



**HAL**  
open science

## Conception des surfaces minimales triplement périodiques à densité variable pour la fabrication additive

Emilio Ramírez, Nicolas Béraud, Franck Pourroy, François Villeneuve,  
Matthieu Museau

### ► To cite this version:

Emilio Ramírez, Nicolas Béraud, Franck Pourroy, François Villeneuve, Matthieu Museau. Conception des surfaces minimales triplement périodiques à densité variable pour la fabrication additive. S-MART 2023: 18ème Colloque national S.mart, Arts et Métiers Paristech ENSAM Aix-en-Provence, Université de Toulon [UTLN], Apr 2023, Carry-le-Rouet, France. hal-04278700

**HAL Id: hal-04278700**

**<https://hal.science/hal-04278700>**

Submitted on 10 Nov 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Conception des surfaces minimales triplement périodiques à densité variable pour la fabrication additive

E. A. Ramírez <sup>a,\*</sup>, N. Béraud <sup>a</sup>, F. Pourroy <sup>a</sup>, F. Villeneuve <sup>a</sup>, M. Museau <sup>a</sup>

<sup>a</sup> Univ. Grenoble Alpes, CNRS, Grenoble INP\*, G-SCOP, 38000 Grenoble, France

\* Institute of Engineering Univ. Grenoble Alpes

\* e-mail : emilio-adrian.ramirez-salazar@grenoble-inp.fr

## 1. INTRODUCTION

Les matériaux cellulaires, caractérisés par un réseau connecté de cellules unitaires, peuvent être configurés pour créer des structures robustes avec un changement significatif de leur comportement comparé à celui de leur matériau constitutif [1]. Il a été montré que les conséquences de la topologie de ces constructions cellulaires sont plus importantes que le matériau constitutif. Des matériaux cellulaires à gradient fonctionnel (*Functionally Graded Cellular Materials* : FGCM) peuvent être obtenus en changeant leur propriété progressivement dans l'espace, soit par une modification de la composition ou de la microstructure du matériau en mélangeant des matières premières différentes au cours de la fabrication [2], soit par une distribution optimisée de la densité relative des cellules unitaire dans l'espace de conception [3].

En particulier, les FGCM à densité variable présentent une plus grande efficacité du matériau [4] et de meilleures capacités d'absorption d'énergie [5], [6] que leurs homologues uniformes. La conception de ce type de structure est généralement liée à l'application d'une carte de densité issue d'une démarche d'optimisation topologique (TO) [7].

Les travaux antérieurs sur les FGCM se concentrent principalement sur les cellules unitaires à base de poutres (*strut-based*) [8], mais ces géométries impliquent des difficultés de fabrication et présentent des concentrations de contraintes importantes à la liaison des poutres. Pour surmonter ces problèmes, l'utilisation de FGCM basés sur des surfaces minimales triplement périodiques (*Triply Periodic Minimal Surfaces* : TPMS) est un sujet de recherche d'actualité du fait de leur capacité à créer des matériaux avec des composantes continues et interconnectées [9].

Même si certains logiciels commerciaux permettent de générer des structures TPMS à densité graduelle [10], les possibilités sont limitées aux gradients linéaires. De plus, sur la base de la littérature disponible, il n'existe pas de procédure de modélisation formelle pour développer des structures TPMS avec une densité variable, tout en étant capable de contrôler l'épaisseur des motifs et la longueur des cellules unitaires en fonction d'une carte de densité tridimensionnelle.

En outre, la littérature sur les structures à densité constante utilise un processus de projection des sommets des maillages le long des vecteurs normaux pour attribuer une épaisseur à un maillage central représentant la forme fondamentale du TPMS [9], [11]. Cependant, cette stratégie peut produire des maillages avec des auto-intersections et/ou des bords de facettes courts, qui proviennent de problèmes dans les opérations booléennes pour la création de motifs denses. Ces problèmes de maillage doivent être traités par des procédures supplémentaires de réparation de maillage. Cependant, ces procédés nécessitent un logiciel spécialisé dans le traitement des maillages, et une procédure standardisée ne peut être établie en raison de la localisation incertaine de ces problèmes.

Par conséquent, une méthodologie de conception est proposée pour la conception de TPMS à densité graduelle, en considérant une variation indépendante ou simultanée de l'épaisseur du motif et de la longueur de la cellule unitaire. En particulier, une nouvelle procédure de modélisation pour des scénarios de variation de longueur est proposée. Une procédure alternative pour créer les épaisseurs des modèles est introduite, consistant en une transformation de la forme fondamentale en un champ de distances signées (*Signed Distance Field* : SDF), qui résout les problèmes d'auto-intersections des maillages.

