



**HAL**  
open science

# Prise en compte de l'historique de chargement pour l'estimation du dommage au sein d'une structure en acier sollicitée en fatigue

Clément Freyssinet, Valentine Rey, Franck Schoefs, Tanguy Moro

## ► To cite this version:

Clément Freyssinet, Valentine Rey, Franck Schoefs, Tanguy Moro. Prise en compte de l'historique de chargement pour l'estimation du dommage au sein d'une structure en acier sollicitée en fatigue. 25e Congrès Français de Mécanique, Nantes, 29 août-2 septembre 2022, Association française de mécanique, Aug 2022, Nantes, France. hal-04280127

**HAL Id: hal-04280127**

**<https://hal.science/hal-04280127v1>**

Submitted on 10 Nov 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Prise en compte de l'historique de chargement pour l'estimation du dommage au sein d'une structure en acier sollicitée en fatigue

Clément FREYSSINET<sup>a,b</sup>, Valentine REY<sup>a</sup>, Franck SCHOEFS<sup>a</sup>,  
Tanguy MORO<sup>b</sup>

a. Nantes Université, GeM - prénom.nom@univ-nantes.fr

b. IRT Jules Verne - prénom.nom@irt-jules.fr

## Résumé :

*Pour les structures soumises à des chargements d'origine environnementale la fatigue polycyclique est l'une des principales sources des défaillances d'origine mécanique, il est donc primordial de considérer ce phénomène. Pour ce faire et puisqu'il est montré que le cumul linéaire du dommage ne permettait pas de faire une prédiction fine du dommage, la formulation d'un cumul non linéaire semble alors être une approche particulièrement adaptée. Cependant, cette formulation suppose de prendre en compte l'historique de chargement ce qui, dans le cadre d'une étude fiabiliste, entraîne des coûts numériques extrêmement élevés. Ainsi afin de faire face à ce problème, nous proposons une stratégie adaptée au modèle à deux échelles visant à sélectionner la variable de contrôle la plus adéquate à métamodéliser afin de réduire les coûts numériques.*

**Mots clefs : Mécanique, Fatigue polycyclique, Fiabilité, Analyse de sensibilité**

## 1 Introduction

Un grand nombre de structures nécessite une surveillance et des inspections durant leur durée de vie et ce afin de garantir leur fiabilité face à des processus de dégradation tels que la corrosion ou la fatigue. Cette dernière joue notamment un rôle sur la performance d'un certain nombre de structures comme les avions, les navires ou les plateformes offshore [1]. Compte tenu des aléas matériau [2, 3], de fabrication [4] et de chargement [5] il est cependant très difficile de prédire les dégradations et donc de planifier au mieux cette surveillance. L'instrumentation pour la santé structurale (ou structural health monitoring) est alors un moyen d'obtenir une partie des données et donc de réduire les incertitudes. Il est alors nécessaire de développer des méthodes de calcul d'endommagement stochastique pouvant intégrer ces informations. C'est dans ce cadre que se situe ce travail.

Avant d'exploiter un quelconque modèle d'endommagement dans un cadre stochastique fonction du temps, il est primordial d'élaborer une stratégie permettant de garder ses coûts numériques contrôlés. Ici, l'approche que nous proposons consiste, par la réalisation d'analyses de sensibilité et l'exploitation des formules analytiques du modèle, à judicieusement sélectionner l'une des variables du modèle et à l'exploiter comme variable aléatoire de contrôle. C'est donc à partir de la métamodélisation de cette variable intermédiaire, que nous pourrions ensuite évaluer le dommage dans un cadre stochastique. Pour ce

faire, dans un premier temps, nous avons sélectionné un modèle mécanique adapté à notre cadre d'étude. Dans un second temps, nous avons considéré deux sources d'incertitude : le chargement et le matériau. Dans un troisième temps, nous avons réalisé une analyse de sensibilité dynamique du dommage. Pour finir, nous avons formulé les différents critères servant à sélectionner la variable de contrôle.

