

Étude numérique de la réduction des fluctuations des efforts hydrodynamiques d'une plaque déformable en mouvement dans un écoulement turbulent

Paul Brousseau, Mustapha Benaouicha, Sylvain Guillou

▶ To cite this version:

Paul Brousseau, Mustapha Benaouicha, Sylvain Guillou. Étude numérique de la réduction des fluctuations des efforts hydrodynamiques d'une plaque déformable en mouvement dans un écoulement turbulent. 25e Congrès Français de Mécanique, Nantes, 29 août-2 septembre 2022, Aug 2022, Nantes, France. hal-04281681

HAL Id: hal-04281681 https://hal.science/hal-04281681

Submitted on 13 Nov 2023 $\,$

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Étude numérique de la réduction des fluctuations des efforts hydrodynamiques d'une plaque déformable en mouvement dans un écoulement turbulent

P. BROUSSEAU^a, M. BENAOUICHA^{a, b}, S. GUILLOU^b

a. LUSAC, Université de Caen Normandie, EA4312, Cherbourg-En-Cotentin, paul.brousseau-ext@segula.fr, sylvain.guillou@unicaen.fr.
b. Segula Technologies, Cellule de Recherche & Innovation en ingénierie Navale et Energie, 9 av. Edouard Belin, Rueil-Malmaison, mustapha.benaouicha@segula.fr.

Résumé :

Cette étude présente une modélisation numérique de la dynamique d'une plaque 2D partiellement flexible, immergée dans un écoulement fluide turbulent. La plaque est animée d'un mouvement de tangage forcé. Les effets de la flexibilité du bord d'attaque, induite par l'écoulement fluide, sur l'évolution temporelle des efforts hydrodynamiques sont analysés. Le problème couplé fluide-structure est résolu, pour la prise en compte des déformations de la plaque, grâce à un schéma de couplage partitionné implicite. Les équations de Navier-Stokes en formulation ALE et l'équation d'élasticité non-linéaire sont résolues en utilisant la méthode des volumes finis. Selon la fréquence du tangage, il est montré qu'un bord d'attaque flexible peut atténuer ou amplifier l'amplitude de la force de poussé, sans modifier sa valeur moyenne.

Abstract :

This study presents a numerical modeling of the dynamics of a partially flexible 2D plate, immersed in a turbulent fluid flow. The plate is animated with a forced pitching movement. The effects of the leading edge flexibility induced on the temporal evolution of the hydrodynamic forces are analyzed. The effects of the fluid-structure interaction, and therefore the deformations of the plate, are taken into account thanks to an implicit partitioned coupling scheme. The Navier-Stokes equations in ALE formulation and the non-linear elasticity equation are solved using the finite volume method. Depending on the pitching frequency, it is shown that the flexibility of the leading edge of the plate can mitigate or amplified the thrust amplitude without modifying its mean value.

Mots clefs : Interaction fluide-structure ; Simulation numérique ; Plaque en tangage ; Structure déformable

1 Introduction

Grâce notamment au biomimétisme et à l'aéronautique, la propulsion des structures oscillantes a été largement analysée depuis des décennies afin de comprendre les bases de la génération de la poussée et donc d'améliorer les performances hydrodynamiques des mécanismes sous-jacents [1–3]. De nombreuses recherches scientifiques et industrielles, utilisant des approches expérimentales et numériques, ont permis des avancées majeures dans les domaines de la dynamique des fluides autour des structures mobiles, mais également de la dynamique des structures mobiles dans un écoulement fluide [4].

L'objectif principal de ces études est d'augmenter l'efficacité hydrodynamique d'une structure oscillante avec des matériaux flexibles. Cependant, la flexibilité de la structure peut générer des efforts dont les fluctuations sont plus importantes que lorsque celle-ci est rigide. Ces fluctuations représentent un défi majeur car elles peuvent conduire à des défaillances plus rapides dues à la fatigue des matériaux. En effet, les atténuer sans affecter les valeurs des efforts moyens pourrait augmenter la fiabilité des systèmes utilisant des structures oscillantes [5,6]. De récentes études montrent que des pales partiellement flexibles, utilisées pour la récupération d'énergie (système hydrolien), sont particulièrement efficaces pour atténuer les fluctuations des efforts hydrodynamiques et ce, sans modifier leurs valeurs moyennes. En outre, il a été montré qu'une pale partiellement déformable pourrait améliorer l'efficacité hydrodynamique du système [7–9].

