



**HAL**  
open science

# Modèle analytique généralisé aux assemblages de brides cylindriques boulonnées

Roselane Hammoum, Adeline Fau, Alain Daidié, Frédéric Lachaud

► **To cite this version:**

Roselane Hammoum, Adeline Fau, Alain Daidié, Frédéric Lachaud. Modèle analytique généralisé aux assemblages de brides cylindriques boulonnées. 25e Congrès Français de Mécanique, Aug 2022, Nantes, France. hal-04280159

**HAL Id: hal-04280159**

**<https://hal.science/hal-04280159>**

Submitted on 13 Nov 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Modèle analytique généralisé aux assemblages de brides cylindriques boulonnées

R. HAMMOUM<sup>a</sup>, A. FAU<sup>a</sup>, A. DAIDIE<sup>a</sup>, F. LACHAUD<sup>a</sup>

a. Institut Clément Ader (ICA), Université de Toulouse, ISAE-SUPAERO, INSA, IMT MINES ALBI, UT III, CNRS, Toulouse, France.

roselane.hammoum@isae-supero.fr

a\_fau@insa-toulouse.fr

alain.daidie@insa-toulouse.fr

frederic.lachaud@isae-supero.fr

## Résumé :

*Cette étude concerne le développement d'un modèle analytique permettant le prédimensionnement des assemblages boulonnés soumis à un chargement fortement excentré. En se basant sur des modèles existants, une nouvelle formulation du modèle 'poutre fléchie' est proposée. L'objectif est de pouvoir généraliser son utilisation à différentes configurations d'assemblages en y associant de nouveaux paramètres. Ces derniers décrivent (i) l'effet du moment provoqué par la présence du boulon et (ii) de la géométrie globale des pièces assemblées sur la déformée de la poutre. Le modèle est également en capacité de représenter des assemblages dissymétriques. En effet, il permet de dimensionner les assemblages multi-matériaux ainsi que les assemblages comportant des éléments technologiques rapportés au droit de la liaison boulonnée. L'analyse du comportement non-linéaire du boulon passe par l'étude des contraintes dans le corps de la vis réparties en contraintes de traction et de flexion au vu du chargement excentré imposé. La déformée de la poutre en son extrémité de chargement est également exploitée. Dans le cadre de ces travaux, le modèle analytique est appliqué à un assemblage de brides cylindriques multi-matériaux dont certaines configurations comportent un joint et/ou une entretoise. Des simulations par éléments finis servent de référence et sont utilisées pour la validation du modèle proposé. La comparaison entre les résultats des deux simulations montre que lorsque le modèle analytique est utilisé dans son domaine de validité, les résultats obtenus sont satisfaisants dans une phase de préconception.*

## Abstract :

*This study concerns the development of an analytical model for the preliminary design of fasteners with a highly eccentric loading. A new formulation of the 'beam model' is proposed based on existing models. The aim of this work is to generalize the use of the analytical model for various assembly configurations by adding new parameters. These last parameters describe (i) the effect of the moment due to the presence of the bolt and (ii) the global geometry of the assembled parts on the deformation of the beam. The model is also able to represent asymmetric bolted joints. Indeed, it enables to design multi-material assemblies, as well as assemblies with technological elements attached to the bolted connection. The analysis of the nonlinear behaviour of the bolt involves the study of the stresses in the bolt, divided into tensile and bending stresses due to the eccentric loading. In addition, the deformation of the beam at its loading end is identified. In this work, the analytical model is applied to a multi-material bolted flange for several configurations, which could include a gasket and/or a spacer. In order to validate the*

*proposed 'beam model' formulation, finite element simulations are used as a reference. The comparison to numerical results demonstrates that, within its range of validity, the analytical results obtained are satisfactory in a preliminary design approach.*

**Mots clés : assemblage boulonné, modèle analytique, modèle éléments finis, chargement fortement excentré, contrainte de flexion.**

## 1 Introduction

Les assemblages boulonnés sont très utilisés dans différents secteurs industriels pour leur aspect montage/démontage, de remplacement d'éléments mécaniques ou de maintenance. A titre d'exemple, en aéronautique, les carters fans d'un moteur d'avion sont des structures équivalentes à des brides cylindriques sollicitées par des chargements complexes avec un nombre de boulons généralement supérieur à 100. Les modélisations 3D de ces assemblages sont couteuses et longues à mettre en œuvre. Elles sont souvent incompatibles avec les attentes définies dans les phases de préconception. Il existe un réel intérêt à développer des modèles simplifiés, analytiques ou semi-numériques, dont l'utilisation serait pertinente pour le prédimensionnement des assemblages structuraux.

Le boulon est l'élément technologique qui subit la sollicitation la plus importante, une approche globale/locale permet de déterminer le chargement qui lui est appliqué. La définition des modèles analytiques est fonction de la position de l'effort par rapport à l'axe de la liaison fileté. Pour les assemblages soumis à des chargements axiaux, le modèle VDI 2230 [1] fait référence. Repris par les organismes de normalisation [2], il est largement déployé dans l'industrie. Plusieurs auteurs, à travers l'étude du comportement d'une bride prismatique [3] et d'un assemblage de bride d'étanchéité [4], ont montré les limites du modèle linéaire VDI 2230. En effet, quand il s'agit d'assemblages dont le chargement est fortement excentré par rapport à l'axe du boulon, le modèle utilisé doit tenir compte du décollement entre les pièces qui intervient pour de faibles efforts extérieurs. Le modèle linéaire VDI 2230 n'est alors plus adapté et doit être remplacé par un modèle permettant de percevoir le comportement non-linéaire de l'assemblage. Ce type de chargement étant courant dans les sous-ensembles mécaniques, plusieurs modèles analytiques sont présents dans la littérature [5] [6] [7] [8]. Agatonović [9] a proposé un modèle 'poutre fléchie' qui traduit le comportement non-linéaire d'un assemblage précontraint lorsqu'il est soumis à un chargement extérieur fortement excentré. Le principe du modèle est de représenter les pièces assemblées, dans la zone autour de la liaison, par des poutres subissant un chargement à une de leurs extrémités. Les raideurs axiales et en flexion des pièces ainsi que du boulon, paramètres prépondérant sur le comportement non-linéaire de l'assemblage, sont considérées. La méthode se base sur le calcul de la distance relative à l'excentration de la résultante d'appui des forces de contact qui évolue en fonction du chargement extérieur et de la précontrainte installée. Ce modèle 'poutre fléchie' permet de modéliser plusieurs géométries d'assemblage parmi lesquelles les brides cylindriques. L'influence de la virole sur la déformée des poutres est intégrée à travers deux paramètres traduisant leur rigidité en flexion. Bakhiet [10] et Guillot [11] ont amélioré le modèle d'Agatonović [9] pour tenir compte du niveau d'introduction de l'effort ainsi que pour étudier des assemblages dissymétriques. Bulatović [12] propose, quant à lui, deux méthodes analytiques pour déterminer la déformée et l'état mécanique du boulon dans le cas des chargements excentrés. Agatonović [13] a, par la suite, amélioré son modèle et l'a employé pour des assemblages multi-fixations. Récemment, El Masnaoui [14] et Haddar [15] ont appliqué cette méthode de calcul à des cas d'application du domaine aéronautique. El Masnaoui a adapté une formulation pour un assemblage hybride composite-métallique et Haddar a développé un modèle analytique non-linéaire pour les liaisons

boulonnées des demi-roues d'avions.

Les travaux présentés ont pour objectif de développer un modèle 'poutre fléchie' général pour lequel la rigidité en flexion du boulon n'est plus négligée tout en conservant l'effet de la géométrie globale des pièces assemblées sur la déformée de la poutre. Sa formulation permet de traiter des applications intégrant des éléments technologiques rapportés au droit des fixations tels que les plaques d'appui, les rondelles et les entretoises. Les assemblages multi-matériaux ainsi que des pièces assemblées de différentes épaisseurs sont également étudiés. Une comparaison avec des résultats issus de simulations éléments finis valide la formulation du modèle énoncée. L'assemblage étudié est relatif à une bride d'étanchéité à 18 boulons dont les caractéristiques géométriques permettent de limiter le décollement avec un angle sectoriel  $\alpha$  faible (Figure 1.a). Un joint est ajouté entre les deux brides afin de tester la pertinence de la formulation du modèle 'poutre fléchie' proposée lorsque l'assemblage comporte trois pièces serrées.

