



HAL
open science

Modélisation de l'Amorçage de Fissure en Fatigue de Contact : Approche Physique

Lucas Fourel, Jean Philippe Noyel, Etienne Bossy, Xavier Kleber, Philippe Sainsot, Fabrice Ville

► **To cite this version:**

Lucas Fourel, Jean Philippe Noyel, Etienne Bossy, Xavier Kleber, Philippe Sainsot, et al.. Modélisation de l'Amorçage de Fissure en Fatigue de Contact : Approche Physique. 25e Congrès Français de Mécanique, Nantes, 29 août-2 septembre 2022, Aug 2022, Nantes, France. hal-04280123

HAL Id: hal-04280123

<https://hal.science/hal-04280123v1>

Submitted on 13 Nov 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Modélisation de l'Amorçage de Fissure en Fatigue de Contact : Approche Physique

L. FOUREL^{a,b,c,*}, J.P. NOYEL^b, E. BOSSY^b, X. KLEBER^c, P. SAINOT^a,
F. VILLE^{a,**}

a. Univ Lyon, INSA Lyon, CNRS, LaMCoS, UMR5259, 69621 Villeurbanne, France

b. Univ Lyon, ECAM Lyon, LabECAM, F-69005 Lyon, France

c. Univ Lyon, INSA Lyon, MATEIS, UMR CNRS 5510, F-69621 Villeurbanne, France

* lucas.fourel@insa-lyon.fr

** fabrice.ville@insa-lyon.fr

Résumé :

Une approche physique d'accumulation cyclique des dislocations est utilisée pour simuler numériquement l'amorçage de fissures en fatigue de contact dans un matériau polycristallin. La géométrie granulaire est générée par tessellation de Voronoi et les contraintes engendrées par le passage d'une pression de contact roulant sont calculées par la méthode des éléments finis. L'énergie accumulée par le glissement des dislocations est calculée sur la base de la contrainte de cisaillement et de la taille des bandes de glissement grâce à une approche de type Tanaka-Mura. Une fissure est amorcée lorsque l'énergie stockée dans une bande de glissement dépasse un seuil, ce qui permet de simuler la profondeur, les orientations ainsi que le nombre de cycles auquel apparaissent les premières fissures en surface ou en sous-couche du matériau.

Abstract:

A physics-based approach of cyclic dislocation accumulation is used to numerically simulate contact fatigue crack initiation in a polycrystalline material. The granular geometry is generated by Voronoi tessellation and the stresses induced by the motion of a rolling contact pressure are calculated by the finite element method. The energy accumulated by dislocation slip is calculated based on the shear stress and slip band size using a Tanaka-Mura type of approach. A crack is initiated when the energy stored in a slip band exceeds a threshold, which allows to simulate the depth, the orientations and the number of cycles at which the first cracks appear on the surface or subsurface of the material.

Mots clefs : fatigue de contact, amorçage, fissure, modélisation, granulaire

1 Introduction

Les composants de contact sont utilisés afin de transmettre un effort mécanique entre deux pièces en mouvement l'une par rapport à l'autre. C'est le cas des roulements à billes ou à rouleaux, des engrenages ou encore du contact roue-rail par exemple. Ces différents composants subissent une sollicitation de contact répétée durant leur fonctionnement. Cette sollicitation mécanique cyclique peut entraîner une dégradation du matériau par phénomène de fatigue menant généralement à l'écaillage de la surface du matériau [1]. Un écaillage est un arrachement de matière en surface du composant. Une fois écaillé, le bon fonctionnement du composant est modifié, le frottement, les vibrations, le bruit vont augmenter significativement et une dégradation généralisée peut rapidement survenir [1]. Il est donc primordial de limiter au maximum le phénomène de fatigue de contact afin de retarder l'écaillage et que le composant puisse être utilisé en toute sécurité le plus longtemps possible. Dans un monde où les ressources en matériau et en énergie doivent être employées à bon escient et avec modération afin de limiter l'impact sur l'environnement, il est également consciencieux de ne pas surdimensionner les composants mécaniques de contact. Cela aurait pour conséquence d'alourdir les véhicules de transport routier, ferroviaire, maritime et en particulier aérien, qui nécessitent tous de nombreux composants de contact pour fonctionner et dans lesquels la consommation d'énergie est directement liée à leur masse. Sur ce point, les enjeux écologiques rejoignent également des enjeux économiques.

