



**HAL**  
open science

## **Solution exacte pour la fusion rapide de données multispectrales et hyperspectrales avec flous non stationnaires**

Dan Pineau, François Orieux, Alain Abergel

► **To cite this version:**

Dan Pineau, François Orieux, Alain Abergel. Solution exacte pour la fusion rapide de données multispectrales et hyperspectrales avec flous non stationnaires. GRETSI 2023 - XXIXème Colloque Francophone de Traitement du Signal et des Images, Aug 2023, Grenoble, France. hal-04279056

**HAL Id: hal-04279056**

**<https://hal.science/hal-04279056>**

Submitted on 10 Nov 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Solution exacte pour la fusion rapide de données multispectrales et hyperspectrales avec flous non stationnaires

Dan PINEAU<sup>1,2</sup> François ORIEUX<sup>1</sup> Alain ABERGEL<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire des Signaux et Systèmes (L2S), CNRS, CentraleSupélec, Université Paris-Saclay, 91192 Gif-sur-Yvette, France

<sup>2</sup>Institut d'Astrophysique Spatiale (IAS), CNRS, UMR 8617, Université Paris-Saclay, 91440 Bures-sur-Yvette, France

**Résumé** – La fusion de données multispectrales/hyperspectrales permet la restauration de données avec des résolutions spatiale et spectrale accrues. Une approche possible est la résolution d'un problème inverse mal posé par la minimisation d'un critère des moindres carrés régularisés. Cette minimisation requiert généralement une méthode itérative basée sur les gradients, mais cet article démontre l'existence d'une solution exacte qui peut être obtenue explicitement. Des modèles directs d'imageur et de spectromètre sont décrits, la solution explicite est développée, puis une application sur des données simulées du James Webb Space Telescope est présentée. Un gain de temps potentiel d'un facteur 1 000 est mis en valeur par la méthode proposée.

**Abstract** – Multispectral/hyperspectral data fusion allows the restoration of data with increased spatial and spectral resolutions. A possible approach is to solve an ill-posed inverse problem by minimizing a regularized least squares criterion. This minimization usually requires an iterative gradient-based method, but this paper demonstrates the existence of an explicit solution. Forward models of the imager and the spectrometer are described, the explicit solution is developed, and then an application on simulated data from the James Webb Space Telescope is presented. A potential time saving of a factor of 1 000 is highlighted by the proposed method.

## 1 Introduction

De nombreux domaines comme la télédétection, l'astrophysique ou l'observation de la Terre utilisent des données hyperspectrales pour l'observation des spectres. Certains cas d'application permettent l'utilisation de spectrographes à intégrale de champ pour l'acquisition de spectres dans un champ de vue donné, mais les images produites sont généralement mal échantillonnées. L'acquisition parallèle de données à haute résolution spatiale et bien échantillonnées, telles des données multispectrales, ouvre le champ de la fusion de données pour reconstruire des données hautement résolues spatialement et spectralement [15].

Les approches pour la fusion de données reposent souvent sur la résolution de problèmes inverses avec la minimisation d'un critère comprenant notamment un terme d'attache aux données [8]. Cette méthode nécessite à la fois la connaissance du processus de formation des données, appelé modèle direct, et du modèle de l'objet observé.

Dans Wei *et al.* (2015) [13], le problème de fusion de données MS/HS est formulé à travers une équation de Sylvester, et une solution explicite à ce problème inverse est obtenue, permettant une réduction significative du coût de calcul contrairement à des approches itératives. Des méthodes basées sur des décompositions de Tucker proposées par Prévost *et al.* (2020) [10] et Borsoi *et al.* (2021) [2] donnent également des solutions explicites au problème de fusion MS/HS. Cependant, ces méthodes ne sont pas applicables à la reconstruction de données astronomiques car développées sans variabilité du flou spatial. Guilloreau *et al.* (2020) [4] proposent la résolution d'un problème inverse adapté aux données astronomiques avec un flou spectralement non-stationnaire en minimisant un critère des moindres carrés avec régularisation quadratique. Un algorithme itératif est ensuite proposé pour approcher la solution. L'approche proposée ici calcule la solution exacte de manière explicite sans nécessiter d'algorithme d'optimisation itératif.