## 2 Modèle analytique 'poutre fléchie'

Le modèle analytique est basé sur une approche de type 'poutre fléchie' généralisée et adaptée au cas des assemblages boulonnés de brides cylindriques (Figure 1.b).

### 2.1. Description du modèle analytique

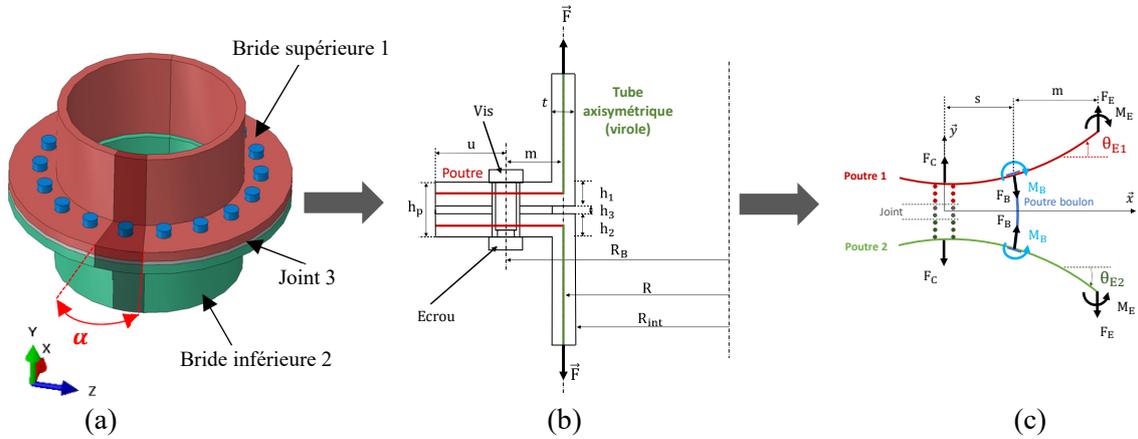
Des éléments simplifiés traduisent le comportement élastique des composants de l'assemblage (Figure 1.c). L'excentration du chargement à une distance  $m$  par rapport à l'axe du boulon implique que le comportement axial et en flexion des éléments doit être considéré. Les pièces assemblées, soumises à de la flexion lors du chargement extérieur, sont modélisées par des poutres de section rectangulaire de largeur  $b = \frac{2\pi R_B}{z}$  avec  $R_B$  le rayon d'implantation des vis et  $z$  le nombre de boulons. La virole des brides cylindriques est quant à elle modélisée par un tube axisymétrique relié à l'extrémité de la poutre par une égalité angulaire.

Le comportement du joint en flexion n'est pas représenté car le décollement à l'interface bride-joint suppose que ce dernier ne supporte pas de sollicitation de flexion. De par sa position centrale, les deux brides se séparent de leurs interfaces avec le joint qui est donc uniquement comprimé dans la zone en contact avec les brides. Par analogie avec des ressorts élastiques linéaires, sa rigidité axiale est représentée dans le modèle analytique. Le contact entre les brides et le joint est modélisé par un appui élastique. Le boulon est pour sa part associé à une poutre de longueur équivalente qui permet d'inclure l'influence de la tête de vis, du filetage et de l'écrou sur sa rigidité. Le comportement axial, en flexion ainsi qu'en cisaillement du boulon est décrit. Le moment quadratique de la poutre équivalent à celui du boulon est identifié. Dans le cadre du modèle proposé ici, les contraintes de cisaillement dans la vis sont négligées.

La première hypothèse du modèle consiste à admettre que l'écrou et la tête de la vis suivent la déformée des pièces assemblées soumises à de la flexion. Les souplesses axiales et en flexion restent constantes au cours du chargement et l'influence du perçage sur la rigidité en flexion des pièces assemblées est négligée. Les lois matériaux implémentées dans le modèle 'poutre fléchie' ont un comportement élastique, la plasticité dans l'assemblage n'est pas prise en compte.

Le modèle se base sur le calcul de l'excentration  $s$  de la résultante des forces de contact  $F_C$  à partir de l'axe du boulon. Un effort  $F$  est appliqué aux brides provoquant lors du chargement un effort  $F_E$  et un moment  $M_E$  à l'extrémité de la poutre causé par la présence de la virole. La surface d'appui  $u$  doit être

suffisamment grande pour limiter le décollement. Après résolution de l'équation caractéristique (12.a), le paramètre  $s$  permet de déterminer la force de traction dans le boulon  $F_B$  ainsi que le moment de flexion  $M_{FB}$ . Le moment  $M_B$  appliqué par le boulon sur la poutre est considéré égal au moment de flexion du boulon.



## 2.2. Equations caractéristiques

L'équation caractéristique (12.a) décrivant le comportement de l'assemblage en fonction du chargement imposé à la poutre est identifiée à partir de la définition de l'effort de contact  $F_C$ . Deux méthodes de calcul permettent de déterminer l'effort  $F_C$  : (i) la compatibilité des déplacements dans l'assemblage entre la phase de serrage et le chargement et (ii) l'application de la théorie des poutres.

En partant des conditions limites de compatibilité des déplacements associées aux raideurs axiales des éléments assemblés (1), l'expression de la force de contact  $F_C$  est obtenue (2).

$$SQ = S_P F_C + S_B F_B - f_{B1} - f_{B2} \quad (1)$$

$$F_C = \frac{F_E \phi}{1 - \frac{s^3}{6S} \left( \frac{1}{E_{p1} I_{p1}} + \frac{1}{E_{p2} I_{p2}} \right)} \quad \text{avec} \quad \phi = \frac{Q}{F_E} + \frac{S_P}{S} - 1 \quad (2)$$

Avec :

$I_{pi} = \frac{bh_i^3}{12}$  : le moment quadratique de la poutre  $i$

$h_i$  : la hauteur de la poutre  $i$

$f_{Bi}$  : la flèche de la poutre  $i$  au niveau du boulon

$E_{pi}$  : le module d'élasticité de la pièce  $i$

$S_P$  : la souplesse axiale des pièces assemblées

$S_B$  : la souplesse axiale du boulon

$S$  : la somme des souplesses axiales du boulon et des pièces assemblées ( $S = S_P + S_B$ )

$F_E$  : l'effort extérieur

$Q$  : la précontrainte introduite lors du serrage

A partir de la théorie des poutres, l'équation différentielle basée sur le modèle d'Agatonović [9] et qui

intègre le moment de flexion appliqué par le boulon sur chaque bride est donnée par (3).

$$E_{pi}I_{pi} \frac{df}{dx} = F_c \frac{x^2}{2} - F_B \frac{(x-s)^2}{2} + M_B(x-s) \quad (3)$$

L'équation différentielle (4) au point  $E$ , soit à  $x = s + m$ , est égale à :

$$E_{pi}I_{pi} \frac{df}{dx} = \frac{F_c(s^2 + 2ms)}{2} - \frac{F_E}{2}m^2 + M_B.m \quad (4)$$

Sous l'effet du chargement extérieur, l'extrémité des poutres se déforme d'un angle  $\theta_{E1}$  pour la bride supérieure et d'un angle  $\theta_{E2}$  pour la bride inférieure. Guillot [11] a proposé l'expression (5) qui lie le moment  $M_E$  et le chargement extérieur  $F_E$  avec l'angle de la déformée de la poutre au point  $E$  à travers les deux paramètres  $q_1$  et  $q_2$  dont l'expression dépend de la forme des pièces assemblées.

$$\theta_{Ei} = q_1 M_E + q_2 F_E \quad (5)$$

L'égalité (5) est associée avec l'équation (4) pour chaque bride ce qui permet d'obtenir les expressions (6) et (7).

