



HAL
open science

Lois du mouvement et mathématisation de la force dans les commentaires des Principia des pères Le Seur et Jacquier

Christophe Schmit

► **To cite this version:**

Christophe Schmit. Lois du mouvement et mathématisation de la force dans les commentaires des Principia des pères Le Seur et Jacquier. Gilles Montègre et Pierre Crépel. François Jacquier. Un savant des Lumières entre le cloître et le monde, PUN-Editions universitaires de Lorraine, pp.169-192, 2018, 978-2-8143-0327-0. hal-04277459

HAL Id: hal-04277459

<https://hal.science/hal-04277459>

Submitted on 9 Nov 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Christophe Schmit, « Lois du mouvement et mathématisation de la force dans les commentaires des *Principia* des pères Le Seur et Jacquier », G. Montègre et P. Crépel (dir.), *François Jacquier. Un savant des Lumières entre le cloître et le monde*, PUN-Editions universitaires de Lorraine, Nancy, 2017, p. 169-192

Lois du mouvement et mathématisation de la force dans les commentaires des *Principia* des pères Le Seur et Jacquier

Christophe Schmit

Diderot, rédacteur de l'article « Commentaire » de l'*Encyclopédie*, conçoit ce terme comme un « éclaircissement sur les endroits obscurs d'un auteur »¹. Dans le *Dictionnaire de l'Académie Française* de 1762 on peut lire, pour ce même mot, « éclaircissemens, observations & remarques sur un livre, pour en faciliter l'intelligence »². Suivant la première définition, les commentaires des *Principia* de Newton rédigés par Le Seur et Jacquier auraient pour unique tâche de faire la lumière sur les zones d'ombres d'un livre. La seconde définition se prête mieux au travail des pères. Si, en effet, par leurs « éclaircissemens », elles rendent accessible au lecteur un texte parfois difficile, leurs notes contiennent aussi des « observations & remarques » qui dépassent

1. Voir D. Diderot (1753), p. 690b.

2. Voir *Dictionnaire de l'Académie Française* (1762), « Commentaire », p. 339.

la simple explication d'un problème particulier. Ainsi, elles « facilitent l'intelligence », d'une part en présentant des éléments de mécanique, directement aux prises avec le texte de Newton et apportant alors les moyens de s'y frotter, ou bien moins indispensables à sa compréhension mais donnant plutôt à voir une somme de connaissances sur un thème donné ; d'autre part, en se référant à des auteurs qui abordent des sujets développés par Newton, ces commentaires invitant alors à consulter des textes incontournables, invitation offrant un panorama des savoirs dans une discipline à une période donnée.

La présente étude aborde ces deux manières d'« éclairer ». Tout d'abord, en passant en revue des notes portant sur des définitions et lois du mouvement, afin de relever les influences qui les traversent et de préciser en quoi elles tiennent parfois d'éléments de mécanique. Puis en examinant les commentaires concernant les forces centrales, lesquels permettent d'exemplifier le travail des pères associant technicité physico-mathématique et appel à différentes sources.

Définitions et lois du mouvement

La Définition III des *Principia* de Newton porte sur le concept de *vis insita*, à savoir cette force interne au corps par laquelle il persévère dans son état de repos ou de mouvement rectiligne uniforme. Dans leurs commentaires, les pères Le Seur et Jacquier conçoivent cette force à la fois comme une puissance active productrice du mouvement et une puissance passive réceptrice du mouvement. L'active se divise en force morte qui est *conatus*, tendance non actualisée en mouvement illustrée par le comportement d'un poids posé sur une table, et en force vive³. Les commentateurs, qui se réfèrent à Jacob Hermann, résument ici le contenu des articles 7 à 11 de la *Phoronomia* confirmant l'inspiration leibnizienne du passage. Hermann, Le Seur et

3. Voir T. Le Seur et F. Jacquier (1739), (d) note 7 p. 4. L'ouvrage des pères composé de trois tomes publiés en 1739, 1740 et 1742 est une réédition annotée des *Principia* de 1726 de Newton. Des lettres (ici (d)), insérées dans le corps de ce texte, invitent à consulter des commentaires se présentant sous la forme de deux colonnes en fin de chaque page. Une lettre peut à son tour renvoyer à plusieurs notes (ici, la septième) comprises dans chacune de ces colonnes. Nous indiquerons systématiquement la lettre et la note correspondante ; leur absence signifiera que la référence porte sur le texte de Newton.

Jacquier, font de l'inertie une force passive ne consistant qu'en une résistance au changement d'état⁴, Hermann notant que cette dénomination vient de Kepler⁵. Pourtant, ces auteurs ne reprennent pas le sens keplérien, mais aussi leibnizien, de résistance pure⁶. En somme, les commentateurs greffent au texte newtonien une terminologie leibnizienne sans respecter toutefois à la lettre la dynamique du philosophe et, par matière passive, il faut entendre une absence de spontanéité soit la nécessité pour un changement d'un agent extérieur.

Cette nécessité repose sur la maxime que « rien n'arrive sans cause », le changement de mouvement permettant alors d'introduire l'agent sous la forme de la *vis impressa* que Le Seur et Jacquier définissent comme une impulsion⁷. En complément, le commentaire de Définition V relative à la force centripète évoque que « les effets sont proportionnels aux causes »⁸ et il semble bien que la maxime sous-tende le concept d'action et sa mathématisation.

Dès les Définitions VII et VIII relatives aux forces centripètes, Le Seur et Jacquier introduisent les relations entre force (y), vitesse (v), masse, temps (t) et distance (x). Ils recourent à l'appellation « force accélératrice » pour la seule accélération qu'elle soit continue ou variable⁹. Une formulation analytique de celle-ci figure dans la note 407 avec une référence aux mémoires de Varignon de 1700, 1707 et 1720 : tout comme chez Varignon, la différentielle de

l'expression $v = \frac{dx}{dt}$ conduit à $dv = \frac{d^2x}{dt^2}$ avec « dt constante »,

4. Voir T. Le Seur et F. Jacquier (1739), (d) note 8 p. 4-5. Les auteurs notent qu'il faut autant de force pour mettre en mouvement qu'au repos et que la résistance ou force d'inertie est proportionnelle au changement de mouvement qui affecte le corps.

5. Voir J. Hermann (1716), p. 3.

6. Ce sens keplérien de l'inertie leibnizienne n'est pourtant pas étranger à Hermann. Ainsi, dans sa lettre à Hermann datée du 17 septembre 1715, Leibniz remet en cause le contenu de l'article 11 de la *Phoronomia* en soulignant que si on ne tient compte que des seules extension et antitypie de la matière, celle-ci tend au repos. Voir G. W. Leibniz (1859), p. 398.

7. Voir T. Le Seur et F. Jacquier (1739), (e) note 9 p. 5.

8. T. Le Seur et F. Jacquier (1739), (f) note 10 p. 6.

9. Pour ces relations et cette terminologie, voir T. Le Seur et F. Jacquier (1739), (h) note 13 p. 9. Newton évoque la quantité accélératrice de la force (son accélération) mais utilise aussi l'expression force accélératrice. Voir, notamment, l'avant dernier paragraphe de sa Définition VIII dans T. Le Seur et F. Jacquier, (1739), p. 8 : « Est igitur vis acceleratrix ad vis motricem ut celeritas ad motum ».

soit à $y = \frac{dv}{dt} = \frac{ddx}{dt^2}$ ¹⁰ ; la note suivante introduit la masse dans ces expressions¹¹.