Alors que la plupart des travaux se sont concentrés sur l'étude de l'impact de la flexibilité du bord de fuite (TE), il a été démontré que le bord d'attaque (LE) peut contribuer à l'extraction de jusqu'à 47% de la puissance totale récupérée par une plaque en mouvement [10]. Il a été prouvé expérimentalement qu'une aile possédant un bord d'attaque déformable génère un meilleur rapport portance/traînée pour la plupart des angles d'attaque étudiés [11]. D'autres travaux se sont intéressés à l'analyse des effets sur l'efficacité énergétique des déformations forcées du bord d'attaque des pales d'un dispositif d'extraction d'énergie. Dans le meilleur des cas, ces déformations permettent d'améliorer l'efficacité énergétique de 25% [12].

Cependant, l'impact des déformations induites du bord d'attaque d'une structure oscillante avec un bord de fuite rigide sur les efforts hydrodynamiques reste un sujet encore peu étudié. Globalement, les études concluent que les structures flexibles nécessitent un réglage approprié de leur flexibilité par rapport à leur dynamique. En outre, il n'existe pas d'études dans la littérature sur la modélisation numérique des déformations induites par l'écoulement du bord d'attaque de la structure, en tenant compte de l'interaction fluide-structure (IFS), et de leurs effets sur les efforts hydrodynamiques. En effet, la plupart d'entre elles se sont concentrées sur une structure entièrement flexible [13, 14] ou sur l'effet d'un TE flexible [15, 16], représentant les systèmes de volets pour les ailes.

Cet article est organisé comme suit. La formulation mathématique du problème et les méthodes numériques utilisées pour sa résolution sont présentées dans la section 2. Les résultats obtenus et leurs validations expérimentales sont discutés dans la section 3. Enfin, une conclusion générale est tirée dans la section 4.



FIGURE 1 – Description du domaine fluide et des frontières fluides.

2 Modèle et résolution

2.1 Cas d'étude

Une plaque 2D mobile et partiellement flexible immergée dans un écoulement turbulent dont le nombre de Reynolds est $Re = 10^4$ (Fig. 1) est considéré. Elle est animée d'un mouvement de tangage dont l'amplitude est $\alpha_0 = 10^\circ$ et sa fréquence réduite ($k = \pi f c/U_{\infty}$) varie de 0.7 à 50 (Eq. 1). La plaque tourne autour de son axe de tangage (O, z) situé à la distance c_f du bord d'attaque (LE), comme le montre la figure 2.

$$\alpha(t) = \alpha_0 \sin\left(\frac{2kU_{\infty}}{c}t\right) \tag{1}$$

La vitesse amont est $U_{\infty} = 0.1$ m/s et l'épaisseur et la corde de la plaque sont respectivement e = 6mm et c = 0.1m. Deux matériaux de flexibilité différente sont considérés pour cette étude. Le premier est l'acier, avec un module d'Young E = 2900GPa. Celui-ci est utilisé pour faire des comparaisons avec les données expérimentales. Le module de Young du second matériau est E = 0.29MPa. La plaque est constituée de deux parties, l'une flexible et l'autre indéformable. Le paramètre sans dimension l_f est défini par le rapport entre la longueur de la partie flexible de la plaque c_f , qui se déforme sous l'effet des efforts hydrodynamiques, et la corde c (Fig. 2). Pour cette analyse, une seule valeur de l_f est prise en compte : $l_f = 1/5$. Afin de simplifier la discussion des résultats, et par abus de langage, le bord d'attaque représentera le domaine gris de la plaque et le bord de fuite représentera le domaine vert (Fig. 2).