La fatigue étant le principal facteur limitant de la durée de vie d'un composant dans nombre d'applications industrielles, il est crucial de comprendre et de maîtriser les phénomènes physiques intervenant dans cette dégradation cyclique. Historiquement, les modèles prédictifs de durée de vie en fatigue de contact sont empiriques, ils reposent sur des résultats expérimentaux [2]. Cependant, ces résultats suivent une distribution statistique plutôt qu'une valeur précise et reproductible. Cela rend nécessaire la répétition de nombreux essais expérimentaux afin d'avoir un nombre statistiquement significatif de résultats, condition essentielle à la fiabilité des modèles empiriques. Les modèles Lundberg-Palmgren [3], [4] ou encore Ioannides-Harris [5] en sont des exemples. Ils sont encore aujourd'hui amplement utilisés, notamment sous la forme de la norme ISO 281 pour les roulements. Le principal défaut de l'approche empirique est le besoin de disposer de nouvelles caractérisations expérimentales afin de déterminer les coefficients de la loi de fatigue pour de nouveaux matériaux ou de nouvelles sollicitations, du fait de ne pas tenir compte des phénomènes physiques. Depuis les dernières décennies, la compréhension de ces phénomènes et les possibilités de calcul numérique se sont beaucoup étendues. Cela rend envisageable le développement de nouveaux modèles prédictifs physiques. L'intérêt de l'approche physique, en plus d'améliorer la compréhension des phénomènes, serait de mieux prédire le comportement en fatigue d'un composant dans des conditions données, tout en réduisant le nombre d'essais expérimentaux nécessaires [2].

La durée de vie en fatigue peut être divisée en deux étapes : l'amorçage de fissures et la propagation de celles-ci [6]. Durant la première étape, le composant ne possède pas de défaut macroscopique de type fissure. Cependant, la sollicitation de contact répétée va engendrer une augmentation graduelle du nombre de dislocations qui vont se déplacer et s'accumuler dans le matériau à l'échelle microscopique. La variation du cisaillement au cours d'un cycle est considérée comme le principal moteur de ces microdéformations plastiques. En effet, des chercheurs ont mis en évidence l'apparition de bandes de glissement persistantes (« Persistent Slip Bands » ou PSBs) dans les grains des matériaux polycristallins en sollicitation cyclique [7]. Les composants de contact sont quasi-exclusivement constitués de matériaux métalliques polycristallins tel que l'acier. Ces matériaux sont composés d'une multitude de cristaux couramment appelés grains. Chaque grain possède une structure atomique orientée plus ou

moins aléatoirement par rapport aux grains voisins. Les discontinuités d'orientation cristalline sont appelées joint de grains (« Grain Boundaries » ou GBs) et elles délimitent les grains. La déformation plastique à l'échelle locale intervient par le déplacement de dislocations qui glissent le long des plans atomiques denses du grain. C'est par ce phénomène qu'apparaissent les PSBs [6]. Les GBs constituent des obstacles aux mouvements des dislocations. En effet, les dislocations qui glissent le long de la PSB sont bloquées à proximité du GB car le passage de la discontinuité d'orientation cristalline demande de l'énergie qui peut, selon l'écart, être importante à l'échelle d'une dislocation [9], [10]. Cette concentration de dislocations à l'intersection des PSBs et des GBs explique que ce soit un site favorable à l'amorçage de fissures [8].

Des études ont montré que l'énergie stockée par les dislocations est le meilleur indicateur d'un site favorable à l'amorçage de fissures à l'échelle des grains [11]. Plusieurs approches sont envisageables afin de modéliser l'énergie stockée à l'intersection PSB-GB. La dynamique moléculaire (« Molecular Dynamics » ou MD) permet de simuler chaque interaction entre atomes et donc de déterminer l'énergie nécessaire au passage d'une dislocation à travers un GB par exemple [10]. Cependant, le coût de calcul est trop important pour simuler de nombreuses dislocations. La dynamique discrète de dislocations (« Discrete Dislocation Dynamics » ou DDD) est une deuxième approche qui propose de modéliser les dislocations comme étant des éléments discrets générant un champ d'interaction à distance [12]. Le comportement complexe engendré par de nombreuses dislocations peut être simulé. Néanmoins, les échelles de temps et de volume de matière pouvant être simulées avec les ressources de calcul actuelles restent peu satisfaisantes pour la problématique globale de la fatigue de contact. Les modèles de plasticité cristalline (« Crystal Plasticity » ou CP) sont également numériquement coûteux [13].

