnementales pendant les essais. De façon générale, nous pouvons constater que le modèle fractionnaire de Thomson s'accorde bien avec l'expérimental pour un coefficient de détermination des paramètres de 0,98.

Par ailleurs, les valeurs des paramètres optimaux déterminés par l'algorithme sont présentées dans le Tab.1 où on peut remarquer que le Sapelli est un bois souple car les déformations croissent avec la contrainte. De plus en diminuant la contrainte, on augmente l'ordre fractionnaire  $\alpha$ , augmentant implicitement la viscosité ce qui réduit les glissements aux joints au sein du matériau et dans ce cas les déformations sont moins prononcées.

Tab.1 : Paramètres du modèle fractionnaire de Thomson.

$\sigma(MPa)$	$E_0(10^4MPa)$	$E_1(MPa)$	$\nu(10^{19}MPa.min^\alpha)$	$\alpha$
43,9	2,85	0,054	0,90	0,302
22,7	1,48	0,015	1,1	0,303

## Conclusion et perspectives

Dans ce travail, l'étude du comportement différé (fluage non linéaire) du bois d'*Entandrophragma cylindricum* (Sapelli) a été abordée en utilisant une approche basée sur la théorie du calcul fractionnaire. Il ressort de cette étude que le modèle fractionnaire de Thomson à trois paramètres proposé ajuste le fluage du Sapelli avec des corrélations satisfaisantes. Les paramètres optimaux du modèle ont été déterminés grâce à l'algorithme de Levenberg-Marquardt et les résultats ont été validés par les essais expérimentaux montrant que le modèle fractionnaire décrit bien les deux premiers stades du fluage non linéaire du bois d'*Entandrophragma cylindricum*. Le modèle fractionnaire de Thomson à trois paramètres peut donc être utilisé en ingénierie comme modèle de prédiction des déformations de ce bois avec un pourcentage de fiabilité de 98% en moyenne. En guise de perspectives pour ces travaux, les recherches futures se pencheront sur l'étude du fluage à des niveaux de contraintes plus élevés et prenant en compte les fluctuations des conditions environnementales. Les essais devront être menés sur une période plus grande afin d'étudier la phase tertiaire du fluage et de modéliser le comportement au point de rupture.

## Remerciements

Les auteurs remercient l'Unité de Recherche et de Modélisation des Systèmes Physiques de l'Université de Dschang pour avoir fourni les installations de flexion.

## Références

- Bekka A (2018), calcul numérique des dérivées fractionnaires, thèse de doctorat de l'université Mohamed Boudiaf De M'sila, 16p.
- Krasnobrizha A, Rozycki P, Cosson P, Gornet L (2016), modélisation des mécanismes d'hystérésis des composites tissés à l'aide d'un modèle collaboratif élasto-plastique endommageable à dérivées fractionnaires, *EDP Sciences*, 104(4) :407.
- Xu Y, Cheng M, Huang R, Yu, J (2019), the general kelvin model and poyniting model based on the general fractional calculus, In *IOP Conference Series earth and Environmental Science*, volume 252, page 022151.
- Tagne NS, Ndapeu D, Nkemaja D, Tchemou G, Fokwa D, Huiskens W (2018 ), study of the viscoelastic behaviour of the *Raffia vinifera* fibres. *Industrial Crops and Products*,124 :572–581.