Les modèles instruments sont présentés dans la partie 2, et le problème et sa solution explicite exposés dans la partie 3. La partie 4 présente une application de notre méthode sur des données astronomiques simulées acquises par des instruments similaires à MIRI du télescope spatial James Webb (JWST). Les résultats sont présentés en termes de qualité de reconstruction et de gain de temps par rapport à une méthode itérative.

## 2 Description des modèles

Le problème considéré dans cette étude concerne la fusion de données multispectrales  $\mathbf{y}_m$ , obtenues avec un imageur, avec des données hyperspectrales  $\mathbf{y}_h$ , obtenues avec un spectrographe à intégrale de champ.

### 2.1 Modèle de l'objet observé

La région du ciel observée par les instruments est décrite comme un cube hyperspectral discret  $\mathbf{x}$  avec deux coordonnées spatiales  $i \in [1, I]$  et  $j \in [1, J]$ , et une coordonnée spectrale  $l \in [1, L]$ . Un Modèle de Mélange Linéaire [1] est également utilisé pour décrire l'objet observé, supposant la présence de tout spectre de  $\mathbf{x}$  dans une base de  $T \in \mathbb{N}^*$  dimensions, réduisant significativement le nombre de variables recherchées (de  $P \times L$  à  $P \times T$ , avec  $P = I \times J$  le nombre de pixels dans une image, et  $T \ll L$ ). Ce modèle suppose la connaissance de  $T$  spectres  $\mathbf{s}$ , de taille  $L$ , tels que

$$\mathbf{x}[i, j, l] = \sum_{t=1}^T \mathbf{a}_t[i, j] \mathbf{s}_t[l] \quad (1)$$

où  $\mathbf{a}_t[i, j]$  décrit l'abondance du spectre  $t$  à la position spatiale  $(i, j)$ . Ce modèle introduit des corrélations spectrales dans la définition de l'objet, permettant le traitement conjoint de l'information spectrale des données  $\mathbf{y}_m$  et  $\mathbf{y}_h$ .

## 2.2 Modèle de l'imageur

Ce modèle prend en compte plusieurs types de transformations sur l'objet observé :

1. le flou dû à la réponse impulsionnelle  $\mathbf{h}$  de l'instrument, dont la largeur à mi-hauteur varie linéairement avec la longueur d'onde,
2. la réponse spectrale  $\mathbf{w}_m$ , dépendante de la transmission des miroirs, des filtres de l'imageur, et de l'efficacité quantique du détecteur,
3. l'intégration spectrale effectuée pour chacun des  $C$  filtres de l'imageur.

Les données produites par l'imageur à partir de l'objet  $\mathbf{x}$  sont alors  $C$  images, produites avec un pas d'échantillonnage spatial égal à celui de  $\mathbf{x}$ . La valeur d'un pixel à la position  $(i, j)$  de l'image  $c \in [1, C]$  s'écrit comme

$$\mathbf{y}_m^c[i, j] = \sum_l (\mathbf{x} *_{i,j} \mathbf{h})[i, j, l] \mathbf{w}_m^c[l] + \mathbf{n}_m^c[i, j] \quad (2)$$

où  $*_{i,j}$  est l'opérateur du produit de convolution spatial 2D sur les axes de  $i$  et  $j$ , et  $\mathbf{n}_m^c[i, j]$  correspond au bruit blanc gaussien d'écart type  $\sigma_m$  à la position  $(i, j)$  de l'image  $c$ . Ce modèle possède également une forme matricielle