Tanaka et Mura proposent une approche micromécanique de l'amorçage de fissures en fatigue. Le principe qui en est à l'origine est l'accumulation cyclique de dislocations dans les PSBs [14]. Plusieurs simplifications sont faites par Tanaka et Mura :

- Le cisaillement le long d'une PSB est uniforme
- L'empilement de dislocations se fait sur deux couches parallèles proches à cause de la présence de contraintes résiduelles locales « back stress »
- Le mouvement des dislocations est irréversible
- Le taux d'accumulation d'énergie est constant au cours de l'amorçage de fissures, il y a donc une relation de linéarité entre le nombre de cycles et l'énergie totale stockée dans une PSB, ce qui permet d'extrapoler à partir d'un seul cycle
- L'énergie stockée par l'accumulation de dislocations est convertie en énergie de création de surface et en énergie de dissipation plastique lors de la fissuration, conformément à l'approche d'Irwin [15]
- La totalité de la PSB est fissurée à l'issue de cette conversion d'énergie

Sur la base de ces hypothèses, Tanaka et Mura définissent l'énergie accumulée à chaque cycle par unité de longueur [14] :

$$\Delta U = \frac{\pi(1-\nu)}{8G}(\Delta\tau - 2k)^2 d^2$$

Où ν est le coefficient de Poisson, G est le module de cisaillement, $\Delta\tau$ est la variation de la contrainte de cisaillement dans la PSB au cours d'un cycle, k est la contrainte de frottement du réseau cristallin, d est la taille de PSB. La valeur $2k$ à l'effet d'un seuil sur $\Delta\tau$, si la variation du cisaillement ne le dépasse pas, il n'y a pas de mouvement de dislocations et donc pas d'énergie accumulée dans la PSB.

La fissuration a lieu lorsque l'énergie accumulée sur deux couches atteint un seuil qui est l'énergie de fracture du matériau conduisant à la création de deux nouvelles surfaces :

$$2N_i\Delta U = 2dW_f$$

Où N_i est la durée d'amorçage de fissure en cycles, W_f est l'énergie de fracturation par unité de surface. La durée d'amorçage est alors donnée par :

$$N_i = \frac{8GW_f}{\pi(1-\nu)d(\Delta\tau - 2k)^2}$$

Différents travaux de recherche utilisent cette approche pour modéliser l'amorçage de fissures en fatigue classique [16]–[19]. Cette méthode a été utilisée précédemment par les auteurs dans un modèle de fatigue de contact 2D [8], [20].

Dans ce document, l'approche Tanaka-Mura est utilisée dans un modèle de fatigue de contact 3D, afin de déterminer les positions, orientations et durée d'amorçage de fissures des composants de contact. Dans une première partie, les différentes étapes de modélisation sont détaillées. Ensuite, des résultats obtenus avec ce modèle sont présentés et analysés. La dernière partie est consacrée aux conclusions et perspectives sur ces travaux de recherche.

2 Modélisation

Un seul des deux corps en contact est analysé dans ce modèle. L'action mécanique exercée par le second corps est modélisée par une pression de contact se déplaçant à la surface du premier corps. La pression de contact se déplace depuis une position de départ, vers une position d'arrivée et en un nombre discret de pas. Afin d'optimiser le temps de calcul, il est préférable de modéliser seulement une partie du matériau à l'échelle du grain et d'incorporer cette zone d'analyse dans un massif homogène. Les déplacements normaux sont bloqués aux bords de ce massif. Cette approche est schématisée Figure 1 en 2D, bien que le modèle présenté dans ce document soit un modèle 3D. De nombreux travaux utilisent également cette approche pour modéliser la fatigue de contact [2], [8], [13], [20]–[26].

