



HAL
open science

Détermination numérique du domaine de résistance d'un mur de maçonnerie exposé au feu par une approche d'homogénéisation en Calcul à la Rupture: application à la pierre naturelle

Elodie Donval, Duc Toan Pham, Ghazi Hassen, Patrick de Buhan, Didier Pallix

► To cite this version:

Elodie Donval, Duc Toan Pham, Ghazi Hassen, Patrick de Buhan, Didier Pallix. Détermination numérique du domaine de résistance d'un mur de maçonnerie exposé au feu par une approche d'homogénéisation en Calcul à la Rupture: application à la pierre naturelle. 25e Congrès Français de Mécanique, Nantes, Association française de Mécanique - AFM, Aug 2022, Nantes, France. 12 p. hal-04280089

HAL Id: hal-04280089

<https://hal.science/hal-04280089>

Submitted on 10 Nov 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Détermination numérique du domaine de résistance d'un mur de maçonnerie exposé au feu par une approche d'homogénéisation en Calcul à la Rupture

E. DONVAL^{a,b}, D. T. PHAM^a, G. HASSEN^b, P. DE BUHAN^b, D. PALLIX^c

a. Centre Scientifique et Technique du Bâtiment (CSTB), 84 avenue Jean Jaurès, Champs-sur-Marne, 77447 Marne-la-Vallée Cedex 2, France

elodie.donval@cstb.fr ; ductoan.pham@cstb.fr

b. Laboratoire Navier, Ecole des Ponts ParisTech, Université Gustave Eiffel, CNRS, 6-8 avenue Blaise Pascal, Cité Descartes, Champs-sur-Marne, 77455 Marne-la-Vallée Cedex 2, France

ghazi.hassen@enpc.fr ; patrick.de-buhan@enpc.fr

c. Centre Technique de Matériaux Naturels de Construction, 17 rue Letellier, 75015 Paris, France

pallix.d@ctmnc.fr

Résumé :

La présente contribution propose une méthode d'évaluation de la résistance au feu d'un mur de maçonnerie en pierre naturelle par une approche de changement d'échelle. Le mur, modélisé en déformations planes dans un plan vertical transverse, est un milieu périodique selon la direction verticale, dont on peut extraire une cellule de base composée de deux demi-blocs et d'un joint de mortier horizontal. Les propriétés de résistance de ces deux matériaux sont affectées par le gradient thermique causé par le feu ; leur variation dans l'épaisseur du mur est donc prise en compte. Le domaine de résistance de cet assemblage est évalué numériquement par les approches statique et cinématique du Calcul à la Rupture. La cellule de base est tout d'abord discrétisée par la méthode des éléments finis, puis le problème de Calcul à la Rupture est exprimé sous la forme d'un problème d'optimisation conique. La résolution de ce dernier pour différents trajets de chargements radiaux permet d'obtenir le domaine de résistance du mur sous la forme d'un diagramme d'interaction entre effort normal et moment fléchissant. Ces approches, bien plus rapides que des calculs élastoplastiques, permettent d'évaluer l'influence de divers paramètres, comme l'épaisseur des joints ou les propriétés de résistance des matériaux constitutifs, sur la résistance globale de l'assemblage.

Abstract :

The present contribution proposes and develops a method for assessing the fire resistance of a natural stone masonry wall by an upscaling approach. The wall, subjected to plane strain conditions, is a periodic medium in the vertical direction, from which a representative unit cell composed of two half-blocks and a horizontal mortar joint can be extracted. The strength properties of these two materials are affected by the thermal gradient caused by the fire, so that their variation in the thickness of the wall is taken into account. The strength domain of this assembly is numerically evaluated by the static and kinematic approaches of Yield Design. The unit cell is first discretised by the finite element method and then the Yield Design problem is expressed as a conical optimisation problem. Solving the latter for different radial loading paths, allows to determine the strength domain of the wall in the form of an interaction diagram between normal force and bending moment. These approaches, which are much faster than elastoplastic calculations, make it possible to evaluate the influence of various parameters,

such as the thickness of the joints or the strength properties of the constituent materials, on the overall strength of the assembly.

Mots clés : Maçonnerie, Domaine de résistance, Feu, Calcul à la Rupture, Homogénéisation, Éléments finis, Optimisation conique

1 Introduction

Tandis que les méthodes d'analyse des structures en maçonnerie à température ambiante se sont largement développées ces dernières années, les méthodes de calcul et de simulation vis-à-vis de l'incendie exigent encore de nombreux développements, tant sur le plan théorique qu'expérimental. En particulier, pour les murs de maçonnerie en pierre naturelle, il n'existe aucune méthode de dimensionnement au feu dans les textes normatifs, empêchant alors la pierre d'être utilisée à son plein potentiel. Il apparaît donc nécessaire de développer une telle méthode, à visée applicative pour l'ingénieur et reposant sur un cadre mécanique rigoureux.

En situation d'incendie, un mur porteur de maçonnerie est soumis à un gradient de température élevé. Les déformations thermiques induites conduisent le mur à se courber vers le feu, excentrant alors la charge verticale appliquée en tête de mur par rapport à son plan initial vertical. Ce phénomène engendre des moments de flexion qui viennent s'ajouter aux efforts de compression déjà existants. Un tel changement de géométrie, combiné à la dégradation simultanée des propriétés de résistance des matériaux sous l'effet de l'élévation de température, peut conduire à un effondrement de la structure.