La Loi II de Newton, qui introduit le concept de « force motrice imprimée », définit l'action sans recourir explicitement au temps : elle semble avant tout une impulsion. Les commentateurs se démarquent du maître en écrivant que l'action d'une force constante fait acquérir en des temps égaux des « incréments » égaux de vitesse ; ils évoquent la gravité et c'est manifestement le modèle qu'ils ont à l'esprit pour cette présentation générale de l'action¹². Mais la force reste avant tout une « impulsion » comme ils l'écrivent explicitement¹³, la pratique du « dt constante » précédemment évoquée informant par ailleurs sur l'action discontinue. Plus que participer à une mesure, le temps est un indice de fréquence d'une action. Qu'une force constante provoque une accélération uniforme semble sous-tendue par la maxime qu'à même cause, même effet, lesquels sont proportionnels, soit un gain égal de vitesse en « un temps donné ». L'introduction de ce temps résulte d'une assimilation par les commentateurs de la force centripète, comme la gravité, dont Newton définit l'action au cours du temps (Définitions VII et VIII), à la force motrice imprimée, celle de la Loi II, où il n'apparaît pas.

Le Corollaire I de la Loi III de Newton relatif à la composition de forces et ses commentaires se prêtent aux critiques que formule D'Alembert en 1743 dans son *Traité de dynamique*. Sous l'action de deux forces constantes agissant continuellement, D'Alembert accorde que le corps décrive la diagonale du parallélogramme formé par ces actions, mais remet en cause les démonstrations classiques pour le cas d'impulsions car les « tendances [...] n'existent plus »¹⁴. Ce reproche « est similaire à celui qu'il dirige contre les preuves habituelles du principe d'inertie » qui postulent « l'action continue d'une force motrice »¹⁵, D'Alembert proscrivant de sa mécanique les « forces inhérentes au Corps en

10. T. Le Seur et F. Jacquier (1739), (i) note 407 p. 310.

11. T. Le Seur et F. Jacquier (1739), (i) note 408 p. 310.

12. T. Le Seur et F. Jacquier (1739), (t) note 25 p. 21.

13. *Ibid.*

14. J. Le Rond D'Alembert (1743), p. 24-25. Critique identique à celle développée dans (J. Le Rond D'Alembert (1753), p. 770a).

15. A. Firode (2001), p. 95.

Mouvement »¹⁶ afin de justifier la continuation du mouvement. Or, chez les commentateurs, comme chez Newton, la démonstration repose sur une force interne assurant la persistance du mouvement après l'impulsion¹⁷.

Le Corollaire II de la Loi III évoque la composition de plusieurs forces et la résolution d'une force en plusieurs autres. Son enjeu, pour Newton et Le Seur et Jacquier, est de déterminer les conditions d'équilibre (l'égalité de moments statiques) par les seules combinaison et résolution de forces. Le commentaire donne lieu de la note 41 à 49 à une présentation d'un petit précis de statique se basant sur l'équilibre des forces : ainsi, il en est de la composition des mouvements comme de celle de forces statiques qualifiées de forces mortes (note 41) ; une force égale et opposée à une autre l'équilibre et équilibre alors les deux autres forces dont cette dernière est la résultante (note 42) ; s'il y a équilibre entre trois forces, l'une d'elles s'oppose à la résultante des deux autres et toutes ces forces sont entre elles comme les côtés d'un triangle (note 43) ; pour trois puissances en équilibre représentées par un triangle, deux sont entre elles comme les sinus des angles opposés (note 44). Les notes 45 à 48 suivent pied à pied la démonstration de Newton qui, à l'aide de l'équilibre sur une roue et de décompositions de forces, retrouve le rapport entre puissances et bras de levier afin d'assurer l'équilibre. L'origine des propositions avancées par Le Seur et Jacquier ne fait pas de doutes : ils invitent à consulter les *Elemens de physique* de 's Gravesande¹⁸ et ce dernier renvoie à son tour au *Projet d'une nouvelle mécanique ou statique* de Varignon publié en 1687¹⁹. Dans ce livre, Varignon

16. J. Le Rond D'Alembert (1743), p. xvj.

17. Voir T. Le Seur et F. Jacquier (1739), (b) note 33 p. 24.

18. Voir T. Le Seur et F. Jacquier (1739), (d) note 44 p. 27 et G. J. 's Gravesande (1725), tome 1, p. 49-50 pour l'équilibre de trois puissances et les relations entre ces dernières et les sinus des angles du triangle qu'elles forment.

19. Voir G. J. 's Gravesande (1746), p. xx-xxi) : « Dans les Editions précédentes, j'avois considéré un point en repos, tiré par trois puissances, & donné la démonstration de *Varignon* (16) ; j'avois déduit, ensuite de cette démonstration, la réduction de la puissance oblique à une puissance directe. A présent j'ai changé cet ordre, cette dernière proposition étant très simple, & pouvant se trouver sans peine, en supposant deux puissances directes, dont l'une est toujours oblique à l'égard de l'autre, appliquées au Levier angulaire. Il est possible après d'inférer de cette réduction tout ce qui a rapport à un point tiré par trois puissances, & la proposition se réduit au triangle de *Varignon* ». La note (16) renvoie à « *Projet d'une Nouvelle Mechan. Lemme 3. & prob. p. 23* ». Notons, par ailleurs, que les commentateurs évoquent Varignon pour ses démonstrations des propriétés

détermine le premier les propositions classiques d'équilibre sur les machines simples à l'aide de parallélogramme des forces et, plus précisément, de la relation entre les forces et les sinus.

Le Corollaire III de la Loi III concernant la conservation de la quantité de mouvement donne lieu dans les notes 50 à 57 à l'examen de collisions. On y trouve, notamment dans la note 51, des collisions directes et obliques de corps parfaitement durs sur des plans durs. Pour ce second type de choc, le mouvement initial est décomposé en un orthogonal détruit lors de l'impact et en un autre parallèle qui correspond au mouvement final du corps²⁰.

L'examen de cette note 51 nécessite un bref retour aux commentaires de la Loi II. Celle-ci donne lieu à six notes qui ne sont pas de nature à expliciter le texte de Newton mais qui résument des propositions de chute libre figurant dans la section « Du mouvement naturellement accéléré » de la Troisième journée des *Discours* de Galilée²¹. Le commentaire portant sur la Scholie des lois poursuit cette section galiléenne en abordant la chute sur un plan incliné, sur des plans contigus, ou encore le mouvement des pendules²². Comme le précédent, ce nouvel ajout n'a pas vocation à éclaircir un point de difficulté. Les notes 83 et 84 du commentaire de cette Scholie concernent le Théorème X des *Discours* qui établit que sur des plans contigus un corps suit la loi de chute libre, soit que ses vitesses sont comme les racines des hauteurs, les angles entre les plans n'affectant pas la loi d'évolution des vitesses. Varignon, le premier, dès 1693, récuse ce théorème²³. Revenant sur ce sujet dans un mémoire de 1704 il

relatives au coin et à la vis, voir T. Le Seur et F. Jacquier (1739), (i) note 49 p. 30).

20. T. Le Seur et F. Jacquier (1739), (k) note 51 p. 31.

21. T. Le Seur et F. Jacquier (1739), (t) notes 26 à 31 p. 22-23. On retrouve, par exemple, la loi liant les espaces parcourus aux carrés des temps (note 27), ou celle énonçant qu'un espace parcouru lors d'une chute libre avec une vitesse initiale nulle correspond à la moitié de ce que franchirait ce corps pendant la même durée de la chute, s'il était animé d'un mouvement uniforme avec pour vitesse celle acquise en fin de cette chute (note 30).

22. T. Le Seur et F. Jacquier (1739), (a) notes 75 à 93 p. 45-51. Ces notes reprennent, notamment, les contenus des Théorèmes III à V et le Théorème VI et ses 3 corollaires de la section « Du mouvement naturellement accéléré » de la Troisième journée des *Discours*.

23. B. Le Bovier de Fontenelle (1745), p. 105 : « M. Varignon démontra en 1693 que cette proportion de Galilée [appliquée aux plans contigus], admise jusque-là par tous les Géomètres, étoit fausse ». Que Varignon, le premier, corrige ce théorème galiléen, tel est le témoignage apporté par la Marquise du Châtelet (1742), p. 367-375. Pour ce mémoire de 1693, voir P. Varignon (1730), p. 438-

établit, en assimilant une courbe à un polygone d'un nombre infini de côté, que de telles discontinuités provoquent des pertes de vitesses du deuxième ordre et que globalement, pour la courbe, la perte est un infiniment petit du premier ordre par rapport à la vitesse finie du corps ; ceci lui fait conclure que la courbure ne modifie pas la loi de chute libre²⁴. Fontenelle note alors que « le grand principe que M. Varignon emploie, c'est celui des Mouvements composés, sur lequel il a autrefois fondé toute sa Mécanique » ; un mouvement oblique sur un plan se concevant « comme composé de deux autres mouvements ; l'un perpendiculaire, & l'autre parallèle », ce premier étant détruit²⁵.

