



HAL
open science

Des usages pluriels d'un modèle en physique : Le cas du modèle d'Ising

Vincent Ardourel, Quentin Rodriguez

► **To cite this version:**

Vincent Ardourel, Quentin Rodriguez. Des usages pluriels d'un modèle en physique : Le cas du modèle d'Ising. Cahiers philosophiques, A paraître. hal-04349962

HAL Id: hal-04349962

<https://hal.science/hal-04349962v1>

Submitted on 18 Dec 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Des usages pluriels d'un modèle en physique : Le cas du modèle d'Ising

Vincent Ardourel, IHPST, CNRS-Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne

Quentin Rodriguez, Université Clermont Auvergne, UR Philosophies & Rationalités

Résumé

Le modèle d'Ising décrit les interactions locales entre des flèches fixées aux nœuds d'un réseau et orientées vers le haut ou vers le bas. Ce modèle mathématique, très abstrait, mais aussi très simple, est l'un des plus étudiés en physique moderne. Cet article s'intéresse à la nature de ce modèle et à ses fonctions épistémiques. Nous montrons qu'il a d'abord rempli une fonction représentationnelle en tant que « modèle approché » du magnétisme. Ensuite, comme « modèle-jouet » il a permis la compréhension qualitative des transitions de phase. C'est enfin comme « modèle minimal » pour l'étude des phénomènes critiques qu'il remplit désormais une fonction explicative.

Introduction

Les modèles en physique, entendus comme des unités théoriques utilisées pour décrire, prédire et expliquer les phénomènes, font l'objet d'intenses discussions en philosophie des sciences, principalement depuis que les philosophes se sont intéressés à l'analyse des pratiques scientifiques. Dans ce contexte, ces modèles sont généralement considérés comme des « médiateurs autonomes »¹ ou des « intermédiaires »² reliant les phénomènes réels aux théories physiques³. Les études sur les modèles scientifiques ont alors identifié différents types de modèles, selon que ces modèles visent, par exemple, à représenter fidèlement un système physique, ou au contraire à le représenter de manière stylisée, selon qu'ils visent à prédire de manière quantitative et précise certains phénomènes, ou au contraire à en esquisser seulement un comportement qualitatif. Le but de cet article est de montrer qu'un même modèle en physique – identifié le plus souvent par un nom propre ou commun, comme

¹ M. Morgan et M. Morrison (dir.), *Models as Mediators*, Cambridge, Cambridge University Press, 1999, p. 8.

² I. Hacking, *Representing and Intervening: Introductory Topics in the Philosophy of Natural Science*, New York, Cambridge University Press, 1983, p. 217.

³ Julie Jebeile propose un ouvrage en français extrêmement utile sur ce sujet : *Épistémologie des modèles et des simulations numériques : De la représentation à la compréhension scientifique*, Paris, CNRS éditions, 2019.

le « modèle le Bohr », le « modèle de Lotka-Volterra », ou le « modèle de l'oscillateur harmonique » – peut appartenir à des types très différents, voire incompatibles, en fonction du contexte scientifique dans lequel celui-ci est développé ou utilisé.

Pour mener à bien cette discussion, nous nous concentrerons en particulier sur le « modèle d'Ising », même si tout ou partie de notre discussion peut s'appliquer à d'autres modèles en physique – nous pensons, par exemple, au modèle de l'oscillateur harmonique. Cet intérêt pour le modèle d'Ising se justifie tout d'abord par son importance en physique. Il s'agit de « l'un des modèles les plus étudiés de la physique moderne »⁴ si l'on s'en tient au nombre d'articles de recherche publiés depuis les années 1940 à son propos. C'est aussi un modèle qui illustre la « dissémination »⁵ de certains modèles physiques à travers d'autres champs de la physique, mais aussi d'autres disciplines, notamment la biologie ou l'économie, pour l'étude de phénomènes coopératifs. Enfin, ce modèle fait l'objet de nombreuses discussions en philosophie des sciences, à propos des questions de réduction et d'émergence des phénomènes thermodynamiques, ou de la distinction entre explications mathématiques et explications causales⁶. Sans rentrer dans ces débats spécialisés, nous pensons qu'une clarification préalable quant à ce qu'est le modèle d'Ising est un travail qui pourrait être utile aux analyses philosophiques futures le prenant comme cas d'étude.

Nous allons ainsi montrer que la même dénomination « modèle d'Ising » correspond à des types de modèles distincts, venant remplir des fonctions épistémiques différentes selon les contextes scientifiques. Pour cela, nous nous appuyons en partie sur l'analyse historique de Martin Niss, qui a approfondi un premier travail de Stephen Brush⁷. Nous disposons désormais d'une histoire détaillée du modèle d'Ising, qui, selon nous, mérite aussi d'être déployée dans un versant épistémologique, ce que Niss a lui-même suggéré :

⁴ M. Niss, « History of the Lenz-Ising Model 1920-1950: From Ferromagnetic to Cooperative Phenomena », *Archive for History of Exact Science* 59, 2005, p. 267-318.

⁵ T. Knuuttila et A. Loettgers, « Magnets, Spins, and Neurons: The Dissemination of Model Templates across Disciplines », *The Monist* 97(3), 2014, p. 280-300. La question de la récurrence d'un même modèle dans différents contextes scientifiques est aussi analysée dans A. Barberousse et C. Imbert, « Recurring Models and Sensitivity to Computational Constraints », *The Monist* 97(3), 2014, p. 259-279.

⁶ Voir, par exemple, R. W. Batterman, *The Devil in the Details*, New York, Oxford University Press, 2002. P. Palacios, « Phase Transitions: A Challenge for Reductionism? », *Philosophy of Science* 86(4), 2019 ; *Emergence and Reduction in Physics*, Elements in the Philosophy of Physics, Cambridge, Cambridge University Press, 2022.

⁷ S. G. Brush, « History of the Lenz-Ising Model », *Review of Modern Physics* 39, 1967, p. 883-893. Les analyses de M. Niss proviennent de sa thèse de doctorat, *Phenomena, Models and Understanding: The Lenz-Ising Model and Critical Phenomena 1920-1971*, université Roskilde, 2005, dont il a tiré trois articles : « History of the Lenz-Ising Model 1920-1950 », *op. cit.* ; « History of the Lenz-Ising Model 1950-1965: From Irrelevance to Relevance », *Archive for History of Exact Science* 63, 2009, p. 243-287 ; « History of the Lenz-Ising Model 1965-1971: The Role of a Simple Model in Understanding Critical Phenomena », *Archive for History of Exact Science* 65, 2011, p. 625-658.

« les opinions concernant un modèle particulier évoluent à la fois avec le temps et au sein de la communauté scientifique. Certains peuvent penser qu'un modèle donné est une représentation utile et réaliste d'un phénomène physique, tandis que d'autres peuvent le rejeter parce que, par exemple, il est en désaccord avec les théories fondamentales. L'histoire du modèle de Lenz-Ising offre une bonne occasion d'étudier ces changements d'attitude à l'égard d'un modèle. »⁸

Nous proposons de prolonger cette analyse et de montrer plus précisément comment, en fonction de son histoire et des communautés scientifiques l'utilisant, le modèle d'Ising a pu constituer tour à tour, un « modèle approché », un « modèle-jouet » (*toy model*), et un « modèle minimal ». Nous analyserons à chaque fois les différentes fonctions épistémiques que remplit le modèle pour être qualifié de la sorte, lorsqu'il fournit par exemple des représentations détaillées d'un phénomène physique, des explications ciblées, ou des éléments de compréhension globale et structurelle.

