



HAL
open science

Localisation et quantification des dommages géométriques et estimation de leur taille à l'aide du coefficient de décalage de fréquence et de la bibliothèque de dommages

Anurag Dubey, Vivien Denis, François Hennebelle, Roger Serra

► To cite this version:

Anurag Dubey, Vivien Denis, François Hennebelle, Roger Serra. Localisation et quantification des dommages géométriques et estimation de leur taille à l'aide du coefficient de décalage de fréquence et de la bibliothèque de dommages. 25e Congrès Français de Mécanique, Aug 2022, Nantes, France. hal-04280091

HAL Id: hal-04280091

<https://hal.science/hal-04280091v1>

Submitted on 13 Nov 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Localisation et quantification des dommages géométriques et estimation de leur taille à l'aide du coefficient de décalage de fréquence et de la bibliothèque de dommages

A. DUBEY^{a,b}, V. DENIS^a, F. HENNEBELLE^b, R. SERRA^a

a. Institut National des Sciences Appliquées (INSA) Centre Val de Loire, Laboratoire de Mécanique Gabriel Lamé, EA 7494, Blois 41000, France

b. DRIVE EA1859, Univ. Bourgogne Franche Comté, F58000, Nevers, France
anurag.dubey@insa-cvl.fr (A.D.)

Résumé :

Cette recherche présente une nouvelle stratégie pour localiser et quantifier des dommages, ainsi que pour estimer la taille des dommages géométriques. La stratégie est mise en œuvre pour estimer la taille des dommages géométriques (largeur, profondeur) sur la base de la bibliothèque de dommages et des changements de fréquence entre les poutres en porte-à-faux Euler-Bernoulli saines et endommagées. Premièrement, une bibliothèque de dommages géométriques est créée à l'aide d'un concept de corrélation de modèles d'éléments finis (FE) 2D et 3D utilisant un coefficient de décalage de fréquence (FSC). Deuxièmement, un algorithme basé sur le FSC est mis en œuvre pour localiser et quantifier les dommages dans la structure de la poutre. Un algorithme est employé comme solveur d'optimisation par essaim de particules (PSO) pour déterminer les valeurs minimisées les mieux adaptées qui représentent la position et la sévérité des dommages. Enfin, la sévérité des dommages est utilisée pour estimer la taille des dommages à partir d'une bibliothèque de dommages. La stratégie est démontrée en testant la poutre expérimentale et en estimant les paramètres de dommage pour un cas de dommage à géométrie réelle.

Abstract :

This research presents a novel strategy to locate and quantify damage, as well as estimate their geometry damage sizes. The strategy is implemented to estimate the size of geometry damage (width, depth) based on the damage library and frequency changes between healthy and damaged Euler-Bernoulli cantilever beams. Firstly, a geometry damage library is built using a concept of 2D and 3D finite element (FE) model correlation using a frequency shift coefficient (FSC). Secondly, an FSC-based algorithm is implemented to localize and quantify damage along the beam structure. An algorithm is employed as a particle swarm optimization (PSO) solver to determine the best-fit minimized values that represent damage position and severity. Finally, the severity of damage is used to estimate the size of the damage from a damage library. The strategy is demonstrated by testing the experimental beam and estimating damage parameters for a real geometry damaged case.

Mots clés : fréquences propres, analyse modale, coefficient de décalage en fréquence, modèles éléments finis 2D et 3D, dommages géométriques.