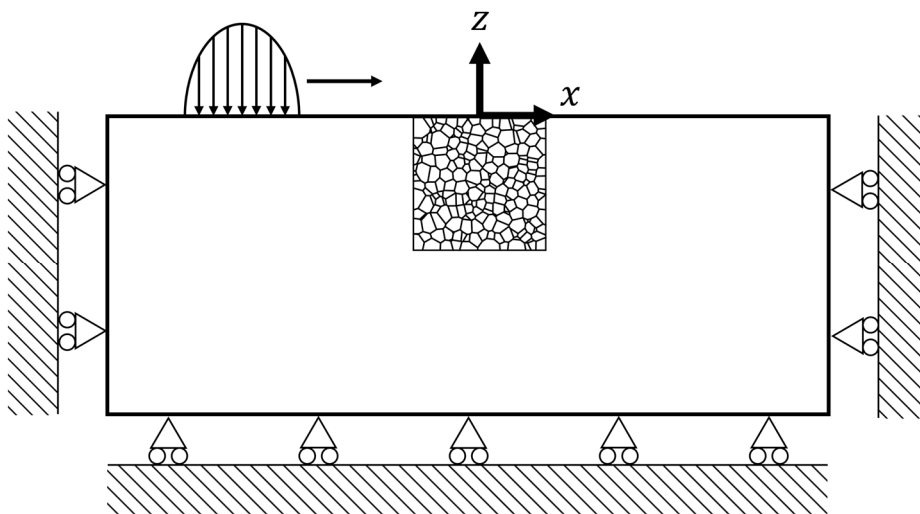


Figure 1: Conditions aux limites du modèle

La méthode employée pour générer une géométrie granulaire est la tessellation de Voronoi. Cette méthode est largement utilisée dans la modélisation de matériaux polycristallins [8], [13], [20], [25], [26]. Le programme Neper [27] permet de générer des géométries granulaires avec différentes morphologies et différentes distributions statistiques de la taille des grains et de la sphéricité des grains. Il est ainsi possible d'obtenir une géométrie représentative des multiples matériaux pouvant constituer les composants de contact. Les propriétés d'élasticité sont anisotropes cubiques pour les grains et isotropes pour le massif. Des rotations 3D aléatoires différentes sont appliquées aux tenseurs de rigidité des grains de manière à ce que collectivement, leur comportement tende vers celui du massif [23].

Il est possible de calculer analytiquement une approximation de la pression exercée entre deux corps en contact. Cependant, ces formules se limitent à des géométries simples et des conditions de surface souvent idéalisées qui rentrent dans la théorie de Hertz [28]. Des méthodes numériques permettent de calculer la pression de contact entre deux surfaces, même en présence de rugosités ou d'un défaut de surface comme un indent. La méthode numérique utilisée dans cette étude repose sur une résolution par gradient conjugué et transformée de Fourier (« Conjugate Gradient - Fast Fourier Transform » ou CG-FFT) [29]. Les détails de cette méthode sont présentés dans [30]. La rapidité de cette méthode permet de calculer l'évolution de la pression au cours d'un cycle, plutôt que d'utiliser l'état de pression lorsque la charge est uniquement au centre de la zone analysée. L'avantage de cette méthode a été montré [20].

La méthode des éléments finis (« Finite Element Method » ou FEM) est utilisée afin d'obtenir la réponse élastique du matériau polycristallin subissant la sollicitation de contact. La contrainte de cisaillement dans chaque PSB est calculée en fonction de l'orientation du système de glissement. Dans les matériaux de type cubique centré (« Body Centered Cubic » ou BCC), il existe six plans atomiques denses différents ayant chacun deux directions de glissement préférentielles. Au total, douze systèmes de glissement sont formés par combinaison d'un plan et d'une direction.

Dans cette étude, les PSBs sont modélisées par des polygones situés dans les grains le long de chacun des douze systèmes de glissement. La géométrie générée par tessellation de Voronoi permet de définir les grains par des polyèdres convexes. L'intersection entre un plan et un polyèdre convexe est un polygone convexe qui représente, dans ce cas, une PSB. Le modèle repose sur l'hypothèse que les PSBs sont uniformément réparties dans chaque grain. L'algorithme génère donc les PSBs à espacement régulier (voir Figure 2).