Une procédure d'homogénéisation thermoélastique permettant de déterminer la déformée sous chargement thermique d'une telle structure a récemment été proposée (Donval et al. [1]). L'évaluation de la résistance de la structure, quant à elle, peut s'appuyer sur les approches statique et cinématique du Calcul à la Rupture, qui présentent l'avantage de conduire à un encadrement rigoureux de la charge de ruine en s'affranchissant des difficultés de calcul liées à l'utilisation de lois de comportement anélastiques. La présente contribution développe la mise en œuvre de telles méthodes dans le but de déterminer la charge de ruine d'un mur de maçonnerie soumis à de fortes sollicitations thermiques.

2 Position du problème de Calcul à la Rupture

2.1 Géométrie et critère de résistance des matériaux

Par souci de simplification, le mur de maçonnerie, d'épaisseur e_{mur} , est modélisé en déformations planes dans le plan $(O\xi_1\xi_3)$, comme représenté sur la figure 1. Il s'agit d'un milieu périodique selon la direction verticale (selon $O\xi_1$), dont on peut extraire une cellule de base composée de deux demi-blocs de même hauteur $H/2$ et d'un joint de mortier d'épaisseur finie e_j .

Les blocs peuvent être en brique ou en pierre pleines, tandis que le joint est constitué de mortier de chaux ou mixte chaux/ciment. Ces matériaux sont tous décrits par un critère de Mohr-Coulomb, de la forme suivante :

$$f(\underline{\sigma}) = \sup_{i,j=1,2,3} \sigma_i(1 + \sin \varphi^k) - \sigma_j(1 - \sin \varphi^k) - 2C^k \cos \varphi^k \leq 0 \quad (1)$$

où les σ_i ($i=1,2,3$) sont les valeurs principales du tenseur des contraintes, C^k et φ^k sont respectivement la cohésion et l'angle de frottement du matériau k . On supposera également par la suite que l'adhérence entre le bloc et le mortier est totale.

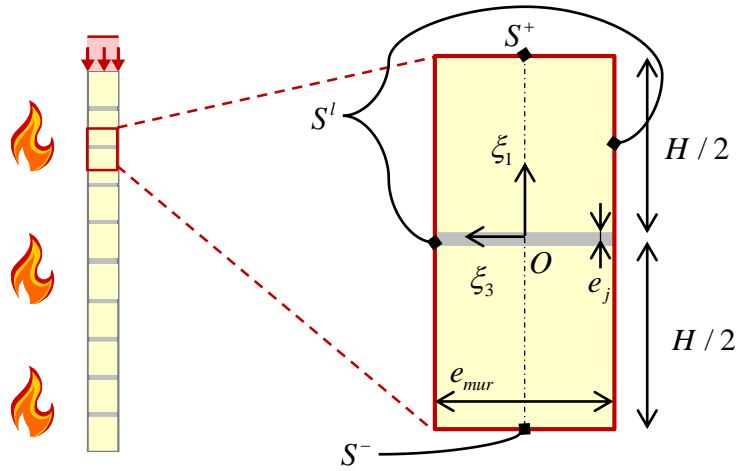


Figure 1 : Mur de maçonnerie et cellule de base considérée

2.2 Mode de chargement de la cellule de base

Le mode de chargement de la cellule de base est le suivant :

- Pas de forces de volume ;
- Les faces latérales de la cellule de base sont libres de contraintes ;
- Le vecteur-contrainte est anti-périodique sur les faces inférieure (S^-) et supérieure (S^+) de la cellule de base ;
- Le déplacement sur les faces inférieure et supérieure de la cellule de base est de la forme suivante (Sab [2]) :

$$\left(\underline{u}_{D, \dot{\chi}} - \underline{u}^{per} \right) \left(\underline{\xi} \in S^\pm \right) = (D - \xi_3 \dot{\chi}) \xi_1 e_1 + \frac{1}{2} \dot{\chi} \xi_1^2 e_3 \quad (2)$$

où D est le taux de déformation macroscopique dans la direction 1 (voir figure 1), $\dot{\chi}$ est la courbure et \underline{u}^{per} correspond à la fluctuation périodique du champ de vitesse.

Le taux de déformation s'écrit alors :

$$\underline{\underline{d}} - \underline{\underline{d}}^{per} = (D - \xi_3 \dot{\chi}) e_1 \otimes e_1 \quad (3)$$

$\underline{\underline{d}}^{per}$ correspondant à la fluctuation périodique du champ de taux de déformation.

On peut montrer que pour tout champ de contraintes statiquement admissible, et pour tout champ de déplacements cinématiquement admissible avec $(D, \dot{\chi})$, le principe des puissances virtuelles s'écrit :

$$\int_V \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{d}} dV = |S| (ND + M \dot{\chi}) \quad (4)$$

où V est le volume de la cellule de base, de longueur unitaire dans la direction $O\xi_2$, et $|S| = (H + e_j)$ est l'aire de sa surface médiane dans le plan $O\xi_1\xi_2$. Les paramètres de chargement sont alors l'effort normal et le moment fléchissant, définis par :

$$N = \frac{1}{|S|} \int_V \sigma_{11} dV \quad \text{et} \quad M = -\frac{1}{|S|} \int_V \xi_3 \sigma_{11} dV \quad (5)$$

En vertu de (4), ces paramètres de chargement sont en dualité avec le taux de déformation macroscopique D et le taux de courbure $\dot{\chi}$ définis précédemment.