1 Introduction

La surveillance de l'état de la structure (SHM) vise à maintenir l'intégrité d'une structure entière en effectuant une variété d'activités telles que la surveillance, l'inspection et la détection des dommages. Au fil des ans, la surveillance de l'état des structures basée sur les vibrations (VB-SHM) est devenue populaire en tant qu'outil de diagnostic des structures en raison de sa capacité à surveiller et à diagnostiquer les dommages dans les structures [1, 2]. Plusieurs revues sur VB-SHM ont été fournies dans Doebling *et al.* [3] et Montalvao *et al.* [4] basé sur les progrès des méthodes de détection des dommages et de la SHM avec une concentration sur les structures et paramètres dynamiques. Selon Rytter [5], la détection et l'évaluation des dommages sont divisées en quatre niveaux : (i) détection (ii) localisation (iii) quantification (iv) prédiction de la durée de vie restante de la structure. L'identification des dommages basée sur les fréquences naturelles peut être fiable en raison de la sensibilité des changements de fréquence entre les états sains et endommagés. Plusieurs recherches ont été menées dans la littérature pour détecter, localiser et quantifier les dommages en considérant les changements de fréquence naturelle. Salawu [6] a découvert que la fréquence naturelle est un paramètre sensible pour la détection des dommages. De nombreux critères ont été introduits pour identifier les dommages dans la littérature. Messina *et al.* [7] a introduit le critère d'assurance de localisation des dommages (DLAC) et a ensuite inclus le critère d'assurance de localisation des dommages multiples (MDLAC) [8] pour l'identification des dommages. Silva et Gomes [8] ont d'abord introduit le coefficient de décalage de fréquence (FSC) pour détecter la position du dommage et estimer la longueur de la fissure. Dubey *et al.* [10, 11] ont présenté un algorithme d'identification des dommages basé sur le FSC et leur analyse de sensibilité et d'efficacité avec la modélisation des incertitudes de fréquence naturelle en testant la structure endommagée. Les auteurs ont également testé avec efficacité l'algorithme de minimisation des FSC sur une poutre expérimentale présentant un double endommagement. En outre, Dubey *et al.* [12] a présenté un concept de corrélation de modèles EF 2D et 3D pour créer une bibliothèque de dommages en utilisant la minimisation FSC, et un travail détaillé pour identifier les propriétés des dommages géométriques (rectangulaire et trou) avec des résultats expérimentaux [13]. Serra et Lopez [14] ont évalué de nombreux indicateurs traditionnels pour leur efficacité et leur capacité à identifier et localiser les dommages dans divers scénarios.

Seules quelques recherches ont introduit une relation entre le changement de fréquence naturelle et la géométrie des dommages. Dans cette recherche, une nouvelle technique VB-SHM basée uniquement sur les changements de fréquence est proposée pour estimer les paramètres géométriques des dommages, tels que la position, la sévérité et les tailles. Dans ce contexte, l'accent est mis sur le développement d'une bibliothèque de dommages pour estimer les paramètres géométriques des dommages. La stratégie proposée utilise la technique de minimisation FSC pour corrélérer l'emplacement des dommages, la réduction de la rigidité des éléments et la géométrie des dommages en utilisant des modèles FE 2D et 3D de la structure. Grâce à la corrélation entre les modèles FE 2D et 3D, une bibliothèque numérique de dommages est créée pour la poutre. La stratégie proposée est démontrée en effectuant un test expérimental et en identifiant les propriétés géométriques des dommages (position, sévérité et taille) dans une poutre réelle afin d'évaluer l'efficacité de la stratégie.

Le reste de l'article est organisé comme suit : La section 2 rappelle la dynamique d'une poutre en porte-à-faux en vibration de flexion, et des modèles FE (2D et 3D) sont introduits pour extraire les propriétés

dynamiques d'une structure ; la section 3 présente la nouvelle stratégie proposée pour identifier les dommages, ainsi qu'une technique pour minimiser le FSC en fonction de la position et de la sévérité ; Enfin, dans la section 4, une poutre expérimentale est étudiée pour déterminer la position, la sévérité et la taille des dommages de la géométrie réelle.

2 Contexte des vibrations des poutres en porte-à-faux et modèles par éléments finis

L'équation du mouvement pour la vibration en flexion d'une poutre d'Euler-Bernoulli en porte-à-faux peut être exprimée comme suit :

$$M(x)\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + C(x)\frac{\partial w(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI(x)\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \right) = F(x,t), \quad (1)$$

où $M(x)$ est la masse par unité de longueur, $C(x)$ est le coefficient d'amortissement visqueux, $EI(x)$ est la rigidité en flexion, $w(x,t)$ est la déviation transversale, x est la coordonnée le long de la direction principale de la poutre, t est le temps, et $F(x,t)$ est la force externe par unité de longueur de la poutre. Lorsqu'elle est discrétisée, par exemple en utilisant la méthode des éléments finis, l'équation du mouvement pour chaque degré de liberté peut être donnée sous forme de matrice :