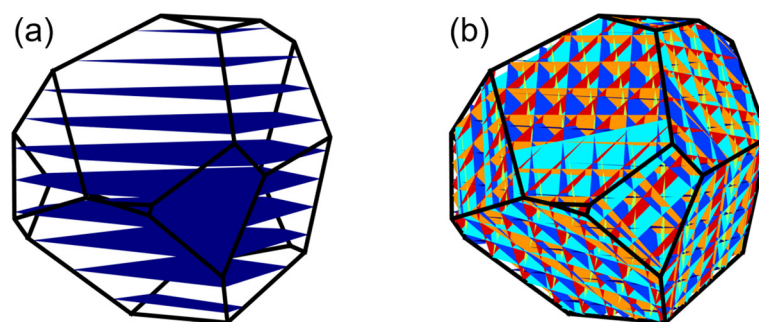


Figure 2: PSBs dans un grain BCC avec (a) un système de glissement (b) douze systèmes de glissement

Afin de calculer l'énergie de dislocation accumulée dans chaque PSB au cours d'un cycle ΔU et par conséquent, la durée d'amorçage de fissures N_i , la taille de PSB d est estimée par le diamètre équivalent du polygone, la variation du cisaillement $\Delta\tau$ est moyennée sur la surface de la PSB.

3 Résultats

Les étapes décrites dans la section précédente permettent de simuler l'énergie de dislocation accumulée à chaque cycle. Les paramètres déterminés à partir de la littérature [18], [19], [23], [31], [32] et utilisés afin d'obtenir les résultats suivants sont :

- Géométrie
 - Granulaire
 - Nombre de grains : 2000
 - Taille de grains
 - Distribution : log-normale
 - Moyenne : 100 μm
 - Ecart-type : 15 μm
 - Dimensions : 1 mm \times 1 mm \times 1 mm
 - Massif homogène
 - Dimensions : 16 mm \times 16 mm \times 8 mm
- Contact
 - Type : Hertz plan-cylindre, pas de rugosité, pas de défaut
 - Demi-largeur a : 500 μm
 - Pression maximale : 2 GPa
 - Discrétisation
 - Début : $-2a$
 - Fin : $+2a$
 - Nombre de pas : 50
- Elasticité
 - Grains (élasticité cubique)
 - $C_{11} = 237$ GPa
 - $C_{12} = 141$ GPa
 - $C_{44} = 116$ GPa
 - Taille d'éléments de maillage : 15 μm
 - Massif homogène isotrope
 - Module de cisaillement $G = 80$ GPa
 - Coefficient de Poisson $\nu = 0.3$
 - Taille d'éléments de maillage : 15 μm – 1000 μm
- PSBs
 - Structure cristalline : BCC
 - Espacement des PSBs : 10 μm
 - Contrainte de frottement du réseau $k = 390$ MPa
 - Energie de fracturation par unité de surface $W_f = 440$ kJ/m²

La Figure 3 (a) représente la géométrie granulaire utilisée pour la simulation et la Figure 3 (b) représente l'énergie des PSBs.