La méthodologie de conception décrite dans ce papier a été élaborée pour les TPMS Primitif et Gyroïde, à partir de travaux antérieurs des auteurs [12]–[14]. Le papier donne tout d’abord les généralités sur les structures TPMS, puis détaille la méthodologie proposée et son application dans un cas d’étude. Il se conclue par quelques éléments de conclusion et les perspectives en cours d’étude.

## 2. SURFACES MINIMALES TRIPLEMENT PERIODIQUES

Une surface minimale triplement périodique est caractérisée par une courbure moyenne nulle en tout point, ce qui minimise localement l’aire, et s’étend périodiquement dans trois directions indépendantes sans auto-intersections. La mise en œuvre de TPMS pour remplir des produits est intéressante car leurs propriétés topologiques permettent un support entre les couches présentant des avantages de fabrication par rapport aux treillis basés sur des poutres [15].

En tant que surfaces définies mathématiquement, les TPMS sont généralement définies par des équations implicites. Dans le contexte de cette étude, l’équation (1) et l’équation (2) détaillent les fonctions pour les motifs Primitif et Gyroïde, respectivement. Le facteur de dilatation  $\lambda = 2\pi/L$ , définit la périodicité du motif en fonction de la longueur  $L$  d’une cellule unitaire cubique. Les deux topologies TPMS étudiées sont représentées sur la Figure 1.

$$f_P(x, y, z) = \cos(\lambda x) + \cos(\lambda y) + \cos(\lambda z) \quad (1)$$

$$f_G(x, y, z) = \cos(\lambda x) \sin(\lambda y) + \cos(\lambda y) \sin(\lambda z) + \cos(\lambda z) \sin(\lambda x) \quad (2)$$

## 3. METHODOLOGIE DE CONCEPTION

La méthodologie proposée pour les structures TPMS à gradient fonctionnel est représentée sur la Figure 2. Elle comprend : (i) la définition des spécifications de conception, (ii) la création d’une carte de densité, (iii) le calcul des paramètres de conception, (iv) la génération de la surface fondamentale, (v) la création des surfaces de la structure, (vi) la génération finale du STL et (vii) les opérations de validation de la conception. Les sections ci-dessous détaillent le process de chaque étape principale.

### 3.1. Spécifications de conception

La procédure de conception commence par la définition des données d’entrée et certaines opérations préliminaires, dont :

- Le domaine de conception (*Design Space* : DS), défini comme le volume enveloppe qui doit être rempli par la structure TPMS.
- La distribution de densité en valeur et position, obtenue par calcul élément fini (FEA) ou TO à partir du modèle CAO.
- Le pas souhaité de la carte de densité pour le *re-mapping* des données de références FEA ou TO.

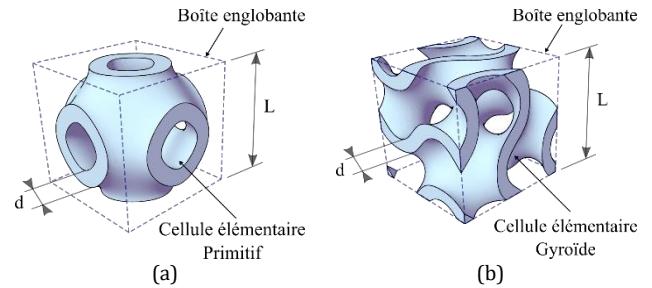


Figure 1 – Topologies à épaisseur constante pour les structures TPMS (a) Primitif et (b) Gyroïde.

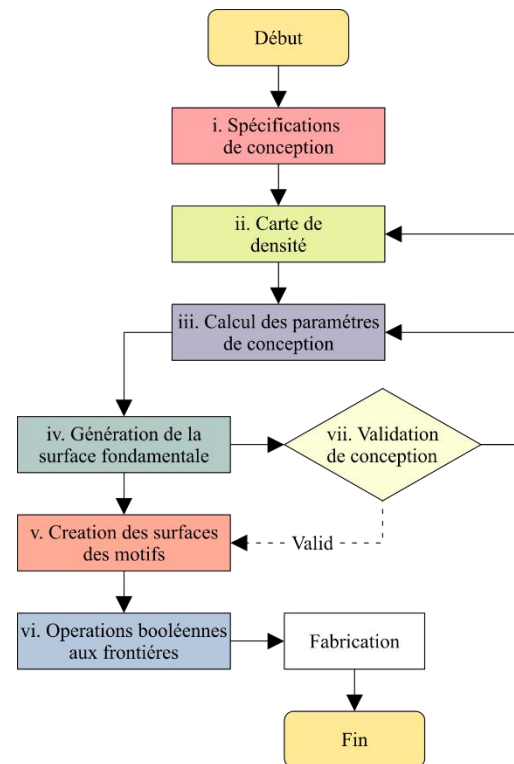


Figure 2 – Méthodologie de conception pour les structures TPMS à gradient fonctionnel.