$$\mathbf{M} = \mathbf{W}_m \mathbf{C} \mathbf{T} \quad (3)$$

où  $\mathbf{W}_m \in \mathbb{R}^{CP \times LP}$  opère la réponse spectrale et l'intégration spectrale,  $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{LP \times LP}$  est une matrice de convolution bloc-circulante avec blocs circulants, et  $\mathbf{T} \in \mathbb{R}^{LP \times TP}$  permettant le passage de  $\mathbf{a}$  à  $\mathbf{x}$  à travers le modèle de mélange linéaire de l'équation 1. La matrice  $\mathbf{M}$  est donc une matrice constituée de  $C \times T$  blocs, dont l'écriture peut s'expliquer comme

$$\mathbf{M}_{c,t} = \sum_l \mathbf{w}_m^c[l] \mathbf{s}_t[l] \mathbf{C}_l \quad (4)$$

avec  $\mathbf{C}_l$  le  $l^{\text{ième}}$  bloc de la diagonale de  $\mathbf{C}$ .

## 2.3 Modèle du spectromètre

Les transformations induites par le modèle de spectromètre contiennent

1. une réponse impulsionnelle  $\mathbf{h}$  variable avec la longueur d'onde, identique à celle du modèle imageur,
2. la réponse spectrale  $\mathbf{w}_h$ , liée à la transmission des miroirs, du réseau de diffraction et de la réponse du détecteur,
3. l'intégration et l'échantillonnage spatial du détecteur, ce dernier pouvant être insuffisant et induisant un repliement spectral.

Les données produites par le spectromètre à partir de l'objet  $\mathbf{x}$  sont alors  $L$  images avec un pas d'échantillonnage spatial  $d \in \mathbb{N}^*$  fois plus grand que celui utilisé par l'objet  $\mathbf{x}$ . Les positions des pixels sont donc repérées dans un nouveau référentiel avec les coordonnées  $(\bar{i}, \bar{j})$  et la longueur d'onde est repérée par un indice  $l \in [1, L]$ . La valeur d'un pixel s'écrit

$$\mathbf{y}_h[\bar{i}, \bar{j}, l] = \sum_{i=\bar{i}d}^{(\bar{i}+1)d} \sum_{j=\bar{j}d}^{(\bar{j}+1)d} (\mathbf{x} *_{i,j} \mathbf{h})[i, j, l] \mathbf{w}_h[l] + \mathbf{n}_h[\bar{i}, \bar{j}, l] \quad (5)$$

où  $\mathbf{n}_h[\bar{i}, \bar{j}, l]$  correspond au bruit blanc gaussien d'écart type  $\sigma_h$  à la position  $(\bar{i}, \bar{j})$  de l'image à la longueur d'onde  $l$ . Ce modèle possède également une forme matricielle

$$\mathbf{H} = \overline{\mathbf{S}} \mathbf{W}_h \mathbf{C} \mathbf{T} \quad (6)$$

où  $\mathbf{W}_h \in \mathbb{R}^{LP \times LP}$  opère la réponse spectrale aux  $L$  longueurs d'onde, et  $\overline{\mathbf{S}} = \mathbf{I}_L \otimes \mathbf{S}$  est une matrice de  $\mathbb{R}^{LP' \times LP}$ ,  $P' = \frac{P}{d^2}$  étant le nombre de pixels dans une image après l'application de  $\overline{\mathbf{S}}$ . La matrice  $\overline{\mathbf{S}}$  opère l'intégration et l'échantillonnage du détecteur par une opération de convolution avec un noyau  $\mathbf{J}_d$  de taille  $d \times d$  rempli de « 1 », et une sélection de 1 pixel sur  $d$  en hauteur et en largeur. La matrice  $\mathbf{H}$  est donc une matrice constituée de  $L \times T$  blocs, dont l'écriture peut s'expliquer comme

$$\mathbf{H}_{l,t} = \mathbf{w}_h[l] \mathbf{s}_t[l] \mathbf{S} \mathbf{C}_l. \quad (7)$$

## 3 Méthodologie

Cette partie propose une formulation du problème inverse à résoudre pour la reconstruction de l'objet observé, puis décrit une solution explicite au problème posé.