Les commentateurs considèrent un mouvement de A vers D sur une courbe assimilée à un polygone d'une infinité de côtés AB, BC, CD etc. ; ils tracent un demi-cercle EBGL de centre C et de rayon BC, et BK perpendiculaire à ED (Figure 1).

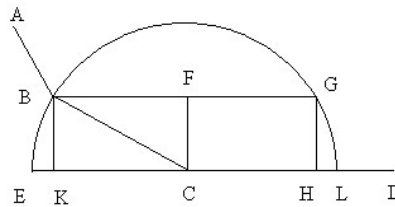


Figure 1 : T. Le Seur et F. Jacquier (1739), (a) note 83, p. 47

Le mouvement le long de BC se résout en BK et BF=KC. Le problème est un problème de choc en C (les auteurs écrivent « ictus » en C), le corps presse le plan d'une force FC et poursuit son mouvement d'une force/vitesse CH=CK ; Le Seur et Jacquier se réfèrent ici à la note 51 concernant la collision oblique. Avec pour vitesse finale CH=CK, le corps en C perd de la vitesse BC une quantité EK. Si l'angle BCK « s'évanouit », la vitesse BK avec laquelle le corps presse le plan n'est pas supérieure à un infiniment petit du premier ordre. BK, moyenne proportionnelle entre les segments EK et KL, donne $EK: BK = BK: KL$ et EK n'est pas supérieure à un infiniment petit du deuxième ordre. Pour la courbe, la vitesse perdue n'excède donc pas un infiniment petit du premier

444).

24. Voir P. Varignon (1745), p. 294.

25. Voir B. le Bovier de Fontenelle (1745), p. 106-107.

ordre et, finalement, la loi galiléenne reste donc valide²⁶. S'appuyant sur une assimilation de la courbe à un polygone et sur une décomposition de forces avec une composante détruite telle que le mouvement initial (BC) se compose du mouvement final CH, les commentateurs reproduisent le raisonnement et les conclusions de Varignon.

Ces notes 51, et 75 à 93 appellent deux remarques.

1°. Cette question du mouvement sur des plans contigus, avec un même traitement et des conclusions identiques, apparaît chez Varignon en 1693 et 1704, chez Privat de Molières dans ses *Leçons de physique* publiées de 1734 à 1739²⁷, chez Trabaud dans ses *Principes sur le mouvement et l'équilibre* de 1741²⁸, chez la Marquise du Châtelet dans la seconde édition de 1742 de ses *Institutions Physiques*²⁹. Il figure aussi, bien que le traitement mathématique et les conclusions diffèrent, dans le *Traité de dynamique* de 1743 de D'Alembert³⁰. Chez ces auteurs, se retrouve la séquence rédactionnelle suivante : 1° composition/résolution de forces ; 2° chocs direct et oblique avec, pour ce dernier, la résolution en deux composantes, une détruite, l'autre égalant le mouvement final ; 3° mouvement sur des plans contigus, comme application du cas précédent³¹. Ce commentaire de Le Seur et

26. Voir T. Le Seur et F. Jacquier (1739), (a) note 83 p. 47.

27. Les commentateurs citent cet ouvrage dans le second tome de leur édition, voir T. Le Seur et F. Jacquier (1740), (m) p. 417. Voir J. Privat de Molières (1734-1739), tome 1, p. 87-94.

28. Voir J. Trabaud (1741), p. 191-194.

29. En 1740, la Marquise du Châtelet étudie le mouvement sur des plans contigus en concluant qu'il suit la même loi que lors d'une chute libre de même hauteur que ces plans, voir Marquise du Châtelet (1740), p. 351-352. Dans la seconde édition intitulée *Institutions Physiques*, elle revient longuement sur sa conclusion en précisant que la lecture du Mémoire de 1693 de Varignon est l'élément déterminant sa correction. Ainsi, les mouvements sur de tels plans ne suivent pas les mêmes lois que lors d'une chute verticale d'une hauteur égale, mais une courbe respecte cette loi, les pertes de vitesses à chaque point correspondant à des infiniment petits du deuxième ordre et, globalement, la perte de vitesse à un infiniment petit du premier ordre. Voir Marquise du Châtelet (1742), p. 367-375. 's Gravesande traite du mouvement sur ces plans en précisant que l'évolution de la vitesse suit la loi de chute libre : G. J. 's Gravesande (1725), tome 1, p. 63-64.

30. Voir J. Le Rond D'Alembert (1743), p. 33-37. D'Alembert n'assimile pas la courbe à un polygone, et la vitesse perdue lors du trajet est exactement nulle et non infiniment petite.

31. Le chocs oblique et direct et le mouvement sur des plans apparaissent dans deux travaux distincts chez Varignon, respectivement dans P. Varignon (1725), tome 1, p. 35-36 et les deux mémoires de 1693 et 1704 évoqués.

Jacquier doit être replacé dans ce contexte qui n'est pas sans importance dans la genèse du principe de D'Alembert. Ce principe combine ceux de l'équilibre et de la composition de mouvement³² afin d'étudier des problèmes de dynamique³³, la collision ressortissant à cette catégorie³⁴. Dans la Préface de son *Traité*, D'Alembert résume l'esprit de cette méthode puis aborde le choc sur des obstacles insurmontables :

« Comme le Mouvement d'un Corps qui change de direction, peut être regardé comme composé du Mouvement qu'il avoit d'abord & d'un nouveau Mouvement qu'il a reçu, de même le Mouvement que le Corps avoit d'abord peut être regardé comme composé du nouveau Mouvement qu'il a pris, & d'un autre qu'il a perdu. Delà il s'ensuit que les loix du Mouvement changé par quelques obstacles que ce puisse être, dépendent uniquement des loix du Mouvement détruit par ces mêmes obstacles. Car il est évident qu'il suffit de décomposer le Mouvement qu'avoit le Corps avant la rencontre de l'obstacle, en deux autres Mouvements, tels, que l'obstacle ne nuise point à l'un, & qu'il anéantisse l'autre. Par-là, on peut [...] démontrer les loix du Mouvement changé par des obstacles

32. J. Le Rond D'Alembert (1743), p. xxiv : le principe donne une « Méthode [...] qui ne consiste que dans la combinaison [...] des Principes de l'Equilibre & du Mouvement composé ». D'Alembert l'énonce comme suit : « *Décomposés les Mouvements a, b, c &c. imprimés à chaque Corps, chacun en deux autres a, α ; b, β ; c, κ ; &c. qui soient tels, que si l'on n'eût imprimé aux Corps que les Mouvements a, b, c &c. ils eussent pû conserver ces Mouvements sans se nuire réciproquement ; & que si on ne leur eût imprimé que les Mouvements $\alpha, \beta, \kappa, &c.$ le système fut demeuré en repos ; il est clair que a, b, c seront les Mouvements que ces Corps prendront en vertu de leur action », *ibid.*, p. 51. Voir aussi J. Le Rond D'Alembert (1755), p. 175a-175b : « Imaginons qu'on imprime à plusieurs corps, des mouvements qu'ils ne puissent conserver à cause de leur action mutuelle, & qu'ils soient forcés d'altérer & de changer en d'autres. Il est certain que le mouvement que chaque corps avoit d'abord, peut être regardé comme composé de deux autres mouvements à volonté (*voyez DÉCOMPOSITION & COMPOSITION du mouvement*), & qu'on peut prendre pour l'un des mouvements composans celui que chaque corps doit prendre en vertu de l'action des autres corps. Or si chaque corps, au lieu du mouvement primitif qui lui a été imprimé, avoit reçu ce premier mouvement composant, il est certain que chacun de ces corps auroit conservé ce mouvement sans y rien changer, puisque par la supposition c'est le mouvement que chacun des corps prend de lui-même. Donc l'autre mouvement composant doit être tel qu'il ne dérange rien dans le premier mouvement composant, c'est-à-dire que ce second mouvement doit être tel pour chaque corps, que s'il eût été imprimé seul & sans aucun autre, le système fût demeuré en repos ». Voir aussi J. Le Rond D'Alembert (1754), p. 699b et J. Le Rond D'Alembert (1765), p. 225b-226a.*

33. D'Alembert la définit comme « la Science Mouvement des Corps, qui agissent les uns sur les autres d'une manière quelconque ». Voir J. Le Rond D'Alembert (1743), p. xxijj.