## 2 Deux modèles de fatigue à grand nombre de cycles

Dans cette section, deux modèles sont distingués : le premier est basé sur un cumul linéaire du dommage et le second, sur un cumul non linéaire du dommage.

### Cumul linéaire

L'hypothèse d'un cumul linéaire du dommage permet de quantifier l'endommagement d'un système par un traitement simple du signal temporel ou du spectre de puissance du signal des contraintes [6]. En se limitant au cadre temporel, il est dans un premier temps nécessaire d'identifier les cycles de même amplitude qui constituent le signal. Ils sont définis par une période  $T_i$  et une amplitude de contrainte  $\Delta\sigma_i$ . L'approche la plus répandue pour réaliser cette identification est le comptage Rainflow [7]. Dans un second temps, il faut associer à chacun de ces ensembles de cycles  $n_i$  un nombre de cycles à rupture  $N_i$ . Pour cela, il faut alors se référer aux courbes de Wöhler ou aux diagrammes de Haigh. Dans un troisième et dernier temps, le dommage est estimé via la formule de Palmgren [8] et Miner [9] où le dommage total est considéré égal à la somme des dommages pour les  $k$  amplitudes de contraintes identifiées.

$$D = \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_i} \quad (1)$$

Grâce à l'hypothèse de linéarité du cumul du dommage, cette méthode est très peu coûteuse en temps de calculs. C'est pour cette raison qu'elle est la méthode la plus utilisée pour traiter de la fatigue dans un cadre industriel. Cependant, cette hypothèse n'est pas toujours justifiée et peut entraîner une importante erreur d'approximation de la durée de vie.

C'est pour cela que nous nous sommes intéressés à une seconde approche qui prend en compte l'historique de chargement. Moins répandue dans l'industrie, cette approche est basée sur l'exploitation du modèle à deux échelles de Lemaitre et Doghri [10].

### Cumul non linéaire

Lemaitre et Doghri observent [11] que pour des structures en acier sollicitées en fatigue polycyclique ( $N \geq 10^5$ ), l'endommagement se manifeste par l'apparition de micro fissures au sein du matériau. Deux échelles sont alors définies : une échelle macroscopique non endommageable conservant un comportement élastique et une échelle microscopique suivant un comportement élastoplastique endommageable avec écrouissage cinématique linéaire. Pour lier ces deux échelles, nous avons utilisé la relation de Lin-Taylor :

$$\varepsilon = \varepsilon^\mu \quad (2)$$

avec  $\varepsilon$  la déformation et  $\square^\mu$  la notation indiquant une grandeur à l'échelle microscopique.

Concernant l'amorçage du dommage, le modèle prévoit un seuil de plasticité  $p_D$ . Ce n'est qu'une fois cette valeur atteinte par le cumul plastique  $p^\mu$  que le dommage micro sera initié. Ce dernier pourra alors ensuite croître jusqu'à atteindre une valeur critique  $D_C$ .

A l'échelle microscopique, le calcul de la réponse elasto-plastique est réalisé par l'algorithme de retour radial. Cette approche est incrémentale et nécessite donc une discrétisation temporelle tel que  $t_{n+1} = \Delta t + t_n$ . Les équations discrétisées du modèle sont de la forme suivante :

$$\varepsilon_{n+1} = \varepsilon_{n+1}^\mu \quad (3)$$

$$\varepsilon_{n+1}^\mu = \varepsilon_{n+1}^{\mu e} + \varepsilon_{n+1}^{\mu p} \quad (4)$$

$$\sigma_{n+1}^\mu = \tilde{\sigma}_{n+1}^\mu (1 - D_{n+1}^\mu) \quad (5)$$

$$\tilde{\sigma}_{n+1}^\mu = (3k\mathbb{P}^H + 2\mu\mathbb{P}^D) : \varepsilon_{n+1}^\mu \quad (6)$$