$$[M]\{\ddot{X}\} + [C]\{\dot{X}\} + [K]\{X\} = \{F\}, \quad (2)$$

où $[M]$, $[C]$, et $[K]$ sont les matrices de masse, d'amortissement, et de rigidité, respectivement. $\{\ddot{X}\}$, $\{\dot{X}\}$, $\{X\}$ sont des vecteurs contenant l'accélération, la vitesse et le déplacement dans tous les degrés de liberté du modèle. L'équation de la valeur propre pour le i ème mode de vibration d'une structure dynamique sans force externe ni amortissement, est exprimée comme suit :

$$([K] - \lambda_i[M])\phi_i = 0, \quad (3)$$

où λ_i et ϕ_i sont les i èmes valeurs propres et vecteurs propres, et $\lambda_i = \omega_i^2$, où ω_i est la i ème fréquence naturelle (en rad.s^{-1}). Les fréquences naturelles (en Hz) sont données par $f_i = \frac{\omega_i}{2\pi}$.

2.1 Modèle éléments finis 2D de la poutre

Comme le montre la Figure 1, la poutre en porte-à-faux est divisée en N éléments de taille égale, et le modèle inclut $N + 1$ nœuds. Un modèle FE sain et endommagé (mise à jour de la rigidité) de la poutre est développé dans ce travail. On considère que l'endommagement est placé dans l'élément de la poutre. On considère l'endommagement à x_l dans les nœuds i et $i + 1$ de la poutre.

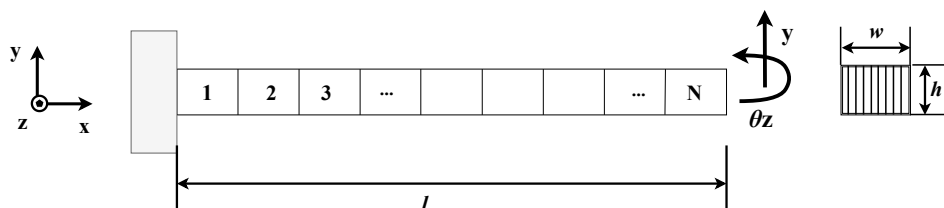


FIGURE 1 – Modèle EF 2D d'une poutre en porte-à-faux et section transversale

Dans ce travail, la poutre est divisée en 100 éléments finis, et la taille de chaque élément est de 10 mm. Le nombre total de degrés de liberté (DDL) dans le modèle FE 2D est de 202, chaque nœud ayant deux

DDL : déplacement (y) et rotation (θ_z). La sévérité des dommages est indiquée par le coefficient de réduction de la rigidité β_c , qui est le rapport entre la réduction de la rigidité et la rigidité initiale. La matrice de rigidité de la poutre endommagée s'écrit par l'équation suivante :

$$[K_d] = \sum_{c=1}^n (1 - \beta_c) [K_c], \quad (4)$$

où $[K_d]$ est la matrice de rigidité globale pour une poutre endommagée, n est le nombre d'éléments, $[K_c]$ est la matrice de rigidité de l'élément c , et β_c est un paramètre de réduction de la rigidité en flexion pour la structure endommagée allant de 0 à 1. Une valeur de $\beta_c = 0$ indique que l'élément est sain.

2.2 Modèle éléments finis 3D de la poutre

Les modèles FE 3D de la structure de la poutre en porte-à-faux saine et endommagée sont développés à l'aide du logiciel COMSOL Multiphysics. Les poutres sont modélisées par un maillage *fine* utilisant des éléments tétraédriques (6 DDL par nœud), et la densité du maillage est contrôlée par COMSOL. Typiquement, les modèles convergés avec dommages ont 22 000 DDLs. Une densité de maillage haute est utilisée près de la zone endommagée. La figure 2 montre une vue zoomée de la géométrie rectangulaire endommagée et de ses paramètres physiques (largeur, profondeur et hauteur). Les fréquences naturelles des modèles 3D sains et endommagés sont estimées à l'aide du propre solveur de COMSOL Multiphysics.

