HAL open science

Le sens de la formule, hommage à Gilles Châtelet

Bernard Teissier

To cite this version:

Bernard Teissier. Le sens de la formule, hommage à Gilles Châtelet. 2001. hal-04280690

HAL Id: hal-04280690

https://hal.science/hal-04280690v1

Preprint submitted on 14 Nov 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

LESENSDELAFORMULE

Hommage à Gilles Châtelet

B. Teissier
Equipe “ Géométrie et Dynamique”,
Institut Mathématique de Jussieu,
UMR 7586 du CNRS 175 Rue du Chevaleret F-75013 Paris, France.

bernard.teissier@imj-prg.fr

March 5, 2007

Une philosophie offensive ne saurait se contenter de ratiociner indéfiniment sur le "statut" des objets scientifiques. Elle doit se situer résolument aux avant-postes de l'obscur, en ne considérant pas l'irrationnel comme "diabolique" et réfractaire à l'articulation, mais comme ce par quoi des dimensions neuves peuvent advenir

Gilles Châtelet, *Les enjeux du mobile*.

1 INTRODUCTION

Enfin ! plus de deux siècles après Kant, notre culture commence à s'interroger sérieusement sur la domination de ce qu'il est convenu d'appeler la *rationalité* et sur ses limites. Un symptôme de la pertinence de cette interrogation est la résurgence d'écoles de pensée antiscientifiques, parfois d'origine religieuse. Il me semble qu'une partie de la désaffection de notre société pour les sciences provient d'un malentendu sur la nature de la pensée rationnelle, perçue comme ayant une assez forte composante inhumaine. Gilles Châtelet est, avec René Thom, un de ceux qui ont eu le courage, dans l'époque moderne, de souligner à quel point les sciences les plus rationnelles, et en particulier la physique et la mathématique, sont aussi des sciences humaines, c'est à dire dépendantes de la nature humaine.

En ce qui concerne Thom, à vrai dire, il s'agissait plutôt de créer un langage rationnel, d'origine mathématique, suffisamment souple et riche pour pouvoir parler de phénomènes, comme la création du langage ou les étapes de l'embryogénèse semblant devoir échapper à la pensée rationnelle classique. Et cela l'avait conduit à une vision de la signification des formes et de leur dynamique si novatrice qu'elle est encore bien mal comprise. Gilles Châtelet, en apparence dans la direction opposée, recherchait avec acharnement les points de bifurcation de la pensée, ces lieux mystérieux et embrumés où naissent les idées neuves, les grandes interrogations. Et il les cherchait dans notre humanité, dans nos gestes plutôt que dans le formalisme, tout en reconnaissant la valeur heuristique de ce dernier.

Tous deux, cherchant en apparence des choses différentes, étaient en fait deux des grands penseurs d'une rationalité *adulte*, si l'on accepte que la rationalité doit être

entendue comme un *dialogue suivant les règles de la pensée rationnelle* entre l'homme et son environnement. Il y a d'autres modes de dialogue, par exemple l'art ou la poésie.

De ce point de vue, le réductionnisme est la maladie infantile de la rationalité consistant à affirmer que le dialoguedoit se terminer un jour et que l'homme aura le dernier mot. Cela est contraire à toute vraisemblance même si l'homme a, dans des domaines où sa perception du monde est à la bonne échelle et même dans certains domaines où elle ne l'est pas, dit un grand nombre de choses qu'il trouve fort intéressantes et que la nature ne contredit pas.

Ce désir d'avoir le dernier mot diminue bien sûr beaucoup la qualité du dialogue, et il a une autre conséquence : il incite l'homme à se placer dans le rôle de Dieu[1], et ainsi à nier son humanité pour être bien certain d'avoir toujours raison (ce que l'on appelle aussi la recherche de l'objectivité, au nom de laquelle certains tirent sur tout ce qui semble relever de l'introspection, ou de la psychologie). Maladie infantile, vous dis-je !.

Thom et Châtelet avaient bien compris que le vrai problème de la rationalité moderne, qui a des outils de fondement de la vérité, est le problème des fondements de la signification. C'est cette dernière qui fait la qualité du dialogue et incite à le poursuivre. Alors en effet, à quoi sert de ratiociner sur le statut (le taux d'objectivité ?) des objets scientifiques ? l'important est qu'ils soient utiles au dialogue, ce qui implique d'une part que l'on peut s'en servir pour des constructions intellectuelles fiables (vérifiables) et d'autre part qu'ils ont pour nous une signification. Les objets doivent être compatibles avec ces deux exigences.