$$f = \sqrt{\frac{3}{2}} \|\tilde{\sigma}_{n+1}^{\mu D} - \mathbf{X}_{n+1}^\mu\| - \sigma_y^\mu \quad (7)$$

$$\mathbf{N} = \frac{\tilde{\sigma}_{n+1}^{\mu D} - \mathbf{X}_{n+1}^\mu}{\|\tilde{\sigma}_{n+1}^{\mu D} - \mathbf{X}_{n+1}^\mu\|} \quad (8)$$

$$\Delta \varepsilon^{\mu p} = \sqrt{\frac{3}{2}} \Delta p^\mu \mathbf{N} \quad (9)$$

$$\Delta \mathbf{X}^\mu = \sqrt{\frac{2}{3}} C (1 - D_{n+1}^\mu) \Delta p^\mu \mathbf{N} \quad (10)$$

$$\Delta D^\mu = \left( \frac{Y_{n+1}^\mu}{S} \right)^s \Delta p^\mu \quad (11)$$

$$Y_{n+1}^\mu = \frac{1}{2} \tilde{\sigma}_{n+1}^\mu : \varepsilon_{n+1}^{\mu e} \quad (12)$$

avec  $\tilde{\sigma}^\mu$  la contrainte effective microscopique,  $\mathbb{P}^H$  le projecteur hydrostatique,  $\mathbb{P}^D$  le projecteur déviatorique,  $f$  la surface de charge,  $\sigma_y^\mu$  la limite de plasticité microscopique,  $\mathbf{N}$  la direction de plasticité,  $\mathbf{X}^\mu$  l'écrouissage microscopique,  $C$  le module d'écrouissage,  $k$  le module d'élasticité isostatique,  $\mu$  le premier coefficient de Lamé,  $S$  et  $s$  les paramètres d'endommagement et  $\|\square\|$  la norme  $L_2$ .

Le modèle à deux échelles est appliqué à une structure 2D, rectangulaire, encadrée en  $x = 0$ , sollicitée en flexion en  $x = L$  et maillée en quadrangles sous l'hypothèse des contraintes planes. Seul un élément est considéré comme endommageable, il est illustré en rouge sur la FIGURE 2.

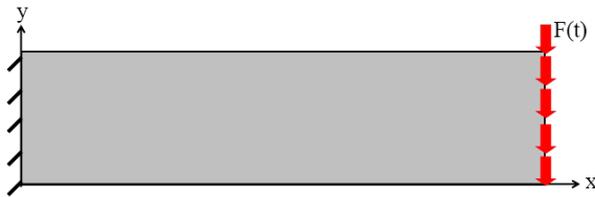


FIGURE 1 – Conditions aux limites appliquées

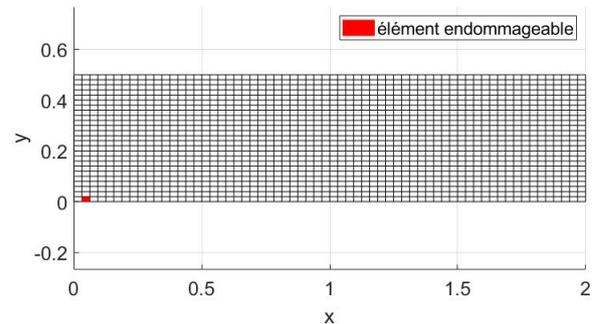


FIGURE 2 – Structure éléments finis considérée

### 3 Sources d'incertitude

Dans cette section, nous avons considéré deux sources d'incertitude : le chargement et le matériau.