2.2 Résolution numérique

2.2.1 Modèle numérique

La dynamique de l'écoulement instationnaire et incompressible est régie par les équations de Navier-Stokes en formulation arbitraire-lagrangienne-eulérienne (Eq. (2)). Le modèle SST $k - \omega$ est utilisé pour prendre en compte les effets de la turbulence [17]. L'algorithme PISO (Pressure-Implicit with Splitting of Operators) est appliqué pour résoudre le couplage pression-vitesse. Dans cette étude, le nombre de Courant (CFL) est limité à 1. Enfin, la vitesse arbitraire du domaine fluide u_g est donnée par la solution de l'équation de diffusion anisotrope [14]. Les déformations élastiques de la structure sont régies par l'équation (3) et par le modèle de Saint-Venant-Kirchhoff. Les conditions aux limites



a) Plaque en configuration initiale.



b) Plaque en mouvement et déformée.

FIGURE 2 – Description du domaine structure. Le domaine gris est déformable tandis que que domaine vert est indéformable.

et les conditions initiales pour le domaine de la structure sont également données. Le code numérique utilisé pour résoudre les équations de la dynamique de la structure est basé sur la méthode des volumes finis [18, 19]. La discrétisation en temps des équations (2) et (3) est effectuée avec le schéma implicite du second ordre *backward*.

$$\begin{cases}
\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho[(u - u_g) \cdot \nabla] u = -\nabla p + \mu \Delta u \\
\nabla \cdot u = 0 \\
u = u_{\infty} \quad \text{sur } \Gamma_i \\
u = \dot{\xi} \quad \text{sur } \Gamma_{fs} \\
p = 0 \quad \text{sur } \Gamma_o \\
u_{t=0} = u_{\infty} \quad \text{sur } \Omega_f
\end{cases}$$
(2)

$$\begin{cases}
\rho_s \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_s + f_s \\
\boldsymbol{\sigma}_f \cdot \boldsymbol{n} = \boldsymbol{\sigma}_s \cdot \boldsymbol{n} \qquad \text{sur} \Gamma_{fs} \\
\boldsymbol{\xi}_{t=0} = 0 \\
\boldsymbol{\xi}_{t=0} = 0
\end{cases}$$
(3)



FIGURE 3 – Évolution du coefficient de traînée moyen $\langle C_D \rangle$ en fonction de la fréquence réduite *k* obtenu expérimentalement [15] (noir) et numériquement (blue).

où ρ et ρ_s sont respectivement la densité du fluide et du solide, u = (u, v) est le vecteur vitesse du fluide, p est la pression du fluide, σ_s et σ_f sont respectivement les tenseurs des contraintes de Cauchy dans la structure et dans le fluide, et μ est la viscosité dynamique du fluide. $u_{\infty} = (U_{\infty}, 0)$ et ξ sont respectivement le vecteur vitesse du fluide en amont et le vecteur vitesse locale de la structure. Les frontières du domaine fluide Γ_i , Γ_o et Γ_{fs} sont respectivement l'entrée de l'écoulement, la sortie et l'interface fluide-structure (Fig. 1). Le vecteur normal unitaire n aux frontières du domaine fluide est dirigé vers l'extérieur.

Enfin, le problème couplé fluide-structure est résolu avec un schéma de couplage implicite fort. Ainsi, pour assurer la convergence du schéma de couplage, les équations fluides et solides sont résolues plusieurs fois à chaque pas de temps [14, 20].

2.2.2 Discrétisations spatiales des domaines fluide et solide

La discrétisation du domaine fluide près de l'interface fluide-structure est régie par l'exigence du modèle de turbulence SST $k - \omega$. En effet, la distance adimensionnée y^+ de la première maille à l'interface fluide-structure Γ_{fs} satisfait $y^+ \leq 1$. Étant donné qu'un très bon accord avec les forces hydrodynamiques obtenues expérimentalement est observé (voir la discussion dans la section suivante), aucune étude d'indépendance en maillage n'est présentée dans cet article. En ce qui concerne la discrétisation du domaine solide, une étude d'indépendance en maillage a été réalisée dans [14] où une discrétisation identique est employée. Les maillages fluide et solide utilisés pour cette étude sont composés respectivement de 90000 et 1368 mailles.