### 3.1 Formulation du problème

Le problème inverse est formulé comme la minimisation d'un critère quadratique constitué de deux termes d'attache aux données et d'un terme de régularisation, comme proposé dans Guilloateau *et al.* (2020) [4],

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{a}} &= \underset{\mathbf{a}}{\operatorname{argmin}} \{J(\mathbf{a})\} \\ &= \underset{\mathbf{a}}{\operatorname{argmin}} \{ \mu_m \|\mathbf{y}_m - \mathbf{M}\mathbf{a}\|_2^2 + \mu_h \|\mathbf{y}_h - \mathbf{H}\mathbf{a}\|_2^2 + \mu_r \|\overline{\mathbf{D}}\mathbf{a}\|_2^2 \} \end{aligned} \quad (8)$$

où  $\mu_m = \frac{1}{2\sigma_m^2}$ ,  $\mu_h = \frac{1}{2\sigma_h^2}$ ,  $\mu_r \in \mathbb{R}_+^*$  règle l'influence de l'hypothèse de douceur utilisée afin de stabiliser la solution, et  $\overline{\mathbf{D}} = \mathbf{I}_T \otimes \mathbf{D}$  est une matrice de  $\mathbb{R}^{TP \times TP}$  où  $\mathbf{D}$  est une matrice des différences finies du premier ordre.

La minimisation de  $J$  est effectuée par la résolution de  $\nabla J = 0$ , donnant

$$\hat{\mathbf{a}} = \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{b} \quad (9)$$

avec

$$\mathbf{Q} = \mu_m \mathbf{M}^H \mathbf{M} + \mu_h \mathbf{H}^H \mathbf{H} + \mu_r \overline{\mathbf{D}}^H \overline{\mathbf{D}}, \quad (10)$$

$$\mathbf{b} = \mu_m \mathbf{M}^H \mathbf{y}_m + \mu_h \mathbf{H}^H \mathbf{y}_h, \quad (11)$$

où  $\cdot^H$  est l'opérateur de la transconjugée d'une matrice,  $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{TP \times TP}$ ,  $\hat{\mathbf{a}}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^{TP \times P}$ . La solution de l'équation 8 dépend donc de l'existence et de l'inversion de  $\mathbf{Q}$ , explicitée dans la partie suivante.

### 3.2 Solution explicite

Les trois matrices  $\mathbf{M}^H \mathbf{M}$ ,  $\mathbf{H}^H \mathbf{H}$  et  $\overline{\mathbf{D}}^H \overline{\mathbf{D}}$  sont constituées de  $T \times T$  blocs. Une expression explicite du bloc de la ligne  $t$  et de la colonne  $t'$  de chacune de ces matrices s'écrit

$$(\mathbf{M}^H \mathbf{M})_{t,t'} = \sum_c \mathbf{M}_{c,t}^H \mathbf{M}_{c,t'} \quad (12)$$

$$(\mathbf{H}^H \mathbf{H})_{t,t'} = \sum_l \mathbf{w}_h[l]^2 \mathbf{s}_t[l] \mathbf{s}_{t'}[l] \mathbf{C}_l^H \mathbf{S}^H \mathbf{S} \mathbf{C}_l \quad (13)$$

$$(\overline{\mathbf{D}}^H \overline{\mathbf{D}})_{t,t'} = \mathbf{D}^H \mathbf{D} \quad (14)$$

avec  $M_{c,t}$  décrit à l'équation 4.

