



**HAL**  
open science

# Étude d'une condition aux limites simple pour un écoulement à surface libre en rotation dans une cavité cylindrique : effet de la variation du rapport de forme.

Antoine Faugaret, Laurent Martin Witkowski

## ► To cite this version:

Antoine Faugaret, Laurent Martin Witkowski. Étude d'une condition aux limites simple pour un écoulement à surface libre en rotation dans une cavité cylindrique : effet de la variation du rapport de forme.. 25e Congrès Français de Mécanique, Nantes, 29 août-2 septembre 2022, Aug 2022, Nantes, France. hal-04280116

**HAL Id: hal-04280116**

**<https://hal.science/hal-04280116>**

Submitted on 13 Nov 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Étude d'une condition aux limites simple pour un écoulement à surface libre en rotation dans une cavité cylindrique : effet de la variation du rapport de forme.

A. FAUGARET<sup>a</sup>, L. MARTIN WITKOWSKI<sup>b,a</sup>

a. Université Paris-Saclay, CNRS, LISN, 91405 Orsay, France, antoine.faugaret@limsi.fr

b. Sorbonne Université, Faculté des Sciences et Ingénierie, UFR d'Ingénierie, F-75005 Paris, France, laurent.martin\_witkowski@sorbonne-universite.fr

## Résumé :

*La cavité cylindrique fixe à fond tournant avec surface libre est le siège d'une instabilité que les simulations numériques classiques peinent à reproduire. De récentes publications ont imputé cette difficulté à l'existence de gradients de tension de surface à l'interface air-eau, et ont démontré que la condition aux limites traditionnelle de glissement libre n'était pas représentative de l'écoulement réel. Une nouvelle condition aux limites simple est ici proposée et étudiée sur toute une gamme de rapport de forme (rapport de la hauteur de remplissage de la cavité sur son rayon). Cette nouvelle condition aux limites est comparée à la condition de glissement libre et confrontée à des résultats expérimentaux.*

## Abstract :

*Numerical simulations struggle to accurately predict the instability thresholds in a fixed cylindrical cavity, with a rotating disc at its bottom, and a top air-water interface. Recent publications have attributed these mismatches to the existence of surface tension gradients at the interface. They also pointed out that the classical free slip condition is not efficient to reproduce the real flow. Therefore, a new simple boundary condition was formulated, and this paper is devoted to its study over a range of fillings, in comparison with the free-slip condition as well as experimental results.*

## Interface, Rotation, Instabilité, Modélisation, Expérimental

### 1 Introduction

La présence d'une instabilité dans un écoulement tournant produite par un disque en rotation au fond d'une cavité verticale cylindrique fixe, ouverte et dont la surface libre reste plane a été observée dès 1993 [1], mais il faut attendre plus de dix ans pour que les premières caractérisations par visualisations ne soient réalisées [2]. L'instabilité prend la forme d'une onde tournante brisant l'axisymétrie. En 2004, Lopez *et al.* [3] font les premières simulations non linéaires tridimensionnelles afin de les reproduire.

Dans cet article, deux rapports de forme  $G = 2$  et  $G = 0.25$  sont présentés où  $G = H/R$  avec  $H$  la hauteur de remplissage et  $R$  le rayon de la cavité. Un bon accord sur les seuils critiques entre les simulations et les expériences est obtenu.

Quelques années plus tard, en 2007, d'autres travaux expérimentaux sont venus compléter la gamme de rapports de forme étudiés. Les rapports de forme  $0.04 < G < 0.1$  sont explorés dans [4]. En 2010, pour les mêmes rapport de forme, une étude de stabilité linéaire [5] corroborent les seuils expérimentaux tout au moins sur la gamme  $0.07 < G < 0.1$ . La bibliographie faisaient donc état d'un accord globalement très bons sur une large gamme de rapport de forme  $[0.07, 2]$ . Seuls les rapports de forme  $0.04 < G < 0.07$  restaient sujet à discussion.

Ce n'est que 10 ans plus tard que le rapport de forme  $G = 1/14 = 0.0714$  sera à nouveau étudié expérimentalement et numériquement dans [6]. Bien que le rapport de forme soit dans la gamme a priori validée, le seuil critique expérimental proposé dans [4] n'a pas été retrouvé. Cette nouvelle étude a premièrement confirmé la variabilité du seuil au protocole expérimental (qui était déjà signalée dans [4]). Mais ces écarts ont surtout permis d'illustrer la très grande sensibilité du seuil à la condition aux limites à l'interface. De fait, les auteurs de [6] montrent que la condition de glissement libre à l'interface gaz-liquide ne permet pas de simuler un écoulement conforme à la réalité expérimentale. En s'inspirant d'un modèle de transport de surfactant [7], ils proposent un modèle de prenant en compte des gradients de tension de surface imputés à la présence inévitable de particules sur l'interface. La nouvelle condition limite dynamique permet de se rapprocher de façon convaincante des résultats expérimentaux, mais au prix d'une implémentation nécessitant un paramétrage.