- La sélection du type de TPMS, définissant la forme de la cellule utilisée pour le modèle.
- La taille de référence du voxel et les itérations de subdivision à effectuer pour discrétiser le domaine de conception avec l’algorithme de polygonisation.
- Le scénario de variation de densité : c.-à-d. un modèle à densité constante ou à densité variable par l’épaisseur, la longueur ou la variation simultanée de longueur et d’épaisseur.
- Différents paramètres de conception, fonction du scénario de variation de densité, comme la valeur de longueur et d’épaisseur ou leurs limites, la plage de densité et le point de départ de la génération de la surface.

### 3.2. Carte de densité

La carte de densité (*Density Map* : DM) est créée à partir des données de référence, de leur emplacement dans le DS et du pas souhaité de la DM. En raison de la nature discrète de l’algorithme de polygonisation pour la génération du maillage STL, la condition principale est d’avoir une DM représentée par une grille régulière.

Si la distribution de densité de référence est obtenue à partir de TO, les valeurs et leurs emplacements sont transmis directement aux sous-processus de *re-mapping*. Pour les valeurs de référence provenant de données FEA sous forme de contraintes de Von Mises, les densités locales doivent être calculées par l'application des modèles de Gibson-Ashby reliant la densité relative aux propriétés mécaniques relatives. La définition de ces modèles n'entre pas dans le cadre du présent document. Cependant, des exemples peuvent être trouvés dans la littérature [12].

L'exigence d'une grille uniforme est satisfaite en effectuant un *re-mapping*, au sein du DS, de la distribution de densité issue de TO ou de FEA. La procédure de calcul d'une densité  $\rho_m^*$  sur la grille uniforme consiste en une somme pondérée de  $r$  nœuds de densité de référence  $\rho_i^*$ . Les coefficients de pondération sont calculés comme l'inverse des distances au carré, comme détaillé dans l'équation (3) et l'équation (4). Dans ces équations,  $\omega_i$  représente la distance entre un point de la grille remappée et un nœud de la grille de référence.  $\Omega$  est défini comme la somme de l'inverse des distances au carré d'un point de la grille remappée aux  $r$  nœuds de référence considérés. L'utilisation des distances au carré a été choisie en raison des avantages computationnels de leur calcul pour les distances entre points dans le langage C# utilisé pour la programmation.

$$\rho_m^* = \sum_{i=1}^r \rho_i^* \frac{\omega_i^2}{\Omega} \quad (3)$$

$$\Omega = \sum_{i=1}^r \frac{1}{\omega_i^2} \quad (4)$$

Pour ce processus, les paramètres *Sensitivity* et *Tolerance* sont définis. *Sensitivity* représente la taille maximale de la zone où rechercher les points de référence pour calculer la densité locale. Il est défini comme la plus grande des distances entre deux points de la grille remappée et de la grille de référence. Les deux distances de grille sont comparées car le *re-mapping* peut être effectué à partir d'une distribution de densité dense ou à partir de quelques valeurs de densité représentatives. D'autre part, *Tolerance* définit la zone maximale à l'intérieur de laquelle une densité locale est fixée sans utiliser la somme pondérée. Ce paramètre devrait être inférieur à la moitié de la distance minimum entre deux points de la grille remappée et de la grille de référence. Ainsi, la zone définie par la valeur *Tolerance* ne peut contenir au maximum qu'un seul point de référence.

La Figure 3 montre les zones définies par les valeurs de *Sensitivity* et *Tolerance*. Par exemple, la valeur de la densité du point bleu au centre de la zone de gauche sera fixée directement à la valeur du point rouge situé à l'intérieur de la zone *Tolerance*, sans tenir compte des densités des points de référence voisins.