34. « Les problèmes où l'on détermine les lois de la percussion des corps, sont des problèmes de *Dynamique* » : J. Le Rond D'Alembert (1755), p. 174b.

insurmontables, les seules qu'on ait trouvées jusqu'à présent par cette Méthode » (J. Le Rond D'Alembert, 1743, p. xiiij)

Il reconnaît, dans cette dernière phrase, qu'avant 1743 on utilisait sa « méthode » pour un cas particulier de choc. Des références de D'Alembert à des auteurs cités développant la séquence rédactionnelle évoquée suggèrent qu'elle puisse constituer une étape dans le processus d'élaboration de son principe³⁵. La Bibliothèque de l'Institut possède 2 manuscrits du jeune D'Alembert qui sont des commentaires des *Principes* dans l'édition qu'en donnent Le Seur et Jacquier³⁶. Bien qu'on ne trouve aucune remarque sur les sections Définitions et axiomes, soit sur ces cas de chocs, les notes 83 et 84 rendent les commentaires contemporains de réflexions sur l'élaboration de nouveaux principes de mécanique.

2° Deuxième remarque. Le résumé des acquis galiléens de chute libre n'est pas nécessaire à l'élucidation du texte newtonien. De même que dans le précis de statique, le rapport entre les cotés d'un triangle de forces et les sinus qu'utilise systématiquement Varignon en 1687 n'est d'aucune utilité dans le commentaire que font Le Seur et Jacquier. Ces différents points, ainsi que l'étude des chocs directs et obliques et celle du mouvement sur des plans contigus qui figurent chez Privat de Molières et Trabaud, lesquels rédigent des manuels à l'usage des Collèges³⁷, informent alors sur

35. L'*Encyclopédie* recèle de multiples références à la *Nouvelle Mécanique* de Varignon. Voir C. Schmit (2011), p. 169-199. Varignon apparaît aussi dans J. Le Rond D'Alembert (1743), p. 46-47, la référence concernant la démonstration de Varignon de la loi du levier. Par ailleurs, en ce qui concerne « le détail des différentes machines », D'Alembert renvoie le lecteur à « l'ouvrage de M. Trabaud, qui a paru l'année dernière, et qui a pour titre : *Principes sur le mouvement et l'équilibre* ; ouvrage où cette matière et plusieurs autres sont traitées avec exactitude et clarté », (J. Le Rond D'Alembert, 1743, p. 48). Alors jeune académicien, il se réfère à un Mémoire d'optique de Dortous de Mairan dans lequel l'exemple des chocs direct et oblique apparaît en référence à Varignon (Mairan est le rapporteur du livre de la *Nouvelle Mécanique* de 1725 auprès de l'Académie en vue de publication). Voir J. Le Rond D'Alembert (1741), p. 369 : concernant les différentes théories relatives à la réfraction, D'Alembert estime « que nous avons la-dessus d'excellents morceaux, entre autres deux mémoires de Mr de Mairan, imprimées parmi ceux de l'Académie en 1722 & 1723 ».

36. Manuscrits 2033 (fol. 23r° à 30v°) et 2467 (fol. 235r° au fol. 242v°) intitulés *Remarques sur quelques endroits des Principes de Newton*. Pour un examen de ces documents, voir F. De Gandt (2005), p. 177-190.

37. J. Trabaud (1741), p. vj-vij ; les *Leçons de physique* de Privat de Molières, portent pour sous-titre « *Expliquées au Collège Royal de France* ».

le statut de ce genre de commentaires : ces notes, plus qu'élucider des difficultés figurant dans le texte de Newton, tiennent davantage d'une présentation d'éléments de mécanique à vocation pédagogique, des éléments « qu'aucun Sçavant n'ignore aujourd'hui » écrit Privat de Molières, mais dont la raison d'être dans ses *Leçons de Phisique* tient à ce qu'elles « n'ont été composées que pour instruire les Commençaans »³⁸.

Les méthodes osculatrices

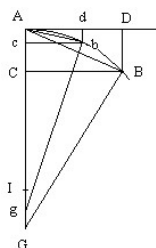
La Proposition VI des *Principia* définit une expression générale des forces centripètes. Dans les éditions de 1713 et 1726 de ce livre, Newton reconduit la démonstration de 1687 et propose une variante basée sur l'usage de cercles osculateurs³⁹. Cette proposition énonce que « la force sera en raison directe de la flèche & en raison doublée inverse du temps »⁴⁰. Cette « flèche » correspond à la déviation QR, P étant soumis à une force de centre S (Figure 3)⁴¹.

38. J. Privat de Molières (1734-1739), tome 1, p. xxij-xxiv.

39. La détermination d'une formule générale en 1687 repose sur un mouvement accéléré, soit sur le Lemme X : « Les espaces qu'une force finie fait parcourir au corps qu'elle presse, soit que cette force soit déterminée & immuable, soit qu'elle augmente ou diminue continuellement, sont dans le commencement du mouvement en raison doublée des temps ». Voir I. Newton (1759), tome 1, p. 42.

40. *Ibid.*, p. 58.

41. Dans sa démonstration, Newton recourt à sa méthode des premières et dernières raisons et au Lemme XI qui établit, à l'aide de cercles osculateurs, que la flèche est en raison doublée des temps. Soit AbB (Figure 2) un arc de « courbure finie » où « ultimement » I est l'intersection de AG et BG, orthogonales à AD et AB, lorsque B et D tendent vers A.



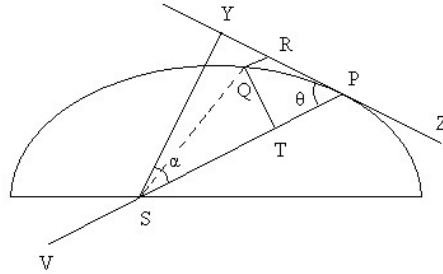


Figure 3 : D'après I. Newton, 1759, tome 1, Planche 1, Fig. 15, p. 82

Figure 2 : I. Newton, 1759, tome 1, Planche 1, Fig. 12, p. 82

Dans le « cas 1 », avec BD orthogonale à la tangente AD, Newton établit, à l'aide de cercles passants par A, B, G et A, b, g que $AB^2 = BD \times AG$ ($Ab^2 = bd \times Ag$) et, avec AG à Ag étant ultimement confondus, que « la dernière raison de AB^2 à Ab^2 sera la même que la dernière raison de BD à bd ». Le « Cas 2 » valide cette conclusion avec BD « inclinée sur AD, d'un angle quelconque donné » (I. Newton, 1759, tome 1, p. 44), circonstance s'appliquant au cas général de la Proposition VI, QR (Figure 3) remplaçant alors BD. Seuls les trois premiers corollaires de ce Lemme XI apparaissent dans la démonstration de la Proposition VI : 1° Puisque les tangentes (AD, Ad) et les arcs (AB, Ab) « deviennent à la fin égaux aux cordes AB, Ab, leurs carrés sont aussi à la fin comme [...] BD, bd » ; 2° Ces carrés sont dans la même proportion que les flèches des arcs (entendre ici les arcs b'Ab et B'AB avec AC la flèche de B'AB coupant B'B en deux parties égales, et b' et B' symétriques de b et B par rapport à AG) ; enfin, si un corps décrit avec « une vitesse donnée » un arc, celui-ci est proportionnel au temps de parcours et « la flèche de cet arc est en raison doublée du temps pendant lequel il est décrit », car avec une vitesse « donnée », l'espace parcouru (l'arc) et la durée sont proportionnels. Voir (I. Newton, 1759, tome 1, p. 45). La démonstration de la Proposition VI s'appuie aussi sur Corollaire IV de la Proposition I énonçant la proportionnalité entre la flèche et la force en un temps donné.