En 2022, pour le rapport de forme  $G = 0.25$ , un nouvel article [8] retrouve bien le seuil expérimental proposé près de 20 ans plus tôt dans [3]. L'article [8] montre cependant que l'accord entre l'expérience et la simulation numérique est obtenu fortuitement dans [3] à l'aide d'une symétrie imposée sur l'instabilité assez peu physique. L'article [8] vient à nouveau appuyer l'idée que la condition de glissement libre ne capture pas la réalité physique de l'écoulement. Avec des techniques simples de suivi de marqueurs passifs, il est montré expérimentalement que la vitesse radiale de l'écoulement est quasi nulle en surface, et que celle-ci, en première approche, peut être imposée nulle dans les conditions aux limites des codes de calculs. Mais imposer une telle condition, déjà proposée par Spohn et Daube [9], ne permet pas de retrouver les seuils d'instabilité expérimentaux [10]. L'approche a alors consisté à découpler les conditions aux limites appliquées d'une part, à l'écoulement de base, et aux perturbations d'autre part. Les résultats obtenus avec ce nouveau modèle pour  $G = 0.25$  ont été très satisfaisants. Les prédictions numériques sont en très bon accord avec les expériences : aussi bien sur le seuil d'instabilité, que sur le nombre d'onde  $m$  de l'onde tournante azimutale. De même la fréquence  $f$  de celle-ci a pu être retrouvée avec précision. De plus, la simplicité de la condition aux limites, indépendante de toute connaissance de l'état de pollution de l'interface, permet une implémentation simple dans les codes DNS. Ces simulations ont montré un comportement non linéaire semblable aux expériences, avec des visualisations convaincantes des vortex de l'instabilité, mais aussi la présence d'un îlot de stabilité, et d'hystérésis. Cet îlot de stabilité correspond à un régime original car non monotone en fonction de la vitesse de rotation du disque. En effet, en augmentant très progressivement la vitesse de rotation du disque, l'écoulement se déstabilise puis se stabilise avant de se déstabiliser à nouveau.

Si la cause des écarts entre simulations et résultats expérimentaux a été identifiée, il reste à déterminer pourquoi la condition de glissement libre prédit les bons comportements pour des rapports de forme

proches de 2. Afin de le comprendre, cet article explore systématiquement une gamme de rapport de formes comprise entre 0.1 et 2.0, en comparant les résultats numériques obtenus avec la condition aux limites classique de glissement libre, à ceux calculés avec une nouvelle condition, dite "mixte", proposée dans [8]. A ces simulations sont ajoutées les résultats expérimentaux pour quelques valeurs de  $G$  dans cet intervalle.

## 2 Outils

### 2.1 Expérience

#### 2.1.1 Dispositif

La partie expérimentale de ce travail repose sur une cavité de 7 cm de rayon. Elle est composée d'un cylindre en verre, emmanché sur une base en aluminium, un joint torique assurant l'étanchéité entre ces deux éléments. La valeur maximale des rapports de forme étudiés dans cette article a été dictée par les contraintes dimensionnelles du cylindre en verre, autorisant au maximum des expériences pour des valeurs de  $G$  voisines de 2. Au fond de la cavité est placé un disque en laiton de 6.8 cm de rayon. Son axe passe au travers du pied en aluminium, et est guidé en rotation par deux roulements coniques. L'étanchéité entre le fond de la cavité et le disque se fait par un joint à lèvres, le long d'un épaulement sous le disque. L'axe du disque est relié au moteur par un joint d'Oldham.

Un système LDV Dantec permet la mesure de vitesse localisée dans la cavité. Les mesures sont réalisées sur la composante axiale de vitesse, afin de limiter les corrections à apporter pour compenser les changements d'indice optique, et la cylindricité du verre [11]. La mesure de la composante axiale a imposé un rapport de forme minimale de  $G = 0.1$ , afin que les rayons du laser puissent traverser le fluide sur un plan vertical, sans être déviés par l'interface ou stoppés par le flanc du disque.

Le fluide utilisé est exclusivement de l'eau du robinet, additionnée de particules LDV de 10  $\mu\text{m}$  de diamètre. Les solutions sont préparées la veille des expériences, et laissées au repos une nuit complète dans le laboratoire. La viscosité du fluide est estimée d'après [12] en fonction de sa température. La solution a été remplacée à chaque changement de rapport de forme, ou, au plus tard, 24 heures après sa concoction. Le choix de se restreindre à l'eau a été fait afin de minimiser la dispersion des résultats qui peut survenir avec les mélanges eau-glycérol [8].

#### 2.1.2 Détermination du nombre de Reynolds critique

La détection des seuils d'instabilité est faite en augmentant par paliers la vitesse de rotation du disque  $\Omega$ . Chaque accroissement de  $\Omega$  entre deux paliers correspond à une augmentation de 100 pour le nombre de Reynolds (ce dernier est construit avec  $\Omega$ , le rayon  $R$  et la viscosité cinématique du fluide  $\nu$ ). A chaque palier, une attente d'environ 100 rotations du disque est observée. Sur toute la durée de ces paliers, la vitesse axiale en un point est enregistrée. Pour chaque rapport de forme, la position du point de mesure a été judicieusement choisie en nous appuyant sur les simulations numériques décrites dans la section suivante. Le point de mesure est ainsi placé au lieu du maximum d'amplitude de la perturbation de la vitesse axiale, afin d'obtenir le meilleur rapport signal sur bruit. Sur un palier donné, l'écoulement est

considéré comme instable lorsque des oscillations avec une fréquence caractéristique marquée et une amplitude supérieure au bruit mesuré sur le palier précédent apparaissent dans le signal. A partir de la fréquence mesurée  $f_{mes}$ , on peut déduire la fréquence de l'onde tournante associée au mode azimutal  $m$  par la relation  $f_{mes} = f \times m$ . Expérimentalement, le seuil d'instabilité est encadré entre le  $Re$  du palier actuel, et le précédent à  $Re - 100$ .

Pour  $G < 0.7$ , il a été possible de déterminer visuellement le mode azimutal. En effet, quelques particules d'ensemencement sont piégées à la surface et se regroupent dans les coeurs des tourbillons, ce qui permet de les dénombrer. On peut donc identifier à la fois le nombre d'onde azimutal, le sens de propagation de l'onde et enfin  $f$  à partir de  $f_{mes}$ . Pour les rapports de forme plus élevés, seul l'accord sur  $m * f$  entre les expériences et les simulations peut être vérifié.