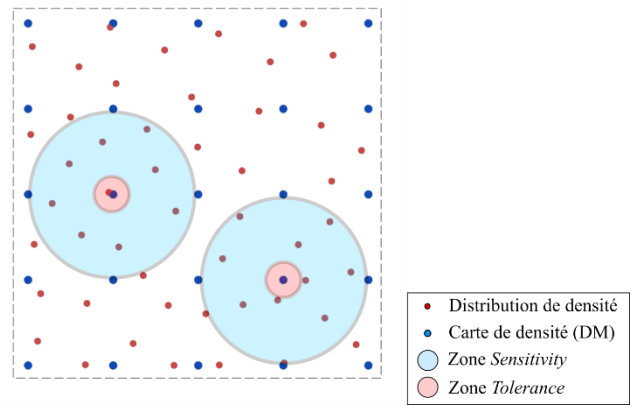


Figure 3 – Représentation des zones *Sensitivity* et *Tolerance* pour le calcul de la densité locale.

En revanche, la densité du point bleu au centre de la zone de droite est calculée par la somme pondérée des densités des points rouges à l'intérieur de la zone *Sensitivity*, car aucun point rouge n'est présent dans la zone *Tolerance*.

### 3.3. Calcul des paramètres de conception

Après la détermination de la DM, les paramètres de conception sont calculés en fonction du scénario de variation de densité et du type de TPMS. Le ratio épaisseur/longueur ( $d/L$ ) est déterminé en fonction de la densité relative, comme défini par [13]. Afin d'avoir un processus générique, ce ratio est calculé indépendamment du scénario de variation de densité spécifié. Il est utilisé pour obtenir la distribution spécifique de l'épaisseur et des longueurs dans les étapes ultérieures. Comme le ratio dépend à la fois de l'épaisseur  $d$  et de la longueur  $L$  de la cellule unitaire, les valeurs de longueur sont d'abord calculées, puis utilisées pour trouver l'épaisseur correspondante. Dans le cas d'un scénario à longueur constante, la carte des épaisseurs est déterminée en multipliant la longueur par les valeurs locales du ratio. De même, une longueur variable avec une épaisseur constante est obtenue en divisant l'épaisseur par la valeur locale du ratio.

Pour un scénario de variation simultanée de la longueur et de l'épaisseur, les valeurs de longueur sont calculées en fonction du ratio local. Ainsi, les zones présentant un ratio élevé (densité plus forte) sont associées à des valeurs de longueur faibles, tandis que les zones présentant un ratio faible (faible densité) sont associées à des valeurs de longueur importantes. Ce processus suppose une dépendance linéaire entre le ratio et l'inverse de la longueur, comme défini par l'équation (5). La plage des valeurs de longueur à utiliser doit être déterminée en fonction de la dimension globale de la pièce.

$$\frac{1}{L} = \frac{1}{L_{min}} + \left( \frac{1}{L_{max}} - \frac{1}{L_{min}} \right) \left( \frac{ratio_{max} - ratio}{ratio_{max} - ratio_{min}} \right) \quad (5)$$

Après la définition de la carte des épaisseurs et longueurs à partir de la DM, les étapes suivantes de la méthodologie effectuent un deuxième *mapping* par

interpolation, en fonction de la taille des voxels du domaine de conception (DS). Cette étape est nécessaire car en général une génération correcte de la surface du TPMS nécessite une grande densité de points.

### 3.4. Génération de la surface fondamentale

En utilisant un algorithme de *Marching Tetrahedra* (MT), une polygonisation en maillage STL de la forme de base des constructions à densité variable est générée comme détaillé par [14] suivant la distribution de longueur requise (variable ou constante). Étant donné la nature discrète de la méthode de polygonisation, les courbures des surfaces générées sont fortement influencées par la taille des voxels. Une bonne approximation d'une surface nécessite qu'un segment de droite représentant une section de courbe ne s'étende pas sur un secteur circulaire de plus de  $15^\circ$ . Cela entraîne une erreur d'approximation du rayon  $\varepsilon/R$  de 0,85%, selon la géométrie représentée sur la figure 4. Ainsi, le segment de droite, considéré comme analogue à la taille du voxel, est défini par le facteur de longueur  $h$  de l'équation (6) en fonction du rayon de la section de courbe.

$$h = 2R \sin\left(\frac{15}{2}\right) \quad (6)$$

Le rayon effectif  $R_f$  de la section circulaire pour la génération de la forme fondamentale dépend de la topologie des pores de la projection latérale de la forme fondamentale du TPMS, comme présenté sur la figure 5. En raison des caractéristiques géométriques du TPMS, ces pores ne sont pas nécessairement circulaires. Cependant, à des fins de calcul, les pores sont associés à un cercle de diamètre  $D = L/4$  qui s'inscrit dans leur topologie. Par conséquent, la valeur correspondante de  $R_f$  est égale à  $1/8$  de la longueur de la cellule unitaire pour les modèles Primitifs et Gyroïdes.