Les blocs de ces matrices étant circulants, ils sont diagonalisables dans l'espace de Fourier. En effet,

1.  $(M^H M)_{t,t'}$  s'écrit comme des produits et des sommes pondérées entre des matrices de convolution circulantes  $C_l$ , chaque bloc est donc également circulant,
2.  $(H^H H)_{t,t'}$  est également circulant, car l'expression  $C_l^H S^H S C_l$  s'écrit dans Fourier

$$C_l^H S^H S C_l = F^H \Lambda_l^H F S^H S F^H \Lambda_l F \quad (15)$$

avec  $F$  la matrice des vecteurs propres de la base de Fourier, et  $\Lambda_l$  la matrice diagonale des valeurs propres de  $C_l$ . Or, comme  $S$  correspond à une décimation spatiale et  $S^H$  à un remplissage de « 0 »,  $S^H S$  a pour diagonale un peigne de Dirac avec un « 1 » tous les  $d$  coefficients. Ainsi  $F S^H S F^H$  est une matrice de convolution circulante, comme présenté dans Wei *et al.* (2015) [13], telle que

$$F S^H S F^H = \frac{1}{d^2} J_{d^2} \otimes I_{\frac{P}{d^2}} \quad (16)$$

avec  $\otimes$  l'opérateur du produit de Kronecker. Ainsi, la matrice  $C_l^H S^H S C_l$  est une matrice de blocs diagonaux dans l'espace de Fourier. Les blocs  $(H^H H)_{t,t'}$  sont donc également constitués de blocs diagonaux dans Fourier.

3. La matrice  $D^H D$  est également circulante en approximant  $D$  comme une matrice circulante.

Ainsi, selon l'équation 10, les  $T \times T$  blocs de  $Q$  sont également diagonalisables dans l'espace de Fourier. Une expression de  $Q$  est alors

$$Q = \overline{F}^H B_Q \overline{F} \quad (17)$$

avec  $B_Q$  une matrice de blocs diagonaux, et  $\overline{F} = I_T \otimes F$ . Inverser  $B_Q$  est possible en transformant cette matrice en une matrice bloc-diagonale  $\Delta_Q$  avec une matrice de permutation  $P$ , telle que

$$B_Q = P \Delta_Q P. \quad (18)$$

D'après les équations 17 et 18, l'inversion de  $Q$  se calcule comme

$$Q^{-1} = \left( \overline{F}^H P \Delta_Q P \overline{F} \right)^{-1} \quad (19)$$

$$= \overline{F}^H P^T \Delta_Q^{-1} P^T \overline{F} \quad (20)$$

où  $\cdot^T$  est l'opérateur de la transposée de matrice, et où  $\Delta_Q^{-1}$  est calculable en inversant chacun de ses blocs individuellement. Les données sont alors reconstruites de manière explicite avec l'équation 9, comme proposé dans [7], évitant ainsi l'utilisation d'une méthode d'optimisation itérative [4].

## 4 Résultats expérimentaux

Une application visée de ce travail concerne la fusion de données d'imagerie et de spectrométrie de l'instrument infrarouge moyen MIRI du JWST. Les modèles instruments décrits aux parties 2.2

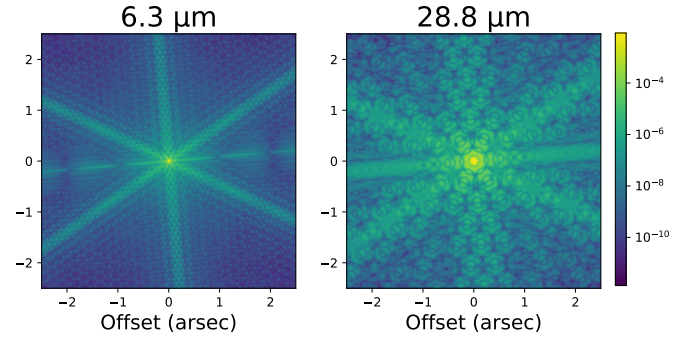


FIGURE 1 : PSF de MIRI.

et 2.3 ont été adaptés à l'imagerie MIRIM [3] et au spectromètre Medium Resolution Spectrometer (MRS) [14] de MIRI.