## 2.2 Simulation numérique

L'étude numérique repose sur le code de stabilité linéaire ROSE. Ce code a déjà démontré son aptitude dans la détermination des seuils d'instabilité dans de précédentes publications [5, 13, 6]. Le code résout par différences finies centrées du second ordre les équations de Navier–Stokes incompressibles en procédant à une décomposition des variables en un champ de base  $A$ , et un champ de perturbation  $\tilde{a}$ . Dans un premier temps, l'écoulement de base axisymétrique est calculé par un solveur de type Newton, sur une grille cartésienne dans le plan  $(O, r, z)$ . Puis sont calculées les solutions du problème aux valeurs propres issues du champ des perturbations. Pour cela, le champ de vitesse des perturbations est supposé être de la forme  $\tilde{a} = a^* e^{\lambda t + im\theta}$  pour les vitesses radiale ( $a = u_r$ ) et axiale ( $a = u_z$ ), ainsi que la pression ( $a = p$ ), et  $\tilde{u}_\theta = i u_\theta^* e^{\lambda t + im\theta}$  pour la composante azimutale. Plus de détails sur les méthodes numériques sont donnés dans l'annexe B de [8].

Le choix des maillages utilisés a été réalisé dans l'optique de conserver un temps de calcul proche pour toutes les valeurs de  $G$ , tout en gardant un rapport de maille de l'unité. La valeur de référence utilisée est le maillage de  $401 \times 101$  pour  $G = 0.25$ , et le maillage le moins dense est obtenu pour  $G = 2.0$ , avec 141 noeuds selon  $r$  et noeuds 283 selon  $z$ . Les rapports de forme  $G \leq 0.2$  dérogent à ces règles, avec un nombre de noeuds constant de  $501 \times 101$ , conduisant au minimum à des mailles avec un rapport de forme de 0.5.

## 2.3 Modélisation de l'interface

### 2.3.1 Glissement libre

L'interface air gazeux-eau liquide est traditionnellement modélisée par une condition de glissement libre, découlant mathématiquement de l'équilibre des contraintes. Le rapport des viscosités dynamiques de l'air et de l'eau est tel que la contrainte de l'air sur l'eau est négligeable devant les sources de mouvement. La surface étant estimée non déformée, cela se traduit par

$$\frac{\partial u_r}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial u_\theta}{\partial z} = 0. \quad (1)$$

L'hypothèse d'imperméabilité de l'interface rajoute la condition sur la vitesse axiale à la surface :  $u_z = 0$ .

### 2.3.2 Condition mixte

Pour cette nouvelle condition, l'idée est de créer deux conditions aux limites, avec la même décomposition que pour l'analyse de stabilité linéaire : conformément aux observations expérimentales [8], l'écoulement de base voit sa vitesse radiale imposée à 0. On a alors, pour l'écoulement de base

$$U_r = 0, \quad \frac{\partial U_\theta}{\partial z} = 0, \quad U_z = 0. \quad (2)$$

Sur les perturbations sont appliqués les mêmes conditions que pour le glissement libre :

$$\frac{\partial u_r^*}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial u_\theta^*}{\partial z} = 0, \quad u_z^* = 0. \quad (3)$$

Cette décomposition pour la condition mixte se justifie à la fois comme la limite à "forte pollution" d'un modèle avec transport de surfactant comme cela a été proposé dans [6] mais aussi par des observations expérimentales [8]. En effet, lorsque l'écoulement est instable, les traceurs passifs forment des vortex en surface qui ne sont pas compatibles avec la condition  $u_r^* = 0$ .

## 3 Résultats

La comparaison des deux modèles de conditions aux limites est divisée en deux grandes catégories. Dans une première catégorie sont regroupées les valeurs de  $G$  pour lesquelles le choix du modèle a une influence faible sur les seuils d'instabilité, puis dans une seconde catégorie, sont discutés les rapports de forme présentant des divergences marquées entre les conditions aux limites.

### 3.1 Zones de convergence des modèles

#### 3.1.1 $0.3 \leq G < 0.6$

Sur cette plage de rapports de forme, le mode azimutal  $m = 2$  est le plus instable quel que soit le modèle de conditions aux limites utilisé. L'évolution du nombre de Reynolds critique de ce mode avec  $G$  est également identique entre les deux modèles, avec un écart maximum de 28% entre eux, pour  $G = 0.45$ . La condition de glissement libre est la plus favorable à l'émergence de l'instabilité, et les deux résultats expérimentaux, pour  $G = 0.3$  et  $G = 0.5$  sont en bon accord avec ces modèles (figure 1).

Malgré cette similitude du mode, et la proximité du  $Re_c$ , les deux modèles ne sont pas totalement équivalents, comme le montrent les isocontours de la fonction de courant  $\Psi$  de l'écoulement de base dans un plan méridien, pour  $G = 0.5$  (figure 2). L'écart entre les deux écoulements de base est principalement visible au niveau de la recirculation secondaire (en pointillé sur la figure 2). Quel que soit le modèle, cette recirculation secondaire (ou bulle de recirculation) tourne, dans le sens des aiguilles d'une montre dans le plan méridien. Elle est donc en sens opposé par rapport à la recirculation primaire. Cette dernière, induite par un pompage de type centrifuge a un écoulement sortant radialement le long du disque (et par continuité rentrant le long de la surface libre). Elle est donc dans le sens opposé aux aiguilles d'une montre. Si elles tournent bien dans le même sens, on remarque que l'intensité de recirculation secondaire et son extension est bien plus faible dans le cas de la condition mixte qu'avec la condition de surface libre. Cela laisse à penser que le bon accord entre les deux modèles peut être fortuit.