### Chargement

Afin d'illustrer l'intérêt du modèle à deux échelles dans un cadre stochastique, nous proposons trois chargements (1 déterministe et 2 aléatoires) générant une contrainte locale  $\sigma_a$  au sein de l'élément endommageable et conduisant à un dommage final équivalent. Le chargement  $F_2$  est un chargement gaussien avec une autocorrélation gaussienne. Le choix de ses paramètres (variance, moyenne, longueur de corrélation et durée) est tel que le chargement doit être centré en 0 (ce qui cadre l'influence de la contrainte moyenne dans les analyses) et constitué d'au minimum  $10^5$  cycles au sens Rainflow (puisque l'on considère de la fatigue polycyclique). Le chargement  $F_1$  est un chargement gaussien avec une autocorrélation de Matern, il est défini avec les mêmes paramètres que  $F_2$ . Il permet d'introduire de petites irrégularités du signal de type incertitude de mesure. Pour finir, le chargement  $F_3$  est un chargement déterministe sinusoïdal d'amplitude et de période constantes. Sa période  $T_{F_3}$  est choisie de telle sorte à ce que le chargement contienne autant de cycles (au sens Rainflow) que  $F_2$  et ce sur le même intervalle de temps. Son amplitude  $A_{F_3}$  est choisie de telle sorte qu'il entraîne un dommage égal au dommage induit par  $F_2$  (au sens du cumul linéaire) :

$$\exists T_{F_3} \mid n_{F_3}(T_{F_3}) = \sum_i n_{iF_2} \quad (13)$$

$$\exists A_{F_3} \mid D_{F_3}(A_{F_3}) = D_{F_2} \quad (14)$$

Un extrait des chargements ainsi obtenus sont représentés sur la figure ci-dessous.

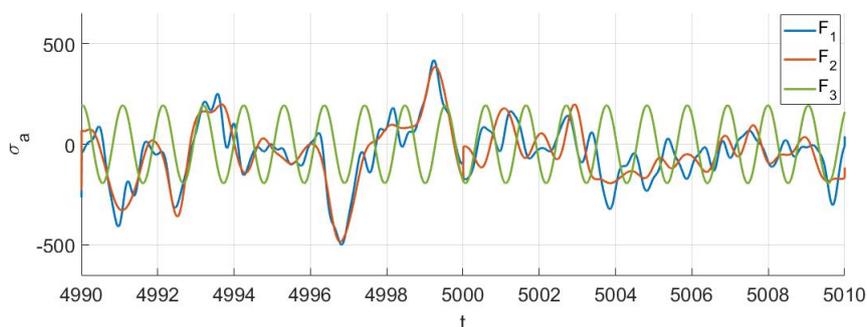


FIGURE 3 – Représentation d'un extrait des trois chargements

### Matériau

Cette section s'appuie sur les travaux réalisés par Benjamin Rocher dans [12]. D'après l'auteur, les paramètres  $\{E = 210000MPa; \nu = 0,3; \sigma_y^H = 41,7MPa; s = 1\}$  sont à considérer comme déterministes et les paramètres  $\{C; D_C; S; p_D\}$  sont à considérer comme stochastiques. L'auteur propose alors d'estimer les densités de probabilité des variables aléatoires en s'appuyant sur les courbes SN d'un assemblage soudé [14] via la méthode de Monte Carlo Marlov Chain [13]. À partir des coefficients de corrélation linéaire (de Bravais-Pearson) obtenus TABLE 1, nous pouvons remarquer que seul le coefficient  $r(D_C, S)$  est non négligeable.  $C$  et  $p_D$  sont donc considérés comme indépendants et  $D_C$  et  $S$  comme corrélés. Les densités identifiées sont représentées FIGURE 4.

	$C$	$D_C$	$S$	$p_D$
$C$	1	-0,063	-0,082	-0,003
$D_C$	-0,063	1	0,441	-0,031
$S$	-0,082	0,441	1	-0,007
$p_D$	-0,003	-0,031	-0,007	1