La PSF  $h$  utilisée ici est simulée par *webbpsf* [9], et la figure 1 illustre sa dépendance spectrale. L'imageur contient  $C = 9$  filtres et sa réponse spectrale est prise en compte avec les courbes de Photon Conversion Efficiency (PCE) réelles de MIRIM [11]. Le modèle de spectromètre considéré ici utilise un facteur de décimation  $d = 2$  (sélection de 1 pixel sur 4 en 2D), induisant un sous-échantillonnage du signal reçu pour des longueurs d'onde en dessous de  $10 \mu\text{m}$ . Le MRS étant constitué de 4 canaux avec 3 sous-canaux chacun, 12 courbes différentes de PCE lui sont associées. Le spectromètre considéré ici est simplifié avec un seul canal et une courbe de PCE produite par concaténation des courbes de PCE du MRS [11].

Des données d'imagerie  $y_m$  et de spectrométrie  $y_h$  ont été créées telles que

$$y_m = M a + n_m, \quad (21)$$

$$y_h = H a + n_h, \quad (22)$$

où  $a$  est un ensemble de  $T = 5$  cartes d'abondance spectrale [5] [6], associées à leurs spectres respectifs  $s_t$  [12], pour décrire l'objet observé selon l'équation 1. Les cartes ont été simulées à partir de données réelles d'observation d'une région de la Barre d'Orion, et contiennent  $250 \times 500$  pixels. Les spectres couvrent la bande de MIRI (5 à  $28 \mu\text{m}$ ), et contiennent  $L = 300$  valeurs.

La figure 2 illustre la qualité de reconstruction spatiale de l'objet observé. L'erreur entre les spectres observés par le spectromètre et les spectres originaux peut dépasser  $200 \text{ mJy arcsec}^{-2}$  pour certaines longueurs d'onde (dans le cas de  $\text{SNR}_{\text{dB}} = 30 \text{ dB}$  sur les données instruments  $y_m$  et  $y_h$ ), alors que l'erreur avec les données reconstruites ne dépasse pas  $4 \text{ mJy arcsec}^{-2}$ .

Des tests ont été conduits pour comparer l'approche itérative [4] et l'approche explicite proposée en terme de temps de calcul<sup>1</sup> nécessaire pour résoudre l'équation 8. Les approches ont été testées en choisissant la valeur de  $\mu_r$  qui minimise l'erreur quadratique moyenne par rapport aux données originales. L'approche itérative LCG (Linear Conjugate Gradient) demande un temps de calcul exponentiellement proportionnel au  $\text{SNR}_{\text{dB}}$  des données  $y_m$  et  $y_h$ , comme montré figure 3. Pour des données peu bruitées ( $\text{SNR}_{\text{dB}} = 100 \text{ dB}$ ), plus de 17 minutes sont nécessaires avec LCG pour atteindre 0.1% de  $\min(J)$ , alors que le temps nécessaire pour atteindre cette valeur avec la méthode proposée est constant : 9.5 secondes avec les précalculs (création et inversion de la matrice  $Q$ ), et 1.5 secondes sans les précalculs (unique calcul de  $\hat{a} = Q^{-1}b$ ). En effet, moins les données sont bruitées, donc plus le  $\text{SNR}_{\text{dB}}$  est élevé, moins la régularisation

<sup>1</sup>Calculs sur processeur i9-10885H, 2.40 GHz (x 16), RAM 64 Go.