L'algorithme MT génère le maillage STL à partir de l'évaluation de la fonction TPMS sur chaque coin des voxels représentant le DS. Comme la voxélisation du DS peut être une opération informatiquement lourde, un processus de raffinement itératif par subdivision des voxels et de nettoyage des voxels inutilisés est mis en place, comme illustré sur la figure 6.

Pour un cas de modélisation général, le processus fonctionne avec une taille de voxel initiale et un certain nombre d'itérations pour obtenir le  $h$  requis calculé à partir du  $L$  minimum des longueurs cartographiées. Ensuite, un processus de raffinement des voxels est envisagé afin de subdiviser de manière itérative les voxels situés près de la forme fondamentale et de nettoyer les voxels inutilisés.

L'identification des voxels utiles est effectuée en analysant le changement de signe de leurs valeurs d'angle, celle-ci indique la présence d'une interface entre les régions de surface intérieure et extérieure. Enfin, l'ensemble des voxels raffiné est traité par l'algorithme MT chargé de la création des facettes triangulaires pour représenter la forme. Les détails de ce processus sont présentés ci-après.

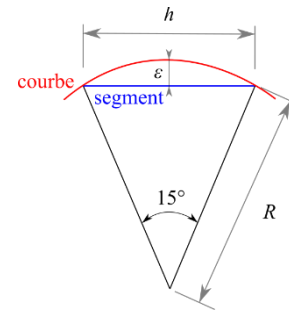


Figure 4 - Définition du facteur de longueur des voxels.

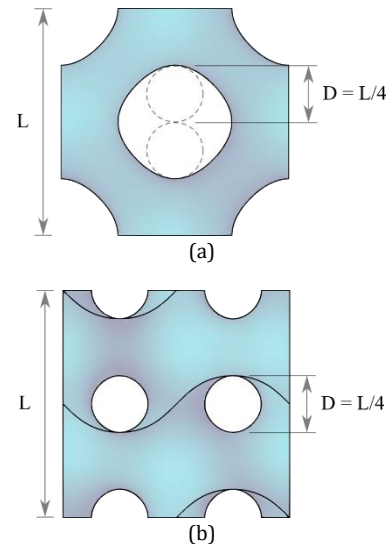


Figure 5 - Projection latérale pour les TPMS (a) Primitif et (b) Gyroïde.

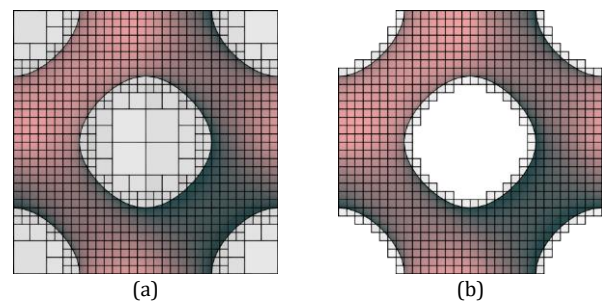


Figure 6 - Traitement des voxels : (a) Subdivision et (b) nettoyage.

### 3.5. Création des surfaces des motifs

L'étape suivante de la création de la surface du motif consiste à déplacer la forme fondamentale en utilisant l'épaisseur requise (variable ou constante). Ce processus est principalement réalisé par un processus de décalage par SDF pour définir les surfaces intérieures et extérieures et une reconstruction du maillage par un algorithme MT.

Contrairement à la dernière étape de génération de formes fondamentales, la taille de voxel requise pour la création de surfaces de motifs par décalage SDF doit à la fois permettre une bonne représentation de la courbure de la surface, et être suffisamment petite pour détecter l'épaisseur du motif. Par conséquent, une valeur de rayon corrigée est établie par  $R_{SDF} = L/8 - d/2$ , qui tient compte de la réduction des diamètres projetés due à l'épaisseur locale.

Une première itération de la représentation du DS voxélisé est obtenue à partir d'une taille de voxel cible initiale. La voxélisation du DS est ensuite ajustée en fonction des valeurs d'épaisseur interpolées aux coins du voxel. Ainsi, le décalage par SDF est trouvé en ajoutant ou en soustrayant simplement la moitié de l'épaisseur locale. Le processus se termine par l'exécution de l'algorithme MT sur le SDF (intérieur et extérieur) décalé pour créer les maillages STL des surfaces du motif.