En fait, cette compatibilité est plutôt analogue à celle qui existe entre la vie administrative d'un citoyen et sa vie réelle. Dans le cas qui nous occupe le citoyen, *alias* l'objet mathématique ou physique, disons, *mène une double vie* dans notre imaginaire scientifique : une vie comme objet défini axiomatiquement, et une autre vie bien plus excitante comme objet chargé de signification. C'est surtout dans cette vie réelle qu'il sert au dialogue avec le monde.

Et Gilles Châtelet traquait sans répit les moments où une extension au monde des idées de notre expérience de l'espace et du mouvement, bref du geste, par exemple par un "stratagème allusif" ou une concentration d'ambigüité, provoque la création simultanée, souventpar un processus en partie inconscient, d'unobjet mathématiqueou physique et de sa signification. Il savait bien que les objets et concepts que nous créons sont d'abord là pour porter une signification, réaliser dans le domaine mathématique ou physique un "geste" ou pour résoudre une ambigüité et, seulement très loin derrière, pour avoir un "statut" leur permettant d'être porteurs de vérité.

Une fois que l'on a vu les choses de cette manière, on relit avec fascinationl'histoire des idées scientifiques, et comme Châtelet, on accompagne Oresme dans sa tentative de définir la vitesse rigoureusement dans un cadre où la division de grandeurs de natures différentes n'existe pas, et Grassmann dans sa capture de l'espace dans les filets de l'algèbre qu'il crée à cet effet. Cette algèbre a d'ailleurs parmi ses bases intuitives le fait qu'un rectangle *doit* être un produit alors qu'Oresme utilise l'idée qu'un produit *doit* être une aire. Les deux renvoient à la vision grecque selon laquelle on "voit" un produit de deux longueurs comme l'aire du rectangle qui les a pour côtés. Mais chez

[1] Comme écrit René Char : *Il semble bien que ce soit toujours Dieu qui ait le dernier mot, mais il le dit à voix si basse que nul ne l'entend jamais.*

Grassmann le produit des vecteurs *engendre* l'espace ; l'idée des Grecs a été transfigurée. On redécouvre vraiment la rationalité comme un dialogue au cours duquel les concepts et les mots se créent par l'effet de pulsions humaines très fortement liées à notre perception du monde. Poser la question de l'objectivité de ces concepts et mots est tout simplement sans intérêt en comparaison de ce qui les anime. C'est l'attitude infantile évoquée plus haut.

Le fait de concevoir l'espace comme un produit est une des idées les plus fortes de la géométrie, qui anime aussi bien la vision cartésienne que la définition locale de Riemann et, sous sa forme infinitésimale, a définition des formes différentielles, qui contient en plus l'orientation de l'espace nécéssaire à la théorie de l'intégration. Et nulle part je n'ai trouvé incarnée avec autant de force que chez Châtelet l'idée que c'est vraiment dans ce type de conception que résident les vrais moteurs de la construction scientifique.

2 OU SONT LES FONDEMENTS ?

Le seul reproche que l'on puisse faire à mon avis à la présentation de Châtelet est qu'il ne précise pas l'origine des opérations mentales ou gestes qu'il évoque si bien pour expliquer la "vraie" signification des constructions de la physique. Il replace bien l'origine dans notre "être au monde", mais s'arrête là.

J'ai proposé ailleurs ([T3], [T4]) l'idée qu'il est utile de chercher la source de la signification dans la structure complexe de notre système perceptif, dans les liens entre nos différentes perceptions, en particulier visuelles, motrices, vestibulaires, qui font qu'elles s'intègrent en une perception unique du monde qui nous entoure. Il faut ajouter à cette structure des jugements inconscients et des pulsions comme celles de déterminer des causes ou origines, de faire des analogies, de compléter ce qui est incomplet.

Certains objets proto-mathématiques sont très probablement accessibles aux primates, et j'aime dire qu'un mathématicien comprend une démonstration quand il a réussi à expliquer la situation au primate qui est en lui (qui est habitué à cet exercice lors de la formation du mathématicien et surtout lorsque celui-ci s'est suffisamment "cassé la tête" sur des problèmes).

3 POSTFACE : LE MATHEMATICIEN DOIT AVOIR LE SENS DE LA FORMULE

Gilles Châtelet incarnait, avec René Thom, le slogan que j'aime répéter :
"Le mathématicien doit avoir le sens de la formule".
Cette phrase dont chaque mot est à définir, suggère que le mathématicien qui réfléchit sur sa discipline doit d'abord essayer de déterminer en tant que mathématicien la signification qu'elle porte, avant d'essayer d'en faire l'objet d'un discours philosophique.

