



HAL
open science

Une nouvelle approche de type milieux continus généralisés pour modéliser la croissance de la colonne vertébrale

Natalia Mühl Castoldi, Madge Martin, Maria Antico, Peter Pivonka, Vittorio Sansalone

► To cite this version:

Natalia Mühl Castoldi, Madge Martin, Maria Antico, Peter Pivonka, Vittorio Sansalone. Une nouvelle approche de type milieux continus généralisés pour modéliser la croissance de la colonne vertébrale. 25e Congrès Français de Mécanique,, Aug 2022, Nantes, France. hal-04281700

HAL Id: hal-04281700

<https://hal.science/hal-04281700>

Submitted on 13 Nov 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Une nouvelle approche de type milieux continus généralisés pour modéliser la croissance de la colonne vertébrale

N. M. CASTOLDI^{a,b}, M. MARTIN^a, M. ANTICO^b, P. PIVONKA^b, V. SANSALONE^a

a. Univ Paris Est Creteil, Univ Gustave Eiffel, CNRS, UMR 8208, MSME, F-94010 Créteil, France. natalia.muhl-castoldi@u-pec.fr, madge.martin@u-pec.fr, vittorio.sansalone@u-pec.fr

b. School of Mechanical, Medical and Process Engineering, Queensland University of Technology. Brisbane City, Australia. m2.antico@qut.edu.au, peter.pivonka@qut.edu.au

Résumé :

Les tissus biologiques ont la capacité de s'adapter à leur environnement par des mécanismes tels que la croissance et le remodelage. Une croissance anormale des tissus peut entraîner différentes pathologies, notamment au niveau de la colonne vertébrale, comme les troubles de la croissance et la scoliose. Ainsi, comprendre les mécanismes de la croissance et être capable de modéliser ce phénomène peut aider à comprendre les effets néfastes de certaines pathologies, voire à les contrer. Cependant, la modélisation des phénomènes de croissance reste un défi majeur en mécanique des milieux continus. Ainsi, motivé par l'étude de la croissance saine et anormale de la colonne vertébrale chez les adolescents et les patients scoliotiques, ce travail vise à proposer une nouvelle approche pour modéliser la croissance volumique s'inscrivant dans le cadre de la mécanique des milieux continus généralisés. L'avantage de cette approche est double : d'une part, elle permet de représenter à la fois des stimuli de croissance mécaniques et biochimiques ; d'autre part, la loi de croissance est construite de façon à satisfaire en amont la compatibilité thermodynamique.

Abstract :

Biological tissues have the ability to adapt to their environment through mechanism such as growth and remodeling. Abnormal tissue growth can result in different pathologies, namely on the spine, such as growth disorders and scoliosis. Therefore, understanding the mechanisms of growth and being able to model this phenomenon can help to understand the adverse effects of certain pathologies, and even to counter them. However, modeling growth phenomena remains a major challenge in continuum mechanics. Thus, motivated by the study of healthy and abnormal spinal growth in adolescents and scoliotic patients, this work aims to propose a new approach to model bulk growth in the framework of generalized continuum mechanics. The advantage of this approach is twofold: on the one hand, it allows to take into account both mechanical and biochemical growth stimuli. On the other hand, the growth law is constructed in such a way to enforce a priori thermodynamic compatibility.

Mots clefs : Croissance ; milieux continus généralisés ; thermodynamique ; biomécanique

1 Introduction

Les matériaux du vivant ont la capacité de s'adapter à leur environnement mécanique et biochimique à travers des mécanismes divers tels que la croissance et le remodelage. Regardée à travers le prisme de la mécanique des milieux continus, la croissance d'un élément de matériau est associée à une variation de sa masse et de sa forme à repos (c'est-à-dire, après avoir relâché les contraintes). Bien que la croissance soit un phénomène tout d'abord physiologique, de nombreuses pathologies donnent lieu à une croissance pathologique des tissus, telles que l'invasion tumorale, le sur- ou sous-chargement des os et de nombreuses pathologies cardiaques [1]. Ainsi, comprendre les mécanismes de la croissance et être capable de modéliser ce phénomène peut contribuer, d'une part, à expliquer le développement physiologique des tissus et, d'autre part, à appréhender les effets néfastes de certaines pathologies, voire à les contrer en développant des traitements personnalisés pour modifier, contrôler ou inverser la progression des maladies. Les outils d'ingénierie classiques fournissent aujourd'hui des informations précieuses dans bien des domaines de la biomécanique. Pourtant, la modélisation des phénomènes de croissance reste un défi majeur en mécanique des milieux continus.