$$\theta_{E1} = q_1 M_E + q_2 F_E = \frac{1}{E_{p1}I_{p1}} \left( \frac{1}{2} (F_c(s^2 + 2ms) - F_E m^2) + M_B.m \right) \quad (6)$$

$$\theta_{E2} = q_1' M_E + q_2' F_E = \frac{1}{E_{p2}I_{p2}} \left( \frac{1}{2} (F_c(s^2 + 2ms) - F_E m^2) + M_B.m \right) \quad (7)$$

Dans le cas de brides cylindriques, Agatonović [9] fournit l'expression des paramètres  $q_1$  et  $q_2$  permettant de prendre en compte la rigidité de la virole. Pour des assemblages non-symétriques, ces paramètres sont identifiés par le système d'équations (8) pour chaque bride avec  $q_1, q_2$  relatifs à la bride supérieure et  $q_1', q_2'$  à la bride inférieure.

$$\begin{cases} q_1 = \frac{z}{4 \pi R D \lambda}, q_2 = 0 & (a) \\ q_1' = \frac{z}{4 \pi R D \lambda}, q_2' = 0 & (b) \end{cases} \quad (8)$$

Avec :

$$D = \frac{E_{pi}t_i^3}{12(1-\nu_i^2)} \text{ et } \lambda = \frac{3(1-\nu_i^2)^{1/4}}{R^2 t_i^2} : \text{ les termes liés à la rigidité en flexion de la virole } i$$

$\nu_i$  : le coefficient de Poisson pour un matériau  $i$

$t_i$  : l'épaisseur de la virole  $i$

Le comportement global de l'assemblage, bride supérieure ( $i=1$ ) et inférieure ( $i=2$ ), est introduit dans le modèle analytique par des termes équivalents qui sont issus de la somme de deux variables du modèle. Guillot [11] a identifié un angle  $\theta$  défini comme la somme de  $\theta_{E1}$  et  $\theta_{E2}$  permettant de déterminer un terme équivalent  $EI$  lié à la rigidité en flexion des pièces assemblées (9). La rigidité des deux viroles (10) est issue de la somme des expressions du système d'équations (8).

$$EI = \frac{1}{\frac{1}{E_{p1}I_{p1}} + \frac{1}{E_{p2}I_{p2}}} \quad (9)$$

$$\begin{cases} Q_1 = q_1 + q_1' & (a) \\ Q_2 = q_2 + q_2' & (b) \end{cases} \quad (10)$$

Après factorisation de la somme des équations (6) et (7) et l'intégration des termes équivalents (9) et (10), l'expression de la force de contact  $F_c$  est obtenue (11).

$$F_c = \frac{m^2 + 2EI(Q_1m + Q_2)}{[s^2(1 + 2\xi(Q_1EI + m)) + 2s(Q_1EI + m)]} F_E \quad (11)$$

Avec  $\xi = \frac{E_B I_B}{2h_p EI}$  et :

$h_p$  : la hauteur totale des pièces serrées ( $h_p = \sum h_i$ )

$E_B$  : le module d'élasticité du boulon

$I_B$  : le moment quadratique équivalent du boulon

L'égalité entre les équations (2) et (11) permet alors d'obtenir l'équation caractéristique de l'assemblage. La détermination du paramètre  $s$  consiste à résoudre cette équation qui correspond à un polynôme de degré 3 (12.a). Le comportement de toutes les pièces assemblées est représenté à travers une seule équation. Pour un chargement donné et une valeur du paramètre  $s$  solution de l'équation caractéristique (12.a), l'état mécanique (en traction et flexion) dans la section du boulon est identifié (12.b) et (12.c). Le moment fléchissant est obtenu avec le produit de la rigidité en flexion du boulon  $K_{FB}$  par l'angle  $\theta_B$  formé par la tête de vis (12.c).

$$\begin{cases} \frac{m}{6SEI} s^3 + \frac{\phi(1 + 2\xi(Q_1EI + m))}{m + 2EI \left[ Q_1 + \frac{Q_2}{m} \right]} s^2 + \frac{2\phi(Q_1EI + m)}{m + 2EI \left[ Q_1 + \frac{Q_2}{m} \right]} s - m = 0 & (a) \\ F_B = \left( \frac{m^2 + 2EI(Q_1m + Q_2)}{[s^2(1 + 2\xi(Q_1EI + m)) + 2s(Q_1EI + m)]} + 1 \right) F_E & (b) \\ M_{FB} = K_{FB} \theta_B = \frac{E_B I_B s^2}{2h_p EI} F_c & (c) \end{cases} \quad (12)$$

Le moment quadratique équivalent du boulon (13) a été proposé par Guillot [11] avec  $l_0$  la longueur de la partie lisse de la vis et  $l_1$  la partie filetée non en prise dans l'écrou. Il prend en compte les rigidités en flexion de la tête et de l'écrou à travers les termes  $\alpha_0$  et  $\alpha_1$ . Guillot [11] utilise la valeur de 0.5 pour ces deux paramètres. Une étude d'influence sur un assemblage de référence composé de deux brides identiques a été réalisée, afin de vérifier cette valeur. Elle a montré, suite à une comparaison avec les résultats éléments finis, que la valeur 0.3 permet d'approcher au mieux le modèle numérique. L'hypothèse est faite ici que l'influence de la tête de vis et de l'écrou sur le comportement en flexion du boulon sont identiques. C'est donc cette dernière valeur ( $\alpha_0 = \alpha_1 = 0.3$ ) qui va être utilisée dans la suite de ces travaux.

$$I_B = \frac{l_0 + l_1}{\left[ \frac{l_0 + \alpha_0 d}{I_0} + \frac{l_1 + \alpha_1 d}{I_s} \right]} \quad (13)$$

$$\begin{cases} \sigma_{Bt} = \frac{F_B}{A_0} & (a) \\ \sigma_{Bf} = \frac{M_{FB} \cdot d}{2 I_0} & (b) \end{cases} \quad (14)$$

Avec  $I_0 = \frac{\pi d^4}{64}$  et  $I_s = \frac{\pi d_s^4}{64}$

Les contraintes analytiques normales de traction ( $\sigma_{Bt}$ ) et de flexion ( $\sigma_{Bf}$ ), dans la section nominale du boulon de surface  $A_0$  et de diamètre  $d$ , sont calculées par le système d'équations (14).

## 2.3. Définition de l'assemblage

L'assemblage étudié dans ces travaux est un assemblage de brides cylindriques (Figure 1.a), similaires à des brides d'étanchéité, à 18 boulons. Les pièces serrées sont au nombre de trois : une bride supérieure, un joint et une bride inférieure. Toutes les pièces sont en acier ( $E = 210$  GPa et  $\nu = 0.33$ ). La surface d'appui  $u$  est suffisamment importante pour limiter le décollement à l'interface (34.5 mm) et l'effort extérieur est appliqué à une distance  $m = 22.5$  mm de l'axe du boulon. Les vis ont donc été implantées à un rayon  $R_B$  de 120.5 mm, le rayon  $R$  de la virole étant de 98 mm et l'épaisseur de la virole de 10 mm. La hauteur totale serrée  $h_p$  est de 28.4 mm répartie en une épaisseur de joint de 4.4 mm et une hauteur de bride de 12 mm.

La vis considérée est une vis M12 à tête hexagonale partiellement filetée définie suivant la norme NF EN ISO 4014 [16] en acier de classe de qualité 10.9 avec une limite élastique à 940 MPa [17]. L'écrou hexagonal suit la norme NF EN ISO 4032 [18]. Le boulon est alors représenté par une succession de cylindres correspondant à chaque changement de forme : deux cylindres de diamètre d'appui  $D_w$  pour la tête et l'écrou, un cylindre de diamètre nominal  $d$  pour la partie lisse du fût ( $l_0 = 20$  mm) et un cylindre de diamètre résistant  $d_s$  pour le filetage non en prise dans l'écrou ( $l_1 = 8.4$  mm). La précontrainte installée dans le boulon correspond à  $\sigma_0 = 530$  MPa soit 56.4% de la limite élastique du matériau. Un modèle numérique de l'assemblage étudié dans ces travaux a été développé dans l'objectif de servir de référence par rapport aux résultats analytiques.