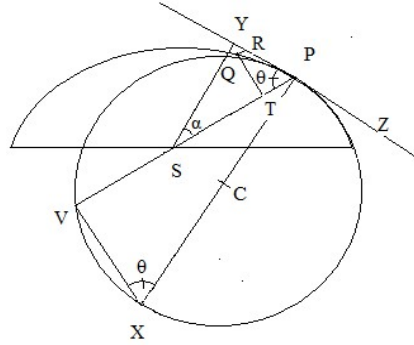


Figure 4 : D'après I. Newton, 1759, tome 1, Planche 1, Fig. 20, p. 82

Cette relation s'identifie, lorsque « les points P & Q coïncident », à la formule $f \propto \frac{QR}{SP^2 \times QT^2}$ ⁴², avec QR la

flèche et $SP \times QT$ l'aire du triangle proportionnelle au temps de parcours de PQ suivant la Proposition 1⁴³. En abaissant SY perpendiculaire en Y à la tangente en P, l'expression

devient $f = \frac{QR}{SY^2 \times QP^2}$ ⁴⁴. Avec l'arc PQ assimilé à une portion du

cercle osculateur en P dont PV passant par le centre de force est une corde (Figure 4), Newton établit que $QP^2 = PV \times QR$; QP^2

placé dans la formule précédente conduit à $f \propto \frac{1}{SY^2 \times PV}$ ⁴⁵.

42. I. Newton (1759), tome 1, p. 59.

43. I. Newton (1759), tome 1, p. 49 : « Dans les mouvemens curvilignes des corps, les aires décrites autour d'un centre immobile, sont dans un même plan immobile, & sont proportionnelles au temps ».

44. I. Newton (1759), tome 1, p. 59. En effet, lorsque P et Q « coïncident », SYP

et QPT deviennent semblables et il s'ensuit $\frac{SY}{SP} = \frac{QT}{QP}$.

45. *Ibid.* Malgré l'absence de précisions, Newton utilise une propriété du cercle, celle donnée dans la Proposition 35 du Livre III des *Eléments* d'Euclide, à savoir que, en modernisant le langage, $QK \times KQ' = VK \times KP$ (Figure 5).

Enfin, puisque la vitesse en P suit la proportion $v \propto \frac{1}{SY}^{46}$, f s'écrit : $f \propto \frac{v^2}{PV}$ (1).

Cette relation peut se réécrire en traçant le cercle osculateur en P de centre C et de rayon n (Figure 4), en posant $\theta = V\hat{P}Y = V\hat{X}P$, qui donne $PV = 2n \times \sin \theta$ (2), puis à l'aide de la Proposition IV, stipulant qu'un corps animé d'un mouvement circulaire uniforme subit l'action d'une force tendant vers C d'intensité $f_C \propto \frac{v^2}{n}$ (3) ; de la combinaison de (1), (2) et (3), il suit $f_C \propto f \times \sin \theta$ et la méthode de Newton s'interprète comme le calcul dans le cercle osculateur à P d'une force projetée en direction de SP⁴⁸.

Reconduisant cette démonstration, les commentateurs aboutissent à $f \propto \frac{SP}{SY^3 \times R}$ ⁴⁹, avec R rayon de courbure en P, variante de l'expression précédente et revenant à projeter la force

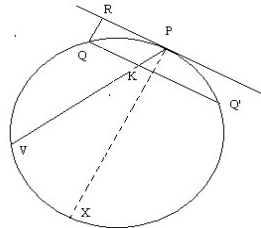


Figure 5

Lorsque Q et P « coïncident » $VK \rightarrow PV$, $QK \rightarrow QP$ et $KQ' \rightarrow QP$ et,

avec $QR = KP$, il suit $QP^2 = PV \times QR$.

46. Voir I. Newton (1759), tome 1, p. 50 : « la vitesse d'un corps attiré vers un centre immobile dans un milieu non résistant, est réciproquement comme la perpendiculaire tirée de ce centre à la ligne qui touche la courbe au lieu où le trouve se corps ».

47. I. Newton (1759), tome 1, p. 54-55.

48. Pour un examen plus détaillé de ces calculs, voir J. B. Brackenridge (2001), p. 105-137.

49. Voir T. Le Seur et F. Jacquier (1739), (k) note 212 p. 109.

dans le cercle osculateur sur SP en s'appuyant sur l'angle $\alpha = P\hat{S}Y$ ⁵⁰.

A la suite de ce passage, Le Seur et Jacquier développent une scholie qui informe sur les sources sur lesquelles ils s'appuient et sur l'histoire de la détermination de forces centrales par des méthodes osculatrices. Les auteurs citent les mémoires de l'Académie Royale des sciences de 1700, 1701 et 1706 de Varignon, celui de 1710 de Jean I. Bernoulli et la Proposition XXII de la *Phoronomia* d'Hermann⁵¹. L'examen de cette dernière montre qu'ils en donnent un résumé au point de trouver des citations identiques. Ainsi, Hermann détermine la formule précédente dans le Corollaire 1 de cette Proposition XXII en écrivant qu'elle figure chez Bernoulli, De Moivre et Grandi, tout comme les commentateurs et, dans la scholie de sa proposition, il retrouve une expression analytique de cette force en précisant qu'elle apparaît, comme le notent aussi Le Seur et Jacquier, chez Varignon en 1701 et 1706.

Dans la Proposition XXI d'Hermann, N décrit ANn (Figure 6) sous l'action d'une force de centre D et subit une accélération centrale $N\alpha$ (« sollicitatione centrali ») ; $\beta\alpha$ correspond à l'accélération normale (la Figure 7 fait apparaître $N\alpha$ et $\beta\alpha$) ; Dq est orthogonale à la tangente en N ; N possède la vitesse EF. Hermann établit à l'aide du cercle osculateur en N de rayon nZ que $EF^2 = nZ \times \beta\alpha$ ⁵², relation exprimant que l'accélération le

50. Relation devenant $f \times \cos \alpha \propto \frac{1}{SY^2 \times R} \propto \frac{v^2}{R}$, avec

$$\frac{SY}{SP} = \cos \alpha \text{ et } v \propto \frac{1}{SY}.$$

51. Voir T. Le Seur et F. Jacquier (1739), (k) note 213 p. 109.

52. Pour obtenir cette formule, Hermann considère que, pendant la durée t, en l'absence de force, N parcourrait uniformément Nm le long de sa tangente avec la

vitesse EF : avec $t = \frac{Nm}{EF}$ et $gn = \frac{1}{2} N\alpha \times t^2$, il suit $2 \frac{gn}{N\alpha} = \left(\frac{Nm}{EF} \right)^2$. Il établit

ensuite une expression de Nm en assimilant Nn à un élément du cercle osculateur en N de centre Z et de rayon NZ (avec Nm moyenne proportionnelle de 2nZ et nm, $Nm^2 = 2nZ \times nm$), puis une expression de gn avec les triangles gnm et $N\alpha\beta$

long de NZ est le rapport du carré de la vitesse et du rayon du cercle.