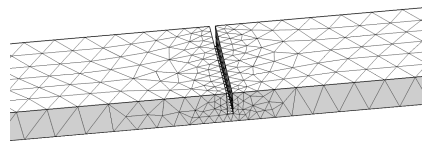


FIGURE 2 – Maille d'éléments finis 3D de la poutre avec dommages zoomés

3 Stratégie et fonction objectif pour l'identification des dommages

Le nouvel objectif de ce travail est l'utilisation d'un indicateur de sévérité existant pour créer une bibliothèque de dommages permettant d'estimer les propriétés de dommages rectangulaires [12, 13]. La stratégie d'identification des propriétés de dommages est décrite en trois étapes principales :

Étape 1 : Au début, la poutre expérimentale est utilisée pour identifier un set de fréquences d'état sain. Les modèles FE 2D et 3D sains sont développés, et le module de Young des modèles FE est mis à jour en utilisant la fonction de maximisation pour faire correspondre de près les fréquences avec la poutre expérimentale saine. Ensuite, l'endommagement est représenté comme une discontinuité rectangulaire dans le modèle FE 3D, en tenant compte de la position, de la largeur et de la profondeur de l'endommagement. En même temps, le dommage est simulé dans le modèle FE 2D comme une réduction locale de la rigidité en flexion dans un élément. La corrélation numérique est effectuée entre les modèles FE 2D et 3D par la minimisation FSC, c'est-à-dire que pour chaque set de paramètres physiques, une réduction de la rigidité en flexion est effectuée dans le modèle 2D. À la fin de cette étape, une bibliothèque de dommages est construite, avec des dommages rectangulaires 3D fournissant la largeur et la profondeur, et un modèle 2D fournissant la valeur de réduction de la rigidité en flexion (%) de la sévérité à un position spécifique du dommage.

Étape 2 : Le FSC est utilisé pour mettre à jour le modèle FE 2D d'une poutre endommagée pour détecter la position et la sévérité du dommage. Quatre modèles de poutre présentant des caractéristiques similaires (poutre saine, poutre endommagée, modèle 2D sain et modèle 2D endommagé avec mise à jour de la rigidité) sont utilisés pour une procédure de mise à jour FSC donnée. Au cours de cette procédure, le coefficient de réduction de la rigidité (ou la sévérité) et la localisation de la réduction sont mis à jour. La valeur minimale du critère FSC donne la localisation et la sévérité souhaitées. En pratique, la minimisation du FSC est calculée en utilisant l'optimisation par essais de particules (PSO) [15] dans la toolbox d'optimisation globale de MATLAB.

Étape 3 : La sévérité des dommages de l'étape 2 est recherchée dans la bibliothèque des dommages pour l'identification des paramètres de géométrie physique. Dans le cas d'un dommage rectangulaire, la sévérité est liée à un set (potentiellement non unique) de largeur et de profondeur. Il convient de noter qu'un ajustement de courbe peut être nécessaire si la bibliothèque n'est pas assez précise, et qu'une tolérance peut être imposée. La non-unicité de la solution issue de la bibliothèque de dommages rectangulaires ainsi que les résultats seront discutés dans la partie expérimentale.

3.1 Coefficient de décalage de fréquence

Le coefficient de décalage de fréquence (FSC) est utilisé pour la procédure de minimisation afin de déterminer la position et la sévérité (%) des dommages et de créer une bibliothèque de dommages. Silva et Gomes [9] ont été les premiers à proposer le FSC pour l'identification des dommages. L'équation du FSC s'écrit comme suit :

$$\text{FSC} = \sqrt{\frac{1}{m} \left| \sum_{i=1}^m \left(\frac{(R_i)_X - (R_i)_A}{(R_i)_X} \right) \right|} \quad \text{et} \quad R_i = \frac{f_i^d}{f_i^h} \quad (5)$$

où R_i représente le rapport des fréquences de la poutre endommagée (f_i^d) sur celles de la poutre saine (f_i^h), m est le nombre de modes considérés, D désigne le cas endommagé, A dénote la référence, c'est-à-dire le modèle FE sûr à mettre à jour, et i dénote les indices de fréquence. Pour que le FSC soit calculé, au moins deux fréquences de vibration doivent être considérées.