TABLE 1 – Coefficients de corrélation de Bravais-Pearson

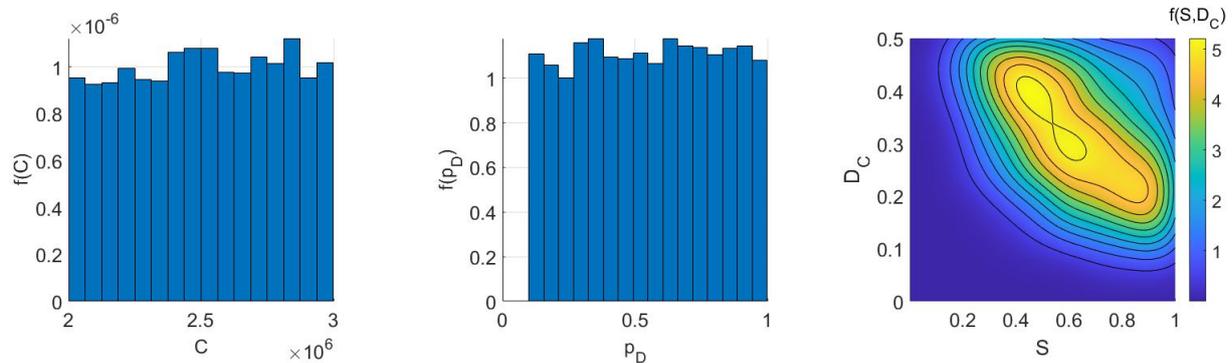


FIGURE 4 – Densités de probabilité

## 4 Analyse de sensibilité

Afin de préparer une analyse de fiabilité, il est important d'être en mesure de comprendre comment le modèle se comporte par rapport aux variables aléatoires d'entrée. C'est pour cela que nous avons réalisé une analyse de sensibilité du dommage microscopique  $D^\mu$ . Pour rappel, une analyse de sensibilité permet de lier les variations en sortie aux variations de certains des éléments en entrée. Plus la variation d'un élément d'entrée influe sur celle de sortie, plus celui-ci est dit sensible. Pour réaliser une analyse de sensibilité de nombreuses approches existent [15], nous avons donc formulé trois critères pour sélectionner notre méthode : elle doit être globale, prendre en compte la distribution des paramètres ainsi que leur corrélation et être robuste. La méthode de Borgonovo [16] répondant à ces critères, nous nous sommes tournés vers cette méthode. Le module disponible dans UQLab [17] a été utilisé.

### Méthode de Borgonovo

L'indice de Borgonovo  $S_i$  d'une variable aléatoire d'entrée  $X_i$  est la mesure du décalage observé de l'espérance mathématique de la densité de probabilité de sortie du modèle lorsque  $X_i$  est posé comme déterministe. L'indice de Borgonovo du premier ordre s'écrit de la façon suivante :

$$S_i = \frac{1}{2} E_{X_i} \left[ \int_{D_y} |f_Y(y) - f_{Y|X_i}(y)| dy \right] \quad (15)$$

avec  $f_Y$  la fonction densité de probabilité de la sortie du modèle et  $f_{Y|X_i}$  la distribution conditionnelle de  $X_i$ . En explicitant l'espérance, l'équation précédente devient :

$$S_i = \frac{1}{2} \int_{D_{x_i}} f_{X_i}(x_i) \int_{D_y} |f_Y(y) - f_{Y|X_i}(y)| dy dx_i \quad (16)$$

L'estimation de l'indice de Borgonovo  $S_i$  d'une variable d'entrée  $X_i$  dépend des approximations de  $f_Y$  et  $f_{Y|X_i}$ . Afin d'approximer  $f_{Y|X_i}$ ,  $N$  échantillons sont générés à partir du vecteur aléatoire d'entrée  $X$  et repartis en classes sur les variables  $X_i$ . Chacune des  $P$  classes est définie par ses limites inférieure et supérieure  $\{a_p, b_p\}$  avec  $a_p < b_p, p \in 1, \dots, P$ . Une classe  $C_p$  contient alors tous les échantillons  $x_i^{(j)}$  pour  $j \in 1, \dots, N$  où  $x_i^{(j)}$  est la  $j^{\text{me}}$  réalisation de la  $i^{\text{me}}$  variable du vecteur aléatoire  $X$ . Cela peut s'écrire comme  $C_p = \{x^{(j)} : a \leq x_i^{(j)} < b_p\}$ . La distribution de  $Y$  de chaque classe est alors :