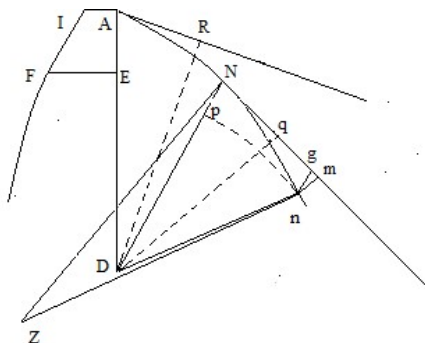


Figure 6 : D'après J. Hermann, 1716, Fig. 37

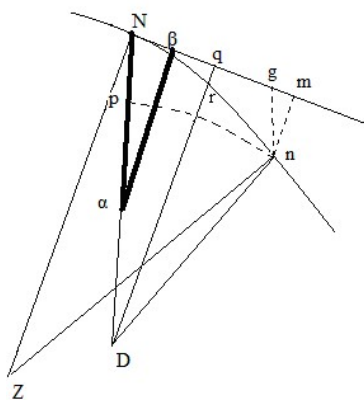


Figure 7 : D'après J. Hermann, 1716, Fig. 37

La Proposition XXII établit que la vitesse EF en N est $EF \propto \frac{1}{Dq}$ ⁵³. A l'aide de cette relation, de $EF^2 = nZ \times \beta\alpha$, Hermann obtient une expression de $\beta\alpha$. Or, NDq et N $\alpha\beta$

semblables par construction $\frac{gn}{mn} = \frac{N\alpha}{\beta\alpha}$. Voir J. Hermann (1716), p. 69.

53. J. Hermann (1716), p. 69-70.

semblables par construction donnent $\frac{N\alpha}{\beta\alpha} = \frac{ND}{Dq}$ et $\beta\alpha$ insérée

dans cette proportion conduit à l'accélération $N\alpha \propto \frac{DN}{Dq^3 \times nZ}$ ⁵⁴.

Aux lettres près, c'est la formule de Le Seur et Jacquier avec cette différence que, comme Newton, ils s'appuient sur la loi des aires, ce qu'Hermann établit indépendamment dans le corollaire suivant⁵⁵.

Hermann, et à sa suite les commentateurs, donnent une variante de la formule précédente sous la forme $g = \frac{dp}{p^3 \times dz}$, avec g l'accélération centrale de centre D, $z=ND$ et $p=Dq$ ⁵⁶. Les triangles semblables Nnp et NqD donnent une expression de $Dq=p$ ($\frac{Nn}{pn} = \frac{ND}{Dq}$, soit $\frac{ds}{dy} = \frac{z}{p}$ conduisant à $p = \frac{zdy}{ds}$, avec $ds = Nn$ l'élément de courbe et $pn = dy$) qui, placée dans g permet, à Hermann et aux commentateurs, de trouver des formules générales des forces centripètes du type

54. J. Hermann (1716), p. 70.

55. J. Hermann (1716), p. 70-71. Pour un examen de cette démonstration de la loi des aires, voir N. Guicciardini (1999), p. 211-214.

56. On remarque, avec Nnp et NqD semblables, que $\frac{DN}{Nq} = \frac{Nn}{Np}$ (1) et avec Nrq et

NZn semblables, $\frac{Nq}{nZ} = \frac{rq}{Nn}$ (2) (Figure 7) ; en composant (1) et (2), $\frac{DN}{nZ} = \frac{rq}{Np}$

soit $= \frac{dp}{dz}$ et, avec $Dq=p$, on retrouve l'expression de $N\alpha$ en fonction de DN, Dq

et Nz. Hermann obtient cette expression de g grâce à la différentielle

de $EF = \frac{1}{Dq}$ soit $u \times p = 1$ et à l'équation $-g \times dz = u \times du$, avec $u=EF$ la

vitesse en N. Voir J. Hermann (1716), p. 71. Les commentateurs tirent cette

formule de celle de $N\alpha = \frac{DN}{Dq^3 \times nZ}$, voir T. Le Seur et F. Jacquier (1739), (k)

note 214 p. 110.

$$g = \frac{dzdyds^2 + zds^2ddy - zdydsdds}{z^3dy^3dz}$$
 ; ils notent alors que ce sont

celles établies par Varignon dès 1701 à l'aide d'expression analytique de rayons de courbure⁵⁷.

Cette reprise du texte d'Hermann témoigne de l'importance de cet auteur dans la rédaction des notes ainsi que celle de Varignon. Par ailleurs Hermann, comme les commentateurs, mentionnent le mémoire de 1701 de Varignon et, finalement, par les auteurs qu'ils citent et la chronologie qui s'ensuit, ils font de ce texte la première publication d'une détermination d'une force centrale à l'aide d'une expression analytique de ce que Varignon nomme un « rayon osculateur »⁵⁸. En effet, le volume de ce mémoire est publié en 1704, soit bien avant les contributions sur ce sujet de Keill dans les *Philosophical Transactions* de 1708 et 1714 et le *Journal Littéraire* de 1716⁵⁹, et de Bernoulli dans les *Mémoires* de 1710⁶⁰. Enfin, dans la deuxième édition datée de 1743 du volume de 1701, figure un ajout de Varignon intitulé « Application » où il déduit les expressions des forces de Keill, De Moivre et Bernoulli de sa propre formule de 1701, soulignant ainsi sa priorité⁶¹.

L'usage de cercles osculateurs apparaît aussi dans l'étude de mouvements soumis à une force centrale dans un milieu résistant. Là encore, est proposée une synthèse des différents travaux existant sur le sujet, Varignon et Hermann étant deux sources essentielles, les commentateurs citant la série des mémoires de Varignon de 1707 à 1711 où la résistance du milieu varie comme la vitesse du corps, son carré ou bien leur somme⁶². Contrairement aux *Principia* et à Varignon, Le Seur et Jacquier établissent des

57. Voir T. Le Seur et F. Jacquier (1739), (k) notes 214 à 216 p. 110. Pour l'expression de g , nous adoptons ici les notations d'Hermann. Pour la démonstration de ce dernier voir J. Hermann (1716), p. 71-72. Pour ces formules chez Varignon, voir P. Varignon (1743), p. 33.

58. P. Varignon (1743), p. 25.

59. Voir J. Keill (1710), p. 174-188 ; J. Keill (1717), p. 91-111 et J. Keill (1716), p. 418-433.

60. Voir J. I Bernoulli (1732), p. 519-533. Bernoulli écrit qu'il a communiqué sa solution de détermination d'une force centripète à l'aide d'une « développée » à Abraham de Moivre le 16 février 1706, sans toutefois préciser que ce dernier lui a transmis cette méthode le 27 juillet 1705, *ibid.*, p. 529.

61. P. Varignon (1743), p. 25. Notons qu'une partie de ce mémoire apparaît déjà dans une lettre de Varignon à Leibniz datée du 23 mai 1702, voir G.-W. Leibniz, (1859), p. 101-103.

62. Voir T. Le Seur et F. Jacquier (1740), note 31 p. 7.

équations générales pour des trajectoires rectiligne et curviligne sans hypothèses sur la manière dont le milieu résiste en fonction de la vitesse, équations qui correspondent, finalement, à celles obtenues à l'aide du principe fondamental de la dynamique et du théorème de l'énergie cinétique. Cette synthèse apporte au moins deux témoignages.

1° Pour les trajectoires rectilignes, dans le cas d'un corps soumis à sa seule force d'inertie, on retrouve un couple de formules du type $r dt = -dv$ et $r ds = -v dv$ exprimant, pour un corps animé d'une vitesse v , l'action et ce qui pourrait s'apparenter au travail de la résistance r au cours de la durée dt lors d'un déplacement ds du corps⁶³. Pour un mobile soumis à une force centripète de même direction que son mouvement, les équations deviennent, dans le cas d'un mouvement ascendant, $g dt + r dt = -dv$ et $g ds + r ds = -v dv$ ⁶⁴. Toutes ces expressions correspondent précisément à celles de la Proposition LIV et son corollaire de la *Phoronomia* de Hermann, auteur mentionné dans cette section⁶⁵ et, une fois de plus, référence indispensable pour Le Seur et Jacquier en vue de la rédaction de notes portant sur les forces centrales.

