



HAL
open science

Rhéologie quasistatique et structure d'assemblages de polyèdres très polydisperses

Emilien Azéma, David Cantor, Itthichai Preechawuttipong

► **To cite this version:**

Emilien Azéma, David Cantor, Itthichai Preechawuttipong. Rhéologie quasistatique et structure d'assemblages de polyèdres très polydisperses. 25e Congrès Français de Mécanique, Aug 2022, Nantes, France. hal-04280035

HAL Id: hal-04280035

<https://hal.science/hal-04280035>

Submitted on 10 Nov 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Rhéologie quasistatique et structure d'assemblages de polyèdres très polydisperses

E. AZÉMA^{a,b}, D. CANTOR^c, I. PREECHAWUTTIPONG^d,

a. LMGC, Université de Montpellier, CNRS, Montpellier, France (emilien.azema@umontpellier.fr)

b. Institut Universitaire de France (IUF), Paris, France

c. Department of Civil, Geological and Mining Engineering, Polytechnique Montréal, Québec, Canada
(david.cantor@polymtl.ca)

d. Department of Mechanical Engineering, Chiang Mai University, Chiang Mai, Thailand
(itthichai_p20@hotmail.com)

Mots clés : Milieu Granulaire, Polydispersité, Grains Polyédriques, DEM, Force/Fabric.

Résumé : Un résultat étonnant des milieux granulaires secs est que la résistance au cisaillement est indépendante de la dispersion de la taille des particules. Cela a été montré numériquement pour le cas simplifié d'assemblages de disques et de polygones en 2D et de sphères en 3D. Au moyen de simulations numériques discrètes en Dynamique des Contacts, nous revisitons ces résultats au cas d'assembles 3D de grains polyédriques. Bien que les formes non sphériques induisent des corrélations spatiales plus complexes que les formes sphériques en raison, notamment, de contacts de natures différentes entre particules (sommet-face, arête-arête, arête-face, face-face), nos données numériques montrent que l'indépendance de la résistance au cisaillement au fur et à mesure que la dispersion de la taille des particules augmente est toujours valide pour les assemblages de polyèdres. Nous expliquons ce résultat par des mécanismes de compensation à l'échelle micro entre les anisotropies géométriques et mécaniques développées au sein des assemblages.

1 Introduction

La plupart des matériaux granulaires à l'état naturel ou dans les procédés industriels sont caractérisés par une très large gamme de formes et de tailles de grains. La polydispersité peut résulter de divers processus naturels de formation des grains (par fragmentation ou précipitation de minéraux). La polydispersité peut également être un objectif dans la production, la transformation ou l'utilisation des grains. Bien que les propriétés de remplissage (état dense) des systèmes hautement polydisperses et leurs propriétés élastiques lors d'essais de compression uniaxiale aient été largement étudiées par le passé [1, 2, 3, 4], il est notable de constater que très peu d'études sont consacrées à leur comportement en cisaillement.

En l'occurrence, les quelques travaux existants (essentiellement numériques) ont constamment mis en évidence que la résistance au cisaillement des assemblages granulaires secs est indépendante à la fois de l'étalement de la taille et de la forme de la distribution granulométrique. Ce résultat surprenant a été mis en évidence dans des simulations 2D avec des disques [5, 6, 7], avec des polygones réguliers et irréguliers [8], et dans des simulations 3D avec des sphères [9, 10, 11] avec différentes méthodes discrètes.

D'un point de vue expérimental, au contraire, très peu d'études ont été menées spécifiquement sur l'effet de la polydispersité, essentiellement du fait qu'il soit difficile de la contrôler par des expériences. Nous pouvons toutefois citer des travaux sur des matériaux grossiers, qui de manière indirecte, abordent cette problématique. Dans ce cas, les matériaux grossiers doivent d'abord être mis à l'échelle (par exemple en "scalpant" la courbe granulométrique) pour s'adapter à la taille de l'équipement disponible [12, 13, 14, 15]. Les échantillons ainsi calibrés ont une taille de particule maximale plus petite et peuvent avoir différentes distributions de tailles des grains. Les résultats d'essais obtenus sur de tels échantillons réduits peuvent ne pas représenter le matériau original (pour cause d'effets d'échelle). De plus, les résultats expérimentaux sont contradictoires en ce qui concerne les effets d'échelle dans la résistance au cisaillement. Alors que certains travaux concluent que la résistance au cisaillement augmente avec la taille maximale des particules [16, 17], d'autres trouvent au contraire qu'elle diminue [18, 19, 20]. Ce n'est que très récemment qu'il a été suggéré que les apparentes contradictions expérimentales observées pourraient être attribuées à des couplages entre forme-taille des particules [21]. En effet, la réduction de la granulométrie dans les expériences induirait également une modification de la distribution de forme des particules.