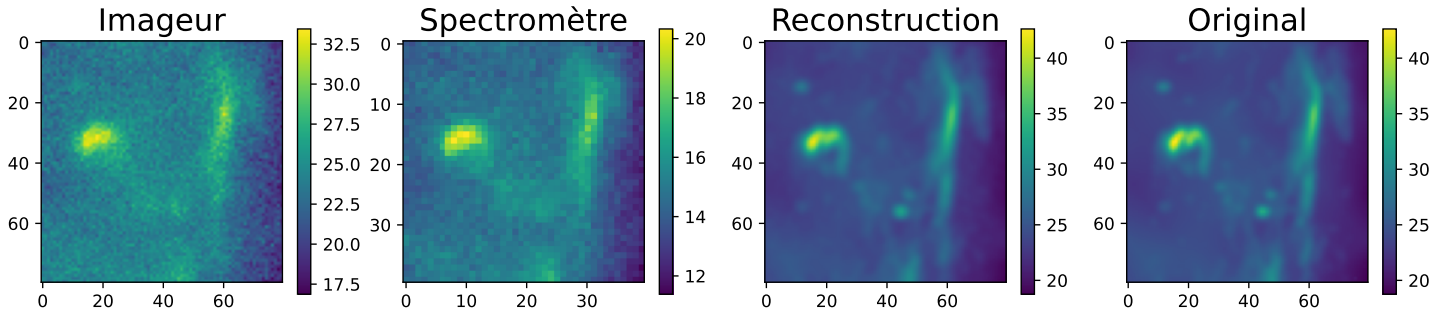


FIGURE 2 : Données d’imagerie  $y_m$  à la sixième bande spectrale ( $\text{SNR}_{\text{dB}} = 30$  dB), données de spectrométrie  $y_h$  ( $\text{SNR}_{\text{dB}} = 30$  dB), données reconstruites  $\hat{x}$ , et données originales  $x$ . Toutes les données sont celles observées (ou centrées pour l’imageur) à  $15.5 \mu\text{m}$  sur un champ de vue réduit. Unité en  $\text{mJy arcsec}^{-2}$ . L’image reconstruite est débruitée, déconvoluée (ou « défloutée »), et des détails spatiaux invisibles initialement dans les données instruments sont reconstruits.

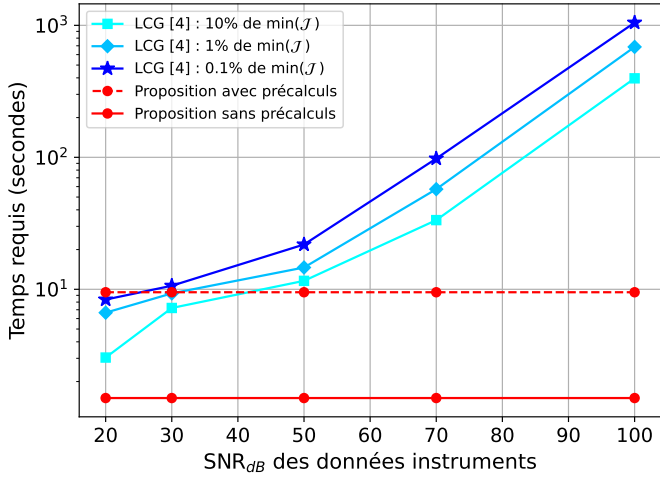


FIGURE 3 : Temps requis par l’algorithme LCG pour atteindre 10%, 1% et 0.1% du minimum du critère  $\min(J)$  (équation 8), comparé au temps requis par la solution explicite proposée en fonction du  $\text{SNR}_{\text{dB}}$  des données instruments.

spatiale est nécessaire pour une reconstruction optimale, et plus les hautes fréquences doivent être restaurées, ce qui demande un plus grand nombre d’itérations. Ce problème est évité avec la solution explicite.