2° Des équations générales appliquées au mouvement curviligne, du même type que les précédentes, ne figurent pas dans la *Phoronomia*. Pour cette étude (Figure 8), les commentateurs résolvent le mouvement en deux composantes : selon la normale à la trajectoire, donc selon un rayon du cercle osculateur, mouvement qui n'est pas affecté par la résistance, et selon la tangente. Pour ce dernier, la vitesse suit l'équation $T ds + r ds = -v dv$ (pour un mouvement ascendant), avec T la composante tangentielle de la force centripète en P et r la résistance⁶⁶. Soit g l'accélération de la force centripète en P de centre C , T et N ses composantes tangentielles et normales, R le rayon du cercle osculateur à P . Avec

$$Pp = ds \text{ et } pr = dy, \frac{g}{T} = \frac{ds}{dy}. \text{ Ainsi } T = \frac{g \times dy}{ds}, \text{ ce qui conduit}$$

pour un mouvement ascendant à une équation

63. T. Le Seur et F. Jacquier (1740), notes 15, 16 et 17 p. 4.

64. T. Le Seur et F. Jacquier (1740), notes 18 et 19, p. 5.

65. Voir J. Hermann (1716), p. 281-282. Pour la référence à Hermann, voir T. Le Seur et F. Jacquier (1740), note 31 p. 7.

66. T. Le Seur et F. Jacquier (1740), notes 23 et 24 p. 5-6.

$$(1) gdy + rds = -v dv^{67}.$$

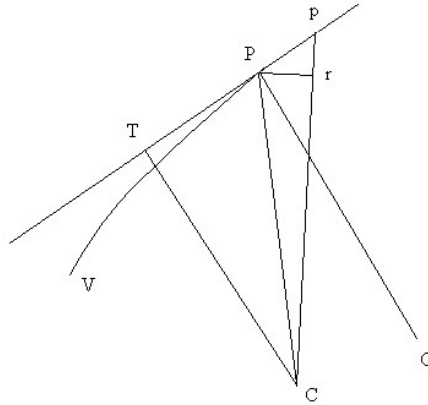


Figure 8 : D'après T. Le Seur et F. Jacquier, 1740, p. 5

Avec $R \times N = v^2$ et $\frac{y}{p} = \frac{g}{N}$ ($PC=y$ et $TC=p$), il vient $v^2 = \frac{Rpg}{y}$ (2). Or, $R = \frac{ydy}{dp}$ ⁶⁸, formule qui, combinée avec (2), conduit à une expression de $g = \frac{v^2 dp}{pdy}$; cette dernière, substituée dans (1), donne $v dv + v^2 \frac{dp}{p} = -rds$ ⁶⁹.

Ce type d'équation permet à Jean I Bernoulli, dans un mémoire de 1711, la courbe et la loi de résistance données, d'obtenir une expression de la vitesse et, à partir de celle-ci, de la force centrale ; les auteurs se réfèrent à cet écrit⁷⁰. Mais, plus que de Bernoulli, c'est d'Euler dont ils s'inspirent, cet exposé général figurant dans les Propositions 104 à 106 du chapitre VI de la

67. T. Le Seur et F. Jacquier (1740), note 25 p. 6.

68. Cette expression analytique du rayon de courbure apparaît dans T. Le Seur et F. Jacquier (1739), (k) note 214 p. 109-110, note à laquelle renvoient les commentateurs dans T. Le Seur et F. Jacquier (1740), note 27 p. 7.

69. T. Le Seur et F. Jacquier (1740), note 26 p. 7.

70. Voir J. I Bernoulli (1730), p. 47-49. Mémoire cité par T. Le Seur et F. Jacquier (1740), note 31 p. 7.

Mechanica, chapitre dévolu au mouvement curviligne dans les milieux résistants ; on y trouve, notamment, cet exemple d'étude d'un mouvement curviligne soumis à une force orthogonale à l'horizon permettant de déterminer la courbe et les vitesses, exemple qui figure aussi chez Le Seur et Jacquier⁷¹, lesquels terminent leur synthèse par l'invitation à consulter « surtout Euler dans son oeuvre remarquable qu'est la *Mechanica* écrite analytiquement »⁷².

* * *

La lecture de ces quelques notes permet de souligner trois points.

Tout d'abord, la primauté du concept force, et il ne fallait pas s'attendre à autre chose en commentant un texte de Newton sous peine de faire une critique radicale du livre. Aussi trouve-t-on une force d'inertie propriété de la matière, fondant le principe d'inertie et justifiant la composition de forces, l'usage de puissances à l'origine d'une étude de l'équilibre et, plus globalement, cette maxime énonçant la proportionnalité des effets à leurs causes que rejettera D'Alembert en révoquant une mécanique d'inspiration causale. Les notes examinées ne contiennent pas de propos polémiques ou de remises en doute de concepts newtoniens, les commentaires relevant d'explications techniques et neutres.

Ensuite, les remarques relatives aux forces centrales, par l'appel à de nombreux acteurs (Varignon, Hermann, Bernoulli, Keill, Euler) et celui de textes incontournables et/ou contemporains (la *Phoronomia*, la *Mechanica* etc.), dressent un panorama de l'évolution de cette science dans le premier XVIII^e siècle. Parmi les auteurs cités, Bernoulli, Hermann et Varignon se taillent la part du lion, ce qui ne surprend pas, leurs travaux évoqués s'attachant de près au contenu des Livres I et II des *Principia* de Newton et s'avérant ainsi des sources indispensables en vue de la rédaction de notes.

Enfin, les commentaires font parfois figures d'éléments de mécanique ce qui, d'une certaine manière, dessine les contours du

71. Voir T. Le Seur et F. Jacquier (1740), notes 28, 29 et 30 p. 7. Pour les Propositions 104 à 106, voir L. Euler (1736), tome 1, p. 369-375.

72. T. Le Seur et F. Jacquier (1740), note 31 p. 7 : « ac Eulerus in opere exquisito quod de Mechanicâ scripsit analitycè ».

livre dans le livre, à savoir ce qu'aurait pu être un manuel de mécanique rédigé par les pères T. Le Seur et F. Jacquier.

Bibliographie

- Bernoulli, Jean. I (1730). Extrait d'une Lettre de M. Bernoulli, écrite de Basle le 10. Janvier 1711 touchant la maniere de trouver les forces centrales dans des milieux résistans en raisons composées de leurs densités & des puissances quelconques des vîtesses du mobiles. *Histoire de l'Académie Royale des Sciences. Année MDCCXI. Avec les mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année. Tirés des Registres de cette Académie* (p. 47-56). Paris : Imprimerie Royale.
- Bernoulli, Jean. I (1732). Extrait d'une lettre de de M. Hermann à M. Bernoulli, datée de Padoüe le 12. Juillet 1710. *Histoire de l'Académie Royale des Sciences. Année MDCCX. Avec les mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année. Tirez des Registres de cette Académie* (p. 519-533). Nouvelle édition, revûë, corrigée & augmentée. Paris : G. Martin, J.-B. Coignard fils, H.-L. Guerin.
- Brackenridge, J. Bruce (2001), Newton's Mature Dynamics: A Crooked Path Made Straight. In J. Z. Buchwald & I. B. Cohen (Eds.), *Isaac Newton's Natural Philosophy* (p. 105-137). Cambridge (Mass.): MIT Press.
- Breteuil, Emilie Gabrielle Le Tonnelier de, Marquise du Châtelet. (1740). *Institutions de Physique*. Paris : Prault fils.
- Breteuil, Emilie Gabrielle Le Tonnelier de, Marquise du Châtelet. (1742). *Institutions Physiques*. Amsterdam : Aux dépens de la Compagnie.
- D'Alembert, J. Le Rond. (1741). Du mouvement d'un corps qui s'enfonce dans un fluide ou essai d'une nouvelle theorie de la Refraction des corps solides, texte lu les 12, 15, 19, 22, 26, 29 juillet et 2 août 1741. *Registres des Procès-Verbaux de l'Académie Royale des Sciences*. Tome 60 (p. 369-404).
- D'Alembert, J. Le Rond. (1743). *Traité de dynamique*. Paris : David l'aîné.
- D'Alembert, J. Le Rond. (1753). Article « Composition du Mouvement ». *Encyclopédie ou dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers, par une société des gens de lettres*. Tome troisième (p. 769b-770b). Paris : Briasson, David l'aîné, Le Breton, Durand.
- D'Alembert, J. Le Rond. (1754). Article « Décomposition des forces ». *Encyclopédie ou dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers, par une société des gens de lettres*. Tome quatrième (p. 699a-699b). Paris : Briasson, David l'aîné, Le Breton, Durand.