2.3 Critère de résistance macroscopique

Dans le cadre du Calcul à la Rupture (ou de l'analyse limite), le domaine de résistance macroscopique du mur, et le critère macroscopique associé F , sont définis de la manière suivante (Salençon [3]) :

$$(N, M) \in \mathbf{G}^{hom} \Leftrightarrow F(N, M) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \forall \underline{\underline{\sigma}} \text{ statiquement admissible avec } (N, M), \\ \forall \underline{\underline{\xi}} \in S^k, f^k(\underline{\underline{\sigma}}^k(\underline{\underline{\xi}})) \leq 0, k = b, j \end{cases} \quad (6)$$

où S^k est le domaine de la cellule occupé par le composant k (b pour le bloc, j pour le joint de mortier). Un champ de contraintes est statiquement admissible avec l'effort normal N et le moment fléchissant M s'il vérifie :

- L'équilibre en l'absence de forces volumiques: $\text{div} \underline{\underline{\sigma}} = 0$;
- La continuité du vecteur contrainte sur toutes les surfaces de discontinuité du champ de contrainte, notées Σ : $[\underline{\underline{\sigma}}(\underline{\underline{\xi}})] \cdot \underline{\underline{n}} = \underline{\underline{0}} \quad \forall \underline{\underline{\xi}} \in \Sigma$;
- L'anti-périodicité du vecteur contrainte sur les faces supérieure et inférieure de la cellule de base : $\underline{\underline{\sigma}}(\underline{\underline{\xi}}^+) \cdot \underline{\underline{n}}(\underline{\underline{\xi}}^+) = -\underline{\underline{\sigma}}(\underline{\underline{\xi}}^-) \cdot \underline{\underline{n}}(\underline{\underline{\xi}}^-)$ pour tout couple de points $(\underline{\underline{\xi}}^+ \in S^+, \underline{\underline{\xi}}^- \in S^-)$ reliés par périodicité ;
- La condition aux limites de contrainte nulle sur les faces latérales de la cellule de base :
- L'équilibre avec l'effort normal et le moment fléchissant : $N = \frac{1}{|S|} \int_V \sigma_{11} dV$ et

$$M = -\frac{1}{|S|} \int_V \xi_3 \sigma_{11} dV$$

2.4 Définition cinématique

La dualisation des équations d'équilibre par le principe des travaux virtuels, en prenant en compte les conditions de résistance des différents constituants, conduit à la définition duale suivante du domaine de résistance macroscopique :

$$\mathbf{G}^{hom} = \bigcap_{(D, \dot{\chi}) \in \mathfrak{R}^2} \{(N, M) \mid ND + M \dot{\chi} \leq \pi^{hom}(D, \dot{\chi})\} \quad (7)$$

avec :

$$\pi^{hom}(D, \dot{\chi}) = \min_{\underline{\underline{u}} \text{ c.a.}(D, \dot{\chi})} \left\{ \langle \pi(\underline{\underline{d}}) \rangle = \frac{1}{|S|} \sum_k \int_{S^k} \pi^k(\underline{\underline{d}}) dS^k \right\} \quad (8)$$

où $\underline{\underline{d}}$ est le taux de déformation associé au champ de vitesse $\underline{\underline{U}}$, et $\pi^k(\underline{\underline{d}})$ est la fonction d'appui du constituant k , donnée par :

$$\begin{cases} \pi^k(\underline{\underline{d}}) = \frac{C^k}{\tan \varphi^k} \text{tr} \underline{\underline{d}} & \text{si } \text{tr} \underline{\underline{d}} \geq (|d_1| + |d_3|) \sin \varphi^k \\ \pi^k(\underline{\underline{d}}) = +\infty & \text{sinon} \end{cases} \quad (9)$$

Le champ de vitesse $\underline{\underline{U}}$ peut également admettre des discontinuités de vitesses. Dans ce cas, la fonction d'appui d'une discontinuité de vitesse au niveau d'une surface de normale $\underline{\underline{n}}$ est donnée par :

$$\begin{cases} \pi^k(\underline{\underline{V}} \cdot \underline{\underline{n}}) = \frac{C^k}{\tan \varphi^k} \underline{\underline{V}} \cdot \underline{\underline{n}} & \text{si } \underline{\underline{V}} \cdot \underline{\underline{n}} \geq |\underline{\underline{V}}| \sin \varphi^k \\ \pi^k(\underline{\underline{d}}) = +\infty & \text{sinon} \end{cases} \quad (10)$$

3 Implémentation numérique

Si des approches statique et cinématique analytiques peuvent donner une approximation du domaine de résistance homogénéisé, elles restent très approximatives et sont rendues difficiles par la variation des propriétés de résistance des matériaux en fonction de la température. Pour ces raisons, une implémentation numérique de ces deux approches, par la méthode des éléments finis, est proposée dans cette partie. Pour l'approche statique comme pour l'approche cinématique, un maillage triangulaire de type T3 (linéaire) est utilisé pour discrétiser la cellule de base. Un exemple de maillage sera proposé dans la partie 4.1.