L'objectif de ce travail est donc de généraliser au cas 3D d'assemblages de grains polyédriques de même forme l'observation contre-intuitive de l'indépendance de la résistance au cisaillement avec l'étalement granulométrique. Dans ce qui suit, nous présentons les procédures numériques pour construire les échantillons numériques composés de polyèdres et tester leur résistance au cisaillement (Sec. 2). Puis, nous nous focalisons sur l'évolution de la résistance au cisaillement et de la compacité avec la polydispersité de la taille des particules (Sec. 3). Finalement, la microstructure est décrite en termes de connectivité des particules et d'anisotropies du réseau des forces et des contacts, et est discutée dans la Sec. 4.1. Nous concluons, dans la Sec. 5, avec de nouvelles perspectives.

2 Procédures numériques

Nous utilisons la méthode de Dynamique des Contacts (CD) [22] pour simuler des assemblages de grains polyédriques rigides (anguleux) en interaction. La méthode CD est basée sur l'intégration temporelle implicite des équations du mouvement et une formulation non-régulière de la force de contact et du frottement de Coulomb entre les grains. Les forces de contact et les vitesses des grains sont trouvées au moyen d'un algorithme itératif non linéaire de type Gauss-Seidel. Cette méthode ne nécessite aucun potentiel de répulsion élastique et aucun "lissage" de la loi de frottement de Coulomb pour déterminer les forces d'interaction.

Lorsque l'on souhaite traiter les contacts entre grains polyédriques tridimensionnels, différentes situations de contact doivent être traitées : sommet-face, arête-arête, arête-face, face-face ; voir Fig. 1). Les contacts sommet-sommet et sommet-arête sont rares et généralement traités comme des contacts sommet-face. Numériquement les contacts sommet-face et arête-arête sont représentés par des points de contact uniques, les contacts arête-face et face-face sont représentés numériquement par deux et trois points de contact, respectivement. Bien que l'emplacement de ces points de contact multiples puisse varier selon les configurations de contacts, seuls leur résultante et leur point d'application ont un sens physique. Par conséquent, le choix des deux ou trois points de contact n'affectent pas la dynamique du système granulaire. Nous avons utilisé LMGC90 [24, 23], un logiciel polyvalent développé à Montpellier, capable de modéliser des assemblages de particules déformables ou rigides de formes diverses par différents algorithmes.

Dans ce travail, nous considérons des grains de forme octaédrique dont la taille, définie par le diamètre d

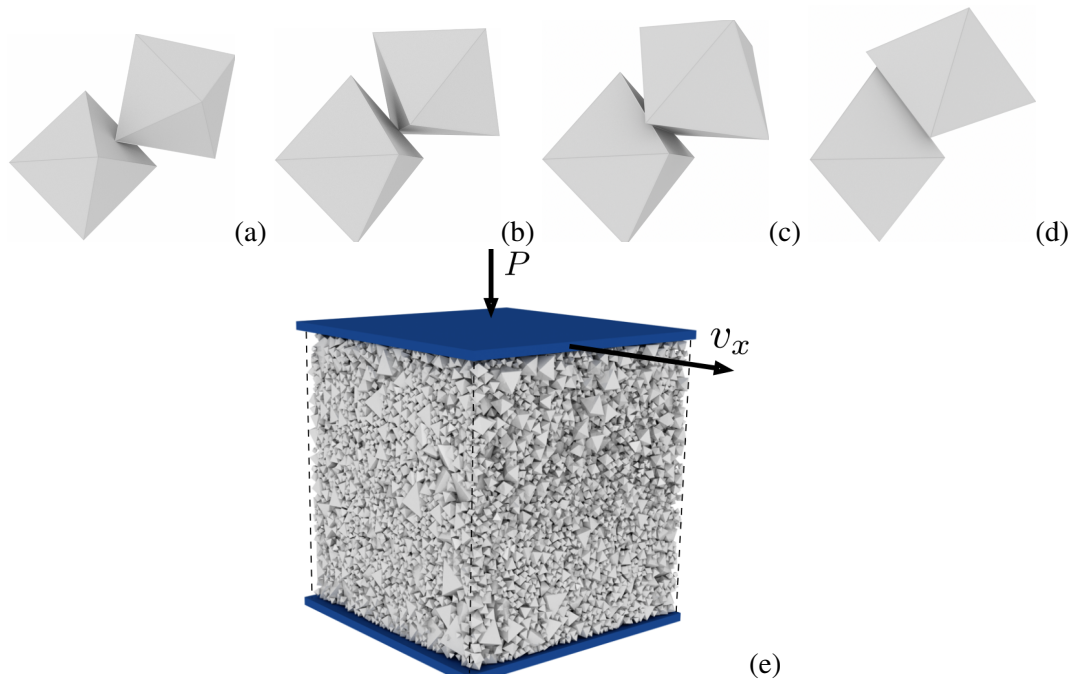


FIGURE 1 – Ensemble des différents types de contact possibles entre polyèdres convexes. (a) sommet-face, (b) arête-arête, (c) arête-face et (d) face-face. (e) Image d'un empilement polydisperse à $S = 0.8$. Les conditions de cisaillements sont précisées.