La littérature philosophique contemporaine sur le modèle d'Ising porte principalement sur son rôle comme « modèle minimal »⁹. Nous analyserons ce type de modèle dans la section 4. Avant d'y venir, nous montrerons cependant que le modèle d'Ising a pu être légitimement considéré comme un « modèle approché » (section 2) ou encore comme un « modèle-jouet » (section 3). Afin de permettre au lecteur de se faire une première idée de ce modèle, nous commencerons tout de suite (section 1) par en donner un rapide aperçu, tel qu'il est habituellement présenté dans les manuels de physique.

1. Introduction au modèle d'Ising

De prime abord, l'extrême abstraction de ce modèle peut laisser perplexe. Nous laisserons cependant pour la suite de la discussion la question de l'interprétation et de l'utilité des éléments du modèle, pour présenter d'abord sa structure mathématique, relativement invariable depuis sa première exposition en 1924 par le physicien allemand Ernst Ising, sur une idée originale de son directeur de thèse Wilhelm Lenz.

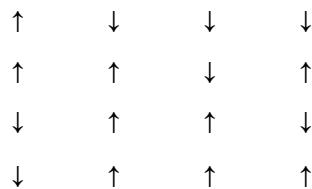


Fig. 1 : Exemple de configuration pour un modèle d'Ising 2 dimensions à réseau carré 4×4.

⁸ M. Niss, *Phenomena...*, *op. cit.*, p. 31. Nous traduisons vers le français, pour cette citation comme les suivantes. Pour des raisons historiques, Niss et Brush nomment « modèle de Lenz-Ising » le modèle connu comme « modèle d'Ising » dans la littérature scientifique, mais il s'agit bien d'un seul et même objet. Nous suivrons ici la seconde appellation.

⁹ Voir R. W. Batterman et C. Rice, « Minimal Model Explanations », *Philosophy of Science* 8, 2014, p. 349-376.

Ce modèle est constitué d'un réseau régulier de « flèches » pouvant prendre, à chaque nœud du réseau, deux valeurs : vers le haut \uparrow (associé conventionnellement à la valeur $+1$) et vers le bas \downarrow (associé à la valeur -1). Ces flèches reçoivent différentes interprétations, mais ont été conçues initialement dans le cadre des phénomènes magnétiques, et sont habituellement dénommées « spins d'Ising ». Le réseau peut prendre la forme d'une chaîne en une dimension, ou diverses géométries (réseau carré, triangulaire...), en deux dimensions (voir figure 1) ou trois dimensions.

L'élément central du modèle est de faire l'hypothèse que ces flèches s'influencent mutuellement *uniquement* entre premiers voisins, et que leur interaction (quelle que soit sa nature) favorise leur *alignement* vers le haut ou le bas sans direction privilégiée *a priori*, et de façon équivalente entre tous les sites du réseau. En termes mécaniques, deux paires de flèches alignées $\uparrow\uparrow$ ou $\downarrow\downarrow$ posséderont une même énergie potentielle, qui sera inférieure à celle d'une paire anti-alignée $\uparrow\downarrow$ ou $\downarrow\uparrow$. L'énergie globale du système (ou en termes techniques, le hamiltonien) est alors simplement la somme de l'énergie de chacune des paires de flèches immédiatement contigües. Elle est minimale lorsque toutes les flèches sont alignées dans un même sens, et maximale lorsque la configuration présente le plus de paires anti-alignées possibles.

On suppose ensuite que le système est maintenu à une certaine température. Dans le cadre de la mécanique statistique, l'effet de l'« agitation thermique », aléatoire à l'échelle microscopique, se traduit par une probabilité attribuée à chaque configuration possible du système – ici une configuration pour le réseau de flèches. Cette probabilité décroît exponentiellement avec l'énergie de la configuration : plus une configuration demande d'énergie, moins elle sera probable. Cette probabilité est définie par un terme appelé *facteur de Boltzmann*, qui n'est pas spécifique au modèle d'Ising mais de portée très générale, et qui dépend du rapport entre l'énergie de la configuration en question, et la température à laquelle le système est soumis. En somme, si une certaine configuration possède une probabilité donnée à une certaine température, une configuration nécessitant deux fois plus d'énergie possèdera la même probabilité si la température est doublée.

La première raison d'être de ce modèle a été de comprendre le phénomène des *transitions de phase*, c'est-à-dire les changements qualitatifs nets qui se produisent à grande échelle dans un système physique à l'équilibre, comme lorsque l'eau liquide gèle et s'organise en structures géométriques rigides à $0\text{ }^{\circ}\text{C}$. Comme on le verra plus en détail dans la section suivante, il s'agissait d'abord de comprendre les transitions de phase magnétiques, en particulier la transition, dans certains matériaux ferreux appelés *ferro-aimants*, entre un comportement *paramagnétique* (le matériau est sensible à un champ magnétique extérieur – on peut l'attirer avec un aimant –, mais ne possède pas d'aimantation propre) au-dessus d'une certaine température, et un comportement *ferromagnétique* (le matériau génère une aimantation spontanée même en l'absence de champ externe, comme nos aimants usuels) en dessous de cette température.

On peut déjà percevoir pourquoi le modèle d'Ising est intéressant. À basse température, les différences d'énergie entre configurations vont jouer un rôle très important dans la probabilité d'apparition de chaque configuration, et celles de plus faible énergie seront favorisées. Les flèches du modèle auront alors tendance à s'aligner entre elles autant que possible, donnant une forme de rigidité à l'ensemble, pouvant expliquer une aimantation globale. Au contraire, à haute température, les

différences d'énergie entre configurations ne vont plus jouer un grand rôle dans leurs différentes probabilités, et les effets aléatoires de l'agitation thermique vont plus facilement détruire l'organisation globale des flèches. Il y a ainsi une compétition qui s'instaure entre la tendance du modèle « à froid » au « mimétisme » entre flèches, et l'agitation thermique qui se traduit par une désorganisation aléatoire. Ainsi à basse température la première tendance prend l'ascendant : en moyenne les flèches pointent toutes dans le même sens. À haute température, c'est la deuxième tendance : les flèches sont désordonnées, sans orientation globale.

La question centrale que le modèle d'Ising permet d'étudier est donc la nature de la transition entre ces deux régimes : que se passe-t-il quand ces deux influences se valent ? Le système passe-t-il progressivement d'un état désordonné à un état ordonné, ou la transition est-elle brusque ? D'un point de vue épistémologique, la question cruciale est cependant : en quoi les réponses trouvées en étudiant ce modèle sont-elles pertinentes pour la compréhension de phénomènes réels, et pour quels phénomènes ? Nous allons voir que différentes réponses ont pu être apportées dans l'histoire du modèle d'Ising, qui illustrent trois types majeurs de modèles en physique, remplissant différentes fonctions.