3.1 Formulation numérique de l'approche statique à température ambiante

Dans le cadre de l'approche statique, les inconnues du problème d'optimisation sont les contraintes, qui sont exprimées par nœud dans chaque élément (voir figure 2), permettant ainsi des discontinuités du champ de contraintes. Le champ de contrainte au point $\underline{\xi}$ d'un élément j s'écrit alors :

$$\underline{\underline{\sigma}}^j(\underline{\xi}) = \sum_{i=1}^3 N_i(\underline{\xi}) \underline{\underline{\sigma}}_i^j \quad (11)$$

où $\underline{\underline{\sigma}}_i^j$ désigne la contrainte au nœud i de l'élément j , et N_i désigne la fonction de forme correspondant à ce même nœud. L'expression de ces fonctions de forme est classique et peut être retrouvée dans Dhatt et Touzot [4] par exemple. L'utilisation de fonctions de forme linéaires, combinée avec la convexité du critère, permettent de s'assurer que la vérification du critère aux trois nœuds de l'élément implique bien celle du critère en tout point de l'élément.

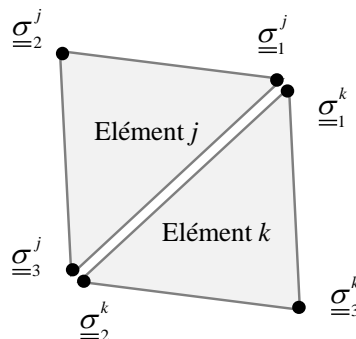


Figure 2 : Discrétisation du champ de contraintes pour l'approche statique

L'approche statique est ensuite formulée sous la forme d'un problème d'optimisation consistant à maximiser le chargement $(N, M) = (a \cos \alpha, a \sin \alpha)$ sur un trajet de chargement donné, i.e. à angle α fixé. Ce problème de maximisation doit vérifier les conditions d'admissibilité statique (équilibre vis-à-vis des paramètres de chargement N et M , et de forces volumiques nulles) et de résistance, discrétisées à chaque nœud i du maillage.

Une description plus détaillée de la formulation du problème peut être retrouvée, par exemple, dans Makrodimitopoulos et Martin [5]. Il s'agit d'un problème d'optimisation conique qui peut être résolu par différents codes d'optimisation tels que Mosek [6] (utilisé dans cette étude).

3.2 Formulation numérique de l'approche cinématique à température ambiante

Dans le cadre de l'approche cinématique, les variables principales du problème d'optimisation sont les vitesses, exprimées aux nœuds par éléments (figure 3 (a)), de manière à autoriser les discontinuités de vitesses entre éléments (figure 3 (b)).

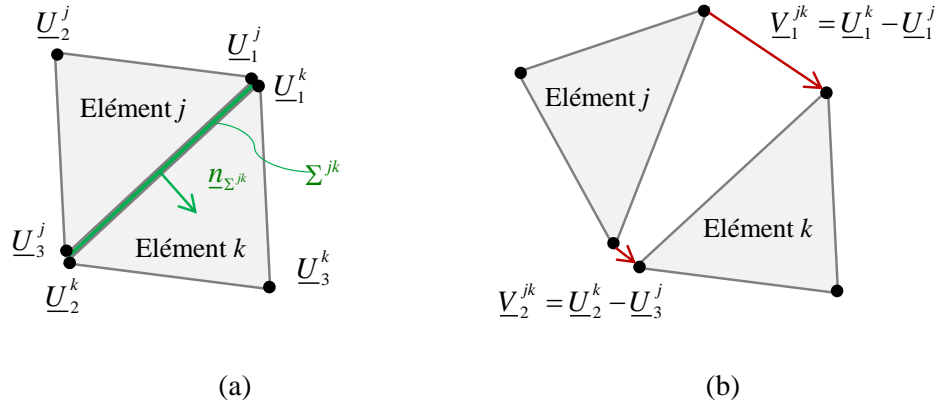


Figure 3 : Discretisation du champ de vitesses pour l'approche cinématique

En utilisant une interpolation linéaire, le champ de vitesse d'un élément j peut s'écrire :

$$\underline{U}^j(\underline{\xi}) = \sum_{i=1}^3 N_i^j(\underline{\xi}) \underline{U}_i^j \quad (12)$$

où \underline{U}_i^j est la vitesse du nœud i de l'élément j , et N_i^j désigne la fonction de forme du même nœud.

La linéarité des vitesses rend les taux de déformation \underline{d}^j constants par éléments, et permet d'assurer que la vérification de la condition de pertinence au barycentre de chaque élément implique son respect en tout point de l'élément. De la même manière, la linéarité des discontinuités de vitesses \underline{V}^{jk} assure que la vérification de la condition de pertinence aux extrémités d'une discontinuité Σ^{jk} entre deux éléments j et k assure son respect sur tout le segment. La puissance résistante maximale s'écrit alors :

$$P_{rm} = \sum_{N_{elem}} \pi^k(\underline{d}^j) S_j + \sum_{N_{\Sigma}} \pi^k(\underline{V}^j) l_j \quad (13)$$

où N_{elem} est le nombre d'éléments, S_j est la surface de l'élément j , N_{Σ} est le nombre de segments de discontinuités et l_j est la longueur d'un segment de discontinuité j . Les fonctions d'appui π^k sont données par les équations (9) pour les taux de déformation, et (10) pour les discontinuités de vitesses. L'ensemble se met sous la forme d'un problème d'optimisation consistant, pour un trajet de chargement donné $(D, \dot{\chi}) = (a \cos \alpha, a \sin \alpha)$, à minimiser la puissance résistante maximale, exprimée par l'équation (13), sous contraintes que :

- la vitesse des surfaces inférieure et supérieure soit de la forme (2) ;
- la condition de pertinence soit vérifiée pour les taux de déformation et pour les discontinuités de vitesse.

Ce problème d'optimisation se met également sous forme conique, et peut être résolu en utilisant Mosek. Des détails additionnels de cette formulation peuvent être retrouvés dans Makrodimopoulos et Martin [7].