## 3 Validation du modèle 'poutre fléchie' pour un assemblage symétrique

La formulation du modèle 'poutre fléchie' proposée doit être validée par une comparaison des résultats analytiques avec les résultats issus d'une modélisation éléments finis (Abaqus<sup>®</sup> 2021) pour les assemblages symétriques comportant trois pièces assemblées.

### 3.1 Modélisation éléments finis

Le modèle éléments finis (EF) réalisé est un modèle volumique représentant un secteur angulaire de 20° correspondant à un boulon. L'existence de conditions d'axisymétrie géométrique et mécanique permet de restreindre le calcul à un secteur. Le chargement extérieur est introduit par une pression de 200 MPa appliquée sur les deux surfaces aux extrémités des brides. Deux conditions aux limites permettent de traduire les hypothèses du modèle 'poutre fléchie' (Figure 2.b). Un blocage orthoradial a été imposé pour représenter la symétrie et pour éliminer les mouvements de corps rigide, un nœud sur l'extrémité du plan de joint de l'assemblage est bloqué dans la direction axiale (nœud sur la bride ou sur le joint selon le cas d'application). Le contact aux interfaces entre les pièces est représenté par une loi de contact normale et tangentielle (loi de Coulomb, coefficient de frottement  $f = 0.25$ ). Le maillage (Figure 2.a) est constitué d'éléments brique linéaires à intégration complète (C3D8). Le boulon (vis + écrou) est modélisé comme une seule pièce. La partie relative au filetage est ramenée à un diamètre résistant  $d_s$  [1], [2].

En se basant sur la méthode développée par Alkatan [19], les souplesses axiales des différentes pièces ont été identifiées grâce aux simulations éléments finis par l'intermédiaire des énergies de déformation. Elles sont ensuite introduites dans le modèle analytique.

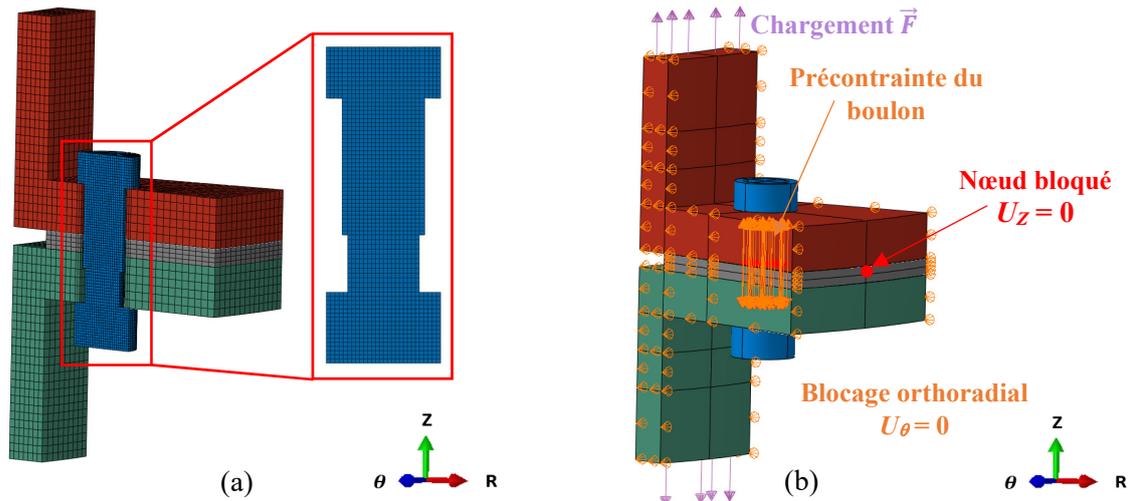


Figure 2- Modèle numérique : (a) Maillage de l'assemblage et (b) Conditions aux limites du modèle et chargement

Les contraintes sont extraites dans la section nominale du boulon à équidistance entre la tête de vis et l'écrou. Dans le plan de flexion (Figure 3), les contraintes de traction ( $\sigma_{Bt\ EF}$ ) et de flexion ( $\sigma_{Bf\ EF}$ ) du boulon sont calculées à partir des équations (15). Le moment de flexion identifié par le modèle 'poutre fléchie' est calculé au milieu de la vis à équidistance entre la tête de vis et l'écrou.

$$\begin{cases} \sigma_{Bt\ EF} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} & (a) \\ \sigma_{Bf\ EF} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} & (b) \end{cases} \quad (15)$$

Lors du serrage, dans le cas d'un assemblage précontraint, la vis est sollicitée une première fois avant sa mise en service. L'état de précontrainte  $\sigma_{B0}$  alors engendré dépend du moyen de serrage utilisé. L'ajout d'une contrainte supplémentaire  $\Delta\sigma_B$  provoqué par le chargement extérieur est préjudiciable pour la tenue de la liaison boulonnée (16). Dans le cas d'une sollicitation de fatigue, ce supplément de contrainte dans le boulon peut jouer un rôle prépondérant, du fait des faibles niveaux de contraintes alternées admissibles par les éléments filetés. L'enjeu majeur du dimensionnement des assemblages est alors de maîtriser ce supplément de contraintes  $\Delta\sigma_B$  (17), dont la valeur est faible devant celle de la précontrainte  $\sigma_{B0}$ . Ce constat implique d'avoir une méthode de calcul fiable et précise. La difficulté supplémentaire est de parvenir à dissocier, dans le cas des chargements fortement excentrés, les contraintes normales dues à la traction ( $\Delta\sigma_{traction}$ ) de celles dues à la flexion ( $\Delta\sigma_{flexion}$ ) dont la somme correspond au supplément de contraintes normales totales  $\Delta\sigma_B$  dans la section de la vis (17). Le modèle utilisé doit donc représenter fidèlement le comportement de la liaison en incluant le maximum de paramètres caractéristiques de l'assemblage. Son déploiement repose sur sa capacité à identifier les suppléments de contraintes provoqués par le chargement extérieur dans la section de la vis.

$$\sigma_B = \sigma_{B0} + \Delta\sigma_B \quad (16)$$

$$\Delta\sigma_B = \Delta\sigma_{traction} + \Delta\sigma_{flexion} \quad (17)$$

### 3.2 Analyse du comportement de l'assemblage

La Figure 3 présente l'état de contrainte suivant l'axe  $\vec{z}$  superposé à la déformée. L'analyse des contraintes normales suivant l'axe du boulon met en évidence la sollicitation en flexion de la vis. La

contrainte axiale localisée au pseudo-premier filet en prise avec l'écrou est très élevée, numériquement. Ce niveau de valeur est lié au choix du modèle simplifié du boulon et ne reflète pas la réalité. Concrètement, cette zone est plus souple que ce que représente le modèle EF et les filets d'une vis sont obtenus par un procédé de roulage qui génère des contraintes résiduelles de compression en fond de filet. Dans le cadre de cette étude de prédimensionnement, cette zone ne sera pas examinée car il faudrait faire une modélisation EF adaptée nécessitant une modélisation locale plus détaillée.

Dans le cadre d'une approche globale, la comparaison des résultats analytiques avec ceux identifiés par la méthode des éléments finis (Figure 4) montre que le modèle analytique corrèle bien les résultats numériques (notamment pour déterminer les suppléments de contraintes normales de traction et de flexion). L'allure des courbes est identique dans les deux modèles et permet d'identifier à quel moment intervient le décollement entre les deux brides et le joint. Le comportement non-linéaire de l'assemblage est perçu par le modèle analytique. Il prend en compte l'ajout du joint en intégrant sa souplesse dans la somme des souplesses axiales totales des pièces  $S_p$ .