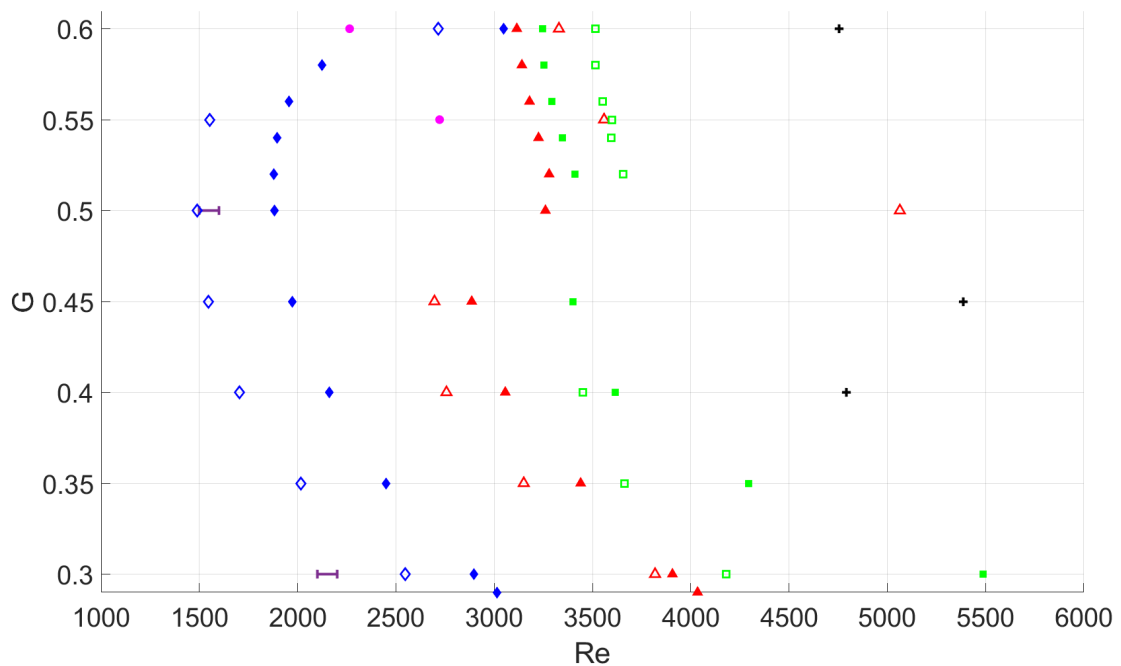


FIGURE 1 –  $Re_c$  pour  $0.3 \leq G < 0.6$ . Les barres violettes représentent les encadrements des  $Re_c$  expérimentaux. Les résultats numériques sont représentés par des symboles creux pour les seuils avec la condition de glissement libre, et par des symboles pleins pour la condition mixte, à l'exception du mode 1 : celui-ci est représenté en noir, soit par un "+" dans le cas de la condition de glissement libre, soit par un "x" pour la condition mixte. Les losanges bleus symbolisent le mode 2, les triangles rouges le mode 3, et les carrés verts le mode 4

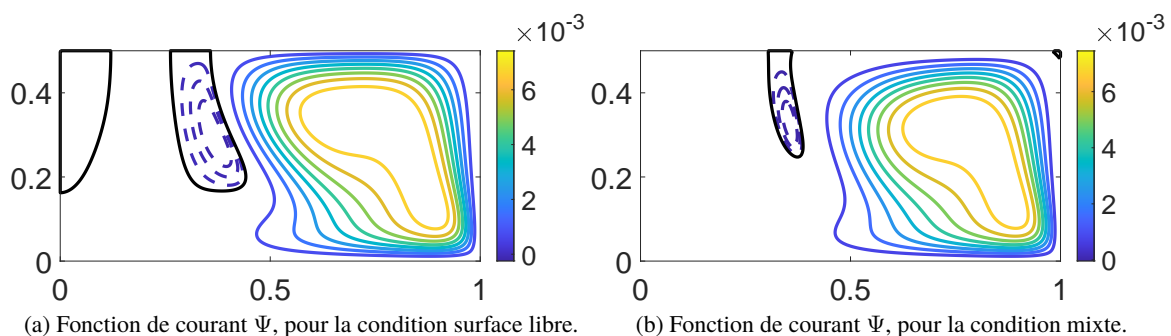


FIGURE 2 – Comparaison de la recirculation dans le plan méridien pour les conditions a) de "surface libre" et b) "mixte", pour  $G = 0.5$  et  $Re = 1900$ . Les quatre isocontours en pointillés sont répartis linéairement entre  $\Psi_{min}$  et  $\Psi_{min}/5$ . Les neuf isocontours continus colorés sont répartis linéairement entre  $\Psi_{max}/10$  et  $\Psi_{max}$ . L'isocontour  $\Psi = 0$  est lui représenté par la ligne continue noire. Pour la figure a),  $\Psi_{min} = -2.4 \cdot 10^{-4}$  et  $\Psi_{max} = 7.2 \cdot 10^{-3}$ . Pour la figure b),  $\Psi_{min} = -3.4 \cdot 10^{-5}$  et  $\Psi_{max} = 7.2 \cdot 10^{-3}$ .