3.3 Influence du feu

L'exposition au feu d'une structure a différents impacts sur celle-ci : elle détériore les capacités mécaniques, tant au niveau de la raideur que de la résistance, et induit également des efforts thermo-

mécaniques, résultant de l'incompatibilité géométrique des dilatations thermiques. Cependant, dans le cadre du Calcul à la Rupture (analyse limite), ces efforts thermo-mécaniques, autoéquilibrés, n'influent pas sur la charge limite de la structure. Cette charge limite est en effet insensible au trajet de chargement ainsi qu'à l'état initial de la structure. Par conséquent, comme montré par Pham et al. [8], la seule influence de l'exposition au feu de la structure sur sa charge limite est la dégradation des propriétés de résistance des matériaux. Par la suite, nous supposons que seule la cohésion est dégradée par la température, l'angle de frottement étant supposé constant en fonction de cette dernière. Cette hypothèse simplifie le traitement numérique du problème. Par ailleurs, le transfert thermique sera supposé unidirectionnel, c'est-à-dire que la température ne dépend que de la coordonnée dans l'épaisseur ξ_3 . La condition de résistance se met alors sous la forme :

$$f(\underline{\underline{\sigma}}) = \sup_{\substack{i=1,2,3 \\ j=1,2,3}} \sigma_i (1 + \sin \varphi^k) - \sigma_j (1 - \sin \varphi^k) - 2C^k(\xi_3) \cos \varphi^k \quad (14)$$

tandis que la fonction d'appui vaut :

$$\begin{cases} \pi^k(\underline{\underline{d}}) = \frac{C^k(\xi_3)}{\tan \varphi^k} \text{tr} \underline{\underline{d}} & \text{si } \text{tr} \underline{\underline{d}} \geq (|d_1| + |d_3|) \sin \varphi^k \\ \pi^k(\underline{\underline{d}}) = +\infty & \text{sinon} \end{cases} \quad (15)$$

Un des atouts des approches statique et cinématique du Calcul à la Rupture est de fournir respectivement un minorant et un majorant rigoureux de la charge limite. La conservation de ces statuts demande, pour l'approche statique, de s'assurer que la vérification du critère aux nœuds implique bien celle du critère partout sur l'élément. Pour l'approche cinématique, la condition de pertinence reste vérifiée puisque l'angle de frottement ne varie pas avec la température. Dans le cas général, les approches restent donc rigoureuses en considérant :

- Pour l'approche statique, la valeur minimale de la cohésion sur l'élément dans le critère de résistance ;
- Pour l'approche cinématique, la valeur maximale de la cohésion sur l'élément dans le calcul de la fonction d'appui.

Dans le cas particulier où la fonction $C^k(\xi_3)$ est concave (ce qui sera le cas par la suite), l'approche statique peut être améliorée en considérant la valeur de la cohésion en chaque nœud. Pour l'approche cinématique, la concavité de $C^k(\xi_3)$ implique que :

$$S_{elem} C_{barycentre}^k \geq \int_{S_{elem}} C^k(\xi_3) dS \quad (16)$$

où $C_{barycentre}^k$ est la cohésion à la côte ξ_3 du barycentre de l'élément. La puissance résistante maximale sur l'élément k peut donc être majorée par la valeur $S_{elem} C_{barycentre}^k$.

4 Un exemple d'application : évaluation de la résistance au feu d'un mur en pierre naturelle

4.1 Présentation de l'exemple

Soit un mur en pierre naturelle, constitué de blocs de hauteur 36 cm, d'épaisseur 20 cm et de longueur infinie dans la direction $O\xi_2$ (perpendiculaire au plan du mur). Ces blocs sont assemblés par des joints de mortier d'épaisseur 1 cm. La résistance des blocs (respectivement des joints) peut être décrite par un critère de Mohr-Coulomb de cohésion $C^b = 2,5$ MPa (resp. $C^j = 1,25$ MPa) et d'angle de frottement $\varphi^b = 30^\circ$ (resp. $\varphi^j = 25^\circ$). La cohésion des deux matériaux est affectée d'un facteur de dégradation

dépendant de la température, qui est représenté sur la figure 4 (a). Ce facteur de dégradation provient de Vigroux et al [9] pour la pierre, et de l'Eurocode 2 [10] pour le mortier (la dégradation du mortier est supposée proche de celle du béton à granulats calcaires).

La figure 4 (b) représente les profils de température, supposés identiques dans les deux matériaux par souci de simplification, après différents temps d'exposition au feu. Ils ont été obtenus expérimentalement par Pham et al. [11], mais il serait tout à fait possible de les déterminer numériquement lorsque l'évolution des propriétés thermiques des matériaux est bien connue en fonction de la température, comme pour le béton ou la brique par exemple.