4 Identification d'un dommage sur une poutre expérimentale

L'efficacité de la stratégie proposée est examinée en utilisant une poutre en porte-à-faux expérimentale, en considérant l'approche FSC. La Figure 3 montre une poutre en acier endommagée avec deux accéléromètres (longueur $L = 1000$ mm, largeur $W = 25$ mm, et épaisseur $T = 5,3$ mm). Les caractéristiques du matériau en acier sont considérées avec les valeurs standard (module d'Young $E = 210$ GPa, $\rho = 7850$ kg/m³, $\nu = 0.33$). Un coup de scie rectangulaire est créé sur la poutre endommagée avec une profondeur de 1,35 mm et une largeur de 1,00 mm. Un test d'impact de marteau est effectué, et les signaux de vibration sont collectés avec un multianalyseur LMS (logiciel Siemens LMS, Plano, TX, USA) afin d'extraire les fréquences naturelles des poutres saines et endommagées. Le marteau a généré l'excitation d'entrée, tandis que l'accéléromètre monoaxial (Brüel and Kjaer-DeltaTron Type 4507) a capturé les données de sortie. Le dispositif expérimental est utilisé pour extraire les fréquences naturelles des poutres en porte-à-faux (saines et endommagées). Les fonctions de réponse en fréquence des poutres en porte-à-faux saines et endommagées sont employées pour obtenir les fréquences naturelles en utilisant la méthode d'ajustement circulaire, et l'application du module EasyMod [16]. Les sept fréquences naturelles mesurées expérimentalement des poutres saines et endommagées sont listées dans le Tableau 1.

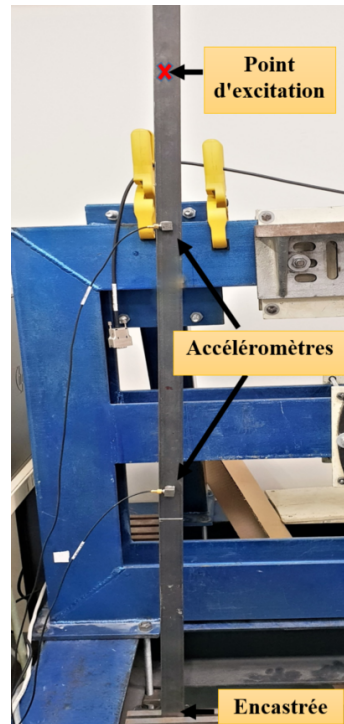


FIGURE 3 – Poutre en porte-à-faux expérimentale et illustration des points de mesure (entrée et sortie).

TABLEAU 1 – Les fréquences naturelles de la poutre saine et de la poutre endommagée ont été identifiées expérimentalement.

Poutre expérimentale	Fréquences naturelles (Hz)						
	1	2	3	4	5	6	7
f_{sain}	4.23	26.33	73.26	142.34	240.13	355.67	499.66
$f_{\text{endommagé}}$	4.21	26.35	73.14	141.87	240.02	357.80	498.78

4.1 Résultats

Le FSC est utilisé pour évaluer et comparer la poutre réelle endommagée (voir Figure 3) aux modèles numériques FE 2D sains et endommagés. La masse des accéléromètres n'est pas prise en compte, comme la masse localisée dans le modèle FE lors de l'identification des dommages. Le modèle est utilisé pour mettre à jour sur la base des fréquences naturelles de la poutre expérimentale avec les accéléromètres. Le dommage est premièrement localisé et quantifié, et ensuite sa taille est extraite de la bibliothèque en fonction de la sévérité estimée. L'étape 2 est utilisée pour calculer le FSC en fonction de la position et de la sévérité, et montre le FSC comme une cartographie en couleur dans la Figure 4(a). La barre de couleur représente la valeur FSC, tandis que le cercle blanc représente (obtenu en utilisant PSO) la position et la sévérité basées sur la minimisation. Dans le cas réel, le dommage est estimé avec la valeur de 27,75% à la position de 0,238 m de la partie fixe de la poutre, où la valeur FSC minimale est de 0,0518. Il est important de noter que l'estimation de la position du dommage (0,238 m) est obtenue près de la position réelle (0,245 m). Encore, le problème de minimisation est résolu en 5-10 s. La sévérité déterminée (27,75%) est recherchée avec une tolérance de 1% dans la bibliothèque de dommages (voir étape 3) pour extraire la largeur et la profondeur du dommage. Comme le montre la Figure 4(b), plusieurs tailles de dommages correspondent à une seule sévérité. Pour raison de démonstration, nous supposons que la largeur est égale à la valeur réelle de la largeur (1,0 mm). On identifie que la profondeur est équivalente