Dans ce contexte, ce travail présente et discute un modèle de croissance volumique mis en place dans le cadre de la théorie de la mécanique des milieux continus généralisés [2] tel que proposée par DiCarlo et Quiligotti [3]. Cette formulation introduit une nouvelle configuration cinématique, qui décrit une déformation de croissance irréversible. La déformation (totale) d'un élément de matériau est ainsi décomposée de manière multiplicative en une déformation de croissance (soit une transformation de l'état local à contrainte nulle, appelé état relâché) accompagnée d'une déformation élastique. Comme la déformation due à la croissance est généralement incompatible, la compatibilité de la configuration finale est récupérée par la partie élastique de la déformation, ce qui explique la présence de contraintes résiduelles dans les tissus même en absence de charges mécaniques [4]. La loi de croissance d'un élément de matériau, traduisant l'évolution de sa configuration relâchée, est obtenue en s'appuyant sur des formulations généralisées du principe des puissances virtuelles et du principe de dissipation, ce qui permet de satisfaire en amont la compatibilité thermodynamique de la théorie.

Dans ce papier, la théorie générale est précisée pour répondre à une problématique clinique réelle, à savoir la déformation pathologique et progressive de la colonne vertébrale chez les patients atteints de scoliose idiopathique de l'adolescent (SIA). Ainsi, en s'appuyant sur des simulations aux éléments finis, nous avons étudié la croissance du rachis dans des conditions à la fois physiologiques et pathologiques pour, à terme, proposer des pistes de réflexion aux cliniciens travaillant dans ce domaine.

2 Méthodes

2.1 Cinématique et équilibre

La déformation d'un élément de volume de la configuration de référence à la configuration finale est décrite par le gradient de la transformation ($\nabla \mathbf{p}$). Lorsqu'il y a de la croissance, ce dernier entraîne à la fois des déformations de croissance (\mathbb{P}) et des déformations élastiques (\mathbf{F}). La déformation de croissance décrit une configuration intermédiaire, sans contrainte, par rapport à laquelle se mesure la déformation élastique :

$$\nabla \mathbf{p} = \mathbf{F}\mathbb{P} \quad (1)$$

Les déformations de croissances et élastiques peuvent être liées à des stimuli de natures mécaniques ou biochimiques. Afin de prendre en compte cette double nature des stimuli mis en jeu, nous nous sommes appuyés sur une formulation généralisée du principe des puissances virtuelles [2,3]. Nous avons ainsi postulé une expression de la puissance virtuelle faisant apparaître à la fois des forces mécaniques et biochimiques :

$$\mathcal{P}(\mathbf{v}, \mathbb{V}) = \int_{\mathcal{B}} (\mathbf{b} \cdot \mathbf{v} - \mathbf{S} \cdot \nabla \mathbf{v}) dV + \int_{\partial \mathcal{B}} \mathbf{t} \cdot \mathbf{v} dS + \int_{\mathcal{B}} (\mathbb{B} \cdot \mathbb{V} - \mathbb{C} \cdot \mathbb{V}) dV \quad (2)$$

Dans cette expression, \mathcal{B} représente le corps (ou une partie) et $\partial \mathcal{B}$ sa frontière dans sa configuration de référence. En outre, \mathbf{v} représente la vitesse virtuelle totale et \mathbb{V} la vitesse virtuelle de croissance. Les forces mécaniques sont traitées de façon classique et sont représentées par une force volumique \mathbf{b} et une force surfacique \mathbf{t} . En outre, \mathbf{S} représente le tenseur des contraintes de Piola. Les forces biochimiques représentent la rétroaction mécanique des stimuli biochimiques de croissance et se divisent en deux catégories : externe \mathbb{B} et interne \mathbb{C} . La dichotomie entre \mathbb{B} et \mathbb{C} est semblable à celle entre (\mathbf{b}, \mathbf{t}) d'une part et \mathbf{S} d'autre part. Ainsi, le tenseur \mathbb{B} représente le stimulus de croissance exercé par l'environnement externe. En revanche, \mathbb{C} est lié à l'état du corps par une loi de comportement, dont l'expression sera donnée plus loin en s'appuyant sur une formulation généralisée du principe de dissipation.