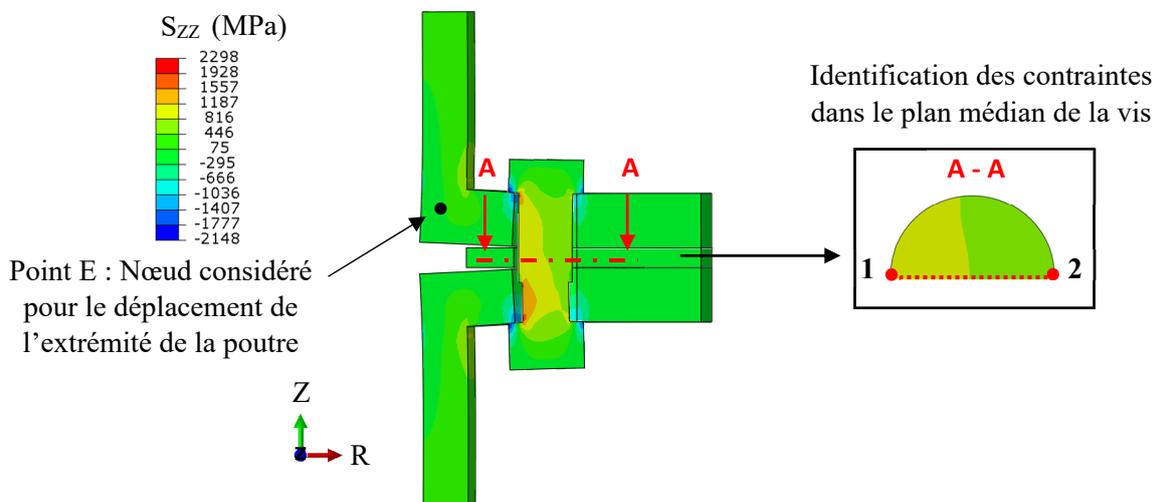


Figure 3- Contraintes axiales dans l'assemblage pour un chargement vertical des brides pour un chargement  $F_E = 47$  kN, identification des contraintes dans le plan de flexion et du nœud E considéré pour analyser le déplacement de l'extrémité de la poutre (déformée de la bride suivant  $\vec{z}$ )

La contrainte normale totale dans la section nominale de la vis est composée d'une contrainte de traction et de flexion. Le supplément de contrainte de traction analytique (Figure 4.a) est cohérent avec les résultats numériques. La contrainte de flexion (Figure 4.b) est légèrement surestimée par rapport aux valeurs éléments finis pour un effort extérieur compris entre 0 et 41 kN et sous-estimée après 41 kN. La courbe analytique du déplacement de l'extrémité de la poutre (au point E) met en évidence une très bonne concordance avec le déplacement issu du modèle numérique (Figure 4.d) ce qui confirme la prise en compte de la répartition des souplesses. La Figure 4.c à travers les contraintes de Von Mises analytiques et numériques permet d'identifier l'état de sollicitation du matériau. Pour un effort extérieur de 41 kN, la contrainte de Von Mises vaut 864 MPa, valeur proche de la limite élastique de la vis. Les lois de comportement implémentées dans les modèles numériques et analytiques étant des lois élastiques, une fois que la limite élastique du matériau est dépassée, les résultats sont surestimés.

L'évolution de la surface de contact obtenue par le modèle numérique est illustrée sur la courbe de la Figure 4.c en fonction de l'effort extérieur. Au serrage initial, avant le chargement des brides, la zone de contact est située autour du boulon, puis évolue lors du chargement. Elle diminue progressivement et se déplace vers l'extérieur de la surface d'appui  $u$ . Le changement de pente correspond à la limite du décollement des brides à l'interface avec le joint lorsque la zone de contact atteint le plan médian du

boulon. Cette limite, à partir de laquelle la contrainte dans le boulon augmente très rapidement, peut donc être détectée analytiquement par le changement de pente (Figure 4.c). L'excentration de la résultante de la force de contact analytique (Figure 5) évolue linéairement en fonction du chargement extérieur jusqu'à 46 kN. La courbe devient alors non-linéaire jusqu'à atteindre une asymptote horizontale. Pour cette configuration d'assemblage et au vu des valeurs de chargement, il n'y a pas de rotation des brides autour du point d'appui C.

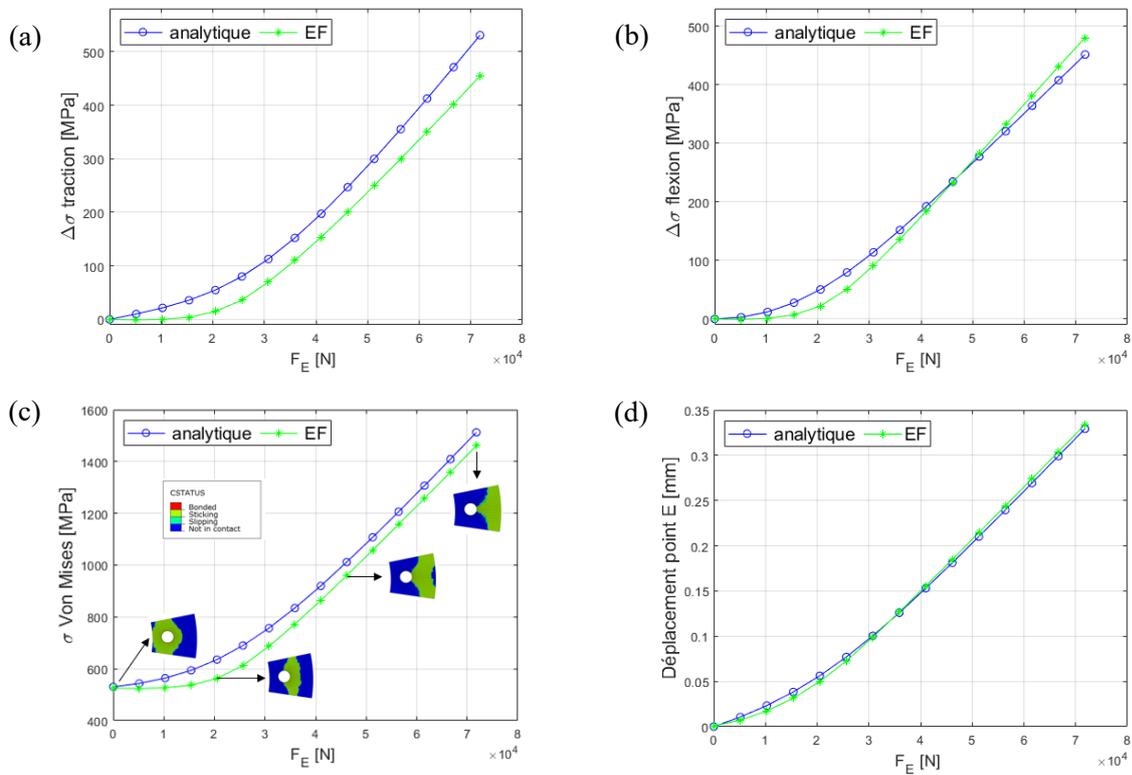


Figure 4- Comparaison des résultats analytiques et numériques pour l'assemblage avec joint :  
 (a) Supplément de contrainte de traction, (b) Supplément de contrainte de flexion, (c) Contrainte de Von Mises et évolution du contact observé avec le modèle numérique et (d) Déplacement à l'extrémité de la poutre (point E)

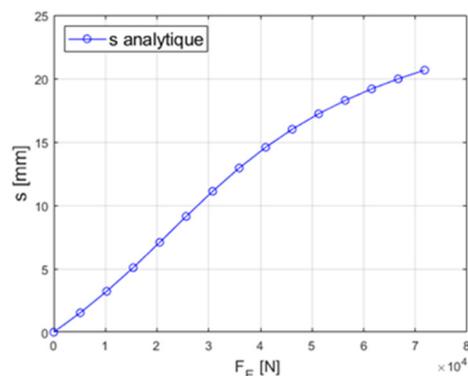


Figure 5- Evolution de l'excentration de la résultante de la force de contact à l'interface du joint avec les brides

Le modèle analytique est donc validé dans le cas des assemblages symétriques comportant trois pièces assemblées. Différentes configurations d'assemblages non-symétriques sont modélisées afin de tester la robustesse du modèle 'poutre fléchie'.