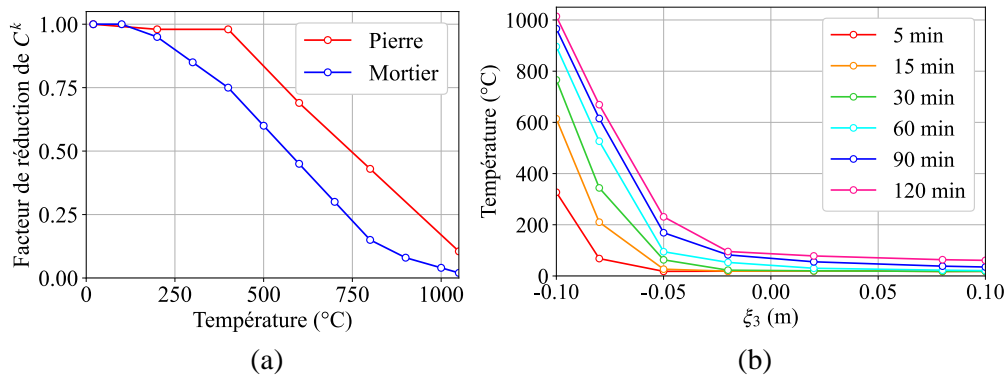


Figure 4 : (a) Facteur de dégradation de la cohésion de la pierre et du mortier en fonction de la température ; (b) : profils de température dans le mur pour différents temps d'exposition au feu

On peut facilement vérifier que, dans le cas présent et pour tous les profils thermiques proposés, la cohésion des deux matériaux en fonction de la coordonnée dans l'épaisseur ξ_3 est bien une fonction concave.

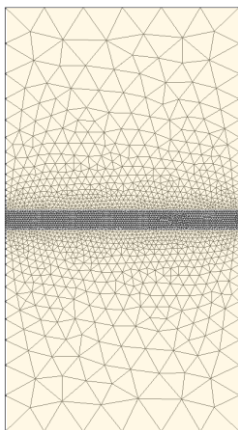


Figure 5 : Maillage utilisé dans l'exemple

Tableau 1 : détails du modèle

Maillage		
	Nombre de nœuds	Nombre d'éléments
	2135	4268
Modèle		
	Statique	Cinématique
Variables scalaires	75000	115000
Variables coniques	12500	29000
Contraintes	71000	67000
Temps de résolution par trajet de chargement	6 s	30 s

Le maillage utilisé pour cet exemple est donné sur la figure 5, et quelques détails du modèle sont fournis dans le tableau 1. Les temps de résolution sont donnés pour des calculs réalisés avec Mosek 9.3 sur un PC portable équipé d'un processeur Intel i5 10th gen. et de 8 Go de RAM.

4.2 Résultats et comparaison des approches statique et cinématique

La figure 6 représente le diagramme d'interaction obtenu par l'approche cinématique pour une cellule de base homogène constituée de pierre, une cellule de base homogène constituée de mortier et une cellule de base hétérogène constituée de pierre et de mortier, représentant la maçonnerie. La figure 6 (a) donne ce diagramme à température ambiante, tandis que la figure 6 (b) représente ce même diagramme d'interaction après 120 min d'exposition au feu.

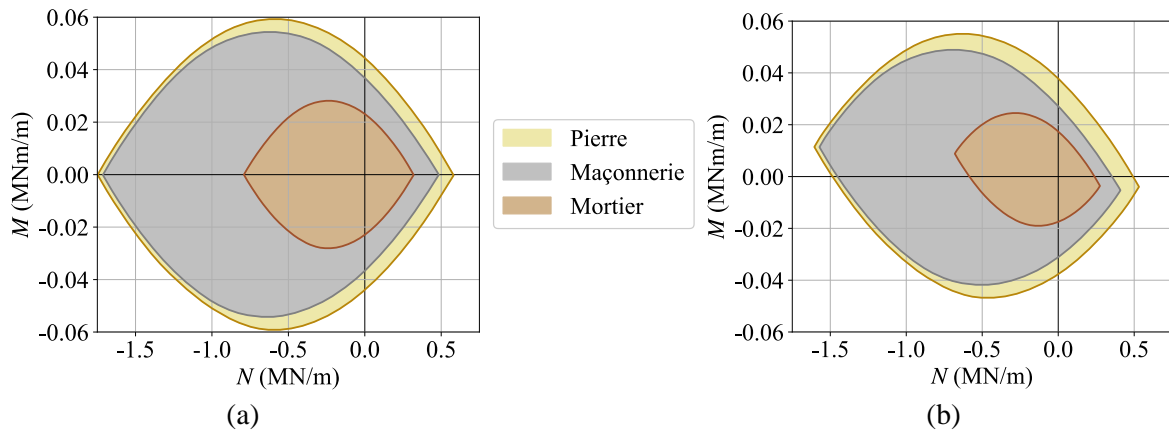


Figure 6 : Diagrammes d'interaction (a) à température ambiante et (b) après 120 min d'exposition au feu

On peut remarquer que pour des joints très minces comme ceux considérés ici, la résistance en compression de la maçonnerie est proche de celle du bloc. En revanche, sa résistance à la traction est à mi-chemin entre celle du bloc et celle du joint. La dégradation des propriétés de résistance mécanique dans l'épaisseur, quant à elle, induit une "rotation" du diagramme d'interaction. La résistance à un moment négatif devient, à effort normal fixé, plus faible que la résistance à un moment positif, car les propriétés de résistance mécanique sont davantage altérées du côté du mur exposé au feu. Cet effet est particulièrement visible sur la figure 7 (a), qui représente le diagramme d'interaction de la maçonnerie pour différents temps d'exposition au feu. Sur cette dernière figure, il apparaît que le diagramme d'interaction est très peu altéré jusqu'à 30 min d'exposition au feu.

La figure 7 (b) présente, pour des caractéristiques géométriques et mécaniques identiques, une comparaison des diagrammes d'interaction obtenus par les approches statique (en vert) et cinématique (en rouge). L'incertitude sur la valeur de la charge limite, qui se situe dans la zone grisée pour chaque trajet de chargement, reste très faible, de l'ordre de quelques pourcents.