En demandant que la puissance virtuelle totale soit nulle pour toute vitesse virtuelle (\mathbf{v}, \mathbb{V}) , on obtient des équations d'équilibre généralisées pour les forces mécaniques et biochimiques, respectivement :

$$\operatorname{div} \mathbf{S} + \mathbf{b} = 0 \text{ en } \mathcal{B}, \quad \mathbf{S} \mathbf{n} + \mathbf{t} = 0 \text{ sur } \partial \mathcal{B} \quad (3a)$$

$$-\mathbb{C} + \mathbb{B} = 0 \text{ en } \mathcal{B} \quad (3b)$$

2.2 Modèle de Croissance

Notre théorie constitutive s'appuie sur deux notions principales imposant des restrictions aux lois de comportement à établir pour \mathbf{S} et \mathbb{C} : l'axiome d'objectivité et le principe de dissipation. Cette dernière stipule que la puissance des forces extérieures généralisées doit dépasser le taux de la densité d'énergie libre. En supposant qu'aucune dissipation n'est associée à la déformation élastique, on obtient la loi de comportement des contraintes élastiques :

$$\mathbf{S} = J_{\mathbb{P}} \frac{d\check{\psi}}{d\mathbf{F}} \mathbb{P}^{-T} \quad (4)$$

où $J_{\mathbb{P}} = \det(\mathbb{P})$ et $\check{\psi}$ est la densité d'énergie libre sur la configuration relâchée, dépendant uniquement de \mathbf{F} . En outre, on arrive à écrire une équation de dissipation réduite ne faisant apparaître que la dissipation liée à la croissance :

$$\mathbb{C}_+ \cdot \mathbb{V} \geq 0 \quad (5)$$

où $\mathbb{V} = \dot{\mathbb{P}} \mathbb{P}^{-1}$ est la vitesse de croissance et $\mathbb{C}_+ = \mathbb{B} - \mathbb{C}_E$ est la dissipation liée à la croissance, différence entre un terme « source » \mathbb{B} et un terme « Eshelbien » $\mathbb{C}_E = \check{\psi} \mathbf{I} - \mathbf{F}^T \frac{d\check{\psi}}{d\mathbf{F}} = \check{\psi} \mathbf{I} - J_{\mathbb{P}}^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{S} \mathbb{P}^T$ (\mathbf{I} étant le tenseur identité du second ordre). Dans un premier temps et dans un souci de simplicité, nous avons considéré \mathbb{C}_+ comme une fonction linéaire de \mathbb{V} , à savoir $\mathbb{C}_+ = \alpha \dot{\mathbb{P}} \mathbb{P}^{-1}$, ce qui permet de vérifier l'inégalité (5). Cette hypothèse conduit à une loi de croissance thermodynamiquement compatible qui s'écrit :

$$\dot{\mathbb{P}} = \alpha^{-1}(\mathbb{B} - \check{\psi}\mathbf{I} + J_{\mathbb{P}}^{-1}\mathbf{F}^T\mathbf{S}\mathbb{P}^T)\mathbb{P} \quad (6)$$

où α est un scalaire positif représentant la résistance à la croissance (la vitesse de croissance diminue à l'augmenter de la valeur de α). À noter que la loi de comportement de \mathbb{C} s'écrit : $\mathbb{C} = \mathbb{C}_E + \mathbb{C}_+$.

2.3 Simulations numériques

Pour valider l'implémentation du modèle de croissance proposé et la reconstruction géométrique, des études préliminaires ont été réalisées. Le modèle numérique du rachis considéré dans nos simulations numériques inclut des vertèbres et des disques intervertébraux (DIV). Le rachis a été modélisé dans le logiciel commercial d'éléments finis (FE) COMSOL Multiphysics et les équations du modèle de croissance ont été implémentées en utilisant l'interface COMSOL pour la formulation faible. Dans toutes nos études préliminaires, le maillage a été constitué d'éléments tétraédriques avec une interpolation de Lagrange quadratique. Enfin, comme solveur a été choisi un algorithme multigrad itératif particulièrement adapté pour les problèmes fortement couplés.

Concernant le comportement des matériaux, les vertèbres et les DIV ont été considérés comme des corps homogènes et isotropes. Étant donné que la déformation élastique des vertèbres est considérablement faible dans les cas étudiés, une loi de comportement élastique linéaire a été utilisée pour le tissu osseux, caractérisée par le module d'Young E et le coefficient de Poisson ν . En outre, pour les DIV a été utilisée le modèle hyperélastique de Mooney-Rivlin à deux paramètres, caractérisé par les paramètres C_{10} , C_{01} et le module volumique κ [6]. Les valeurs des coefficients élastiques des vertèbres (E , ν) et des DIV (C_{10} , C_{01} et κ) ont été adaptées de la littérature ([5], respectivement [6]) et sont présentées dans le tableau 1.