## 4 Validation du modèle ‘poutre fléchie’ pour les assemblages dissymétriques

La validité du modèle ‘poutre fléchie’, pour des configurations d’assemblages dissymétriques, a été évaluée en premier lieu en modélisant un assemblage de brides multi-matériaux (aluminium-acier) puis avec l’assemblage de deux brides d’épaisseurs différentes. Ces deux configurations permettent de se positionner dans le cas où les souplesses des brides ne sont pas identiques. De plus, le boulon (en acier) est alors plus rigide qu’une des deux brides de l’assemblage. Cette caractéristique permet de valider l’influence du moment de flexion provoqué par la présence du boulon sur la déformée de la poutre. Le dernier cas d’étude concerne un assemblage introduisant une entretoise dont le rôle est de modifier le comportement de la liaison ce qui confortera la validité du modèle analytique. Pour l’ensemble des configurations dissymétriques, le joint a été retiré de l’assemblage.

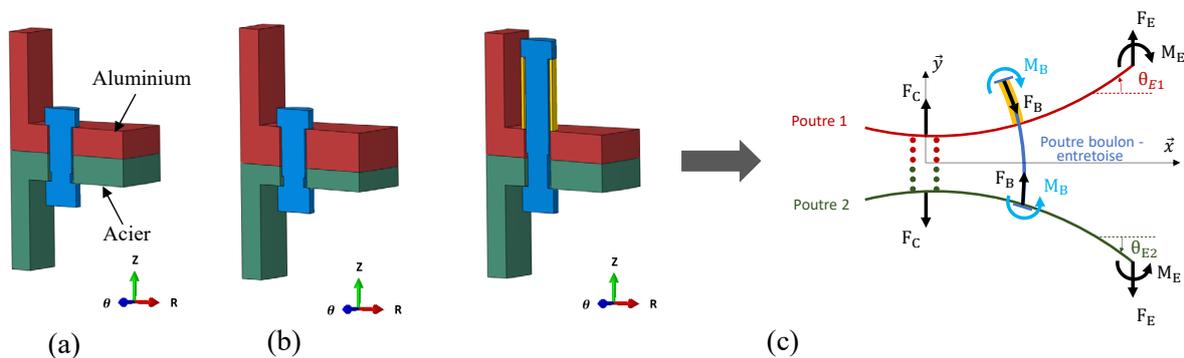


Figure 6- (a) Assemblage multi-matériaux, (b) Assemblage avec deux épaisseurs de brides et (c) Assemblage avec entretoise

### 4.1. Assemblage multi-matériaux

Dans un premier temps, un modèle avec une dissymétrie matériaux illustré Figure 6.a a été considéré afin d’évaluer la capacité du modèle analytique à prendre en compte les différences de souplesses entre les éléments. L’assemblage modélisé est composé d’une bride supérieure en aluminium ( $E = 75$  GPa) et d’une bride inférieure en acier ( $E = 210$  GPa).

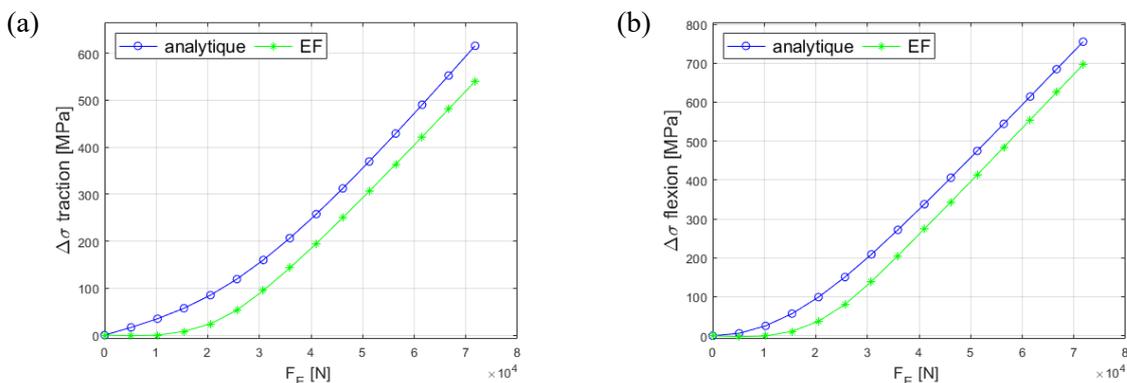


Figure 7- Comparaison des résultats analytiques et numériques pour l’assemblage de brides aluminium-acier : (a) Supplément de contrainte de traction et (b) Supplément de contrainte de flexion

Les suppléments de contraintes normales de traction et de flexion (Figure 7) montrent la capacité du

modèle ‘poutre fléchie’ à prendre en compte le moment de flexion appliqué par la vis sur la bride en aluminium qui est plus souple que le boulon. Les pentes des courbes analytiques suivent l’évolution des courbes numériques permettant notamment de déterminer la limite de décollement. Les contraintes analytiques sont surestimées par rapport aux valeurs numériques mais dans un contexte de prédimensionnement ce cas de figure est préférable. Le modèle analytique ne peut pas identifier la contrainte normale maximale dans le boulon car les contraintes dans le boulon sont calculées à équidistance entre la tête de vis et l’écrou. En effet, la section du boulon en vis-à-vis avec la bride en aluminium est plus sollicitée que dans la zone de la bride en acier à cause de la différence entre les souplesses des brides. La contrainte dans le plan milieu de la vis n’est donc pas la contrainte maximale dans le boulon.

## 4.2. Assemblage de brides de géométrie différente

Afin de confirmer la fiabilité du modèle ‘poutre fléchie’ dans le cas d’assemblages de pièces dont la géométrie modifie leurs souplesses, des brides de différentes épaisseurs sont intégrées dans l’assemblage (Figure 6.b). Il est alors composé de deux brides cylindriques de même matériau (acier), la bride supérieure ayant une épaisseur au niveau de la liaison boulonnée de 16 mm et la bride inférieure de 8 mm.

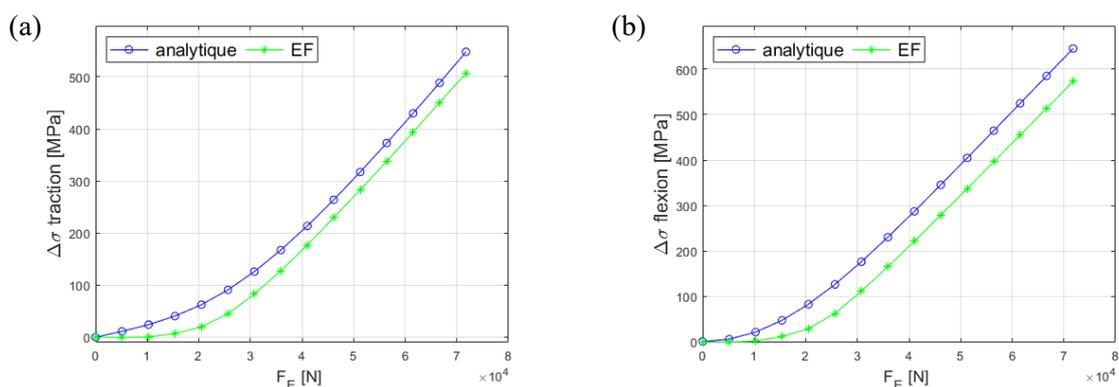


Figure 8- Comparaison des résultats analytiques et numériques pour l’assemblage avec différentes épaisseurs de brides : (a) Supplément de contrainte de traction et (b) Supplément de contrainte de flexion

La comparaison des suppléments de contraintes normales de traction et flexion (Figure 8) est très satisfaisante. Le faible écart entre les résultats analytiques et numériques confirme la fiabilité du modèle analytique et sa capacité à prédire le comportement mécanique de la vis quand sa souplesse est inférieure à celle des brides. Le chargement extérieur provoque des sollicitations du même ordre de grandeur que celles de l’assemblage multi-matériaux.

## 4.3. Assemblage de brides avec entretoise

Les entretoises sont des éléments technologiques utilisés dans diverses structures mécaniques dont les assemblages boulonnés où elles jouent un rôle majeur dans la redistribution des charges. Leur présence permet d’intégrer un filtrage des souplesses en sollicitant plus les pièces serrées tout en soulageant les boulons. Les vis sont ainsi moins sollicitées et donc moins vulnérables aux phénomènes de fatigue.