de la sphère circonscrite, varie dans l'intervalle $[d_{\min}, d_{\max}]$ avec une distribution uniforme des fractions volumiques des particules. Nous définissons l'intervalle de taille S de la distribution comme suit

$$S = \frac{d_{\max} - d_{\min}}{d_{\max} + d_{\min}}, \quad (1)$$

Nous avons systématiquement fait varier S dans l'intervalle $[0, 0.8]$ par pas de 0.1. Pour chaque valeur de S , 19 000 grains sans frottement ont été déposés géométriquement dans une boîte cubique, puis comprimés de manière isotrope pour atteindre un état dense. La figure 1 montre une capture d'écran pour $S = 0.2$ et 0.8 après la compression isotrope.

Une fois stabilisé, les quatre parois latérales sont retirées, les conditions périodiques sont activées selon les directions x et y et nous laissons le système se stabiliser une nouvelle fois. Le coefficient de frottement entre les particules est fixé à 0,4. Les essais de cisaillement sont réalisés en fixant la paroi inférieure et en appliquant sur la paroi supérieure une pression P dans la direction verticale et une vitesse constante v_x dans la direction x de sorte que le nombre d'inertie I soit toujours inférieur à 10^{-3} pour toutes les simulations. Toutes les particules en contact avec la paroi supérieure ou inférieure sont collées sur les parois rigides supérieure et inférieure pour éviter les glissements. La gravité est fixée à 0 pour éviter un gradient de force dans les échantillons et pour empêcher la ségrégation par taille des particules. Le cisaillement est maintenu jusqu'à atteindre un état stationnaire dans lequel le volume et la contrainte de cisaillement restent (en moyenne) constants en ne présentant que de faibles fluctuations.

3 Résistance au cisaillement et compacité

La résistance au cisaillement est calculée à partir de la formule du tenseur des contraintes granulaires σ par : $\sigma_{ij} = (\sum_c f_i^c \ell_j^c) / V$ où \mathbf{f} est la force de contact, ℓ est le vecteur de branche (c'est-à-dire le vecteur

joignant les centres des particules aux contacts c) et la somme est calculée sur tous les contacts dans le volume V . Nous ne considérerons que les contraintes du tenseur σ sur le plan de cisaillement xz . Selon le modèle de Mohr-Coulomb, le coefficient de frottement macroscopique φ est donné par $\sin \varphi = s/t$, où $t = (\sigma_1 + \sigma_2)/2$ est la pression effective, $s = (\sigma_1 - \sigma_2)/2$ est la contrainte déviatorique effective, avec σ_1 et σ_2 les valeurs principales du tenseur des contraintes sur le plan de cisaillement [25]. La compacité est mesurée par $\nu = \sum_p V_p/V$, où V_p est le volume d'une particule p .

D'une manière générale (voir Fig.2a), $\sin \varphi$ augmente rapidement au début du cisaillement, et atteint une valeur maximale avant de diminuer vers une valeur constante aux grandes déformations (état stationnaire). De même, en partant d'un état initialement dense tous les systèmes se dilatent pendant le cisaillement et, par conséquent, le volume augmente (c'est-à-dire que ν diminue) et tend vers une valeur constante ne présentant que des fluctuations mineures. La figure 2 montre $\sin \varphi^*$ et ν^* , les valeurs moyennes dans l'état stationnaire de $\sin \varphi$ et ν , en fonction de S . Pour l'ensemble des échantillons testés, on constate que la résistance moyenne au cisaillement reste presque constante et autour de $\sin \varphi^* \simeq 0.5$. En revanche, la compacité ν^* augmente avec S . Ce résultat étend donc aux assemblages de grains polyédriques un comportement similaire précédemment observé dans le cas de particules circulaires/polygonales en 2D et de particules sphériques en 3D.