2. Modèle approché et idéalizations galiléennes

Une fonction sans doute première pour de nombreux modèles en physique est de *représenter* un système réel à l'aide d'outils mathématiques, et ce dans le but de décrire, prédire et expliquer certains phénomènes. Ces modèles ne sont pas des copies des systèmes réels, mais mobilisent différentes simplifications (abstractions, idéalizations, approximations). Un modèle peut ainsi être plus ou moins « réaliste » selon le nombre et le degré des simplifications utilisées. Il peut alors être considéré comme « approchant » plus ou moins le système réel. Dans ce cas, on considère qu'en raffinant ou complexifiant le modèle, c'est-à-dire en utilisant des représentations de plus en plus détaillées, de moins en moins simplifiées, le modèle décrira le système cible de manière plus fidèle, avec plus de précision.

Le modèle d'Ising tel qu'il a été proposé initialement dans les années 1920, d'abord par Lenz puis par Ising, tombe selon nous dans cette catégorie des « modèles approchés », contenant ce qu'on appelle des *idéalizations galiléennes*, c'est-à-dire des simplifications qui peuvent en principe être remplacées par des représentations plus détaillées¹⁰. Cette thèse va à l'encontre de la plupart des articles qui traitent des modèles et des idéalizations dans lesquels le modèle d'Ising est discuté. Il est en effet le plus souvent considéré comme un exemple de modèles analysés dans la section 3 (consacrée aux modèles-jouets), et surtout dans la section 4 (consacrée aux modèles minimaux).

2.1. La recherche d'un modèle réaliste

Le point de départ de la construction du modèle d'Ising est la recherche par Lenz d'une explication microscopique à la loi de Curie pour le paramagnétisme – selon laquelle la susceptibilité magnétique du matériau (sa sensibilité à un champ magnétique extérieur) est inversement proportionnelle

¹⁰ Nous reviendrons sur cette notion dans la section 2.2.

à sa température –, et de son extension aux matériaux présentant une transition paramagnétique-ferromagnétique. Le contexte de l'époque est celui de l'application des méthodes de la mécanique statistique aux propriétés magnétiques de la matière, sur la base des travaux de Paul Langevin et Pierre Weiss. Alors que l'hypothèse atomique est encore jeune, et a surtout montré sa fécondité dans la théorie des gaz, il s'agit de l'étendre au magnétisme en supposant que ces propriétés peuvent être expliquées en termes d'assemblées d'« aimants élémentaires ». Il est alors aisé de supposer que chaque atome puisse générer l'un de ces aimants élémentaires, par un mouvement de rotation quelconque d'une charge électrique. Mais la nature de l'interaction entre ces « aimants élémentaires » reste alors une énigme, alors que la mécanique quantique n'est pas encore établie.

Les explications avancées par la théorie de Weiss ne sont pas complètement satisfaisantes, notamment parce qu'elles souffrent, selon Lenz, d'un manque de *réalisme*, à propos notamment de deux hypothèses, l'une concernant la rotation libre des aimants élémentaires, l'autre concernant leurs interactions. Pour la première, d'après Niss, « Lenz considérait les théories du paramagnétisme et du ferromagnétisme de Weiss comme insuffisantes, car [... selon lui] les aimants élémentaires ne peuvent pas tourner librement dans un solide »¹¹. Dans un solide cristallin, caractérisé par un réseau régulier à l'échelle microscopique, cette liberté de rotation pose en effet question. Lenz cherche ainsi à modifier cette hypothèse et la remplacera par celle d'un retournement de ces aimants, selon une direction fixe :

« Puisque la libre rotation des aimants élémentaires doit donc être réfutée, on peut conclure de ce qui précède qu'ils ont la capacité de se retourner. Je veux montrer que cette hypothèse est suffisante pour expliquer la loi de Curie. »¹²

On retrouve donc ici un sens physique, hypothétique mais conçu de manière tout à fait réaliste, aux flèches présentées dans la première section présentant deux états possibles, vers le haut ou vers le bas. Chacune de ces flèches représente simplement l'aimantation de chacun de ces aimants élémentaires, libres seulement de se retourner selon une direction donnée.

Concernant la deuxième hypothèse, portant sur l'interaction entre ces aimants élémentaires, la théorie de Weiss repose sur l'hypothèse dite du champ moléculaire qui, pour Lenz « “n'offre qu'un aperçu purement phénoménologique” sur la manière d'expliquer le ferromagnétisme. »¹³ Lenz construit ainsi un modèle pour le ferromagnétisme en vue de corriger le modèle (ou théorie) de Weiss, au sens de le rendre plus réaliste d'un point de vue microscopique, en termes de connais-

¹¹ M. Niss, *Phenomena...*, *op. cit.*, p. 39.

¹² W. Lenz, « Beitrag zum Verständnis der magnetischen Erscheinungen in festen Körpern » [Contribution à la compréhension des phénomènes magnétiques dans les corps solides], *Physikalische Zeitschrift* 21, 1920, p. 614.

¹³ M. Niss, *Phenomena...*, *op. cit.*, p. 39. La citation imbriquée est tirée de W. Lenz, « Beitrag... », *op. cit.*, p. 613.

sance physique de l'époque¹⁴. C'est sans doute en partie pour cette raison que, dans les années 1920, le modèle d'Ising est perçu par ses auteurs Lenz et Ising comme une représentation « assez réaliste » d'un ferro-aimant¹⁵.

2.2. L'interaction entre plus proches voisins comme idéalisation galiléenne

L'interaction entre les aimants élémentaires est supposée décroître rapidement avec la distance. Une manière de représenter cette interaction est de considérer une interaction entre les plus proches voisins. Cette idéalisation semble être une simplification qui, éventuellement, pourrait être corrigée si on avait une description plus précise de l'interaction à faible portée. Niss rapporte les propos d'Ising en ce sens :

« nous supposons qu'elles [les interactions] diminuent rapidement avec la distance, de sorte qu'en général, en première approximation, nous ne devons tenir compte que de l'influence sur les éléments voisins. »¹⁶

Il s'agit ainsi d'une idéalisation principalement justifiée par des raisons pragmatiques, pour rendre les calculs plus simples. Il s'agit ici, selon nous, d'une idéalisation galiléenne, pour reprendre la terminologie d'Ernan McMullin, reprise ici par Alkistis Elliott-Graves et Michael Weisberg :

« Une idéalisation galiléenne est la représentation d'un phénomène réel de manière simplifiée ou déformée, afin de rendre ce système plus facile à traiter (McMullin 1985). Elle se caractérise par le fait que les distorsions sont censées être temporaires, au moins en principe. Le scientifique est contraint de déformer sa représentation du système pour faciliter l'explication ou le calcul, mais son but ultime est de désidéaler le modèle au fur et à mesure qu'il en apprend davantage sur le phénomène étudié. »¹⁷

Une idéalisation galiléenne a ainsi vocation à être corrigée, améliorée, et le modèle utilisant cette idéalisation à être désidéalisé, rendu plus réaliste. Cette conception de l'idéalisation va de pair avec l'idée d'un perfectionnement des modèles avec le progrès scientifique. Dans le cas de l'interaction entre premiers voisins du modèle d'Ising, il est par exemple possible d'ajouter à l'expression de l'énergie du système un terme comprenant une somme sur les *seconds* voisins – interaction entre toutes les paires de flèches situées à deux pas du réseau l'une de l'autre –, puis les troisièmes voisins, etc. chacun des termes, de plus en plus faibles, améliorant l'approximation faite sur cette interaction à courte portée. Il est aussi possible de considérer que l'intensité de cette interaction est va-

¹⁴ Le développement de la mécanique quantique, et le modèle de Heisenberg qui en est tiré, va inversement faire passer le modèle d'Ising pour peu réaliste ensuite.