Afin d’identifier l’influence de l’entretoise et de valider sa prise en compte dans le modèle analytique,

un assemblage intégrant une entretoise (Figure 6.c) a été modélisé. La géométrie de la vis est identique à celle des assemblages précédents excepté pour sa longueur. La hauteur serrée vaut 54 mm avec une partie filetée non en prise dans l'écrou  $l_1 = 14$  mm et une partie lisse de longueur  $l_{lisse} = 40$  mm (somme de la longueur de l'entretoise  $l_e = 30$  mm et de la partie lisse restante  $l_0 = 10$  mm). Le diamètre extérieur de l'entretoise correspond au diamètre d'appui de la tête de vis  $D_w$  et un diamètre intérieur  $d_{int}$  équivalent au diamètre du perçage des brides ( $D_t = 14$  mm).

Le comportement de l'entretoise doit être ajouté dans la formulation du modèle 'poutre fléchi'. De par sa position dans l'assemblage, lorsque les brides fléchissent sous l'effet du chargement extérieur, l'entretoise est comprimée et sa déformée suit celle du boulon (Figure 9).

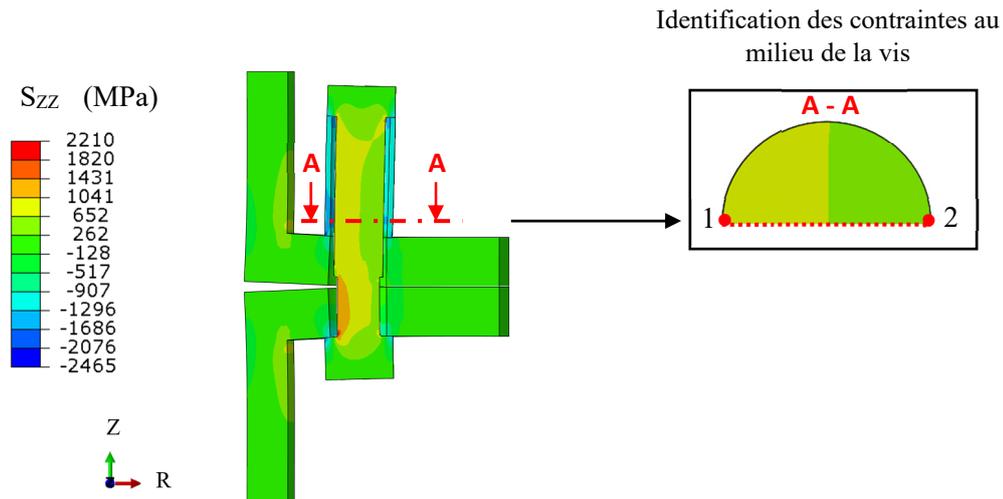


Figure 9- Contraintes axiales dans l'assemblage pour un chargement vertical des brides pour un chargement  $F_E = 47$  kN et identification des contraintes dans le plan médian de la vis (plan de flexion)

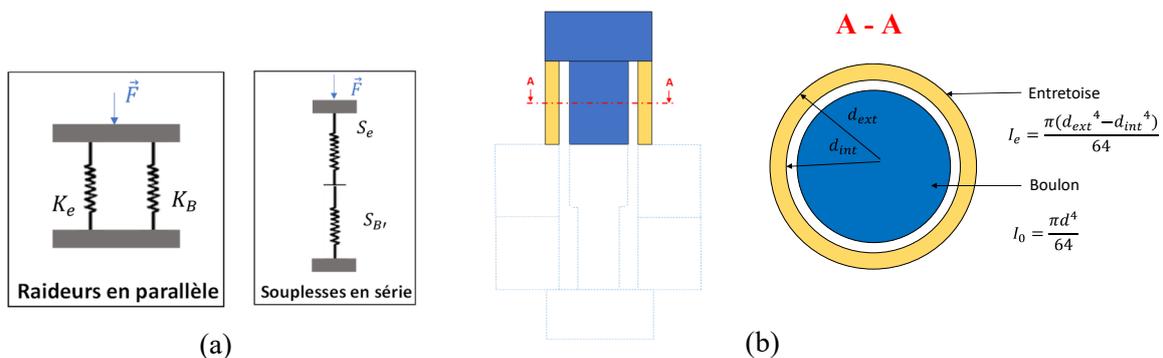


Figure 10- (a) Principe de calcul de la souplesse axiale équivalente boulon-entretoise et (b) Intégration de l'entretoise dans le calcul du moment quadratique équivalent du boulon

Le comportement axial et en flexion de l'entretoise est donc associé à celui du boulon. Les termes de la souplesse axiale et du moment quadratique équivalent du boulon, sur la hauteur associée à la longueur de l'entretoise, sont modifiés. En ce qui concerne la souplesse axiale, les raideurs en parallèle de l'entretoise et du corps du boulon sont calculées (Figure 10.a) suivant l'équation (19),  $S_e$  étant la souplesse de l'entretoise et  $S_B$ , la souplesse de la partie du boulon en vis-à-vis de l'entretoise. Un moment quadratique correspondant à la somme de la surface de l'entretoise et de la surface de la vis (Figure 10.b) est également identifié. Un terme est alors ajouté à l'équation (13) qui devient (18).

$$I_B = \frac{l_0 + l_1 + l_e}{\left[ \frac{l_0 + \alpha_0 d}{I_0} + \frac{l_1 + \alpha_1 d}{I_s} + \frac{l_e}{I_0 + I_e} \right]} \quad (18)$$

$$\text{Avec } I_e = \frac{\pi(d_{ext}^4 - d_{int}^4)}{64}$$

$$S_{eq} = \frac{S_e S_{Bf}}{S_e + S_{Bf}} \quad (19)$$

La comparaison du supplément de traction (Figure 11.a) montre que la courbe du modèle ‘poutre fléchie’ suit les pentes et changement de comportement de la vis avant et après la limite de décollement même si les résultats analytiques sont plus éloignés de la référence que pour les autres configurations d’assemblage. Le supplément de contrainte de flexion analytique (Figure 11.b) montre peu d’écart avec le modèle numérique. L’intégration du comportement de l’entretoise dans le modèle analytique est donc cohérente.

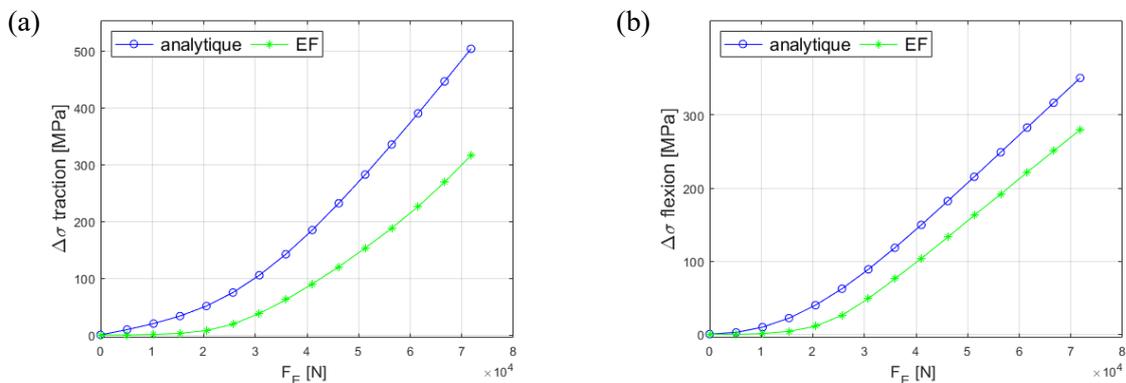


Figure 11- Comparaison des résultats analytiques et numériques pour l’assemblage avec entretoise :  
(a) Supplément de contrainte de traction et (b) Supplément de contrainte de flexion

Afin d’évaluer l’impact de l’entretoise sur les contraintes dans la vis, le comportement des assemblages avec et sans entretoise a été étudié (Figure 12). Les courbes mettent en évidence l’effet du filtrage dû à la compression que subit l’entretoise et à la redistribution des efforts dans l’assemblage. Le niveau de contrainte dans la vis est alors fortement diminué. Il y a donc un réel intérêt technologique à interposer une entretoise dans l’assemblage des brides cylindriques.