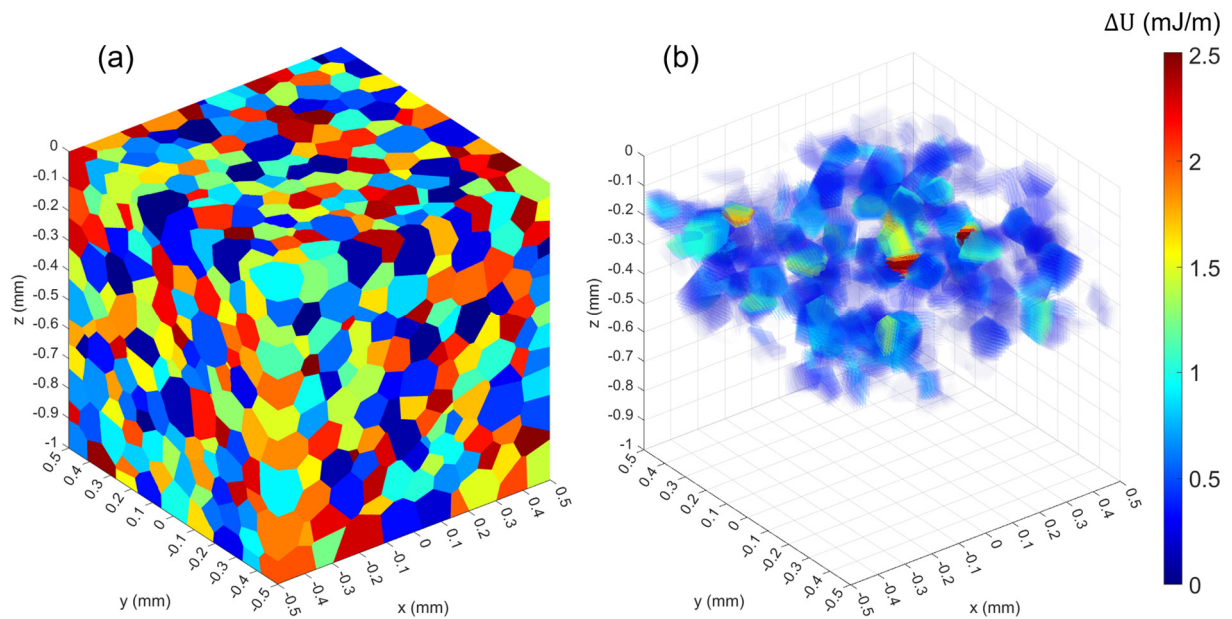


Figure 3: (a) Géométrie granulaire, (b) Energie des PSBs

Il apparaît Figure 3 (b) que la sollicitation de contact cylindre-plan entraîne une concentration de l'énergie stockée autour de la profondeur $z = -0.5a$. Cette profondeur correspond au maximum de cisaillement orthogonal en contact de Hertz cylindre-plan, ce qui est en accord avec de précédents résultats [20] et des observations expérimentales [33], [34]. Selon cette simulation, la durée d'amorçage de la première fissure est de $N_i = 13\ 626$ cycles.

4 Conclusion

L'approche physique a de nombreux avantages pour l'analyse de la fatigue de contact. Elle permet de mieux comprendre les phénomènes micromécaniques ainsi que de prédire la profondeur, l'orientation et la durée d'amorçage de fissures.

Le modèle numérique présenté dans ce document propose de se baser sur le calcul de l'énergie de dislocations stockée dans les PSBs. Pour cela, une géométrie granulaire est générée par la méthode de Voronoi, les contraintes dans le matériau sont calculées par éléments finis à partir d'une sollicitation de contact donnée.

Bien que cet aspect ne soit pas exploité dans ce document, l'intérêt d'un tel modèle est également d'obtenir des résultats statistiques en effectuant plusieurs simulations. En effet, la génération de la géométrie ainsi que l'attribution des orientations cristallines étant en partie aléatoire, il est possible de réaliser une série de simulations à paramètres constants mais tirages aléatoires différents.

L'étape de propagation de fissures n'est pas abordée par ce modèle qui ne concerne que l'étape d'amorçage de fissures. Il est toutefois possible de coupler le modèle présenté avec des modèles de propagation de fissures à l'échelle du grain du type champ de phase [35] ou XFEM par exemple [36]–[38].