Et comment déterminer cette signification ? c'est à cette question que Châtelet apporte des éléments de réponse très originaux et précieux. Qu'elle me semble loin l'époque (les années 1930) où Bourbaki pouvait écrire "Le traité prend les Mathématiques à leur début..." en rédigeant le Chapitre 1 du premier Livre

des ”Elements de Mathématique”, qui traite de la théorie des Ensembles, alors à peine quadragénaire.

Les Mathématiques n’ont pas plus de début que l’espèce humaine ; elles ont une histoire, et une dynamique qui sont étudiées par des spécialistes. Mais si de plus, comme Châtelet, on s’intéresse à leur ”métaphysique”, à ce qu’elles manifestent de notre être au monde, bref à ce dont doit s’occuperune vraie philosophie des Mathématiques, alors non seulement il faut revisiter l’histoire, mais il décrit les côtes d’un continent dont il nous reste presque tout à découvrir.

Les formules portent sur des grandeurs qui condensent une très grande quantité d’information mathématique.

Un bon exemple (qui reste à traiter du point de vue proposé ici) est le théorème de Hopf

$$\chi(X) = \Sigma_{x_i \in \mathrm{Zer}(v)} \mathrm{Ind}_{x_i} v,$$

qui affirme, pour une variété différentielle compacte sans bord X l’égalité de sa caractéristique d’Euler-Poincaré et de la somme des indices d’un champs de vecteurs différentiable assez général v en ses points singuliers.

Le terme de gauche est topologique, celui de droite est différentiel. Le résultat implique en particulier qu’il n’existe pas de champ de vecteurs sans zéro sur les sphères de dimension paire. C’est donc un résultat assez élaboré, qui par ailleurs a eu une descendance mathématique prodigieuse.

Bibliographie

[B1] Berthoz, A., 1997, *Le sens du Mouvement*, Editions Odile Jacob.

[B2] Berthoz, A., 2003, *La Décision*, Editions Odile Jacob.

[Be] Bennequin, D., 1994, *Questions de Physique galoisienne*, in ”Passion des formes”, Michèle Porte, Editeur, Presses de l’ENS Fontenay, diffusion Ophrys.

[B-L] Bailly, F., Longo, G., 2006, *Mathématiques et sciences de la nature, la singularité physique du vivant*, Hermann, Paris.

[C] Châtelet, G., 1993, *Les enjeux du mobile, Mathématique, Physique, Philosophie*, Coll. Des Travaux, Le Seuil.

[Ch] Changeux, J.-P., 1983, *L’homme neuronal*, Ed. Odile Jacob.

[C-C] Connes, A. et Changeux, J.-P., 2000, *Matière à penser*, Ed. Odile Jacob.

[D] Damasio, A., 1995, *L’erreur de Descartes*, Ed. Odile Jacob.

[LPT] Longo, G., Petitot, J., Teissier, B., 1999, voir“Motivationsgénérales”, in “Géométrie et cognition”, on http://www.di.ens.fr/users/longo/geocogni.html [M] Maïmonide, *Le guide des égarés*, Editions Verdier, 1979.

[N] Ninio, J., 1989, *L’empreinte des sens*, Ed. du Seuil.

[P] Poincaré, H., *La science et l’hypothèse*, Flammarion, Paris.

[Pe1] Petitot, J., 1985, *Morphogénèse du sens*, PUF, Paris.

[Pe2] Petitot, J., 2006, *Neurogéométrie des architectures fonctionnelles de la vision*, Journée annuelle de la Société Mathématique de France, Juin 2006. Publ. SMF, Paris.

[T1] Teissier, B., 1994, *Des modèles de la Morphogénèse à la Morphogénèse des modèles*, in “Passion des formes”, Michèle Porte, coordonnateur, ENS Editions FontenaySaint-Cloud, diffusion Ophrys.

[T2] Teissier, B., 2004, *Le mur du langage*, in “Le réel en mathématiques, Mathématiques et psychanalyse”, P. Cartier et N. Charraud, éditeurs, Editions Agalma, diffusion Le Seuil.

[T3] Teissier, B., 2005, *Protomathematics, perception and the meaning of mathematical objects*, in "Images and Reasoning", edited by P. Grialou, G. Longo, M. Okada, CIRM, Keio University, Tokyo 2005.

[T4] Teissier, B., 2007, *Géométrie et Cognition : l’exemple du continu*, actes de l'Ecole thématique CNRS-LIGC " Logique et interaction ; vers une géométrie du cognitif}, Cerisy Septembre 2006, dirigée par J.-B. Joinet et S. Tron\c con, Hermann, "Visions des sciences", Paris 2009. Disponible par : https://webusers.imj-prg.fr/~bernard.teissier/documents/Cerisy06final5.pdf

[Th] Thom, R., 1988, *Esquisse d’une Sémiophysique*, InterEditions, Paris.