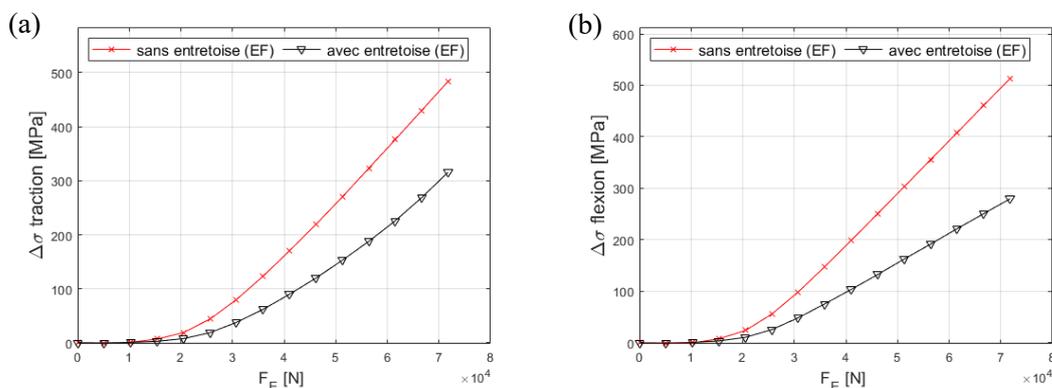


Figure 12- Influence de l’entretoise sur les suppléments de contrainte numériques de : (a) Traction et  
(b) Flexion

## 5 Conclusion

Cette étude est basée sur l'amélioration d'un modèle analytique non-linéaire [11] adapté aux assemblages boulonnés soumis à un chargement fortement excentré. Une formulation du modèle 'poutre fléchie' considérant l'effet du moment de flexion de la vis sur la déformée des pièces assemblées ainsi que la géométrie globale des pièces est proposée. Elle inclue plusieurs paramètres fondamentaux du comportement des assemblages tels que la précharge, les souplesses, le décollement, etc. Le modèle est validé par une comparaison des résultats (contraintes dans le boulon et déformée des pièces assemblées) avec ceux issus de simulations éléments finis pour un assemblage de brides cylindriques. Dans le cas des assemblages symétriques, le modèle 'poutre fléchie' offre des résultats satisfaisants dans une phase de prédimensionnement. La résistance de la liaison, sous chargement statique et fatigue, peut alors être déterminée grâce au modèle analytique. Sa fiabilité repose sur sa faculté à prédire le supplément de contraintes que subit le boulon lorsque le chargement extérieur est appliqué. En effet, cette valeur est faible devant le niveau de contraintes installées lors du serrage mais préjudiciable pour la tenue de la liaison. Le modèle analytique proposé doit donc décrire finement le comportement du boulon. La suite des travaux présentés concerne l'analyse du comportement d'assemblages dissymétriques (matériau, épaisseurs de bride) ainsi que l'étude d'assemblages comportant des éléments technologiques tels que les entretoises. La comparaison des résultats analytiques et numériques montre que le modèle 'poutre fléchie' est représentatif du comportement non-linéaire de la liaison. Les termes équivalents liés à la rigidité en flexion globale des pièces assemblées de même que l'influence des viroles de chaque bride sont vérifiés. Ils permettent donc de modéliser un grand nombre de configurations d'assemblage. Les souplesses respectives de chaque pièce sont perçues par la nouvelle formulation du modèle 'poutre fléchie'. En revanche, la contrainte analytique est calculée dans le plan médian du boulon ce qui ne permet pas toujours d'identifier la contrainte maximale dans la vis. Une adaptation du modèle pour calculer la contrainte maximale dans le boulon pour chaque configuration d'assemblage doit donc être envisagée. La formulation doit être validée pour d'autres dimensions d'assemblage de brides cylindriques ainsi que pour des valeurs d'angles sectoriels différents (ce qui revient à faire varier le nombre de boulons). Un plan d'expériences numériques permettra également de déterminer les domaines de validité de la formulation du modèle analytique notamment en termes de répartition des souplesses dans l'assemblage. Par l'intermédiaire des deux paramètres géométriques  $Q_1$  et  $Q_2$ , des assemblages autres que les brides cylindriques tels que les assemblages en T ou en U peuvent également être modélisés.

## Références

- [1] VDI 2230, Systematic calculation of highly stressed bolted joints Part 1: Joints with one cylindrical bolt. 182, ICS 21.060.10, 2015.
- [2] NF E25-030-2, Fixations - Assemblages vissés à filetage métrique ISO - Partie 2 : règles de conception pour les assemblages précontraints - Démarche complète, AFNOR, 2014.
- [3] J. Massol, Etude des assemblages boulonnés à chargement faiblement excentré soumis à des sollicitations de fatigue, Thèse, INSA de Toulouse, 1994.
- [4] I. Okorn, M. Nagode, J. Klemenc, S. Oman, Analysis of additional load and fatigue life of preloaded bolts in a flange joint considering a bolt bending load, Metals MDPI (2021), doi: 10.3390/met11030449.
- [5] M. Couchaux, M. Hjjaj, I. Ryan, A. Bureau, Effect of contact on the elastic behaviour of tensile bolted connections, Journal of Constructional Steel Research (2017) 459-474,

- doi: 10.1016/j.jcsr.2016.10.012.
- [6] M. Couchaux, M. Hjjaj, I. Ryan, A. Bureau, Tensile resistances of bolted circular flange connections, *Engineering Structures* (2018) 817-841, doi: 10.1016/j.engstruct.2018.04.004.
  - [7] F. Meisami, M. Moavenian, A. Afsharfard, Nonlinear behavior of single bolted flange joints: A novel analytical model, *Engineering Structures* (2018) 908-917, doi: 10.1016/j.engstruct.2018.07.035.
  - [8] L. Ślęczka, D. Leń, Prying action in bolted circular flange joints: Approach based on component method, *Engineering Structures* (2021) 111- 528, doi: 10.1016/j.engstruct.2020.111528.
  - [9] P. Agatonović, Beam model of bolted flanged connections, *Eng.Comput* (1985).
  - [10] M. Bakhiet, Etude des assemblages boulonnés à chargement fortement excentré soumis à des sollicitations de fatigue, Thèse, INSA de Toulouse, 1994.
  - [11] J. Guillot, Calcul des assemblages vissés - Assemblages soumis à une charge excentrée. Partie 2, *Techniques de l'ingénieur*, 2008, doi: 10.51257/a-v2-bm5563.
  - [12] R. Bulatović, J. Jovanović, An analysis of the mathematical models in the deformation process of eccentrically loaded bolts, *Mechanical Engineering* (2000) 789-797.
  - [13] P. Agatonović, Structural integrity analysis of multi-bolted connections using the innovative beam model, *Structural Integrity and Life* (2011) 147-156.
  - [14] W. El Masnaoui, A. Daidié, F. Lachaud, C. Paleczny, Analytical model behavior for bolted metal - 3D woven composite joints, *European Conference on Composite Materials*, Athènes, Grèce, 2018, pp. 24-28, hal-02518535.
  - [15] A. Haddar, A. Daidié, E. Rodriguez, L. Augustins, J.-F. Diebold, J. Hardy, Modèle analytique d'un assemblage boulonné soumis à un chargement fortement excentré, 16e Colloque National S-mart/AIP-PRIMECA, Montricher Albanne, France, 2019, pp. 1-6, hal-02120112.
  - [16] NF EN ISO 4014, Vis à tête hexagonale partiellement filetées - Grades A et B, AFNOR, 2011.
  - [17] NF EN ISO 898-1, Caractéristiques mécaniques des éléments de fixation en acier au carbone et en acier allié - Partie 1 : vis, goujons et tiges filetées de classes de qualité spécifiées - Filetages à pas gros et filetages à pas fin, AFNOR, 2013.
  - [18] NF EN ISO 4032, Ecrous hexagonaux normaux (style 1) - Grades A et B, AFNOR, 2013.
  - [19] F. Alkatan, Modélisation des raideurs des assemblages par éléments filetés précontraints, Thèse, INSA de Toulouse, 2005.