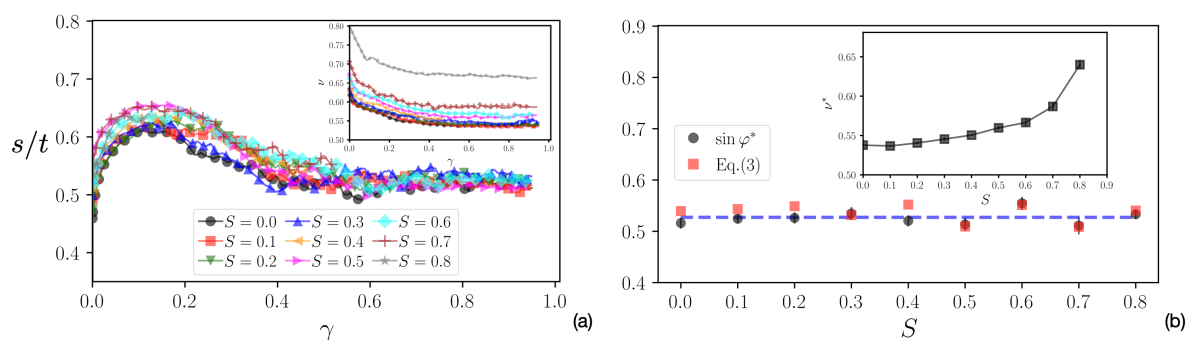


FIGURE 2 – (a) Evolution de la résistance au cisaillement s/t en fonction de la déformation γ . En insert : La compacité ν en fonction de γ . (b) carrés noirs : résistance au cisaillement moyennées dans l'état stationnaire $\sin \varphi^*$ en fonction de S . cercles rouges : prédiction micromécanique de la résistance en utilisant l'équation (3). Dans l'insert : la compacité solide à l'état d'équilibre en fonction de S .

4 Texture granulaire et transmission des efforts

La figure 3 montre le réseau des forces des contacts dans l'état stationnaire pour $S = 0.1$ (a) et 0.8 (b). La "forêt de chaînes de forces" illustrée sur ces deux figures met en évidence de longues chaînes, principalement orientées le long de la direction de compression et dont l'intensité semble augmenter aux grandes polydispersité. Nous pouvons voir également que les chaînes de forces les plus fortes semblent être composées essentiellement de contacts face-arête et occasionnellement supportées par des contacts face-faces. Dans ce qui suit, pour des raisons de simplicité et de clarté, nous nous concentrons sur les aspects généraux de ces chaînes de forces (connectivités et anisotropies). Le rôle plus précis des différents type de contacts au sein des chaînes de forces est présenté ici [28].

4.1 Connectivité du réseau de contact

A l'ordre le plus bas, la texture granulaire est décrite par le nombre de coordination défini par $Z^* = 2N_c/N_p(1 - P_0)$, où N_c est le nombre de contacts "actif" (c'est-à-dire portant une force positive), N_p

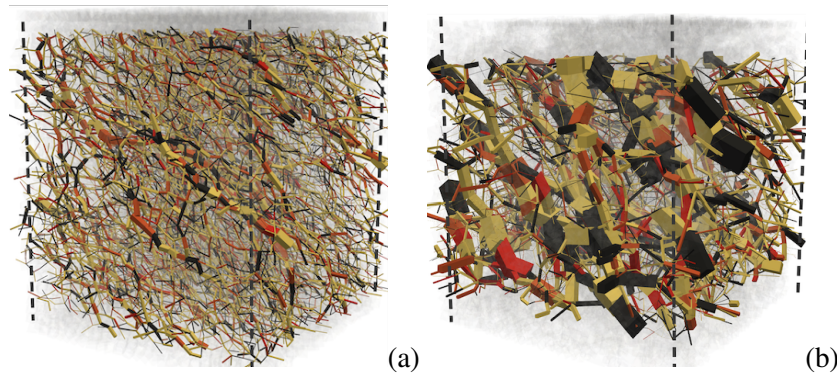


FIGURE 3 – Image du réseau de forces pour $S = 0.1$ (a) et $S = 0.8$ (b) dans l'état stationnaire. L'épaisseur des traits est proportionnelle à l'intensité de la force au contact. En noir les contacts sommet-face et arête-arête, en jaune les contacts arête-face et en rouge les contacts face-face.

est le nombre total de particules, et P_0 est la proportion de particules flottantes (c'est-à-dire les grains ayant moins de deux contacts actifs). Nos simulations révèlent que Z^* est relativement constant avec S et proche de 4.5, au contraire P_f (la proportion des particules flottantes c'est-à-dire à 1 ou 0 contact) augmente de 0.1 pour $S = 0$, à presque 0.6 pour $S = 0.8$ (Fig.4a). L'invariance de Z^* s'explique en fait par des mécanismes de compensation subtils liés au rôle et à la taille des grains dans le réseau de contact. En effet, Z^* peut se réécrire en termes des proportions P_k de particules ayant exactement k contacts : $Z^* = \sum_{k=2}^{N_c} kP_k$.

La figure 4a montre la proportion P_k de particules ayant un nombre k de contacts. Pour des raisons de simplicité/lisibilité, nous ne montrons que l'ensemble $k = \{0 \text{ to } 9\}$ puisque le nombre maximal de contact par particules peut augmenter bien plus pour S proche de 0.8 et atteindre 20 contacts (alors que moins de la moitié des grains de l'échantillon participent activement à la transmission des efforts). Cet ensemble correspond généralement à des particules de petites tailles contribuant à stabiliser l'ossature granulaire de l'échantillon. D'autre part, les proportions P_4 à P_7 diminuent avec S . Pour $k > 7$, les proportions P_k augmentent légèrement en dehors de quelques cas particuliers. Voir, par exemple, P_8 qui augmente, atteint un pic et se stabilise pour $S > 0.6$.