### 3.6. Opérations booléennes aux frontières

Les fichiers générés par les processus précédents sont des maillages STL ouverts représentant les surfaces intérieures et extérieures du motif TPMS à gradient. Le modèle fermé final avec les motifs TPMS est obtenu par une série d'opérations booléennes sur le maillage entre les surfaces du motif et les frontières de l'espace de conception ou la forme finale de la pièce.

Ces étapes sont souvent spécifiques à chaque cas et le développement d'un outil de conception personnalisé (comme pour les autres processus) n'était pas au centre de ces recherches. Cependant, pour le développement des constructions volumique (fermées) présentées dans les sections suivantes, le traitement STL a été effectué sur la suite de CAO SpaceClaim® 2020 R2. La chaîne de traitement comprenait une combinaison de nettoyage et de soustraction des facettes pour corriger les erreurs potentielles de maillage avant de calculer l'intersection des régions.

### 3.7. Evaluation des constructions à densité variable

Un processus itératif supplémentaire de validation de la conception est envisagé pour l'évaluation de la structure générée par des méthodes éléments finis. L'analyse par éléments finis nécessite la conversion du maillage STL de la forme fondamentale en éléments finis de type coque ainsi que l'attribution d'une épaisseur locale à chaque nœud des éléments coques. Pour cela, deux outils supplémentaires ont été développés pour créer l'ensemble des instructions pour l'importation du maillage éléments finis et l'assignation d'une épaisseur variable en tant que commandes APDL pour une analyse grâce au module d'analyse statique des structures du logiciel ANSYS® Workbench, Release 2020 R2.

Dans le cas d'une réponse insatisfaisante de la structure cellulaire (contrainte excessive ou déformation en dehors des conditions de travail), un processus de raffinement et d'amélioration de la forme et de la distribution de la densité est nécessaire. Cela peut se faire soit en ajustant les plages de densité utilisées dans les procédures de *mapping* de la densité, soit en modifiant les valeurs des paramètres de conception dans les processus de calcul des paramètres de conception. Une fois la conception validée, le processus se poursuit avec la création des surfaces de motifs et les opérations booléennes aux frontières pour créer un modèle solide, en fonction des exigences du concepteur.

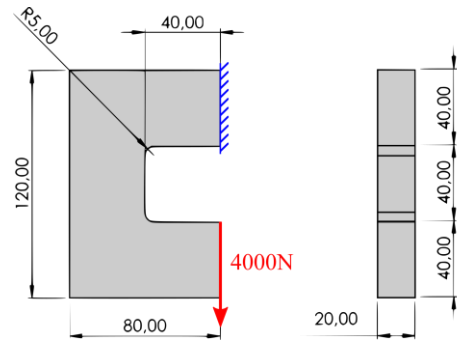


Figure 7 - Étude de cas d'une "pièce en C".

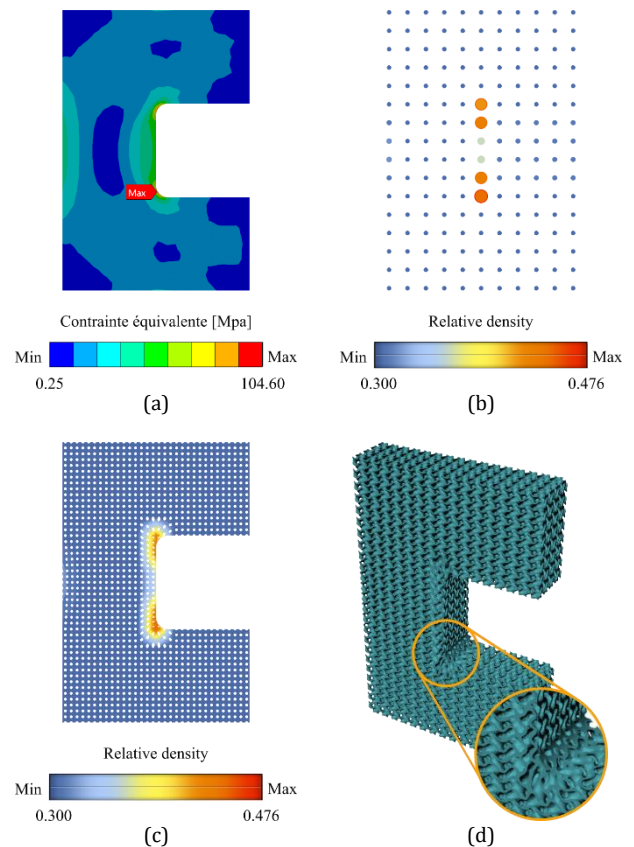


Figure 8 - Illustration des étapes de la méthode proposée : (a) Étude FEA préliminaire, (b) carte de densité, (c) génération de la surface fondamentale, et (d) modèle géométrique final.