- D'Alembert, J. Le Rond. (1755). Article « Dynamique ». *Encyclopédie ou dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers, par une société des gens de lettres*. Tome cinquième (p. 174b-176a). Paris : Briasson, David l'aîné, Le Breton, Durand.
- D'Alembert, J. Le Rond. (1765). Article « Mécanique ». *Encyclopédie ou dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers, par une société des gens de lettres*. Tome dixième (p. 224a-226b). Neufchâtel : S. Faulque.
- De Gandt, François (2005). Les études newtoniennes du jeune D'Alembert. *Recherches sur Diderot et sur l'Encyclopédie*, 38, 177-190.
- Dictionnaire de l'Académie Française* (1762). Tome premier, « Commentaire », p. 339. Paris : Veuve de B. Brunet.
- Diderot, Denis (1753). Article « Commentaire ». *Encyclopédie ou dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers, par une société des gens de lettres*. Tome troisième (p. 690b). Paris : Briasson, David l'aîné, Le Breton, Durand.
- Euler, Leonhard (1736). *Mechanica Sive Motus Scientia Analytica*. 2 tomes. Saint-Petersbourg : Academiae Scientiarum
- Firode, Alain (2001). *La dynamique de D'Alembert*. Paris-Montréal : Vrin-Bellarmin.
- Fontenelle, B. Le Bovier de. (1745). Sur les vitesses des corps mus suivant des courbes. *Histoire de l'Académie Royale des Sciences. Année 1704. Avec les Mémoires de Mathématiques & de Physique, pour la même Année. Tirés des Registres de cette Académie* (p. 104-106). Paris : G. Martin, J.-B. Coignard, H.-L. Guerin.
- Guicciardini, Niccolo (1999). *Reading the Principia. The Debate on Newton's Mathematical Methods for Natural Philosophy from 1687 to 1736*. Cambridge : Cambridge University Press.
- Hermann, Jacob (1716). *Phoronomia, sive de Viribus et Motibus corporum solidorum et fluidorum*. Amsterdam : R. et G. Wetstenios.
- Keill, John (1710). Epistola ad Clarissimum Virum Edmundum Halleium...de Legibus Virium Centripetarum, *Philosophical Transactions. Giving some account of the Present Undertakings, Studies and Labours of the Ingenious, in many Considerable Parts of the World*. Vol. XXVI. For the Years 1708 and 1709. September/October 1708 (p. 174-188). London : H. Clements.
- Keill, John (1717). Observationes in ea quæ Edidit Celeberrimus Geometra Johannes Bernoulli in Commentariis Physico Mathematicis Parisiensibus Anno 1710. de inverso Problemate Virium Centripetarum. Et ejusdem Problematis Solution Nova. *Philosophical Transactions. Giving some account of the Present Undertakings, Studies and Labours of the Ingenious, in many Considerable Parts of the World*. Vol. XXIX. For the Years 1714, 1715, 1716 (p. 91-111). London : W. Innys. July, August and September 1714.
- Keill, John (1716). Defense du Chevalier Newton. Dans laquelle on

- répond aux Remarques de Messieurs Jean & Nicolas Bernoulli, insérées dans les Memoires de l'Académie Royale des Sciences pour les années 1710. & 1711 (p. 418-433). *Journal Littéraire de l'Année 1716*. Tome VIII. La Haye : T. Johnson.
- Leibniz, Gottfried Wilhelm (1859). *Mathematische Schriften herausgegeben von C. I. Gerhardt*. Band IV. (Reprint 1962). Hildesheim : G. Olms.
- Le Seur Thomas et Jacquier François (1739). *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica. Auctore Isaaco Newtono. Eq. Aurato. Perpetuis Commentariis illustrata*. Tomus Primus. Genève : Barrillot et fils.
- Le Seur Thomas et Jacquier François (1740). *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica. Auctore Isaaco Newtono. Eq. Aurato. Perpetuis Commentariis illustrata*. Tomus Secundus. Genève : Barrillot et fils.
- Le Seur Thomas et Jacquier François (1742). *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica. Auctore Isaaco Newtono. Eq. Aurato. Perpetuis Commentariis illustrata*. Tomus Tertius. Genève : Barrillot et fils.
- Newton, Isaac (1759). *Principes mathématiques de la philosophie naturelle, par feu Madame la Marquise du Chastellet*. 2 tomes. Paris : Desaint & Saillant, Lambert.
- Privat de Molières, Joseph (1734-1739). *Leçons de Phisique, Concernant les Elémens de la Phisique, déterminés par les seules Loix des Mécaniques. Expliquées au Colléges Royal de France*. 4 tomes. Paris : Veuve Brocas, Musier, J. Bullot.
- Schmit, Christophe (2011). Les articles de mécanique de l'*Encyclopédie*, ou D'Alembert lecteur de Varignon. *Recherches sur Diderot et sur l'Encyclopédie*, 46, 169-199.
- 's Gravesande, Willem Jacob (1725). *Physices elementa mathematica, experimentis confirmata. Sive introductio ad philosophiam newtonianam*. (2^{ème} éd.). 2 tomes. Lugduni batavorum : P. Vander.
- 's Gravesande, Willem Jacob (1746). *Elemens de physique demontrez mathematiquement, et confirmez par des experiences ; ou introduction a la philosophie newtonienne*. (Trad. de la 3^{ème} éd. de 1742 par Elie de Joncourt). 2 tomes. Leide : J. A. Langerak et J. et H. Verbeek.
- Trabaud, Jean (1741). *Principes sur le mouvement et l'équilibre, pour servir d'introduction aux Mécaniques & à la physique*. Premier traité. Paris : J. Desaint, C. Saillant.
- Varignon, Pierre (1687). *Projet d'une nouvelle mécanique avec un Examen de l'opinion de M. Borelli, sur les propriétés des Poids suspendus par des Cordes*. Paris : Veuve E. Martin, J. Boudet, E. Martin.
- Varignon, Pierre (1725). *Nouvelle Mecanique ou statique, dont le projet fut donné en M.DC.LXXXVI*. 2 tomes. Paris : C. Jombert.

- Varignon, Pierre (1730). Des poids qui tombent ou qui montent le long de plusieurs plans contigus. *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences. Depuis 1666 jusqu'à 1699*. Tome X (p. 438-444). Paris : G. Martin, F. Montalant, J.-B. Coignard, H.-L. Guerin.
- Varignon, Pierre (1743). Autre regle generale des forces centrales. Avec une maniere d'en déduire & d'en trouver une infinité d'autres à la fois, dépendemment & indépendemment des Rayons osculateurs qu'on va trouver aussi d'une maniere infiniment generale. *Histoire de l'Académie Royale des Sciences. Année MDCCI. Avec les mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année. Tirés des Registres de cette Académie*. Seconde Edition, revûe, corrigée & augmentée (p. 20-40). Paris : G. Martin, J.-B. Coignard, H.-L. Guerin.
- Varignon, Pierre (1745). Maniere de discerner les vitesses des corps mûs en lignes courbes ; de trouver la nature ou l'équation de quelque Courbe que ce soit, engendrée par le concours de deux mouvemens connus ; & réciproquement de déterminer une infinité de vitesses propres deux à deux à engendrer ainsi telle Courbe qu'on voudra, & même deux, pour la décrire de telle vitesse qu'on voudra, suivant cette Courbe. *Histoire de l'Académie Royale des Sciences. Année MDCCIV. Avec les Mémoires de Mathématiques & de Physique, pour la même Année. Tirés des Registres de cette Académie* (p. 286- 306). Paris : G. Martin, J.-B. Coignard, H.-L. Guerin.