Il est également possible d'observer la corrélation taille-connectivité en calculant le nombre de coordination moyen en fonction de la "taille réduite" des grains définie par $d_r = (d - d_{\min}) / (d_{\max} - d_{\min})$. La figure 4b montre le nombre de coordination moyen (Z_{d_r}) en fonction de la taille des particules pour toutes les tailles de grain. Nous observons une augmentation continue de la connectivité des particules en fonction de la taille relative des particules. Les grosses particules sont généralement entourées de plusieurs petites particules plus faiblement connectées mais donnant un support important à l'ossature granulaire. Par ailleurs, notons que la taille relative des particules $d_r \simeq 0.3$ apparaît systématiquement comme une taille de particule typique portant la coordination moyenne de l'échantillon à travers les différents échantillons.

4.2 Anisotropie du réseau de contacts et de forces

A un ordre de description plus fin, la géométrie locale et l'équilibre mécanique associés à deux particules en contacts peuvent être caractérisés statistiquement par l'analyse des distributions angulaires du vecteur branche $\langle \ell \rangle(\Omega)$ et du vecteur force $\langle f \rangle(\Omega)$, où Ω est l'angle solide. Pour des raisons de cohérence avec la section 3, les vecteurs branches et forces sont projetés sur le plan de cisaillement 'xy' et peuvent

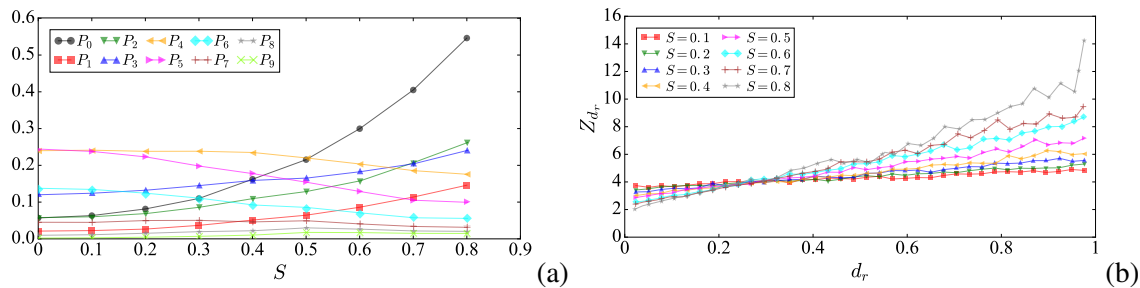


FIGURE 4 – (a) Proportion moyenne de particules ayant k contacts en fonction de S . (b) Nombre de coordination moyen en fonction de la taille relative des particules pour les différents S .

ainsi être divisés en leurs contributions normales $\langle \ell_n \rangle(\theta)$, $\langle f_n \rangle(\theta)$, respectivement, et les contributions tangentielles $\langle \ell_t \rangle(\theta)$, $\langle f_t \rangle(\theta)$, respectivement, où θ est l'orientation de \mathbf{n}' , la projection du vecteur de contact normal sur le plan de cisaillement. En plus de ces distributions, nous définissons également la distribution angulaire des contacts le long du plan de cisaillement comme $P(\theta)$. Comme l'ont montré un certain nombre d'études précédentes [26, 5, 27, 29, 28], l'analyse de ces distributions permet de révéler les éléments microscopiques clés en jeu lorsque la polydispersité de la taille des particules augmente.