¹⁵ M. Niss, *Phenomena...*, *op. cit.*, p. 187.

¹⁶ E. Ising, *Beitrag zur Theorie des Ferro- und Paramagnetismus* [Contribution à la théorie du ferro- et paramagnétisme], Hambourg, thèse de doctorat, 1924, p. 4, cité dans M. Niss, *Phenomena...*, *op. cit.*, p. 43.

¹⁷ A. Elliott-Graves et M. Weisberg, « Idealization », *Philosophy Compass* 9(3), 2014, p. 177, qui font référence à E. McMullin, « Galilean Idealization », *Studies in the History and Philosophy of Science*, 16(3), 1985, p. 247-273. Voir aussi R. Frigg, *Models and Theories: A Philosophical Inquiry*, Londres, Routledge, 2022, p. 350.

riable selon les paires de flèches. On obtient ainsi à chaque fois d'autres modèles, dérivés du modèle d'Ising initial et plus complexes que lui, censés être ainsi partiellement désidéalisés sous certains aspects.

En résumé, tel qu'il est développé par Lenz et Ising dans les années 1920, le modèle visait à proposer une description microscopique du paramagnétisme plus réaliste que celle avancée jusque-là par Weiss. Le modèle d'Ising avait ainsi vocation à être une représentation « approchée » d'un système réel, en mobilisant des idéalizations concernant les interactions entre aimants élémentaires qui pouvaient, en principe, être corrigées par une description plus fine.

3. Le modèle d'Ising comme modèle-jouet

Contrairement à la discussion que nous venons de conduire à propos du modèle d'Ising historique, certains modèles utilisés par les scientifiques ne semblent pas avoir vocation à représenter de manière réaliste, même approchée, un système physique. Ces modèles visent plutôt à illustrer certains comportements génériques que l'on peut utiliser dans différents domaines. On peut considérer que les « modèles-jouets » (« *toy models* »), des modèles « “fortement idéalisés” et “extrêmement simples” »¹⁸, tombent dans cette catégorie. Parmi les modèles-jouets les plus fréquemment cités dans la littérature philosophique, il y a le modèle de proie-prédateur de Lotka-Volterra, le modèle de l'anneau de Kac, ou encore le modèle de l'urne d'Ehrenfest¹⁹. Le modèle d'Ising est lui aussi très souvent pris en exemple : « Parmi les exemples paradigmatiques de modèles-jouets, on peut citer le modèle d'Ising en physique »²⁰, ou encore, « le modèle d'Ising, en mécanique statistique, est un exemple de modèle fréquemment classé parmi les modèles-jouets »²¹. Dans cette section, nous identifierons certaines des raisons pouvant justifier cette catégorisation.

3.1. Un modèle qui ne représente plus les phénomènes magnétiques dans les années 1930-1960

Brush et Niss montrent comment le modèle d'Ising a été désavoué à partir des années 1930 en tant que modèle approché des phénomènes magnétiques. La première critique fut son incompatibilité avec les principes de la jeune mécanique quantique, dont l'acte de naissance est généralement fixé en 1925. Conçues antérieurement, les équations du modèle d'Ising relèvent en effet de la mécanique *classique*, qui a été invalidée à l'échelle atomique et remplacée par un formalisme mathématique radicalement différent.

La mécanique quantique renouvelle totalement l'approche statistique du magnétisme, autour du concept de *spin* de l'électron. Les bases théoriques du modèle d'Ising, élaborées à partir de l'idée d'« aimants élémentaires » en interaction magnétique entre eux, qui seraient portés par les

¹⁸ R. Frigg, *Models and Theories*, *op. cit.*, p. 470.

¹⁹ *Loc. cit.*

²⁰ A. Reutlinger, D. Hangleiter et S. Hartmann, « Understanding (with) Toy Models », *The British Journal for the Philosophy of Science* 69(4), 2018, p. 1070.

²¹ R. Frigg, *Models and Theories*, *op. cit.*, p. 470.

atomes (voir section précédente) sont balayées par la nouvelle théorie quantique du ferromagnétisme proposée par Werner Heisenberg en 1928. Ce dernier avance une explication fondée sur une « interaction d'échange » entre les moments angulaires de spin des électrons, qui combine une interaction de type électrostatique avec les effets du principe d'exclusion de Pauli entre spins électroniques. Or le moment angulaire de spin, qui peut se représenter comme un vecteur en trois dimensions pouvant pointer dans toutes les directions sur une sphère (mais dont les composantes ne commutent pas entre elles contrairement à un vecteur classique) ne peut être assimilé à une simple alternative haut/bas comme les flèches d'Ising. Hans Bethe, acteur de cette époque, résume ainsi, rétrospectivement, le nouveau statut du modèle :

« Ce n'était manifestement pas le bon modèle, car le spin est un objet quantique et non un objet classique. On ne pouvait donc pas se contenter de dire "spin vers le haut" et "spin vers le bas", il fallait leur permettre de changer de direction. »²²

Heisenberg propose alors un autre modèle pour les ferro-aimants (le « modèle de Heisenberg »), de nature quantique et fondé sur cette explication théorique. Ce modèle est beaucoup plus complexe que celui d'Ising, mais est censé permettre d'étudier la transition ferromagnétique-paramagnétique à partir de ces nouvelles bases. En tant que modèle *du ferromagnétisme*, le modèle d'Ising est alors discrédité en droit, et remplacé en pratique par le modèle de Heisenberg. Dès lors, comme le physicien Rudolf Ernst Peierls l'estime en 1936 : « Le modèle de Lenz-Ising ne présente désormais plus qu'un intérêt mathématique »²³. Autre physicien important, Chen-Ning Yang affirme presque dans les mêmes termes que le modèle d'Ising était vu jusqu'aux années 1950 comme « une sorte de jeu mathématique intéressant, à ne pas prendre au sérieux »²⁴.

On peut légitimement se demander, comme Niss : « Pourquoi le modèle de Lenz-Ising n'a-t-il pas été tout simplement oublié dans les années 1930 et 1940 ? Pourquoi ce modèle a-t-il été étudié alors malgré son manque patent de réalisme comme modèle du ferromagnétisme ? »²⁵ Il montre cependant que le modèle débute alors une deuxième vie, se révélant utile dans d'autres champs de la physique. Des physiciens comme Ralph H. Fowler vont souligner certaines analogies formelles entre le phénomène du ferromagnétisme, l'ordre entre atomes dans les alliages binaires, et le phénomène d'adsorption des gaz sur une surface solide²⁶. Laissons de côté ce troisième cas pour pré-

²² H. A. Bethe, interview par L. Hoddeson du 29 avril 1981, Niels Bohr Library, American Institute of Physics, p. 9, cité par M. Niss, « History of the Lenz-Ising Model 1920-1950 », *op. cit.*, p. 291.

²³ R. E. Peierls, « Statistical Theory of Adsorption with Interaction between the Adsorbed Atoms », *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society* 32, 1936, p. 477, cité dans M. Niss, *Phenomena...*, *op. cit.*, p. 55.