Tableau 1. Propriétés élastiques des corps vertébraux et des disques intervertébraux (adaptées de [5] et [6])

E [GPa]	ν [-]	C_{10} [MPa]	C_{01} [MPa]	κ [MPa]
1	0.3	5.51	1.37	0.0145

3 Résultats et discussion

L'une des caractéristiques principales de notre modèle est la possibilité de prendre en compte des stimuli biochimiques (via le tenseur \mathbb{B}) de croissance. Dans un premier temps, nous nous sommes concentrés sur l'identification de ces stimuli dans des conditions physiologiques. Pour simuler la croissance physiologique de la colonne vertébrale, nous avons modélisé une colonne vertébrale saine. Étant donné la difficulté d'obtenir des données d'imagerie d'enfants sains, nous avons utilisé des images à haute résolution en libre accès du Visible Human Project [7] pour la reconstruction de la géométrie. À partir de ces données, nous avons créé un modèle simplifié de colonne vertébrale dans le plan sagittal. Ce modèle inclut les vertèbres thoraciques (T1 à T12, du haut vers le bas) et lombaires (L1 à L5, du haut vers le bas), ainsi que les IVD. Nous avons encastré la surface inférieure de la vertèbre L5 et bloqué le déplacement horizontal (plan xy) de la surface supérieure de la vertèbre T1. Nous avons appliqué un stimulus de croissance sur toutes les vertèbres dans la direction verticale z , soit $\mathbb{B} = \mathbb{b} \mathbf{e}_z \otimes \mathbf{e}_z$, et négligé les charges mécaniques. Ainsi, \mathbb{b} englobe aussi l'effet du poids corporel dans la croissance physiologique saine. Le stimulus de croissance biologique efficace $\alpha^{-1}\mathbb{b}$ dans la direction verticale a été identifié sur la base de données cliniques [8]. La croissance a été simulée pendant 12 ans (de 6 à 18 ans).

Nos résultats numériques sont en excellent accord avec les données de la littérature en ce qui concerne le taux de croissance et la longueur de la colonne vertébrale (Fig. 1A), soutenant ainsi notre identification du stimulus de croissance efficace $\alpha^{-1}b$ dans des conditions physiologiques. Cependant, faute de données plus précises, un stimulus de croissance uniforme a été appliqué à toutes les vertèbres, ce qui a entraîné une croissance presque uniforme sur l'ensemble de la colonne vertébrale (Fig. 1B). De plus, la courbure de la colonne vertébrale diminue au fur et à mesure de la croissance, ce qui n'est pas physiologique. L'identification du stimulus de croissance efficace sera améliorée dans nos travaux futurs.

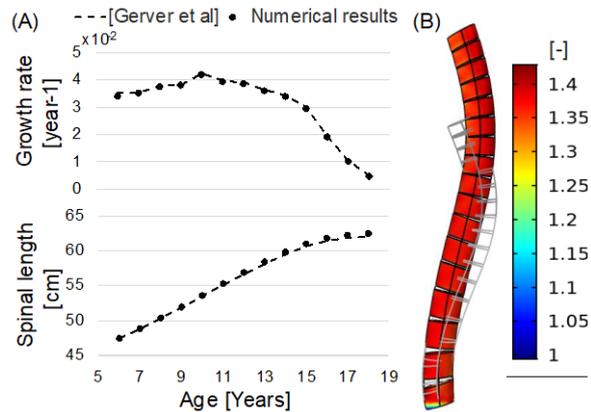


Figure 1 Croissance physiologique. (A) Taux de croissance et longueur de la colonne vertébrale ; (B) Croissance dans la direction z (\mathbb{P}_{zz}) dans la configuration finale.

Dans une deuxième étude, les effets des charges gravitationnelles sur la colonne vertébrale ont été étudiés dans le cas d'une pathologie rachidienne, comme la scoliose. Dans ce cas, la géométrie a été reconstruite à partir de données d'imagerie (radiographie dans le plan frontal) d'un adolescent atteint de scoliose idiopathique de l'adolescent (SIA), et l'évolution de la scoliose a été simulée pendant 8 ans. Comme proposé en littérature, le poids du corps a été distribué sur les différentes vertèbres, à savoir 14% sur la première vertèbre thoracique (T1) et 2,6% sur les autres [9]. Comme dans l'étude précédente, L5 est encastrée et T1 est bloquée dans le plan horizontal (xy). La géométrie du modèle et les liaisons cinématiques sont montrées sur la Fig. 2A.