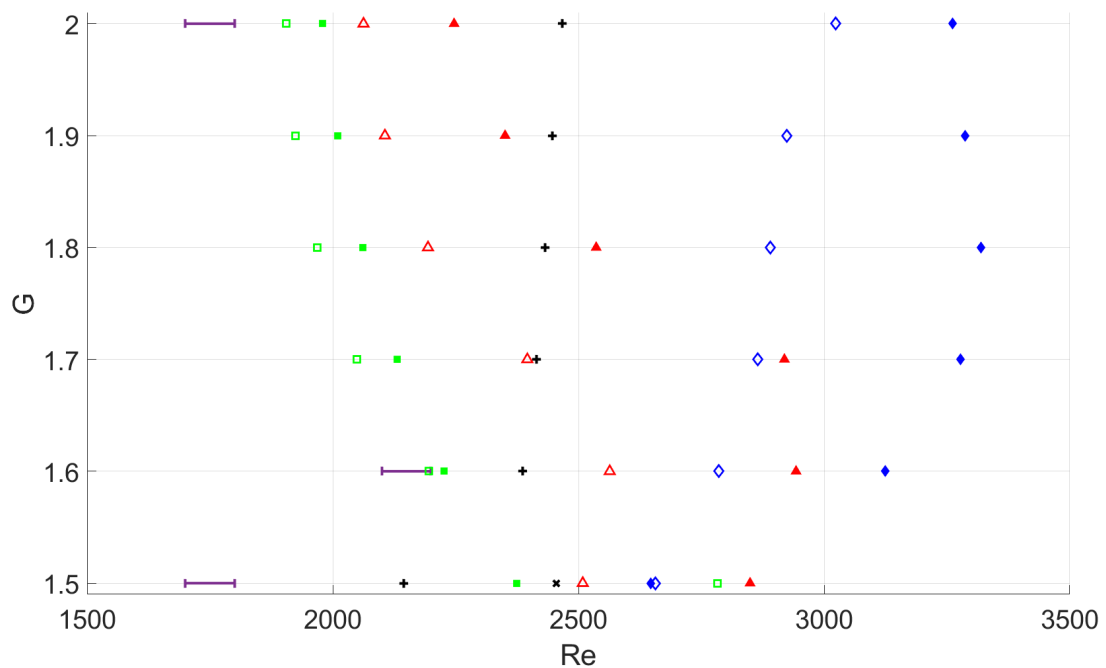


FIGURE 3 –  $Re_c$  pour  $G \geq 1.5$ . Le code des symboles utilisés est identique à la figure 1

### 3.1.2 $G > 1.5$

La seconde plage de  $G$  pour laquelle les deux modèles partagent cet accord sur  $m$  et  $Re_c$  concernent les rapports les plus étirés qui ont été étudiés ici. En effet, pour  $G > 1.5$ , les simulations avec les deux conditions aux limites s'accordent sur un mode 4 le plus instable, et ce pour des  $Re_c$  autour de 2000. Contrairement à la section précédente, l'écart entre les deux modèles n'est pas constant, mais s'accroît avec  $G$ . L'accord avec les expériences menées pour  $G = 1.6$  et  $G = 2$  est bon en comparaison de la condition de surface libre (figure 3). Cet accord avait déjà été observé précédemment [3], et la difficulté était donc ici de vérifier le comportement du modèle mixte. Bien qu'avec celui-ci, l'instabilité ne déclenche que 5% plus tard en  $Re$ , l'écart avec les Reynolds critiques expérimentaux reste modéré, de l'ordre de 1% et 10% pour  $G = 1.6$  et  $G = 2.0$ , respectivement.

La comparaison des fonctions de courant (figure 4) montre une très grande similitude entre les écoulements dans le plan méridien entre les deux conditions limites, et malgré l'accroissement de l'écart en  $Re_c$ . Il serait intéressant de prolonger au delà de  $G = 2$  cette comparaison, afin de vérifier si cet écart reste par la suite constant ou non, et s'il existe un rapport de forme limite au delà duquel l'influence de la condition limite sur le seuil critique de l'instabilité est annulée.

## 3.2 Zones de divergence des modèles

### 3.2.1 $0.6 < G < 1.5$

Entre les deux zones de convergences citées précédemment se trouve toute une plage de  $G$  pour laquelle les deux modèles se distinguent fortement. Cette plage peut elle-même être séparée en deux. Dans un premier temps, pour des rapports de formes compris entre 0.6 et 1.0, les simulations utilisant la condition de surface libre prédisent le mode  $m = 2$  comme étant le plus instable. Au contraire, les simulations



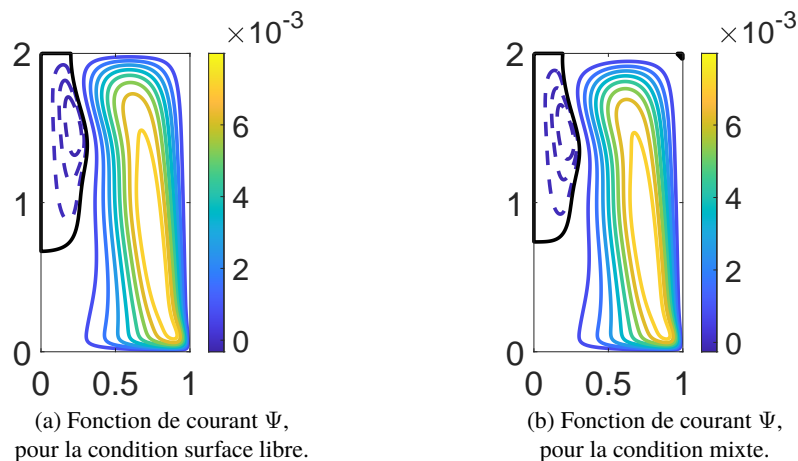
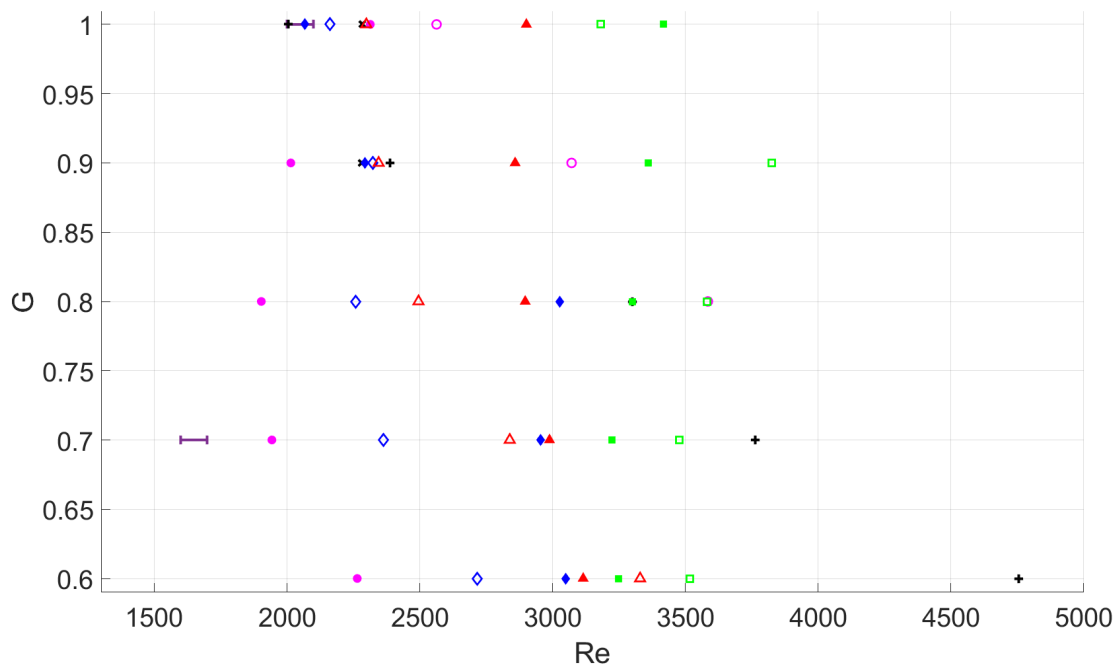