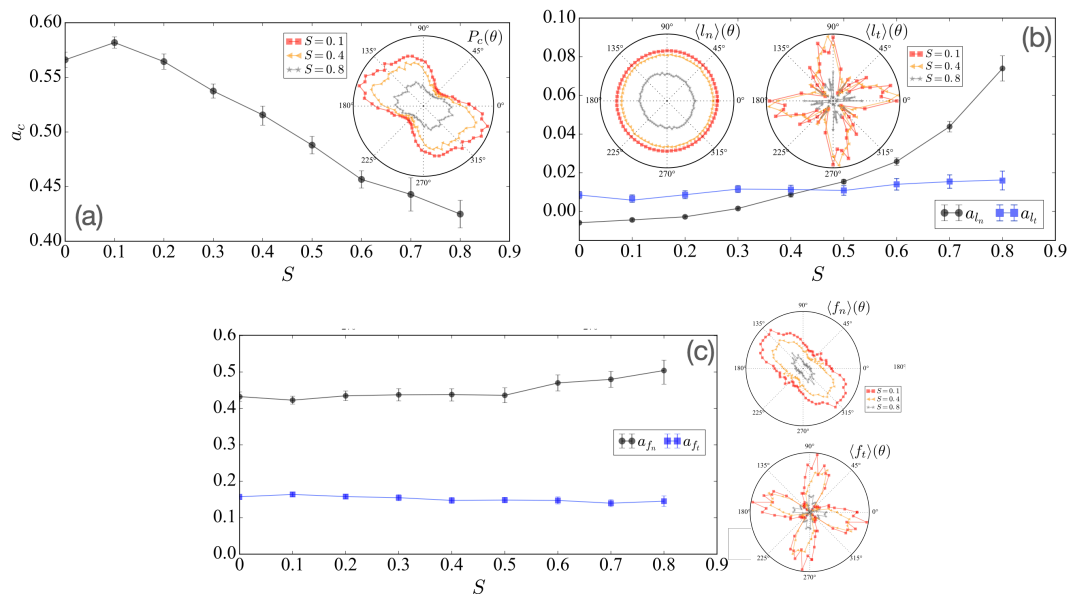


FIGURE 5 – Evolution des anisotropies de contacts (a), branches normales et tangentielles (b) et forces normales et tangentielles (c). Distribution angulaire de (a) orientation des contacts, (b) branche normale/tangentielle moyenne et (c) force normale/tangentielle moyenne pour différentes valeurs de S dans l'état stationnaire.

En configuration de cisaillement simple, ces distributions prennent des formes relativement simples (Fig.5). Pour toutes les valeurs de S , nous observons un comportement anisotrope de $P_c(\theta)$ et de $\langle f_n \rangle(\theta)$, où la valeur maximale se produit, en moyenne, le long de la direction de la contrainte principale majeure $\theta_\sigma \simeq 3\pi/4$. Bien que moins prononcée, une orientation anisotrope le long de la contrainte principale majeure est également observée pour $\langle \ell_n \rangle(\theta)$. En revanche, les valeurs maximales pour $\langle \ell_t \rangle(\theta)$ et $\langle f_t \rangle(\theta)$ se produisent à $\theta_{f_t} \simeq \pi/2$. Ces distributions sont bien approchées par leurs développements de Fourier

à l'ordre 2 [26, 5, 27].

$$\begin{cases} P_c(\theta) &= \frac{1}{2\pi} \{1 + a_c \cos 2(\theta - \theta_c)\} & (a) \\ \langle \ell_n \rangle(\theta) &= \langle \ell_n \rangle \{1 + a_{ln} \cos 2(\theta - \theta_{ln})\} & (b) \\ \langle \ell_t \rangle(\theta) &= \langle \ell_n \rangle \{-a_{lt} \sin 2(\theta - \theta_{lt})\} & (c) \\ \langle f_n \rangle(\theta) &= \langle f_n \rangle \{1 + a_{fn} \cos 2(\theta - \theta_{fn})\} & (d) \\ \langle f_t \rangle(\theta) &= \langle f_n \rangle \{-a_{ft} \sin 2(\theta - \theta_{ft})\} & (e), \end{cases} \quad (2)$$

avec a_c l'anisotropie de l'orientation des contacts, a_{ln} l'anisotropie d'orientation moyenne des branches normales, a_{lt} est l'anisotropie d'orientation moyenne des branches tangentielles, a_{fn} est l'anisotropie de la force normale, et a_{ft} est l'anisotropie de la force tangentielle. À partir des distributions montrées sur la figure 5, nous obtenons les directions privilégiées correspondantes $\theta_c, \theta_{ln}, \theta_{lt}, \theta_{fn}$, et θ_{ft} , qui sont presque égales et alignées par rapport à la direction de cisaillement.

La figure 5 montre les évolutions des différentes anisotropies moyennées dans l'état stationnaire, en fonction de S . Nous voyons que a_c diminue de 0,55 à 0,4 lorsque S augmente. La diminution de a_c traduit le fait que la connectivité moyenne des particules augmente. Dans le même temps, l'augmentation des anisotropies des branches normales, de 0 à 0,09, tandis que l'anisotropie des branches tangentielles reste proche de 0,09, montrent que les branches les plus longues apparaissent préférentiellement dans la direction du cisaillement. Ceci suggère que les plus grosses particules s'auto-organisent le long des chaînes de force forte. Cette idée est renforcée par l'augmentation de l'anisotropie des forces normales, a_{fn} , avec S , de 0,4 à 0,5. Finalement, l'anisotropie des forces tangentielles reste indépendante de S et proche de 0,2. Les paramètres d'anisotropies ci-dessus sont, en fait, les éléments clés qui expliquent l'évolution du frottement macroscopique φ avec S . En effet, on peut montrer que l'expression générale du tenseur des contraintes conduit à la relation simple suivante [30, 27] :

$$\sin \varphi^* \simeq \frac{1}{2} (a_c + a_{ln} + a_{lt} + a_{fn} + a_{ft}). \quad (3)$$