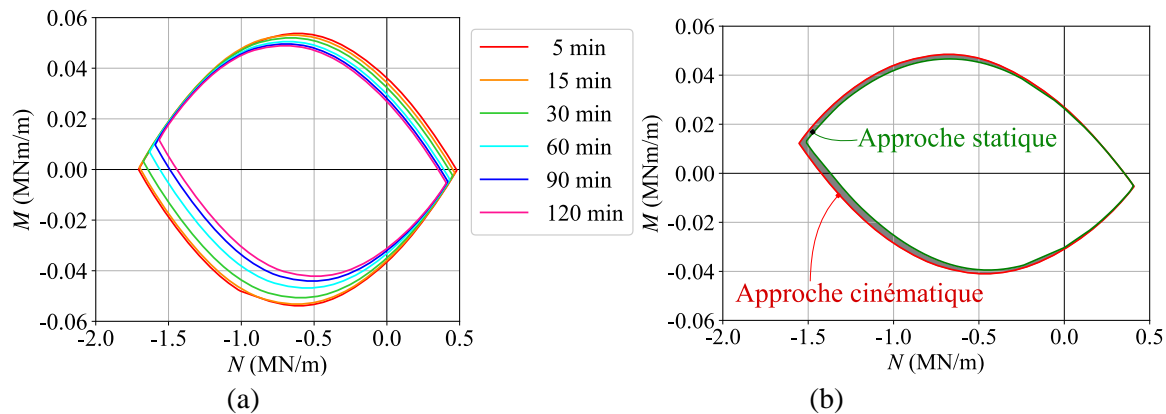


Figure 7 : (a) Diagramme d'interaction en fonction de la température ; (b) Comparaison des diagrammes d'interaction obtenus par les approches statique et cinématique

4.3 Influence de la géométrie de la cellule de base

Les approches statique et cinématique du calcul à la rupture présentent l'avantage majeur d'être des approches directes, permettant d'obtenir la charge limite d'une structure bien plus rapidement qu'un calcul d'évolution élastoplastique par exemple. A ce titre, elles se prêtent particulièrement bien à la réalisation d'études paramétriques. Il est notamment possible d'évaluer l'effet de la géométrie de la cellule de base sur la résistance de l'assemblage.

On considère un cas de référence dans lequel le mur est constitué de blocs de hauteur 18 cm, d'épaisseur 20 cm, assemblés par des joints d'épaisseur 2 cm. A température ambiante, la cohésion des blocs (resp. des joints) vaut $C^b = 3$ MPa (resp. $C^j = 1$ MPa), tandis que l'angle de frottement vaut $\varphi^b = 30^\circ$ (resp. $\varphi^j = 20^\circ$). Les facteurs de dégradation en fonction de la température restent identiques à ceux présentés sur la figure 4, et l'étude paramétrique est conduite pour 120 min d'exposition au feu, en utilisant l'approche cinématique.

La figure 8 (a) représente le diagramme d'interaction du mur pour différentes valeurs de la fraction volumique $\eta = \frac{e_j}{H + e_j}$, à épaisseur de mur constante et à élancement de joint $\lambda = e_j / e_{mur}$ constant. La

figure 8 (b) représente ce même diagramme d'interaction pour différentes valeurs d'élancement λ , cette fois en considérant la fraction volumique η constante. Dans le cas de référence, la fraction volumique vaut 10 %, tandis que l'élancement du joint vaut 0,1.

Il apparaît que, à élancement de joint constant, plus la fraction volumique de mortier est importante, plus le diagramme d'interaction est réduit. En revanche, il change peu de forme et la transformation semble presque homothétique. On note également que la résistance à la flexion de l'assemblage est très peu affectée. L'élancement du joint, quant à lui, réduit la taille du diagramme d'interaction et modifie sa forme. Cela s'explique par l'apparition de mécanismes de rupture locaux, mettant en jeu principalement la résistance du joint.

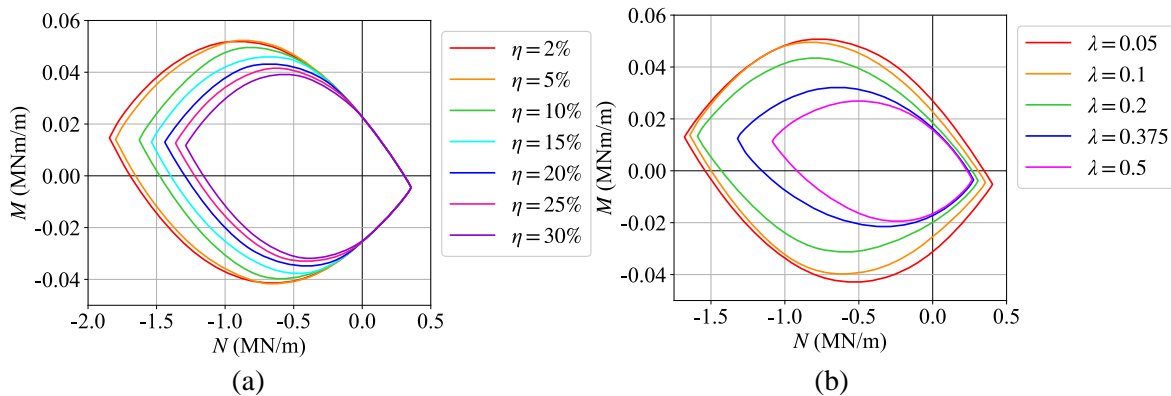


Figure 8 : Diagramme d'interaction (a) pour différentes fractions volumiques de mortier et (b) pour différentes valeurs d'élanement du joint

A titre indicatif, pour la pierre naturelle, il est courant de considérer des blocs de plus de 35 cm de haut, 20 cm d'épaisseur, et des joints de 1 cm, soit $\eta < 3\%$ et $\lambda < 0,05$. Pour des cloisons minces en brique en revanche, en considérant des briques courantes de 11 cm de long, 3,5 cm de haut et 5 cm d'épaisseur, la fraction volumique vaudrait $\eta = 22\%$ et l'élanement $\lambda = 0,2$.