FIGURE 4 – Comparaison de la recirculation dans le plan méridien pour les conditions a) de "surface libre" et b) "mixte", pour  $G = 2$  et  $Re = 2000$ . Les quatre isocontours en pointillés sont répartis linéairement entre  $\Psi_{min}$  et  $\Psi_{min}/5$ . Les neuf isocontours continus colorés sont répartis linéairement entre  $\Psi_{max}/10$  et  $\Psi_{max}$ . L'isocontour  $\Psi = 0$  est lui représenté par la ligne continue noire. Pour la figure a),  $\Psi_{min} = -3.2 \cdot 10^{-4}$  et  $\Psi_{max} = 8.0 \cdot 10^{-3}$ . Pour la figure b),  $\Psi_{min} = -2.6 \cdot 10^{-5}$  et  $\Psi_{max} = 8.0 \cdot 10^{-3}$ .

avec la condition mixte prévoient un mode  $m = 1$  pour  $G = 0.6$ , suivi par un mode 0 axisymétrique sur le restant de cette plage de  $G$  (figure 5). Expérimentalement, seul  $G = 0.7$  a été traité sur cet intervalle. Le Reynolds critique obtenu est 12,5% inférieur au  $Re_c$  numérique le plus proche, correspondant au mode 0 avec la condition mixte. La fréquence mesurée expérimentale est comprise entre 0.305 et 0.367, en plein accord avec la valeur numérique avec la condition mixte de 0.344. Dans le cas d'une comparaison avec le mode 2 obtenu numériquement avec la condition de surface libre, le  $Re_c$  se situe à 2363, avec une fréquence de 0.463, représentant respectivement des écarts de 28% et 21% avec les valeurs expérimentales, dans les cas les plus favorables. Il est ici évident que les simulations avec une condition de surface libre à l'interface ne sont pas représentatives de la réalité expérimentale.

Il est possible que ce passage à des modes axisymétriques correspondent à un changement d'instabilité : il ne s'agirait plus ici de l'instabilité azimutale telle que visualisée dans [2], mais d'une instabilité de la bulle de recirculation, notamment étudiée dans [1], ou dans [14] dans une cavité fermée.

La suite de ce premier intervalle de divergence couvre la plage  $1.0 \leq G \leq 1.5$ . Ici, les simulations avec surface libre prédisent le mode 1 comme étant le plus instable pour toutes les valeurs de  $G$ , alors que les simulations avec condition mixte présentent une plus grande variabilité du mode le plus instable :  $m = 2$  pour  $G \in [1.0; 1.2]$ , puis  $m = 1$  pour  $G \in [1.3; 1.4]$ , avant de passer à  $m = 4$  pour  $G = 1.5$  (figure 6). Trois rapports de forme ont été testés expérimentalement sur cette plage :  $G = 1.0$ ,  $G = 1.3$  et  $G = 1.5$ . Pour le premier un mode  $m = 2$  a été obtenu pour  $Re_c$  autour de 2000, avec une fréquence entre 0.32 et 0.36, valeurs comparables aux résultats de la simulation avec condition mixte ( $m = 2$ ,  $Re_c = 2068$ ,  $f = 0.378$ ). Pour  $G = 1.3$  et  $G = 1.5$ , les comparaisons numérique/expérimental sont moins tranchées. Pour  $G = 1.3$ ,  $Re_c$  a été estimé entre 2100 et 2200, en accord avec le  $Re_c$  du mode 1 pour la condition mixte, mais la fréquence mesurée ne correspond à aucune donnée numérique, et l'identification du mode ne peut être garantie, sinon qu'il ne s'agit pas d'un mode 1, sa fréquence étant un ordre de grandeur inférieur. Des observations similaires peuvent être faites pour  $G = 1.5$ , avec en plus, des difficultés expérimentales pour identifier  $Re_c$ . Celui-ci a été estimé entre 1700 et 1800, assez