Les valeurs prédites de $\sin \varphi^*$ par l'Eq. (3) sont tracées sur la Fig. 2 ainsi que les valeurs mesurées en fonction de S . Nous voyons que l'approximation de nos données par l'Eq. (3) est très bonne quelque soit S . Ainsi, l'indépendance de $\sin \varphi^*$ par rapport à S résulte d'un mécanisme de compensation remarquable entre différentes sources d'anisotropies. Plus précisément, la diminution de a_c est compensée par l'augmentation de $a_{ln} + a_{fn}$ et par le fait que a_{ft} est indépendant de S . Un tel mécanisme de compensation a également été observé dans des études précédentes avec des assemblages de disques, de polygones et de sphères, mais était inattendu pour les assemblages de particules de polyèdres. En effet, comme mentionné précédemment en présence de grains polyédriques 3D, les configurations de contacts sont potentiellement bien plus complexes que dans le cas simple d'un empilement de sphères. Ces différents types de contacts peuvent également contribuer différemment à la résistance globale [29]. Par exemple, les contacts face-face sont davantage susceptibles de mobiliser le frottement tandis que les contacts sommet-face, en tant qu'interactions plus instables, supportent des contraintes relativement plus légères. Mais une observation surprenante, détaillée plus précisément dans [28], est que les contributions de chaque famille de contacts à la résistance globale, ainsi qu'aux anisotropies, restent également indépendantes de la polydispersité.

5 Conclusion

Dans ce court article, nous avons développé un ensemble d'expériences numériques utilisant la méthode de Dynamique des Contacts en 3D pour étudier les propriétés de résistance d'assemblages de grains polyédriques et polydispense. Nous avons construit un ensemble d'échantillons composés d'octaèdres, et l'étalement granulométrique des grains a été varié de système mono-disperse, à des systèmes hautement polydispenses avec un rapport de taille (maximum/minimum) équivalent à ~ 10 . Les systèmes ont été cisailés jusqu'à ce qu'un état permanent, dans des conditions quasi-statiques, soit atteint.

Nos données numériques nous permettent clairement de généraliser aux grains angulaires 3D l'observation selon laquelle l'étendue de la taille des grains n'affecte pas la résistance au cisaillement bien que la compacité augmente lorsque l'étalement granulométrique augmente. Ce résultat, mis en évidence initialement sur des géométries de grains plus simple, semble donc être une observation robuste. Au moyen d'une décomposition additive de la résistance au cisaillement en termes de paramètres anisotropies liés à la connectivité des particules, à la transmission de la force et à la mobilisation du frottement, nous montrons que des mécanismes de compensation entre anisotropies expliquent l'invariance de la résistance au cisaillement lorsque la polydispersité de la taille des particules augmente.

Cette longue série d'expériences numériques qui incluent des propriétés de plus en plus réalistes (de l'assemblage de disques 2D aux systèmes de polyèdres 3D), suggère qu'il est maintenant temps de développer des expériences physiques contrôlées et systématiques pour conclure définitivement sur ce phénomène. Se pose également la question de la possible généralisation ou non au cas cohésif et/ou humide. Dans un tel contexte il est très probable que la proportion de particules dites "flottantes" diminue et que les plus petites particules se retrouvent collées aux plus grosses, modifiant de fait la transmission des efforts et les anisotropies de contacts (plus de contacts impliquant une plus faible anisotropie géométrique). En présence de cohésion, les matériaux exhibent, en plus de la résistance frictionnelle, une "résistance cohésive" (cohésion de Coulomb). Il serait alors intéressant d'identifier l'effet de la polydispersité sur cette résistance cohésive.

Références

- [1] T. Aste, Circle, sphere, and drop packings, *Phys. Rev. E*, 53, 2571 (1996)
- [2] R.M. Baram, H.J. Herrmann, N. Rivier, Space-Filling Bearings in Three Dimensions, *Phys. Rev. Lett.* 92, 044301 (2004)
- [3] J. Wiącek, M. Molenda, Effect of particle size distribution on micro- and macromechanical response of granular packings under compression, *Int. J. Solids Struct.* 51, 4189 (2014)
- [4] J. Wiącek, M. Stasiak, Effect of the particle size ratio on the structural properties of granular mixtures with discrete particle size distribution, *Granul. Matter* 20, 1 (2018)
- [5] C. Voivret, F. Radjai, J.Y. Delenne, M.S. El Youssofi, Multiscale Force Networks in Highly Polydisperse Granular Media, *Phys. Rev. Lett.* 102, 178001 (2009)
- [6] N. Estrada, Effects of grain size distribution on the packing fraction and shear strength of frictionless disk packings, *Phys. Rev. E* 94, 062903 (2016)
- [7] E. Azéma, S. Linero, N. Estrada, A. Lizcano, Shear strength and microstructure of polydisperse packings : The effect of size span and shape of particle size distribution, *Phys. Rev. E* 96, 022902 (2017)