$$f_{Y|X_i=x_i}(y) \approx \hat{f}_{Y|C_p \ni x_i}(y) \quad (17)$$

Dans l'approche originale de Borgonovo, la distribution de l'intégrale sur  $D_y$  est estimée à partir d'un échantillon du vecteur aléatoire  $X = \{x^{(1)}, \dots, x^{(N)}\}$  et de ses évaluations associées  $Y = M(x^{(1)}, \dots, x^{(N)})$ . La fonction densité de probabilité est ensuite directement calculée à partir de l'histogramme de  $Y$ . Puis afin d'estimer la fonction densité de probabilité conditionnelle, un histogramme est mis en place pour chacune des classes  $C_p$ . Dans ce scénario, la somme des écarts entre les valeurs conditionnelles et inconditionnelles donne une estimation de l'intégrale sur  $D_y$  dans (16).

### Applications numériques et interprétations des résultats

Ici,  $3 \cdot 10^3$  réalisations ont été considérées. Dans les FIGURES 5 et 6, les sensibilités du dommage par rapport aux variables aléatoires sont représentées au cours du temps. À titre d'exemple, la courbe orange représente la sensibilité de  $D^\mu$  par rapport à  $p_D$ .

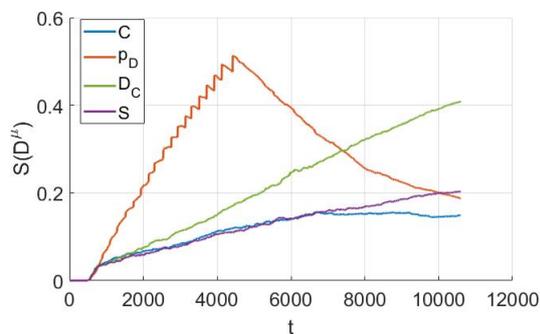


FIGURE 5 – Analyse de sensibilité de  $D^\mu$  par rapport à  $\{C; D_C; S; p_D\}$ , pour le chargement  $F_3$

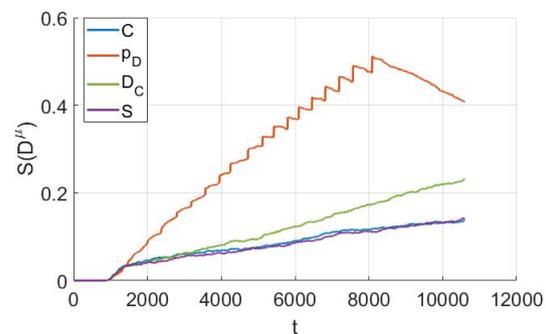


FIGURE 6 – Analyse de sensibilité de  $D^\mu$  par rapport à  $\{C; D_C; S; p_D\}$ , pour le chargement  $F_2$

On observe une bonne régularité des évolutions nous permettant de considérer que la taille de l'échantillon et la procédure d'estimation de l'indice sont satisfaisantes.

Le paramètre  $D_C$  intervient uniquement lorsque  $D^\mu = D_C$  et plus le temps avance, plus le nombre de trajectoires ayant atteint  $D_C$  augmente. Il est donc cohérent d'avoir un indice de sensibilité qui part de zéro pour ensuite croître au cours du temps.

Le paramètre  $p_D$  intervient uniquement lorsque  $p^\mu = p_D$ , ce qui a pour effet d'amorcer le dommage. Ainsi dans un premier temps l'indice de sensibilité croît au cours du temps puisque le nombre de trajectoires atteignant  $p_D$  augmente. Dans un second temps, le nombre de trajectoires atteignant  $p_D$  n'est plus

assez grand au regard du nombre de trajectoires l'ayant déjà franchi, l'indice de sensibilité commence alors à décroître jusqu'à atteindre une valeur nulle.