²⁴ C. N. Yang, « Commentary », dans C. N. Yang, *Selected Papers 1945-1980*, San Francisco, Freeman, 1983, p. 13, cité dans M. Niss, « History of the Lenz-Ising Model 1950-1965 », *op. cit.*, p. 253.

²⁵ M. Niss, *Phenomena...*, *op. cit.*, p. 57.

²⁶ Le phénomène d'*adsorption* se distingue de celui d'*absorption*. Dans le premier cas, les atomes ou molécules ne pénètrent pas dans le volume du solide, mais se fixent sur sa couche de surface.

senter brièvement le second. Les alliages binaires sont des alliages, généralement métalliques, constitués de deux espèces chimiques différentes, qui forment ensemble un même réseau cristallin – par exemple le laiton, constitué d’atomes de zinc et de cuivre. Ces alliages connaissent une transition de phase (dite transition ordre-désordre) du même type que la transition ferromagnétique-paramagnétique. À faibles températures, les atomes de ces alliages s’ordonnent entre eux en deux sous-réseaux emboîtés de façon régulière, chacun constitué de l’une des deux espèces chimiques. À des températures plus élevées, l’agitation thermique détruit cet ordre, comme pour le ferromagnétisme, et l’alliage est désormais constitué d’un unique réseau cristallin, dont chaque site est occupé aléatoirement par un atome de l’une ou l’autre des espèces chimiques.

Fowler et d’autres regroupent dans les années 1930 ces différents phénomènes sous l’appellation « phénomènes coopératifs », pour signifier que dans chaque cas des interactions locales donnent lieu à une forme de cohérence globale. La structure mathématique du modèle d’Ising s’est en effet avérée être analogue aux théories simplifiées expliquant cet ordre dans les alliages, mais au prix d’un véritable travestissement de la signification initiale de ses éléments. Il faut en effet considérer que les flèches du réseau pointant dans un sens représentent la présence d’un atome de l’espèce A, les flèches pointant dans le sens inverse représentent la présence d’un atome de l’espèce B, et la tendance à l’alignement des flèches sera vue comme une force attractive préférentielle entre A et B. Dans ce cas, le modèle ne réfère plus à aucun système physique précis, et la phase ordonnée – les flèches s’alignant dans le même sens à grande échelle – peut être utilisée indifféremment pour figurer le phénomène du ferromagnétisme, le phénomène d’ordre dans les alliages, et pourquoi pas d’autres phénomènes encore.

3.2. Un modèle pour la compréhension

Étant donné leur caractère « fortement idéalisés » et « extrêmement simples », les modèles-jouets ne visent pas une représentation approchée d’un système physique²⁷. De plus, comme le soulignent Alexander Reutlinger et ses collègues, « la majorité des modèles-jouets ne sont pas [non plus] adaptés à des prédictions quantitatives précises »²⁸. En revanche, ces modèles sont généralement considérés comme fournissant une certaine « compréhension »²⁹ des phénomènes grâce à leur maniabilité intellectuelle, qui permet aisément de « jouer » avec, comme Yang l’affirmait pour le modèle d’Ising dans la citation plus haut.

Cette maniabilité intellectuelle permet à ces modèles de remplir une fonction *heuristique* : aucune donnée quantitative ne pourra être tirée directement d’un modèle-jouet pour l’explication de phénomènes réels, mais l’étude du modèle sous toutes ses coutures permet au physicien d’explorer conceptuellement différentes hypothèses possibles. Dans le cas du modèle d’Ising, deux résultats ont été cruciaux pour sa survie en tant que modèle-jouet. En démontrant en 1936 que le modèle, en deux ou trois dimensions, présente bien un comportement ordonné de type ferromagnétique à basse

²⁷ R. Frigg, *Models and Theories*, op. cit., p. 470.

²⁸ A. Reutlinger, D. Hangleiter et S. Hartmann, « Understanding (with) Toy Models », op. cit., p. 1071.

²⁹ *Loc. cit.*

température, Peierls a validé le fait qu'un modèle mathématique simplifié *pouvait* effectivement capturer deux comportements très différents, l'un ordonné et l'autre désordonné, et donc potentiellement décrire et expliquer la transition de l'un à l'autre. Lars Onsager publie ensuite en 1944 la solution analytique exacte du modèle pour un réseau carré à deux dimensions³⁰. Cette solution est un événement théorique, car elle montre pour la première fois une transition entre deux phases se produisant effectivement à une température critique bien précise, et que certaines propriétés observables du modèle (ici la capacité calorifique) divergent autour de la température de transition³¹. Quand bien même cette démonstration n'apporte rien à l'explication ou la prédiction de quelque phénomène réel, elle implique deux choses :

1. dans la limite des systèmes de grande taille, la nature discontinue des transitions de phase n'est pas une illusion produite par des approximations mathématiques ou des imprécisions sur les données ;
2. il est possible pour des modèles mathématiques simples de décrire effectivement ce comportement de façon complète et mathématiquement exacte.

Le premier point provoquait une telle controverse jusque-là qu'il fut même mis au vote lors d'un congrès international à Amsterdam en 1937, sans parvenir à départager les présents³². L'importance du second point reste majeure encore aujourd'hui, étant donné la difficulté redoutable pour obtenir des solutions exactes quels que soient les modèles utilisés pour les transitions de phase³³. Dans son manuel de physique statistique, Kerson Huang écrit ainsi en 1987 :

« Le modèle d'Ising est une tentative très simple de simuler la structure d'une substance physique ferromagnétique. Sa principale vertu réside dans le fait qu'un modèle d'Ising à deux dimensions se prête à un traitement exact en mécanique statistique. C'est le seul exemple non trivial de transition de phase qui peut être élaboré rigoureusement d'un point de vue mathématique. »³⁴

Le modèle d'Ising reste ainsi de nos jours le principal « banc d'essai » sur lequel chaque nouvelle approche théorique des transitions de phase doit être testée avant d'être étendue à des modèles présentant une véritable portée empirique, mais dont on ne connaît le comportement que par des solutions approchées ou partielles.

³⁰ Plus précisément, il fournit une solution explicite pour l'énergie libre du modèle en l'absence de champ magnétique extérieur, ainsi que le calcul de la capacité calorifique.

³¹ C'est-à-dire tendent vers l'infini jusqu'à être impossible à définir théoriquement, et impossible à mesurer expérimentalement, à la température de transition.

³² Anecdote rapportée par G. Uhlenbeck. Voir L. Hoddeson, E. Braun, J. Teichmann et S. Weart (dir.), *Out of the Crystal Maze: Chapters from the History of Solid-State Physics*, New York, Oxford University Press, 1992, p. 524.

³³ Aucune solution exacte n'est connue pour le modèle d'Ising en trois dimensions, et il reste l'un des seuls modèles de transitions de phase dont une solution exacte est connue en deux dimensions.

³⁴ K. Huang, *Statistical Mechanics*, New York, John Wiley & Sons, 1987, p. 341.