à 1,408 mm pour une largeur de dommage de 1 mm (voir Figure 4(b)). Cette valeur estimée est presque proche de la valeur réelle de la profondeur (1,35 mm). Cela signifie que la bibliothèque de dommages a fourni les propriétés physiques d'un dommage géométrique. Par conséquent, la stratégie proposée est un outil d'identification efficace pour estimer les caractéristiques d'un dommage géométrique dans un problème réel.

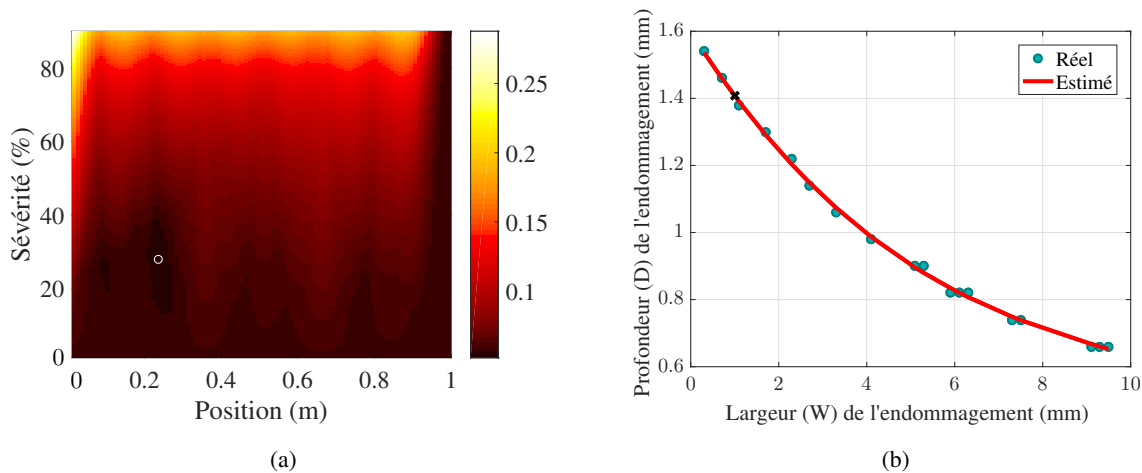


FIGURE 4 – (a) FSC est fonction de la position et de la sévérité le cercle blanc représente 27,75% de sévérité estimée des dommages à la position 0,238 m ; (b) largeur 1,0 mm et profondeur 1,408 mm pour une sévérité de 27,75% extraite de la bibliothèque de dommages (points bleus : extraction raw, ligne rouge : ajustement cubique, croix noire : paramètres récupérés).

5 Conclusion

Dans cette recherche, une stratégie basée sur la réduction de la rigidité en flexion est développée pour identifier les propriétés des dommages (position, sévérité et taille) des poutres. L'approche utilise uniquement les fréquences naturelles et les modèles FE de la structure. Elle est testée sur une poutre en porte-à-faux d'acier. La minimisation du coefficient de décalage de fréquence est utilisée de deux façons dans ce contexte. Premièrement, une bibliothèque de dommages a été créée en combinant les modèles 2D et 3D des poutres. La bibliothèque a été conçue pour un dommage rectangulaire et associe la profondeur et la largeur dans le modèle 3D à la réduction de la rigidité en flexion dans le modèle 2D. La bibliothèque n'est pas influencée par la position de la poutre. Ensuite, un modèle de la poutre endommagée est mis à jour pour déterminer la position et la sévérité du dommage. Ensuite, la bibliothèque de dommages est utilisée pour en savoir plus sur la géométrie des dommages. La méthode a été testée avec succès sur une poutre cantilever expérimentale dans laquelle un dommage de type coup de scie a été incorporé. À l'avenir, cette stratégie sera validée en la testant avec d'autres types de structures et de géométries de dommages (trou, coupe oblique ou triangulaire).