3 Résultats et discussions

3.1 Comparaison et validation expérimentale

Le coefficient de traînée moyen $\langle C_D \rangle$ de la plaque rigide ($l_f = 0$), défini par l'équation (4), est calculé pour des fréquences réduites de tangage élevées $k \in [10; 50]$. Les résultats sont comparés aux données expérimentales [15]. Ici, le symbole $\langle \cdot \rangle$ représente la moyenne temporelle obtenue sur plusieurs cycles



FIGURE 4 – Évolution du coefficient de poussé moyen $\langle C_T \rangle$ en fonction de la fréquence réduite *k* obtenu pour le LE flexible (bleu) et rigide (noir).

de tangage.

$$\langle C_D \rangle = \left\langle \frac{2F_D}{\rho S U_{\infty}^2} \right\rangle \tag{4}$$

où F_D et S représentent respectivement la force de traînée et la surface de référence de la plaque.

Comme le montre la Fig. 3, la courbe représentant le coefficient de traînée moyen expérimental est globalement bien reproduite par la courbe représentant le coefficient de traînée obtenue numériquement. En effet, elles sont toutes les deux croissantes en fonction de la fréquence réduite k. Cependant, dans le cas d'une fréquence réduite élevée ($k \in [40; 50]$), un écart plus important a été constaté entre les courbes expérimentales et numériques, par rapport au cas d'une fréquence réduite basse ($k \in [10; 25]$). Néanmoins, dans cet article, les effets de flexibilité du bord d'attaque de la plaque sont analysés pour des valeurs de fréquences réduites faibles à modérées ($k \in [0; 10]$). Par conséquent, l'erreur commise numériquement est négligeable.

3.2 Analyse des résultats

3.2.1 Effet de la flexibilité du bord d'attaque sur la poussée moyenne

La moyenne temporelle du coefficient de poussée $\langle C_T \rangle$ pour les deux types de bord d'attaque est calculée en fonction des fréquences réduites *k* et affichée dans la Fig. 4. Le coefficient de poussée C_T est défini par l'équation (5) et représente la composante de la résultante des efforts hydrodynamiques projetée sur la direction de la corde de la plaque [3].

$$C_T = -C_D \cos(\alpha) + C_L \sin(\alpha) \tag{5}$$

Où $C_L = 2F_L / \rho SU_{\infty}$ est le coefficient de portance et F_L est la force de portance.

Les résultats montrent que la plaque passe d'un mode de traînée à un mode propulsif pour $k \simeq 2.4$. Cette transition est illustrée par le changement de signe de $\langle C_T \rangle$ [3,14]. En effet, une faible fréquence k génère un coefficient de poussée moyen négatif qui est caractéristique du mode de traînée, alors que k > 2.4 génère une poussée moyenne positive. De plus, pour la plupart des fréquences réduites, le coefficient de poussée moyen n'est pas vraiment influencé par la flexibilité du bord d'attaque. Cependant, pour la plus haute fréquence de tangage étudiée (k = 9.46), la flexibilité du bord d'attaque permet de générer



FIGURE 5 – (a) Évolution du coefficient de poussé généré par le bord d'attaque $C_{T,LE}$ et par le bord de fuite $C_{T,TE}$ pour le LE rigide (*R*-noir) et flexible (*F*-bleu) en fonction du temps pour k = 1.57. (b) Evolution du coefficient de poussé total $C_T = C_{T,LE} + C_{T,TE}$ généré par la plaque pour le LE rigide (*R*_{tot}-noir) et flexible (*F*_{tot}-bleu).

une poussée moyenne plus élevée.

3.2.2 Effet de la flexibilité du bord d'attaque sur la génération de la poussé

L'évolution temporelle du coefficient de poussée total, par exemple pour k = 1.57 (Fig. 5-b), montre que son amplitude peut être atténuée lorsque le bord d'attaque est flexible. Afin de montrer l'impact de la flexibilité du bord d'attaque sur la génération de la poussée, le coefficient de poussée total peut se décomposer comme la somme du coefficient de poussée généré par le bord d'attaque et celui généré par le bord de fuite de la structure (Eq. (6)), respectivement $C_{T,LE}$ et $C_{T,TE}$.

$$C_T = C_{T,LE} + C_{T,TE} \tag{6}$$

En examinant de plus près la génération de la poussée par les deux parties de la plaque (Fig. 5-a), il apparait que la poussée est principalement générée par le bord de fuite, qui représente 4/5 de la corde (Fig. 2). En revanche, la flexibilité du bord d'attaque n'a aucune influence sur la poussé générée par le bord de fuite, $C_{T,TE}$. Inversement, la poussée générée par le bord d'attaque, $C_{T,LE}$, dépend fortement de sa flexibilité (Fig. 5-a, courbes avec marqueurs + et ×). En effet, pour la fréquence réduite étudiée, l'amplitude de $C_{T,LE}$ est plus faible plus le cas flexible que pour le cas rigide.