3.3. Quel système le modèle d'Ising représente-t-il ?

Si le modèle d'Ising peut être considéré comme un modèle-jouet qui ne vise pas, avant tout, à représenter un système réel, R. I. G. Hughes avance l'idée selon laquelle ce modèle peut représenter une *classe* de systèmes :

« Dans certaines discussions [...], le modèle d'Ising en vient à représenter une classe importante et très disparate de systèmes physiques, presque de la même manière qu'un membre du Congrès représente un district, ou un membre du Parlement une circonscription. Il représente une classe de systèmes en étant leur représentant. »³⁵

On retrouve ici le rôle qu'il a pu jouer pour l'étude de différents phénomènes coopératifs évoqués précédemment. Notons cependant un point de désaccord entre certains philosophes à propos du rapport entre modèle-jouet et système cible, c'est-à-dire le système réel que le modèle vise à représenter. Les modèles-jouets remplissent-ils une certaine fonction de représentation – même très lointaine étant donné leur manque de réalisme –, ou bien ne représentent-ils aucun système cible, et ne remplissent alors *aucune* fonction représentative ? Si Reutlinger et ses collègues affirment qu'ils possèdent une certaine fonction représentative³⁶, Joshua Luczak défend au contraire qu'ils « n'ont aucune fonction de représentation »³⁷ et sont « sans système cible » (*targetless*). Ces modèles ne feraient alors référence à aucun système physique particulier. Ils peuvent servir de support à des inférences mathématiques générales, mais ne peuvent fournir de réelles connaissances physiques. Sans forcément adopter cette thèse, on comprend cependant que ces modèles ne peuvent à minima être considérés comme des modèles *approchés* d'un système cible réel.

Nous pointons toutefois le fait que la fonction précise d'un modèle peut dépendre des systèmes au regard desquels il est mobilisé. Ceci est particulièrement visible dans l'histoire protéiforme du modèle d'Ising. S'il n'est plus considéré comme un modèle approché du phénomène général du ferromagnétisme, une fonction représentative approchée lui a cependant été conservée, de façon annexe, en procédant à une redéfinition de la signification de ses éléments constitutifs. Comme l'indique Niss :

« Pauli réinterpréta implicitement le modèle de Lenz-Ising en termes de spins électroniques, de sorte qu'il prit (avec d'autres) ses constituants de base, les aimants élémentaires, pour

³⁵ R. I. G. Hughes, « The Ising Model, Computer Simulation, and Universal Physics », dans M. Morgan et M. Morrison (dir.), *Models as Mediators*, *op.cit.*, p. 127.

³⁶ A. Reutlinger, D. Hangleiter, et S. Hartmann, « Understanding (with) Toy Models », *op. cit.*, p. 1070.

³⁷ J. Luczak, « Talk about Toy Models », *Studies in History and Philosophy of Science Part B* 57, 2017, p. 1. Jebeile prend ses distances avec Luczak sur la question de savoir si le modèle de Kac, un modèle-jouet utilisé en physique statistique pour étudier l'irréversibilité, ne possède aucune fonction représentative. Voir J. Jebeile, « The Kac Ring or The Art of Making Idealisations », *Foundations of Physics* 50(10), 2020, p. 1162 *sq.*

différents de ceux considérés par Lenz et Ising. En ce sens, il ne traitait pas du même modèle. »³⁸

De nos jours, le modèle est en effet introduit en présentant les flèches du réseau comme des « spins d'Ising », suivant leur redéfinition par Pauli. Cela permet de *réinterpréter* le modèle d'Ising comme une version simplifiée du modèle de Heisenberg, considéré comme le modèle approché de référence pour le ferromagnétisme. Si les flèches ne réfèrent plus à des « aimants élémentaires » atomiques, en interaction magnétique entre eux, mais à la projection selon une direction donnée des spins électroniques, en interaction quantique entre eux, le modèle peut alors conserver la fonction d'un modèle approché pour une classe restreinte de systèmes cibles : les cristaux ferromagnétiques fortement anisotropes dits uniaxiaux, dont la structure géométrique particulière impose une seule direction possible à leur aimantation.

La fonction de modèle approché est ainsi préservée, mais au prix d'une sévère restriction de ses systèmes cibles, et d'une radicale réinterprétation des idéalizations permettant de le considérer comme tel. En somme, à partir des années 1930 le modèle est considéré principalement comme un modèle-jouet, dont les flèches ne renvoient à aucun système réel précis, et secondairement comme un modèle approché, au prix de cette redéfinition de ses systèmes cibles.

4. Modèle minimal pour les phénomènes critiques

Certains philosophes contemporains soutiennent que le modèle d'Ising est un modèle d'un type encore différent. Par exemple, selon Michael Weisberg, « un exemple classique de modèle minimaliste en sciences physiques est le modèle d'Ising »³⁹. Cette section vise à clarifier cette thèse, et à examiner les raisons de cette qualification.

4.1. Qu'est-ce qu'un modèle minimal ?

Un modèle minimal partage certains traits des modèles-jouets que nous venons d'analyser. Ce sont des modèles très idéalisés, qui ne visent pas à fournir une représentation réaliste et détaillée d'un système cible. Mais contrairement à un modèle-jouet, un modèle minimal possède une authentique *fonction explicative et prédictive* pour des systèmes réels.

Cette catégorie de modèles est sujette à d'après discussions ces dernières années parmi les philosophes des sciences, sans qu'un consensus se soit formé à son propos. L'idée générale est de souligner comment certains modèles fortement idéalisés peuvent expliquer adéquatement des phénomènes réels en conservant les éléments *essentiels* à l'explication des dits phénomènes, tout en écartant tout autre élément *non pertinent* pour l'explication. Par exemple, selon A. Elliott-Graves et M. Weisberg, un modèle minimal, ou minimaliste, est « une représentation qui ne contient que les principaux facteurs causaux à l'origine d'un phénomène cible. [...] Malgré sa simplicité, le modèle

³⁸ M. Niss, « History of the Lenz-Ising Model 1920-1950 », *op. cit.*, p. 290.

³⁹ M. Weisberg, « Three Kinds of Idealization », *The Journal of Philosophy* 104(12), 2007, p. 642.

d’Ising explique les changements de phase et d’autres phénomènes critiques en saisissant les interactions qui en sont à l’origine »⁴⁰. Le modèle d’Ising représente ainsi pour eux un système cible de manière très simplifiée, qui ne retient que les interactions physiques pertinentes pour l’explication du phénomène, et où la conception de ce qu’est une explication repose sur la notion de facteurs causaux.

D’un autre côté, Batterman et Rice ont élaboré une conception de ces modèles qui se veut distincte de celle de Weisberg⁴¹. Pour Batterman et Rice, non seulement les modèles minimaux « caricaturent » leurs systèmes cibles grâce à des idéalizations fortes qui ne conservent que les éléments essentiels à l’explication d’un phénomène donné, mais ces idéalizations seraient *indispensables* à l’explication recherchée. De plus, la conception de l’explication en jeu ici n’est pas du même type, mais fait appel à la notion d’*explication asymptotique*⁴², c’est-à-dire d’explication au moyen d’idéalizations infinies obtenues en faisant tendre mathématiquement certains paramètres vers zéro ou l’infini. Ces deux auteurs cherchent avant tout à opposer nettement ce type de modèles à celui des modèles approchés vus dans la section 2. Dans un modèle approché, l’explication recherchée peut être atteinte *malgré* les idéalizations effectuées, si celles-ci n’interfèrent pas trop dans la production du résultat étudié. Pour Batterman et Rice, les modèles minimaux comme le modèle d’Ising permettent au contraire d’expliquer *grâce* à la mise en œuvre de ces idéalizations asymptotiques. La fonction du modèle n’est alors plus tant *représentationnelle* qu’*inférentielle* : le modèle sert de support à des opérations mathématiques éliminant certains paramètres, qui, comme nous l’expliquerons dans la section suivante, permettent d’expliquer pourquoi tel phénomène réel sera indépendant de ces paramètres. Contrairement au cas des modèles approchés, ces opérations mathématiques ne pourraient donc pas être conçues comme des idéalizations galiléennes : l’explication ne pourra pas être améliorée en désidéalisant le modèle, car elle est indispensable à cette explication.