Le paramètre  $C$  intervient lors du calcul de l'incrément de l'érouissage (cinématique linéaire) :

$$\Delta \mathbf{X}^\mu = \sqrt{\frac{2}{3}} C N (1 - D_{n+1}) \Delta p^\mu \Rightarrow D_{n+1} = 1 - \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\|\Delta \mathbf{X}^\mu\|}{C \Delta p^\mu} \quad (18)$$

Nous savons par définition que  $D^\mu$  est croissant et cela implique que le rapport  $\frac{\|\Delta \mathbf{X}^\mu\|}{\Delta p^\mu}$  est décroissant au cours du temps. L'indice de sensibilité va donc croître jusqu'à ce que le dommage s'amorce puis une fois que la majorité des trajectoires auront atteint le seuil de plasticité, le rapport  $\frac{\|\Delta \mathbf{X}^\mu\|}{\Delta p^\mu}$  aura pour effet de diminuer le poids de  $C$ , faisant décroître l'indice de sensibilité.

Le paramètre  $S$  intervient lors du calcul de l'incrément du dommage :

$$D_{n+1}^\mu = D_{n+1}^\mu + \frac{Y_{n+1}^\mu}{S} \Delta p^\mu. \quad (19)$$

Nous savons par définition que  $D^\mu$  est croissant. Il s'agit donc ici de s'intéresser au terme  $Y_{n+1}^\mu \Delta p^\mu$ . A priori la seule information que nous pouvons déduire analytiquement est que ce terme est positif. Une étude numérique a donc été nécessaire et nous a permis d'observer que ce produit oscillait au cours du temps mais que sa courbe enveloppe croissait. L'indice de sensibilité va donc dans un premier temps croître rapidement le temps que le dommage s'amorce. Puis sa vitesse va diminuer du fait qu'elle ne sera plus due à l'amorçage du dommage mais au terme  $Y_{n+1}^\mu \Delta p^\mu$ .

## 5 Sélection de la variable de contrôle pour l'étude fiabiliste

Le modèle étant incrémental, il est extrêmement coûteux de calculer les différentes trajectoires du dommage sur d'aussi longues durées ( $10^5$  cycles) et pour un aussi grand nombre de réalisations ( $3.10^3$ ). Une solution standard est alors de métamodéliser l'évolution du dommage. Cependant cela implique deux inconvénients : Sur toute la durée où  $p^\mu$  est inférieur au seuil de plasticité, le dommage est nul et n'apporte aucune information sur la structure considérée. De plus, lors du retour radial, le dommage est l'une des dernières variables calculées. Tout l'enjeu est donc de sélectionner la variable de contrôle la plus adéquate à métamodéliser. Cette sélection se base sur trois critères :

- 1- La variable de contrôle doit fournir une information sur tout le domaine temporel. Par exemple nous savons d'ores et déjà que  $D^\mu$  est nul jusqu'à ce que  $p^\mu$  atteigne  $p_D$ , il ne respecte donc pas ce critère.
- 2- Le dommage doit être significativement sensible à la variable de contrôle et cette dernière doit elle même être sensible aux variables aléatoires influentes sur le dommage. Le respect de ce critère dépend donc des résultats des analyses de sensibilité.
- 3- Le passage de la variable de contrôle au dommage doit être peu coûteux et il doit être possible de relancer la modèle à deux échelles à partir d'un point estimé de la variable de contrôle. De (3) à (12) nous disposons 24 équations pour 28 composantes inconnues, ainsi pour respecter ce critère quatre scalaires doivent être métamodélisées (par exemple  $p^\mu$  et  $\varepsilon^{\mu e}$ ).