## 4. ETUDE DE CAS

La méthode de conception proposée est illustrée au travers d'une étude de cas : la conception d'une « pièce en C » remplie par FGCM de type Gyroïdes, offrant simultanément des variations de longueur et d'épaisseur (Figure 7). La procédure de création de la carte de densité est ici basée sur une étude FEA préliminaire, avec un matériau de module de Young égal à 114GPa, et de coefficient de Poisson 0,33, la pièce étant soumise à une charge de 4000N. Le dimensionnement se base sur un déplacement maximum admissible de 2mm au niveau de l'extrémité chargée, et une contrainte limite fixée à 550MPa.

La Figure 8 rassemble des images successives du processus de conception. Telle que présentée sur la Figure 8b, la carte de densité a été obtenue à partir d'une grille de pas égal à 8mm, et présente un intervalle de

densité relative compris entre 0,30 et 0,476 à partir des résultats d'une analyse FEA préliminaire (Figure 8a). Même si cette carte de densité réduit le nombre de points par rapport aux résultats FEA de référence, la surface fondamentale de la Figure 8c est bien en accord avec les densités locales représentées par les différentes couleurs.

Le modèle géométrique final de la Figure 8d présente une distribution de cellules unitaires d'une épaisseur comprise entre 0,50 et 0,64mm, et de longueurs comprises entre 4 et 5mm. Il correspond à une masse totale de 230g, ce qui représente 32% de la masse du volume plein. L'évaluation du modèle proposé et le processus itératif ayant conduit à ce modèle ne sont pas détaillés ici pour une question de place, le déplacement total maximum obtenu s'élève à 1,81mm au niveau de l'extrémité chargée, ce qui reste bien dans les limites fixées.

## 5. CONCLUSIONS

La méthode de conception proposée s'avère donc capable de manipuler des distributions de matière tridimensionnelles pour créer des FGCM basés sur des TPMS d'épaisseur variable, de longueur variable, ou de variation simultanée de ces deux paramètres. La démarche s'appuie sur un ensemble de paramètres définis par le concepteur, intégrant notamment le type de TPMS souhaité et le scénario de modélisation géométrique. La carte de densité est définie à partir d'une TO ou bien d'une simple analyse FEA sur le DS.

La nature discrète de l'algorithme de polygonisation utilisé pour générer la surface TPMS fondamentale conduit à représenter la distribution de densité suivant une grille régulière. Cependant, les points de densité locale obtenus par FEA ou TO ne coïncident généralement pas avec une grille régulière, et il est nécessaire de procéder à une projection de cette carte de densité initiale sur la grille régulière requise.

A partir de la surface fondamentale, une procédure alternative de décalage de maillage central est utilisée pour générer les surfaces internes et externes du volume. Elle consiste à transformer la surface fondamentale à partir d'un scalaire SDF. Cette procédure de décalage de champ est indépendante de la forme de la surface et permet de résoudre des problèmes d'auto-intersection issus de la méthode classique de projection de maillage par les vecteurs normaux nodaux.

Toutes les étapes de la démarche proposée ont été implémentées en tant que plug-in utilisateur dans le composant Grasshopper® de la suite CAO Rhinoceros® 7. Bien que des exemples de modèles à densité variable n'aient été présentés que pour des TPMS de type Primitive ou Gyroïde, la démarche peut gérer tout type de forme à surface minimale à partir de son équation de surface et de ses caractéristiques de densité relative en fonction des paramètres géométrique de la cellule. Au final, la méthode proposée doit être utilisée en combinaison d'une analyse de fabricabilité relative à la technologie additive employée.

## REMERCIEMENTS

Ce travail est soutenu par l'Agence Nationale de la Recherche, France, dans le cadre du projet ANR BeShape [numéro de subvention ANR-18-CE10-0014-01].