Cette conception trouve son origine dans les approches développées par les physiciens depuis les années 1970 à partir du modèle d’Ising, baptisées *méthodes du groupe de renormalisation*. Le changement dans leur rapport aux modèles est résumé par Nigel Goldenfeld en 1992 dans ce passage souvent commenté :

« Il existe deux points de vue diamétralement opposés sur la manière dont les modèles sont utilisés. Le point de vue “traditionnel” consiste à construire une représentation fidèle du système physique, en incluant autant de détails que possible. [...] D’un autre côté, il se peut qu’un tel niveau de détail ne soit pas nécessaire pour décrire le phénomène particulier au-

⁴⁰ A. Elliott-Graves et M. Weisberg, « Idealization », *op. cit.*, p. 178.

⁴¹ « le terme “minimaliste” est celui de Weisberg (2013). Nous utilisons “minimal” dans le sens employé par Goldenfeld (1992) et Batterman (2002a). Il s’agit de sens différents » (R. W. Batterman et C. Rice, « Minimal Model Explanations », *op. cit.*, p. 360, n. 10). Voir M. Weisberg, *Simulation and Similarity : Using Models to Understand the World*, New York, Oxford University Press, 2013.

⁴² R. W. Batterman, « Asymptotics and the Role of Minimal Models », *British Journal for the Philosophy of Science* 53, 2002, p. 21-38.

quel on s'intéresse. De nombreux paramètres peuvent ne pas être pertinents et, plus important encore, les quantités directement mesurables peuvent très bien former [...] des fonctions universelles, qui, dans une bonne approximation, ne dépendent pas des détails microscopiques. [...] Dans un tel cas, il est important de commencer par le bon *modèle minimal*, c'est-à-dire le modèle qui caricature le plus économiquement les caractéristiques physiques essentielles. [...] Comme nous le verrons, l'existence d'un tel point de vue est une conséquence des arguments tirés du groupe de renormalisation. »⁴³

La section suivante est consacrée à l'analyse du modèle d'Ising comme modèle minimal. Nous montrerons comment ces opérations mathématiques asymptotiques (avec passage à la limite) fournissent des explications à l'*universalité* de certains phénomènes, c'est-à-dire à la propriété selon laquelle des phénomènes physiques très différents sont décrits par les mêmes équations.

4.2. *Phénomènes critiques et universalité*

À partir des années 1960, le modèle d'Ising va être à nouveau considéré comme un modèle pour diverses transitions de phase, comme la transition ferromagnétique-paramagnétique, la transition ordre-désordre dans les alliages ou la transition liquide-gaz au point critique dans les fluides, et ce, grâce à l'utilisation de méthodes mathématiques permettant d'en tirer des prédictions quantitatives précises. À ce titre, il ne peut plus être considéré comme un modèle-jouet fournissant seulement une compréhension qualitative de phénomènes génériques.

Pour ces transitions dites du second ordre, lorsqu'on fait varier la température du système au voisinage de la transition, les grandeurs physiques adoptent un comportement caractéristique en lois de puissance, ce qu'on appelle un *phénomène critique*. Ce comportement est asymptotique : il est d'autant mieux vérifié que la température du système tend vers la température de la transition, appelée « température critique ». Ainsi, si on note t l'écart relatif à la température critique, appelée « température réduite », la différence de densité entre les phases liquide et vapeur d'un fluide s'avère expérimentalement donner une courbe du type t^β , avec $\beta \approx 0,325$, même si en valeur absolue la température critique peut être radicalement différente selon les fluides. Le calcul de l'aimantation dans le modèle d'Ising (la moyenne globale des flèches) s'avère suivre le même comportement asymptotique autour de sa transition, avec quantitativement le même exposant critique β . Il en est de même pour le paramètre quantifiant l'ordre dans un alliage.

Ce phénomène de convergence des exposants critiques de systèmes physiques très différents vers des valeurs identiques autour de leur transition de phase a été baptisé *universalité* par les physiciens. D'autres transitions exhibent des valeurs différentes de $\beta \approx 0,325$, mais tous les phénomènes critiques n'adoptent qu'une poignée de valeurs possibles pour ces exposants. On regroupe alors les phénomènes présentant les mêmes exposants en *classes d'universalité*. Il se trouve que le modèle d'Ising, malgré son manque de pertinence physique, appartient à la *même* classe d'universalité que ces systèmes bien réels. De nombreuses méthodes de calcul de ses exposants critiques ont

⁴³ N. Goldenfeld, *Lectures on Phase Transitions and the Renormalization Group*, Reading (MA), Addison-Wesley, 1992, p. 32-33 (souligné dans l'original).

donc été développées, afin d'en comparer les prédictions aux mesures sur les systèmes physiques appartenant à la même classe.

L'argument au cœur de la proposition de Batterman et Rice pour qualifier le modèle d'Ising de modèle minimal est cependant que, non seulement il permet des prédictions quantitatives sur des phénomènes réels, mais il permet également d'expliquer *pourquoi* le phénomène considéré (la valeur des exposants critiques) est justement *indépendant* des détails physiques microscopiques – c'est-à-dire expliquer précisément l'*universalité* de ces exposants critiques.

Cette explication de l'universalité des exposants critiques repose, comme indiqué précédemment, sur les méthodes du groupe de renormalisation, qui ont valu à Kenneth Wilson le prix Nobel de physique en 1982. Leur présentation détaillée dépasse le cadre de cet article⁴⁴. On peut cependant indiquer que le cœur du raisonnement repose sur une étude systématique de la façon dont les propriétés physiques d'un système vont varier en fonction des hypothèses faites pour le représenter avec des modèles de plus en plus simplifiés. On considère pour cela le modèle d'Ising initial, et l'on construit une *suite de modèles d'Ising simplifiés*, décrivant toujours le même système initial, mais en « moyennant » successivement des détails, comme si l'on perdait de l'information en effectuant des zooms arrière successifs. La transformation qui définit cette suite est appelée transformation de renormalisation. Elle répond à la question : quel modèle donnerait le même comportement physique qu'un modèle d'Ising rendu « plus grossier » ? L'idée est que les propriétés observables à grande échelle sont celles qui vont « surnager » parmi les détails physiques, et donc précisément celles conservées dans les modèles simplifiés obtenus par cette procédure. On s'intéresse alors aux *points fixes* de cette transformation de renormalisation, c'est-à-dire les modèles d'Ising simplifiés « ultimes », dont la renormalisation ne peut plus éliminer aucun détail supplémentaire tout en conservant les propriétés physiques globales qui nous intéressent.