Références

- [1] A. V. Olver, “The mechanism of rolling contact fatigue: An update,” *Proc. Inst. Mech. Eng. Part J J. Eng. Tribol.*, vol. 219, no. 5, pp. 313–330, 2005, doi: 10.1243/135065005X9808.
- [2] F. Sadeghi, B. Jalalahmadi, T. S. Slack, N. Raje, and N. K. Arakere, “A review of rolling contact fatigue,” *J. Tribol.*, vol. 131, no. 4, pp. 1–15, 2009, doi: 10.1115/1.3209132.
- [3] G. Lundberg, “Dynamic capacity of rolling bearings,” *IVA Handl.*, vol. 196, p. 12, 1947.
- [4] A. Palmgren, “Die lebensdauer von kugellagern,” *Zeitschrift des Vereines Duetscher Ingenieure*, vol. 68, no. 4, p. 339, 1924.
- [5] E. Ioannides and T. A. Harris, “A New Fatigue Life Model for Rolling Bearings,” *J. Tribol.*, vol. 107, no. 3, pp. 367–377, 1985, doi: 10.1115/1.3261081.
- [6] M. D. Sangid, “The physics of fatigue crack initiation,” *Int. J. Fatigue*, vol. 57, pp. 58–72, 2013, doi: 10.1016/j.ijfatigue.2012.10.009.
- [7] J. A. Ewing and J. C. W. Humfrey, “VI. The fracture of metals under repeated alternations of stress,” *Philos. Trans. R. Soc. London. Ser. A, Contain. Pap. a Math. or Phys. Character*, vol. 200, no. 321–330, pp. 241–250, 1903.
- [8] L. Fourel, J.-P. Noyel, E. Bossy, X. Kleber, P. Sainsot, and F. Ville, “Towards a grain-scale modeling of crack initiation in rolling contact fatigue - Part 2: Persistent slip band modeling,” *Tribol. Int.*, vol. 163, p. 107173, 2021, doi: <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2021.107173>.
- [9] Z. F. Zhang and Z. G. Wang, “Comparison of fatigue cracking possibility along large- and low-angle grain boundaries,” *Mater. Sci. Eng. A*, vol. 284, no. 1–2, pp. 285–291, 2000, doi: 10.1016/S0921-5093(00)00796-6.
- [10] M. D. Sangid, H. J. Maier, and H. Sehitoglu, “The role of grain boundaries on fatigue crack initiation - An energy approach,” *Int. J. Plast.*, vol. 27, no. 5, pp. 801–821, 2011, doi: 10.1016/j.ijplas.2010.09.009.
- [11] B. Chen, J. Jiang, and F. P. E. Dunne, “Is stored energy density the primary meso-scale mechanistic driver for fatigue crack nucleation?,” *Int. J. Plast.*, vol. 101, pp. 213–229, 2018, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2017.11.005>.
- [12] G. Ananthakrishna, “Current theoretical approaches to collective behavior of dislocations,” *Phys. Rep.*, vol. 440, no. 4, pp. 113–259, 2007, doi: <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2006.10.003>.
- [13] M. Ghodrati, M. Ahmadian, and R. Mirzaeifar, “Three-dimensional study of rolling contact fatigue using crystal plasticity and cohesive zone method,” *Int. J. Fatigue*, vol. 128, p. 105208, 2019, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2019.105208>.
- [14] K. Tanaka and T. Mura, “Dislocation Model for Fatigue Crack Initiation.,” *Am. Soc. Mech. Eng.*, vol. 48, no. 81-APM-3, pp. 97–103, 1981.
- [15] G. R. Irwin, “Analysis of Stresses and Strains Near the End of a Crack Traversing a Plate,” *J. Appl. Mech.*, vol. 24, no. 3, pp. 361–364, 2021, doi: 10.1115/1.4011547.
- [16] X. Liu and S. Lu, “A micro-crack initiation life simulation method by improving the Tanaka-Mura’s model of slip behavior,” *Int. J. Fatigue*, vol. 145, p. 106108, 2021, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2020.106108>.
- [17] X. Wu, “On Tanaka-Mura’s fatigue crack nucleation model and validation,” *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.*, vol. 41, no. 4, pp. 894–899, 2018, doi: 10.1111/ffe.12736.
- [18] A. Bruckner-Foit and X. Huang, “On the determination of material parameters in crack initiation laws,” *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.*, vol. 31, no. 11, pp. 980–988, 2008, doi: 10.1111/j.1460-2695.2008.01287.x.
- [19] S. Toyoda, H. Kimura, Y. Kawabata, S. Hashimoto, N. Yoshihara, and J. N. I. Sakai, “Numerical simulation of fatigue crack initiation in thin-walled high strength steel as modeled by voronoi-polygons,” *ISIJ Int.*, vol. 50, no. 11, pp. 1695–1701, 2010, doi: 10.2355/isijinternational.50.1695.
- [20] L. Fourel, J.-P. Noyel, E. Bossy, X. Kleber, P. Sainsot, and F. Ville, “Towards a grain-scale modeling of crack initiation in rolling contact fatigue – Part 1: Shear stress considerations,” *Tribol. Int.*, vol. 164, p. 107224, 2021, doi: <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2021.107224>.
- [21] E. Bossy, J. P. Noyel, X. Kleber, F. Ville, C. Sidoroff, and S. Thibault, “Competition between