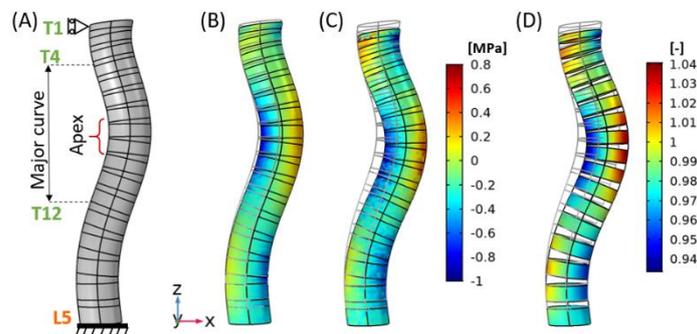


Figure 2 Modèle simplifié de la colonne thoracolombaire d'un patient atteint de SIA (plan frontal) (A) Géométrie et BC ; (B) Modèle purement élastique : contrainte de Piola dans la direction z (S_{zz}) ; (C) Modèle de croissance : Contrainte longitudinale de Piola (D) Croissance longitudinale.

La figure 2B présente les résultats d'un modèle purement élastique (plan frontal) : on peut remarquer une petite déformation de la colonne et des contraintes de compression dans les régions concaves du

rachis. Les résultats obtenus par le modèle de croissance (Fig. 2C et 2D) montrent des différences importantes par rapport au modèle élastique. D'une part, on peut observer une augmentation considérable de la déformation et de la courbure de la colonne, liée à une croissance différentielle dans les régions convexes et concaves de la colonne (Fig. 2D), ce qui se traduit par une déformation résiduelle des vertèbres et peut être associé au phénomène de *wedging* observé dans les patients atteints de SIA [10]. De plus, des contraintes positives importantes sont observées dans les régions convexes de la colonne vertébrale (Fig. 2C). Ces résultats montrent les limites d'un modèle élastique et l'importance d'utiliser des modèles de croissance pour l'étude de l'évolution de la scoliose.

4 Conclusion

Nos études préliminaires ont présenté des résultats encourageants malgré la simplicité des modèles numériques utilisés. Pour une colonne vertébrale saine, la simulation de la croissance physiologique a montré une excellente corrélation avec l'évolution de la longueur de la colonne vertébrale pendant tout le processus de croissance. En ce qui concerne la colonne vertébrale scoliotique, nos résultats reproduisent le phénomène de *wedging* des vertèbres observées dans les patients scoliotiques. En particulier, ils montrent l'importance des modèles de croissance pour l'étude de l'évolution de la scoliose. Enfin, nous pouvons conclure que notre théorie a montré son potentiel pour décrire la croissance rachidienne. Les prochaines étapes de notre travail porteront sur l'amélioration de la description de la géométrie et des matériaux de la colonne vertébrale ainsi que des charges mécaniques, l'identification des stimuli de croissance non uniformes, ainsi que le développement d'un modèle mécanobiologique de ceux-ci permettant d'intégrer la biologie dans la loi de croissance.

Remerciements

Ce travail a été partiellement financé par CNRS/IRP Coss&Vita entre la Fédération Francilienne de Mécanique (F2M, CNRS FR2609) et M&MoCS, et par la Société de Biomécanique.

Références

- [1] Kuhl E., (2014). Growing matter: A review of growth in living systems. *J Mech Behav Biomed Mater*, 29: 529-543.
- [2] Germain P (1973). The Method of Virtual Power in Continuum Mechanics. Part 2: Microstructure. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 25(3):556–575
- [3] DiCarlo A, Quiligotti S. (2002). Growth and balance. *Mech Res Commun*, 29:449–456.
- [4] Fung Y.C. and Lui S.Q (1992). Strain distribution in small blood vessels with zero-stress state taken into consideration. *Am J Physiol*, 262(2 Pt 2):H544-52
- [5] Gibson, L. J. (2003). Cellular solids. *Mrs Bulletin*, 28(4), 270-274.
- [6] Lalonde, N. M., Villemure, I., Pannetier, R., Parent, S., & Aubin, C. É. (2010). Biomechanical modeling of the lateral decubitus posture during corrective scoliosis surgery. *Clinical biomechanics*, 25(6), 510-516.
- [7] Spitzer V., Ackerman M. J., Scherzinger A. L., and Whitlock D. (1996). The visible human male: a technical report. *Journal of the American Medical Informatics Association*, 3(2):118–130.
- [8] Gerver, W. J. M. and Bruin, R (2011). *Paediatric morphometrics: a reference manual*.
- [9] Schultz, A. B., & Andersson, G. B. (1981). Analysis of loads on the lumbar spine. *Spine*, 6(1), 76-82.
- [10] Scherrer S.A., Begon M., Leardini A., Coillard C., Rivard C.H., and Allard P. (2013). Three-Dimensional Vertebral Wedging in Mild and Moderate Adolescent Idiopathic Scoliosis. *PLoS One*, 8(8):e71504