## 6 Conclusion et perspectives

Dans cet article nous avons posé certaines des bases nécessaires à la mise en place d'une analyse de fiabilité dépendant du temps pour une structure acier sollicitée en fatigue polycyclique. En effet dans un premier temps, avec le modèle à deux échelles, nous avons sectionné une alternative à l'approche Rainflow couplée au cumul de Palmgreen et Miner. Dans un second temps, nous avons sélectionné deux sources d'incertitude (le chargement et le matériau) et nous avons proposé une stratégie pour les prendre en considération avec une complexité croissante. Dans un troisième temps, nous avons sélectionné et mis en place une méthode d'analyse de sensibilité adaptée à notre cas d'étude. Pour finir, nous avons défini les différents critères à respecter pour sélectionner la variable de contrôle à métamodéliser.

Pour la suite, nous travaillons à mettre en place les différentes simulations numériques nécessaires afin de statuer sur la variable de contrôle à métamodéliser. Cette dernière sélectionnée, nous pourrions réaliser l'analyse de fiabilité (via AK-SYS [18] par exemple) sans avoir à formuler d'hypothèse sur la forme de la fonction de performance.

## Références

- [1] Z. Božić, S. Schmauder, Hinko Wolf, The effect of residual stresses on fatigue crack propagation in welded stiffened panels, *Engineering Failure Analysis* (2018).
- [2] M. Papadrakakis, N.D. Lagaros, V. Plevris, Design optimization of steel structures considering uncertainties, *Engineering Structures*, Volume 27, Issue 9 (2005).
- [3] O. Pasqualini, F. Schoefs, M. Chevreuil, Measurements and statistical analysis of fillet weld geometrical parameters for probabilistic modelling of the fatigue capacity, *Marine Structures* 34 : 226-248 (2012).
- [4] W. Huang, D. Ceglarek, Mode-based decomposition of part form error by discrete cosine-transform with implementation to assembly and stamping system with compliant Parts, *CIRP Annals* (2019).
- [5] J. T. Horn, J. R. Krokstad, B. J. Leira, Impact of model uncertainties on the fatigue reliability of offshore wind turbines, *Marine Structures* (2019).
- [6] R. Skjong, H. O. Madsen, Practical stochastic fatigue analysis of offshore platforms, *Ocean Engineering* (1987).
- [7] N. Hong, A modified rainflow counting method, *International Journal of Fatigue*, 1991.
- [8] A. Palmgren, *Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieur*, 68 (1924), pp. 339-341.
- [9] M.A. Minier, *J. Appl. Mech.*, 12 (1945), pp.159-164.
- [10] J. Lemaitre, I. Doghri, *Damage 90 : a post processor for crack initiation*, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1994.
- [11] C.M. Suh, H. Kitagawa, Crack growth behaviour of fatigue microcracks in low carbon steels, *Fatigue Fract. Engng Mater. Struct.*, 1986.
- [12] B. Rocher, F. Schoefs, M. François, A. Salou, A.L. Caouissin, A two-scale probabilistic time-dependent fatigue model for offshore steel wind turbines, *International Journal of Fatigue*, 2020.
- [13] M. Berveiller, Y. Le Pape, B. Sudret, F. Perrin, Méthode MCMC pour l'actualisation bayésienne des déformations différée du béton d'une enceinte de confinement modélisée par éléments finis stochastiques non intrusifs, *Journée Fiabilité des Matériaux et des Structures*, 2008.

- [14] DNVGL, RP-C203 : Fatigue of offshore steel structures, 2014.
- [15] F Pianosi et al., Sensitivity analysis of environmental models : A systematic review with practical workflow, Environmental Modelling & Software, 2016.
- [16] E. Borgonovo, A new uncertainty importance measure, Reliability Engineering & System Safety, pp 771-784, 2007.
- [17] S. Marelli, C. Lamas, K. Konakli, C. Mylonas, P. Wiederkehr, B. Sudret, UQLab user manual – Sensitivity analysis, ETH Zurich, 2022.
- [18] W. Fauriat and N. Gayton, AK-SYS : An adaptation of the AK-MCS method for system reliability, Reliability Engineering & System Safety, pp137-144, 2014.