- surface and subsurface rolling contact fatigue failures of nitrided parts: A Dang Van approach,” *Tribol. Int.*, vol. 140, no. July, 2019, doi: 10.1016/j.triboint.2019.105888.
- [22] G. Vouaillat, J. P. Noyel, F. Ville, X. Kleber, and S. Rathery, “From Hertzian contact to spur gears: analyses of stresses and rolling contact fatigue,” *Mech. Ind.*, vol. 20, no. 6, p. 16, 2019, doi: 10.1051/meca/2019064.
- [23] J.-P. Noyel, F. Ville, P. Jacquet, A. Gravouil, and C. Changenet, “Development of a Granular Cohesive Model for Rolling Contact Fatigue Analysis: Crystal Anisotropy Modeling,” *Tribol. Trans.*, vol. 59, no. 3, pp. 469–479, 2016, doi: 10.1080/10402004.2015.1087076.
- [24] T. Beyer, T. Chaise, J. Leroux, F. Sadeghi, and D. Nelias, “A method to model crystalline anisotropy in contact using semi-analytical method,” *Tribol. Int.*, vol. 152, no. February, p. 106429, 2020, doi: 10.1016/j.triboint.2020.106429.
- [25] S. J. Lorenz, F. Sadeghi, H. K. Trivedi, M. S. Kirsch, and C. Wang, “Effects of Grain Refinement on Rolling Contact Fatigue in Bearing Contacts,” *J. Tribol.*, vol. 143, no. 12, 2021, doi: 10.1115/1.4052279.
- [26] A. Vijay and F. Sadeghi, “Rolling contact fatigue of coupled EHL and anisotropic polycrystalline materials,” *Tribol. Int.*, vol. 169, p. 107479, 2022, doi: <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2022.107479>.
- [27] R. Quey, P. R. Dawson, F. Barbe, R. Quey, P. R. Dawson, and F. Barbe, “Large-scale 3D random polycrystals for the finite element method : Generation , meshing and remeshing To cite this version : HAL Id : hal-00858028,” 2019.
- [28] H. Hertz, “Über die Berührung fester elastischer Körper,” *J. für reine und Angew. Math.*, vol. 92, pp. 156–171, 1881.
- [29] H. M. Stanley and T. Kato, “An FFT-Based Method for Rough Surface Contact,” *J. Tribol.*, vol. 119, no. 3, pp. 481–485, 1997, doi: 10.1115/1.2833523.
- [30] P. Sainsot and A. A. Lubrecht, “Efficient solution of the dry contact of rough surfaces: a comparison of fast Fourier transform and multigrid methods,” *Proc. Inst. Mech. Eng. Part J J. Eng. Tribol.*, vol. 225, no. 6, pp. 441–448, 2011, doi: 10.1177/1350650111401535.
- [31] R. G. Tryon, “Probabilistic Mesomechanical Fatigue Model,” no. April, 1997, [Online]. Available: <https://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19970016840.pdf>.
- [32] N. Jezernik, J. Kramberger, T. Lassen, and S. Glodež, “Numerical modelling of fatigue crack initiation and growth of martensitic steels,” *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.*, vol. 33, no. 11, pp. 714–723, 2010, doi: 10.1111/j.1460-2695.2010.01482.x.
- [33] Q. Chen, E. Shao, D. Zhao, J. Guo, and Z. Fan, “Measurement of the critical size of inclusions initiating contact fatigue cracks and its application in bearing steel,” *Wear*, vol. 147, no. 2, pp. 285–294, 1991, doi: 10.1016/0043-1648(91)90186-X.
- [34] Chen Longching, Chen Qing, and Shao Eryu, “Study on initiation and propagation angles of subsurface cracks in GCr15 bearing steel under rolling contact,” *Wear*, vol. 133, no. 2, pp. 205–218, 1989, doi: 10.1016/0043-1648(89)90036-7.
- [35] S. Riad, D. Bardel, and J. Réthoré, “Unified phase field model to simulate both intergranular and transgranular failure in polycrystalline aggregates,” *Finite Elem. Anal. Des.*, vol. 194, p. 103555, 2021, doi: <https://doi.org/10.1016/j.finel.2021.103555>.
- [36] N. Moës, A. Gravouil, and T. Belytschko, “Non-planar 3D crack growth by the extended finite element and level sets—Part I: Mechanical model,” *Int. J. Numer. Methods Eng.*, vol. 53, no. 11, pp. 2549–2568, 2002, doi: <https://doi.org/10.1002/nme.429>.
- [37] A. Gravouil, N. Moës, and T. Belytschko, “Non-planar 3D crack growth by the extended finite element and level sets—Part II: Level set update,” *Int. J. Numer. Methods Eng.*, vol. 53, no. 11, pp. 2569–2586, 2002, doi: <https://doi.org/10.1002/nme.430>.
- [38] J. Réthoré, A. Gravouil, and A. Combescure, “An energy-conserving scheme for dynamic crack growth using the eXtended finite element method,” *Int. J. Numer. Methods Eng.*, vol. 63, no. 5, pp. 631–659, 2005, doi: <https://doi.org/10.1002/nme.1283>.