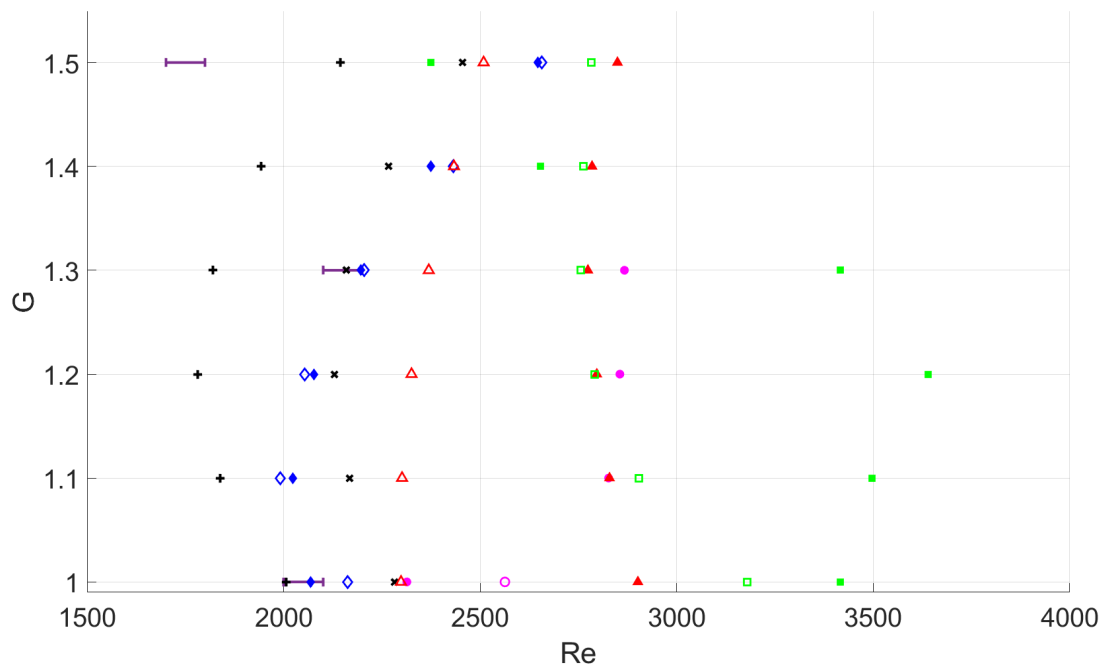
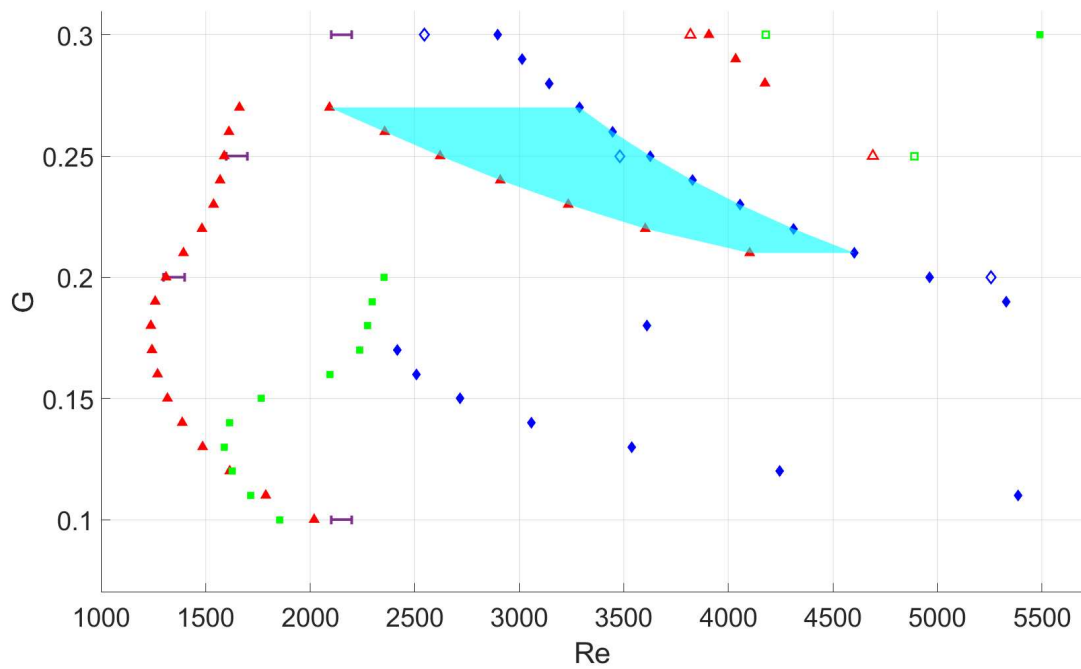
FIGURE 5 –  $Re_c$  pour  $0.6 \leq G < 1.0$ .

proches des valeurs numériques (2144 et 2374, pour  $m = 1$  avec la condition de glissement libre et  $m = 4$  avec la condition mixte, respectivement). Cette difficulté à identifier le mode le plus instable est d'autant plus surprenante que l'accord sur les fréquences entre simulations et expériences a déjà été observé pour  $G = 2$  [15, 3],  $G = 1/14$  [6], et  $G = 0.25$  [8].

### 3.2.2 $G < 0.3$ : Îlot de Stabilité

Le dernier intervalle concerné par cette étude se cantonne aux petits rapports de formes, *i.e.*  $0.1 \leq G < 0.3$ . Sur cette plage, les simulations avec la condition mixte prédisent des  $Re_c$  très nettement inférieurs aux simulations avec la surface libre. Ces écarts, ainsi que les différences entre les écoulements, pour  $G = 0.25$  et pour  $G = 1/14$  (bien que légèrement hors des limites considérées ici), ont déjà été démontrées dans [8] et [6], respectivement. La comparaison des deux expériences menées pour  $G = 0.1$ ,  $G = 0.2$  et les résultats pour  $G = 0.25$  issus de [8] montre un excellent accord sur la valeurs des  $Re_c$ , comme sur le premier mode instable. L'erreur plus importante pour  $G = 0.1$  peut être imputable aux difficultés expérimentales liées à la faible hauteur de fluide.

Outre les divergences entre les deux modèles, une caractéristique remarquable sur cet intervalle est la prédiction, dans le cas de la condition mixte, d'un îlot de stabilité. Cet îlot, observé expérimentalement pour la première fois dans [8], se définit pour un rapport de forme donné, par un retour à un écoulement axisymétrique stable avec l'accroissement du nombre de Reynolds. Il a été montré dans [8] que pour  $G = 0.25$ , l'analyse de stabilité linéaire et la DNS avec la condition mixte se comportent comme l'expérience. En conséquence, bien que l'étude de bifurcation secondaire depuis le mode 3 des simulations avec condition mixte n'ait pas été réalisée, il est possible d'estimer la zone de paramètres pour lesquels existent l'îlot de stabilité. Cette zone est représentée par la surface bleue sur la figure 7.