5 Conclusion et perspectives

La présente contribution a développé une méthode d'homogénéisation numérique, mettant en œuvre les approches statique et cinématique du Calcul à la Rupture, qui permet de déterminer le domaine de résistance d'un mur de maçonnerie constitué de blocs pleins et exposé au feu. Cette méthode a ensuite été appliquée au cas d'un mur de maçonnerie en pierre naturelle.

Les études paramétriques, facilitées par le caractère direct des approches proposées, ont montré l'influence du temps d'exposition au feu, de la fraction volumique de joint ainsi que de l'élanement de ce dernier. Il a notamment été montré qu'une augmentation de ce dernier paramètre conduisait à une réduction de la résistance de l'assemblage notamment due à l'apparition de mécanismes de rupture locaux.

A partir du critère ainsi déterminé, ainsi que de la connaissance de la configuration déformée du mur due aux dilatations thermiques, il devient alors possible de déterminer la résistance au feu d'un mur en maçonnerie de blocs pleins de la même manière que celle proposée par Pham et al. [12] pour des structures en béton armé. Cependant, la modélisation 2D des murs de maçonnerie exposés au feu est souvent insuffisante (Nguyen et Meftah [13]), c'est pourquoi des développements sont actuellement en cours pour étendre cette méthode au cas d'un mur tridimensionnel. Des comparaisons expérimentales seront également nécessaires pour valider l'applicabilité et la pertinence de la méthode proposée.

Références

- [1] E. Donval, D. T. Pham, G. Hassen, P. de Buhan, and D. Pallix, 'Determination of the Deformed Shape of a Masonry Wall Exposed to Fire Loading by a Homogenization Method', *IOP Conf. Ser. Mater. Sci. Eng.*, vol. 1203, no. 3, p. 032076, Nov. 2021, doi: 10.1088/1757-899x/1203/3/032076.
- [2] K. Sab, 'Yield design of thin periodic plates by a homogenization technique and an application to masonry walls', *Comptes Rendus Mécanique*, vol. 331, no. 9, pp. 641–646, Sep. 2003, doi: 10.1016/S1631-0721(03)00144-X.
- [3] J. Salençon, *Calcul à la rupture et analyse limite*. Paris: Presses de l'Ecole nationale des ponts et chaussées, 1983.
- [4] G. Dhett and G. Touzot, *Une présentation de la méthode des éléments finis*. Paris: Maloine, 1987.

- [5] A. Makrodimopoulos and C. M. Martin, ‘Lower bound limit analysis of cohesive-frictional materials using second-order cone programming’, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, vol. 66, no. 4, pp. 604–634, 2006, doi: 10.1002/nme.1567.
- [6] M. ApS, *MOSEK Optimizer API for Python 9.3.18*. 2022. [Online]. Available: <https://docs.mosek.com/latest/pythonapi/index.html>
- [7] A. Makrodimopoulos and C. M. Martin, ‘Upper bound limit analysis using simplex strain elements and second-order cone programming’, *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, vol. 31, no. 6, pp. 835–865, 2007, doi: 10.1002/nag.567.
- [8] D. T. Pham, P. de Buhan, C. Florence, J.-V. Heck, and H. H. Nguyen, ‘Interaction diagrams of reinforced concrete sections in fire: A yield design approach’, *Eng. Struct.*, vol. 90, pp. 38–47, May 2015, doi: 10.1016/j.engstruct.2015.02.012.
- [9] M. Vigroux, J. Eslami, A.-L. Beaucour, A. Bourgès, and A. Noumowé, ‘High temperature behaviour of various natural building stones’, *Constr. Build. Mater.*, vol. 272, p. 121629, Feb. 2021, doi: 10.1016/j.conbuildmat.2020.121629.
- [10] EN 1992-1-2, ‘Eurocode 2: Design of concrete structures-Part 1-2: General rules-structural fire design’. 2004.
- [11] D. T. Pham, E. Donval, N. Pinoteau, P. Pimienta, and D. Pallix, ‘Test of loaded and unloaded stone masonry walls exposed to fire (submitted)’, *Materials and Structures*, 2021.
- [12] D. T. Pham, P. de Buhan, C. Florence, J.-V. Heck, and H. H. Nguyen, ‘Yield design-based analysis of high rise concrete walls subjected to fire loading conditions’, *Eng. Struct.*, vol. 87, pp. 153–161, Mar. 2015, doi: 10.1016/j.engstruct.2015.01.022.
- [13] T.-D. Nguyen and F. Meftah, ‘Behavior of hollow clay brick masonry walls during fire. Part 2: 3D finite element modeling and spalling assessment’, *Fire Saf. J.*, vol. 66, pp. 35–45, May 2014, doi: 10.1016/j.firesaf.2013.08.017.