3.2.3 Effet de la flexibilité du bord d'attaque sur l'atténuation de l'amplitude de la poussée

Le paramètre ζ (Eq. (7)) est défini afin de mesurer la différence d'amplitude relative entre le coefficient de poussé généré par la plaque flexible $C_{T,f}$ et par la plaque rigide $C_{T,r}$.

$$\zeta = \frac{\Delta C_{T,f} - \Delta C_{T,r}}{\Delta C_{T,r}} \tag{7}$$

Ici, $\Delta C_{T,f}$ et $\Delta C_{T,r}$ représentent l'amplitude crête à crête du coefficient de poussée, où les indices f et r représentent respectivement le matériau *flexible* et le matériau *rigide*. Ces deux amplitudes sont



FIGURE 6 – Évolution du paramètre ζ en fonction de la fréquence réduite k.

illustrées sur la Fig. 5.b, respectivement en bleu et en noir.

Pour le matériau flexible étudié ici, la Fig. 6) montre que l'amplitude du coefficient de poussée est atténuée pour les faibles fréquences réduites (k < 6.28). De plus, l'atténuation maximale du coefficient de poussée ($\zeta = -6\%$) est atteinte pour la fréquence de tangage la plus basse (k = 0.74). A l'inverse, la flexibilité du bord d'attaque tend à augmenter l'amplitude du coefficient de poussée pour les fréquences les plus élevées (k > 6.28). L'augmentation de l'amplitude du coefficient de poussé atteint sa valeur maximale ($\zeta = 9\%$) pour k = 9.42.

4 Conclusion

Les effets de la flexibilité du matériau du bord d'attaque sur les performances hydrodynamiques d'une plaque partiellement flexible en mouvement de tangage forcé, ont été étudiés numériquement. Les effets de l'interaction fluide-structure ont été pris en compte en résolvant le problème couplé avec un schéma implicite.

Les résultats sont obtenus pour différentes fréquences de tangage et des matériaux avec différents modules de Young, respectivement un matériau rigide et un matériau flexible. Un bon accord avec des résultats expérimentaux est d'abord obtenu et permet de valider le modèle.

Il est démontré qu'un bord d'attaque flexible peut, en fonction de la fréquences de tangage, atténuer ou amplifier l'amplitude de la poussée. En effet, pour les fréquences de tangage les plus faibles, le matériau flexible atténue l'amplitude de la poussée sans modifier sa valeur moyenne. Lorsque les fréquences de tangage sont plus élevées, le matériau flexible génère des amplitudes de poussée plus grandes que pour le cas rigide. Cependant, pour ces fréquences, les valeurs moyennes de poussée sont légèrement affectées par la flexibilité.

Les travaux futurs seront consacrés à l'étude de l'impact du nombre de Reynolds et du rapport de flexibilité de la plaque sur l'atténuation des efforts hydrodynamiques.

Remerciements

Ce travail a bénéficié des moyens de calcul mis à disposition par le mésocentre CRIANN (Centre Régional Informatique et d'Application Numériques de Normandie) et du Conseil Départemental de la Manche.