## 5 Conclusion

Les modèles imageur et spectromètre ont été décrits en considérant un flou dépendant de la longueur d’onde, les réponses spectrales des instruments, les intégrations spectrales de l’imageur, les intégrations spatiales et le sous-échantillonnage du spectromètre. Le problème de fusion de données a été posé par la formulation d’un critère des moindres carrés à minimiser. L’existence d’une solution explicite a été démontrée. Les résultats montrent non seulement une amélioration des résolutions spatiale et spectrale, une déconvolution et une réduction de bruit, mais aussi un gain de temps considérable par rapport à une approche itérative : un facteur 1 000 quand les données sont peu bruitées ( $\text{SNR}_{\text{dB}} = 100$  dB) sans précalculs (facteur 100 en prenant en compte les précalculs), pour la reconstruction de 5 cartes d’abondance de taille  $250 \times 500$ , et donc d’un cube de taille  $250 \times 500 \times 300$  grâce à un modèle de mélange linéaire. Des techniques de préservations des bords, telles que l’utilisation d’une régularisation semi-quadratique ou convexe, permettraient l’amé-

lioration des résultats. Des études seront menées pour vérifier l’existence d’une solution explicite pour de telles méthodes.

## Références

- [1] Ralph ABI-RIZK *et al.* : Super-resolution hyperspectral reconstruction with majorization-minimization algorithm and low-rank approximation. *IEEE Transactions on Computational Imaging*, 8:260–272, 2022.
- [2] Ricardo A BORSOI, Clémence PRÉVOST, Konstantin USEVICH, David BRIE, José CM BERMUDEZ et Cédric RICHARD : Coupled tensor decomposition for hyperspectral and multispectral image fusion with inter-image variability. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 15(3):702–717, 2021.
- [3] Patrice BOUCHET *et al.* : The mid-infrared instrument for the james webb space telescope, iii : Mirim, the miri imager. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 127(953):612, 2015.
- [4] Claire GUILLOTEAU *et al.* : Hyperspectral and multispectral image fusion under spectrally varying spatial blurs—application to high dimensional infrared astronomical imaging. *IEEE Transactions on Computational Imaging*, 6:1362–1374, 2020.
- [5] Claire GUILLOTEAU *et al.* : Simulated jwst data sets for multispectral and hyperspectral image fusion. *The Astronomical Journal*, 160(1):28, 2020.
- [6] Emilie HABART *et al.* : High angular resolution near-ir view of the orion bar revealed by keck/nirc2. *arXiv preprint arXiv :2206.08245*, 2022.
- [7] Mohamed Elamine HADI-YOUCÉF : *Spatio spectral reconstruction from low resolution multispectral data : application to the Mid-Infrared instrument of the James Webb Space Telescope*. Thèse de doctorat, Université Paris-Saclay (ComUE), 2018.
- [8] Jérôme IDIER *et al.* : Approche bayésienne pour les problèmes inverses. *Hermès, Paris*, 3, 2001.
- [9] Marshall D PERRIN *et al.* : Simulating point spread functions for the james webb space telescope with webbpsf. In *Space Telescopes and Instrumentation 2012 : Optical, Infrared, and Millimeter Wave*, volume 8442, pages 1193–1203. SPIE, 2012.
- [10] Clémence PRÉVOST, Konstantin USEVICH, Pierre COMON et David BRIE : Hyperspectral super-resolution with coupled tucker approximation : Recoverability and svd-based algorithms. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 68:931–946, 2020.
- [11] STSCI : JWST documentation website. <https://jwst-sdocs.stsci.edu>. Accessed : 2023-03-06.
- [12] PI TEAM, Olivier BERNÉ *et al.* : Pdrs4all : A jwst early release science program on radiative feedback from massive stars. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 134(1035):054301, 2022.
- [13] Qi WEI *et al.* : Fast fusion of multi-band images based on solving a sylvester equation. *IEEE Transactions on Image Processing*, 24(11):4109–4121, 2015.
- [14] Martyn WELLS *et al.* : The mid-infrared instrument for the james webb space telescope, vi : The medium resolution spectrometer. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 127(953):646, 2015.
- [15] Naoto YOKOYA *et al.* : Hyperspectral and multispectral data fusion : A comparative review of the recent literature. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Magazine*, 5(2):29–56, 2017.