L'étude mathématique du point fixe nous donne alors le comportement en lois de puissance et les exposants critiques du modèle initial. Mais elle révèle aussi que différents modèles initiaux vont converger vers un même modèle « ultime » de point fixe lorsqu'on leur applique cette transformation de renormalisation. On peut alors délimiter une région dans cet espace mathématique abstrait où chaque point est un modèle possible, à l'intérieur de laquelle tous les modèles vont converger vers le même point fixe lorsqu'ils sont renormalisés. Tous les modèles situés à l'intérieur de cette région présenteront donc les mêmes lois physiques, avec les mêmes exposants, autour de leur température critique. Elle définit mathématiquement la classe d'universalité à laquelle appartient le modèle de départ, ici le modèle d'Ising. Si nous cherchions à rendre plus réaliste la description des ferro-aimants donnée par le modèle d'Ising, en introduisant des interactions plus complexes entre les flèches comme évoqué dans la section 2.2, ou en faisant varier la géométrie du réseau (carré, triangulaire, etc.) par exemple, la renormalisation conduirait au même point fixe, et donc aux mêmes propriétés critiques. On prouve que de telles modifications sur le modèle initial ne change-

⁴⁴ Voir N. Goldenfeld, *Lectures on Phase Transitions...*, *op. cit.*, ou en français M. Laguës et A. Lesne, *Invariances d'échelle : Des changements d'état à la turbulence*, Paris, Belin, 2003, pour une introduction.

ront pas sa classe d'universalité, et n'introduiront donc aucune différence dans les phénomènes critiques qui en découlent. En partant d'un modèle aussi grossier que celui d'Ising, on parvient ainsi à prouver rigoureusement que les fluides, les alliages binaires, ou les cristaux ferromagnétiques uniaxiaux, autour de leurs transitions de phase respectives, appartiennent à la même classe d'universalité que le modèle d'Ising. Les éléments microscopiques en jeu et leurs interactions sont chaque fois de nature très différente, de même que les températures auxquelles se déroule la transition, mais le comportement des grandeurs macroscopiques à l'approche de la transition sera quantitativement similaire. En conséquence, l'extrême simplicité du modèle d'Ising devient une force, en permettant des calculs que des modèles réalistes ne nous permettent pas et en mettant en lumière les paramètres minimaux pertinents.

Ce statut n'est pas propre au modèle d'Ising puisque d'autres modèles ont permis, à sa suite, d'explorer d'autres classes d'universalité. Ces nouvelles stratégies explicatives ont donné lieu au changement de point de vue sur les modèles en physique statistique, évoqué par Goldenfeld dans la citation présentée section 4.1. Pour les philosophes des sciences, il s'agit de déterminer si ces approches constituent un type spécifique d'explication, distinct des explications causales plus traditionnelles. L'approche causaliste de l'explication scientifique considère qu'une explication « idéale » consiste dans l'identification, parmi les éléments constituant le système considéré, de tous les facteurs ou mécanismes impliqués dans la réalisation du phénomène à expliquer. Différents auteurs comme Batterman ou Margaret Morrison ont mis en avant ces vingt dernières années l'explication de cette universalité dans les phénomènes critiques comme un exemple d'explication non-causale⁴⁵. En effet, l'explication à base de modèle minimal qu'on a vu plus haut ne paraît pas reposer sur l'identification de tels facteurs. Non seulement les interactions entre flèches du modèle d'Ising ne semblent pas capturer, même de manière approchée, les interactions à l'œuvre dans les fluides par exemple, mais la preuve de l'universalité des comportements critiques procède par élimination de ces interactions, à travers la transformation de renormalisation. « Améliorer » le modèle d'Ising au sens d'un modèle approché, en réduisant les simplifications qu'il contient pour décrire plus fidèlement les processus à l'œuvre, ne produira pas une explication meilleure, cela ne fera que rendre moins accessible le résultat mathématique recherché. D'autres auteurs ont attaqué depuis cette thèse, en arguant que cette explication, en procédant à partir d'interactions microscopiques même fortement idéalisées, permettait bien d'expliquer l'universalité en termes de processus causaux⁴⁶. D'autres encore ont proposé, comme l'un de nous (Quentin Rodriguez), de l'analyser comme un type hybride d'explication, qui mêlerait de façon non triviale un rôle indispensable des idéalizations mathématiques avec des interprétations physiques du modèle⁴⁷.

⁴⁵ Voir entre autres R. W. Batterman, *The Devil in the Details*, *op. cit.* ; M. Morrison, « Non-Causal Character of Renormalization Group Explanations », dans A. Reutlinger et J. Saatsi (dir.), *Explanation beyond Causation: Philosophical Perspectives on Non-Causal Explanations*, Oxford, Oxford University Press, 2018, p. 206-227.

⁴⁶ Notamment E. Sullivan, « Universality Caused: The Case of Renormalization Group Explanation », *European Journal for Philosophy of Science* 9, 2019, 36.

⁴⁷ Q. Rodriguez, « Idealizations and Analogies: Explaining Critical Phenomena », *Studies in History and Philosophy of Science Part A* 89, 2021, p. 235-247.

Conclusion

Dans cet article, nous avons vu comment le modèle d'Ising a été tour à tour conçu comme un modèle approché, un modèle-jouet, puis un modèle minimal, en remplissant successivement différentes fonctions épistémiques. Wilhelm Lenz et Ernst Ising ont d'abord proposé dans les années 1920 un modèle microscopique des solides pour expliquer l'apparition d'une aimantation dans certains matériaux. Ce modèle est « approché » au sens où il était considéré comme fournissant une représentation réaliste de la matière, et qu'il repose sur des idéalizations pouvant en principe être corrigées et améliorées. Mais le modèle d'Ising – un modèle classique, incompatible avec les principes de la mécanique quantique –, fut ensuite discrédité comme représentation microscopique fiable des matériaux magnétiques. Il est cependant resté utile comme « modèle-jouet » pour l'étude qualitative et la compréhension de divers phénomènes de transitions de phase, baptisés phénomènes coopératifs. À partir des années 1960, il va être à nouveau considéré comme un bon modèle pour les phénomènes magnétiques, non parce qu'il fournit une représentation crédible des composants élémentaires et de leurs interactions, mais parce qu'il permet de faire des prédictions quantitatives sur les comportements de grandeurs physiques macroscopiques près des transitions de phase critiques. Plus précisément, le modèle d'Ising permet d'expliquer l'universalité de ces grandeurs près des transitions, à savoir le fait que des systèmes physiques très différents tendront à présenter un comportement similaire. C'est ainsi comme « modèle minimal », modèle qui saisit les propriétés essentielles d'un phénomène en permettant l'élimination systématique des paramètres non pertinents, qu'il revient sur le devant de la scène dans les sciences physiques, ainsi que dans les discussions philosophiques sur le rôle des modèles dans l'explication et la compréhension des phénomènes physiques.

Vincent Ardourel, IHPST, CNRS-Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne

Quentin Rodriguez, Université Clermont Auvergne, UR Philosophies & Rationalités, F-63000 Clermont-Ferrand

Vincent Ardourel et Quentin Rodriguez ont contribué également à la conception et à la rédaction de l'article. La présentation et l'analyse historique du modèle d'Ising ont été plus particulièrement assurées par QR, sur la base de sa thèse de doctorat. Ce travail est en partie financé par le projet ASYMPTOPHYS (ANR-22-CE54-0002) hébergé par l'IHPST (UMR8590), et dont le coordinateur scientifique est VA.