- [8] D.H. Nguyen, E. Azéma, P. Sornay, F. Radjai, Effects of shape and size polydispersity on strength properties of granular materials, *Phys. Rev. E* 91, 032203 (2015)
- [9] D. Cantor, E. Azéma, P. Sornay, F. Radjai, Rheology and structure of polydisperse three-dimensional packings of spheres, *Phys. Rev. E* 98, 052910 (2018)
- [10] S. Zhao, J. Zhao, N. Guo, Universality of internal structure characteristics in granular media under shear, *Phys. Rev. E* 101, 012906 (2020)
- [11] J. Hao, Y. Li, Y. Guo, H. Jin, J.S. Curtis, The effect of polydispersity on the stresses of cylindrical particle flows, *Powder Technol.* 361 (2020)
- [12] Lowe, J. (1964). Shear strength of coarse embankment dam materials. In *Congress on Large Dams ICOLD*, vol. 3, pp. 745–761.
- [13] Duncan, J. M., Wright, S. & Brandon, T. L. (2014). *Soil strength and slope stability*. 2 edn., Wiley.
- [14] Fuller, W. & Thompson, S. (1907). The laws of proportioning concrete. *Transactions of the ASCE* 159.
- [15] Fumagalli, E. (1969). Tests on cohesionless materials for rockfill dams. *Soil Mechanics and Foundation Division ASCE* 6353, No. SM1.
- [16] Holtz, W. G. & Gibbs, H. J. (1956). Triaxial shear test on pervious gravelly soils. *Soil Mechanics and Foundation Division ASCE* 82, No. SM 1, 1–22.
- [17] Linero, S., Palma, C. & Apablaza, R. (2007). Geotechnical characterization of waste material in very high dumps with large scale triaxial testing. In *Slope Stability 2007* (ACG, ed.), Australian Centre for Geomechanics.
- [18] Ovalle, C., Frossard, E., Dano, C., Hu, W., Maiolino, S. & Hicher, P.-Y. (2014). The effect of size on the strength of coarse rock aggregates and large rockfill samples through experimental data. *Acta Mech* 225, 2199–2216.
- [19] Marachi, N. D., Chan, C. K. & Seed, B. (1972). Evaluation of properties of rockfill materials. *Journal of Soil Mechanics and Foundation Division (JSMFD), American Society of Civil Engineers (ASCE)* 98, No. SM1, 95–115.
- [20] Marsal, R. J. (1972). *Resistencia y compresibilidad de enrocamientos y gravas*, vol. Volume 306 of Instituto de Ingenieria. Mexico : Inst. de Ingeniería, UNAM.
- [21] S. Linero, E. Azema, N. Estrada, S. Fityus, J. Simmons, A. Lizcano, Impact of grading on steady-state strength, *Geotechnique Letters* 9 (2019) DOI :10.1680/jgele.18.00216 (2019)
- [22] M. Jean, J. Moreau, Dynamics in the presence of unilateral contacts and dry friction : A numerical approach, in *Unilateral problems in structural analysis*, edited by G. Del Piero, F. Maceri (1987), pp. 151–196
- [23] P. Sanchez, M. Renouf, E. Azéma, R. Mozul, F. Dubois, A contact dynamics code implementation for the simulation of asteroid evolution and regolith in the asteroid environment, *Icarus* 363 (2021) 114441
- [24] F. Dubois, M. Jean, et al, *LMGC90 wiki page*, https://git-xen.lmgc.univ-montp2.fr/lmgc90/lmgc90_user/wikis/home (2019), [Online ; accessed 28-Jul-2019]
- [25] J.K. Mitchell, K. Soga, *Fundamentals of Soil Behavior* (Wiley, New-York, 2005), ISBN 978-0-471-46302-3

- [26] L. Rothenburg, R.J. Bathurst, Analytical study of induced anisotropy in idealized granular materials, *Geotechnique* 39, 601 (1989)
- [27] E. Azéma, F. Radjai, Stress-strain behavior and geometrical properties of packings of elongated particles, *Phys. Rev. E* 81, 051304 (2010)
- [28] D. Cantor, E. Azéma, I. Preechawuttipong, Microstructural analysis of sheared polydisperse polyhedral grains, *Phys. Rev. E* 101, 062901 (2020)
- [29] E. Azéma, F. Radjai, F. Dubois, Packings of irregular polyhedral particles : Strength, structure, and effects of angularity, *Phys. Rev. E* 87, 062203 (2013)
- [30] H. Ouadfel, L. Rothenburg, ‘Stress–force–fabric’ relationship for assemblies of ellipsoids *Mech. Mater.* 33, 201 (2001)