Références

- [1] Qing Xiao and Qiang Zhu. A review on flow energy harvesters based on flapping foils. *Journal of Fluids and Structures*, 46 :174–191, April 2014.
- [2] Florine Paraz, Lionel Schouveiler, and Christophe Eloy. Thrust generation by a heaving flexible foil : Resonance, nonlinearities, and optimality. *Physics of Fluids*, 28(1) :011903, January 2016.
- [3] Joseph Moubogha Moubogha, Uwe Ehrenstein, and Jacques André Astolfi. Forces on a pitching plate : An experimental and numerical study. *Applied Ocean Research*, 69 :27–37, December 2017.
- [4] Zhen-Yao Li, Li-Hao Feng, Johannes Kissing, Cameron Tropea, and Jin-Jun Wang. Experimental investigation on the leading-edge vortex formation and detachment mechanism of a pitching and plunging plate. *Journal of Fluid Mechanics*, 901, October 2020.
- [5] BR Murray, SB Leen, and CM Ó Brádaigh. Void distributions and permeability prediction for rotationally moulded polymers. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part L : Journal of Materials : Design and Applications*, 229(5) :403–418, October 2015.
- [6] Christopher R. Vogel and Richard H. J. Willden. Improving Tidal Turbine Performance Through Multi-Rotor Fence Configurations. *Journal of Marine Science and Application*, 18(1) :17–25, March 2019.
- [7] Abel Arredondo-Galeana, Anna M. Young, Amanda S. M. Smyth, and Ignazio Maria Viola. Unsteady load mitigation through a passive trailing-edge flap. *Journal of fluids and structures*, 106:103352, October 2021.
- [8] Ignazio Maria Viola, Gabriele Pisetta, Weidong Dai, Abel Arredondo-Galeana, Anna Young, and Amanda SM Smyth. Morphing blades : theory and proof of principles. In *The 14th European Wave and Tidal Energy Conference*, 2021.
- [9] Gabriele Pisetta, Robin Le Mestre, and Ignazio Maria Viola. Morphing blades for tidal turbines : A theoretical study. *Renewable Energy*, November 2021.
- [10] Fang-Bao Tian, John Young, and Joseph C. S. Lai. Improving power-extraction efficiency of a flapping plate : From passive deformation to active control. *Journal of Fluids and Structures*, 51:384–392, November 2014.
- [11] Yuzhu Li, Wenjie Ge, Jin Zhou, Yonghong Zhang, Donglai Zhao, Zhuo Wang, and Dianbiao Dong. Design and experiment of concentrated flexibility-based variable camber morphing wing. *Chinese Journal of Aeronautics*, May 2021.
- [12] Xiao-Dong Bai, Ji-Sheng Zhang, Jin-Hai Zheng, and Yong Wang. Energy extraction performance of a flapping wing with active elastic airbag deformation at the leading edge. *Ocean Engineering*, 228 :108901, May 2021.
- [13] Sujyesh Aanandh Manjunathan and Rajneesh Bhardwaj. Thrust generation by pitching and heaving of an elastic plate at low Reynolds number. *Physics of Fluids*, 32(7):073601, July 2020.
- [14] Paul Brousseau, Mustapha Benaouicha, and Sylvain Guillou. Fluid-structure interaction effects on the deformable and pitching plate dynamics in a fluid flow. *Applied Ocean Research*, 113:102720, August 2021.
- [15] Li-Ming Chao, Guang Pan, Yong-Hui Cao, Dong Zhang, and Guo-Xin Yan. On the propulsive performance of a pitching foil with chord-wise flexibility at the high Strouhal number. *Journal of Fluids and Structures*, 82 :610–618, October 2018.

- [16] Samane Zeyghami and Keith Moored. Effect of Nonuniform Flexibility on Hydrodynamic Performance of Pitching Propulsors. *Journal of Fluids Engineering*, 141, November 2018.
- [17] Florian R Menter. Improved two-equation k-omega turbulence models for aerodynamic flows. NASA STI/Recon Technical Report N, 93, 1992.
- [18] P. Cardiff, A. Karač, P. De Jaeger, H. Jasak, J. Nagy, A. Ivanković, and Ž Tuković. An open-source finite volume toolbox for solid mechanics and fluid-solid interaction simulations. *Mathematics*, *Physics - arXiv : Numerical Analysis*, August 2018.
- [19] Zeljko Tukovic, Aleksandar Karač, Philip Cardiff, Hrvoje Jasak, and Alojz Ivanković. Open-FOAM finite volume solver for fluid-solid interaction. *Transactions of FAMENA*, 42(3) :1–31, 2018.
- [20] Paul Brousseau, Mustapha Benaouicha, and Sylvain Guillou. Hydrodynamic Efficiency Analysis of a Flexible Hydrofoil Oscillating in a Moderate Reynolds Number Fluid Flow. *Energies*, 14(14):4370, January 2021.