## REFERENCES

- [1] T. Maconachie *et al.*, 'SLM lattice structures: Properties, performance, applications and challenges', *Materials & Design*, vol. 183, p. 108137, Dec. 2019, doi: 10.1016/j.matdes.2019.108137.
- [2] M. Ansari, E. Jabari, and E. Toyserkani, 'Opportunities and challenges in additive manufacturing of functionally graded metallic materials via powder-fed laser directed energy deposition: A review', *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 294, p. 117117, Aug. 2021, doi: 10.1016/j.jmatprotec.2021.117117.
- [3] L. Yang, R. Mertens, M. Ferrucci, C. Yan, Y. Shi, and S. Yang, 'Continuous graded Gyroid cellular structures fabricated by selective laser melting: Design, manufacturing and mechanical properties', *Materials & Design*, vol. 162, pp. 394–404, Jan. 2019, doi: 10.1016/j.matdes.2018.12.007.
- [4] I. Maskery *et al.*, 'An investigation into reinforced and functionally graded lattice structures', *Journal of Cellular Plastics*, vol. 53, no. 2, pp. 151–165, Mar. 2017, doi: 10.1177/0021955X16639035.
- [5] S. Y. Choy, C.-N. Sun, K. F. Leong, and J. Wei, 'Compressive properties of functionally graded lattice structures manufactured by selective laser melting', *Materials & Design*, vol. 131, pp. 112–120, Oct. 2017, doi: 10.1016/j.matdes.2017.06.006.
- [6] D. Li, W. Liao, N. Dai, and Y. M. Xie, 'Comparison of Mechanical Properties and Energy Absorption of Sheet-Based and Strut-Based Gyroid Cellular Structures with Graded Densities', *Materials*, vol. 12, no. 13, p. 2183, Jan. 2019, doi: 10.3390/ma12132183.
- [7] D. Li, W. Liao, N. Dai, G. Dong, Y. Tang, and Y. M. Xie, 'Optimal design and modeling of gyroid-based functionally graded cellular structures for additive manufacturing', *Computer-Aided Design*, vol. 104, pp. 87–99, Nov. 2018, doi: 10.1016/j.cad.2018.06.003.
- [8] D. S. J. Al-Saedi, S. H. Masood, M. Faizan-Ur-Rab, A. Alomarah, and P. Ponnusamy, 'Mechanical properties and energy absorption capability of functionally graded F2BCC lattice fabricated by SLM', *Materials & Design*, vol. 144, pp. 32–44, Apr. 2018, doi: 10.1016/j.matdes.2018.01.059.
- [9] D. W. Abueidda, M. Elhebeary, C.-S. (Andrew) Shiang, S. Pang, R. K. Abu Al-Rub, and I. M. Jasiuk, 'Mechanical properties of 3D printed polymeric Gyroid cellular structures: Experimental and finite element study', *Materials & Design*, vol. 165, p. 107597, Mar. 2019, doi: 10.1016/j.matdes.2019.107597.
- [10] O. Al-Ketan and R. K. A. Al-Rub, 'MSLattice: A free software for generating uniform and graded lattices based on triply periodic minimal surfaces', *Material Design & Processing Communications*, vol. n/a, no. n/a, p. e205, 2020, doi: 10.1002/mdp.2.205.
- [11] L. Zhang *et al.*, 'Energy absorption characteristics of metallic triply periodic minimal surface sheet structures under compressive loading', *Additive Manufacturing*, vol. 23, pp. 505–515, Oct. 2018, doi: 10.1016/j.addma.2018.08.007.
- [12] E. A. Ramírez, N. Beraud, F. Pourroy, F. Villeneuve, and M. Museau, 'Equivalent Material analysis of Triply Periodic Minimal Surfaces', *Proceedings of the 25ème Congrès Français de Mécanique (CFM 2022)*, 2022.
- [13] E. A. Ramírez, N. Béraud, F. Pourroy, F. Villeneuve, and M. Museau, 'Design parameters effects on relative density of triply periodic minimal surfaces for additive manufacturing', *Procedia CIRP*, vol. 100, pp. 13–18, Jan. 2021, doi: 10.1016/j.procir.2021.05.002.
- [14] E. A. Ramírez, N. Beraud, F. Pourroy, F. Villeneuve, and M. Museau, 'A design methodology for graded density triply periodic minimal surfaces', *Proceedings of the International Joint Conference on Mechanics, Design Engineering and Advanced Manufacturing (JCM 2022)*, 2022.
- [15] C. Yan, L. Hao, A. Hussein, P. Young, and D. Raymont, 'Advanced lightweight 316L stainless steel cellular lattice structures fabricated via selective laser melting', *Materials & Design*, vol. 55, pp. 533–541, Mar. 2014, doi: 10.1016/j.matdes.2013.10.027.