Acknowledgments

Les travaux ont été financés par la Région Centre Val de Loire, France dans le cadre d'un contrat doctoral (2017-2020). Les auteurs sont reconnaissants pour le soutien financier.

Références

- [1] J.K. Sinha, M.I. Friswell, S. Edwards, Simplified models for the location of cracks in beam structures using measured vibration data, *Journal of Sound and Vibration*, (2002), 251, pp. 13–38.
- [2] X. Chiementin, G. Kouroussis, S. Murer, R. Serra, Experimental modal analysis of hand–arm vibration in golf : influence of grip strength, *Applied Sciences (Switzerland)*, (2019), 9, 2050.
- [3] S.W. Doebling, C.R. Farrar, M.B. Prime, D.W. Shevitz, *Damage identification and health monitoring of structural and mechanical systems from changes in their vibration characteristics : A Literature Review*, Los Alamos National Laboratory : Los Alamos, NM, USA, (1996).
- [4] D. Montalvao, N. M. M. Maia, and A. M. R. Ribeiro, A review of vibration-based structural health monitoring with special emphasis on composite materials, *Shock and Vibration Digest*, (2006), 38(4), pp. 295–324.
- [5] A. Rytter, *Vibrational based inspection of civil engineering structures*, Dept. of Building Technology and Structural Engineering, Aalborg University, (1993).
- [6] O. Salawu, Detection of structural damage through changes in frequency : A review, *Engineering Structures*, (1997), 19, pp. 718–723.
- [7] A. Messina, I. Jones, E. Williams, Damage detection and localization using natural frequency changes. In *Proceedings of the Conference on Identification in Engineering Systems*, Cambridge, UK, (1 March 1996), pp. 67–76.
- [8] A. Messina, E. Williams, T. Contursi, Structural damage detection by a sensitivity and statistical-based method. *Journal of Sound and Vibration*, (1998), 216, pp. 791–808.
- [9] M.E. Silva, A. Araujo Gomes, Crack identification on simple structural elements through the use of natural frequency variations : The inverse problem. In *Proceedings of the 12th International Modal Analysis 2251*, Honolulu, HI, USA, (31 January–3 February 1994), pp. 1728–1735.
- [10] A. Dubey, V. Denis, and R. Serra, A damage identification strategy in beams based on natural frequencies shift, In *Proceedings of 29th International Conference on Noise and Vibration Engineering (ISMA)*, Leuven, Belgium, (7-9 September 2020), pp. 2883–2889.
- [11] A. Dubey, V Denis, R Serra, Sensitivity and efficiency of the frequency shift coefficient based on the damage identification algorithm : modeling uncertainty on natural frequencies, *Vibration*, (2022), 5(1), pp. 59-79.
- [12] A. Dubey, V Denis, R Serra, A novel VBShm strategy to identify geometrical damage properties using only frequency changes and damage library, *Applied Sciences (Switzerland)*, (2020), 10(23) :8717.
- [13] A. Dubey, *Damage identification and estimation of geometry damage properties using vibration based structure health monitoring*, Doctoral Thesis, l’INSA Centre Val de Loire, (2021).
- [14] R. Serra and L. Lopez, Damage detection methodology on beam-like structures based on combined modal wavelet transform strategy, *Mechanics & Industry*, (2017) 18 (8), pp. 807, 2017.
- [15] J. Kennedy and R. Eberhart, Particle swarm optimization, in *Proceedings of International Conference on Neural Networks*, Perth, Australia, (27 November–1 December 1995), pp. 1942–1945.
- [16] G. Kouroussis, L.B. Fekih, C. Conti, O. Verlinden, Easymod : A matlab/scilab toolbox for teaching modal analysis. In *Proceedings of the 19th International Congress on Sound and Vibration*, Vilnius, Lithuania, (July 2012), pp. 8–12 .