FIGURE 6 –  $Re_c$  pour  $1.0 \leq G \leq 1.5$ .FIGURE 7 –  $Re_c$  pour  $G < 0.3$ . La surface bleue représente l'îlot de stabilité.

## 4 Conclusion

Dans cet article a été proposé la comparaison de l'influence de deux conditions aux limites numériques sur les seuils d'instabilité dans un écoulement tournant avec une interface air-eau. La première condition, cas classique du glissement libre à l'interface, a déjà démontré ses limites dans de précédentes publications, alors que la seconde condition s'est récemment révélée prometteuse. Cette dernière, appelée condition mixte, repose sur un gel de la vitesse radiale de l'écoulement de base à l'interface. Cette comparaison appuyée par des mesures expérimentales des seuils d'instabilité montre que la condition mixte est globalement plus performante dans la sélection modale du premier mode instable, ainsi que dans l'estimation du  $Re_c$ . La condition de surface libre reste efficace sur des plages données de rapports de forme, mais échoue complètement à retrouver l'îlot de stabilité existant pour  $G < 0.3$ , comme l'instabilité axisymétrique autour de  $G = 0.7$ . Afin de poursuivre cette étude, il serait utile de réaliser des profils des vitesses expérimentales dans le plan méridien, puis de pouvoir les comparer aux simulations. En effet, si seulement  $Re_c$  et  $m$  sont considérés, les deux conditions apparaissent presque équivalentes sur la plage  $G \in [0.3; 0.6]$ . Mais leur écoulements diffèrent, et une comparaison avec ces profils permettrait de trancher. Enfin, pour les grands rapports de forme, l'influence de la condition limite à l'interface semble s'amenuiser. Une prolongation de cette étude pour des  $G > 2.0$  pourrait peut-être mettre en évidence l'existence d'une valeur seuil de  $G$  au delà de laquelle le choix de la condition limite n'aurait plus aucune influence sur le premier seuil d'instabilité.

## Références

- [1] A. Spohn, M. Mory, and E. Hopfinger, "Observations of vortex breakdown in an open cylindrical container with a rotating bottom," *Exp. Fluids*, vol. 14, pp. 70–77, 1993.
- [2] A. H. Hirsra, J. M. Lopez, and R. Miraghaie, "Symmetry breaking to a rotating wave in a lid-driven cylinder with a free surface : Experimental observation," *Phys. Fluids*, vol. 14, no. 6, pp. 29–32, 2002.
- [3] J. M. Lopez, F. Marques, A. H. Hirsra, and R. Miraghaie, "Symmetry breaking in free-surface cylinder flows," *J. Fluid Mech.*, vol. 502, pp. 99–126, 2004.
- [4] S. Poncet and M. Chauve, "Shear-layer instability in a rotating system," *J. Flow Visual. Image Process.*, vol. 14, no. 1, pp. 85–105, 2007.
- [5] L. Kahouadji, L. Martin Witkowski, and P. Le Quéré, "Seuils de stabilité pour un écoulement à surface libre engendré dans une cavité cylindrique tournante à petit rapport de forme," *Mécanique et Industries*, vol. 11, no. 5, pp. 339–344, 2010.
- [6] A. Faugaret, Y. Duguet, Y. Fraigneau, and L. Martin Witkowski, "Influence of interface pollution on the linear stability of a rotating fluid," *J. Fluid Mech.*, vol. 900, p. A42, 2020.
- [7] Y. Kwan, J. Park, and J. Shen, "A mathematical and numerical study of incompressible flows with a surfactant monolayer," *Discrete Contin. Dyn. S.*, vol. 28, pp. 181–197, 2010.
- [8] A. Faugaret, Y. Duguet, Y. Fraigneau, and L. Martin Witkowski, "A simple model for arbitrary pollution effects on rotating free-surface flows," *J. Fluid Mech.*, vol. 935, p. A2, 2022.
- [9] A. Spohn and O. Daube, "Recirculating flows in a cylindrical tank," in *V Int. Conf. Computational Methods and Experimental Measurement* (A. Sousa, C. A. Brebbia, and G. M. Carlomagno, eds.), (Montreal), pp. 155–166, Elsevier, 7 1991.

- 
- [10] A. Faugaret, *Influence of air-water interface condition on rotating flow stability : experimental and numerical exploration*. PhD thesis, Sorbonne Université, Paris, France, 09 2020.
- [11] S. G. Huisman, D. P. van Gils, and C. Sun, “Applying laser Doppler anemometry inside a Taylor–Couette geometry using a ray-tracer to correct for curvature effects,” *Eur. J. Mech. B/Fluids*, vol. 36, pp. 115–119, 2012.
- [12] N. Cheng, “Formula for the viscosity of a Glycerol-Water mixture,” *Ind. Eng. Chem. Res.*, vol. 47, no. 9, pp. 3285–3288, 2008.
- [13] L. Kahouadji, B. C. Houchens, and L. Martin Witkowski, “Thermocapillary instabilities in a laterally heated liquid bridge with end wall rotation,” *Phys. Fluids*, vol. 23, p. 104104, 2011.
- [14] M. P. Escudier, “Observations of the flow produced in a cylindrical container by a rotating end wall,” *Exp. Fluids*, vol. 2, pp. 189–196, 1984.
- [15] D. L. Young, H. J. Sheen, and T. Y. Hwu, “Period-doubling route to chaos for a swirling flow in an open cylindrical container with a rotating disk,” *Exp. Fluids*, vol. 18, pp. 389–396, 1995.