



**HAL**  
open science

# Le Traite de dynamique de D'Alembert et son contexte academique (1735-1743)

Christophe Schmit

► **To cite this version:**

Christophe Schmit. Le Traite de dynamique de D'Alembert et son contexte academique (1735-1743). Jean-Pierre Schandeler. D'Alembert. Itinéraires d'un savant du siècle, Classiques Garnier, pp.121-140, 2023, 978-2-406-15086-2. 10.48611/isbn.978-2-406-15087-9.p.0303 . hal-04277231

**HAL Id: hal-04277231**

**<https://hal.science/hal-04277231>**

Submitted on 9 Nov 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**Christophe Schmit, « Le *Traité de dynamique* de D'Alembert et son contexte académique (1735-1743) », J.-P. Schandeler (dir.), *D'Alembert. Itinéraires d'un savant du siècle*, Classiques Garnier, Paris, 2023**

## **Le *Traité de dynamique* de D'Alembert et son contexte académique (1735-1743)**

Christophe Schmit

Entre 1735 et 1743, plusieurs travaux menés au sein de l'Académie royale des sciences de Paris portent sur la dynamique, la période s'achevant par la publication du premier ouvrage exclusivement dévolu à cette science, le *Traité de dynamique* de Jean Le Rond D'Alembert<sup>1</sup>. Ces recherches, marquées par l'homogénéité des problèmes traités, témoignent de préoccupations nouvelles mobilisant les savants européens de l'époque<sup>2</sup>. La « dynamique », selon la définition qu'en donne l'académicien Alexis Claude Clairaut, correspond à

une Classe de Problèmes Physico-mathématiques dont le but est de trouver les mouvements qui arrivent à plusieurs corps qui décriraient ou parcourraient certaines lignes, s'ils se mouvaient librement par de premières impulsions données, ou par des forces accélératrices comme la gravité, lorsque ces corps sont liés ensemble par des fils, et qu'ils s'altèrent réciproquement leurs mouvements<sup>3</sup>.

D'Alembert, dans son *Traité de dynamique*, évoque « la Science du Mouvement des Corps, qui agissent les uns sur les autres d'une manière quelconque », et « dynamique » figure dans le titre pour « annoncer aux Géomètres » l'objet du livre. Il souligne aussi que les « plus grands Géomètres [se] sont appliqués particulièrement depuis quelques années » aux problèmes de dynamique<sup>4</sup>.

Le sens du mot est donc partagé par une communauté de savants<sup>5</sup>. Le terme figure aussi dans le *Dictionnaire de Trévoux*, qui reprend la définition qu'en donne le secrétaire de l'Académie

---

<sup>1</sup> Parmi les mémoires publiés à l'Académie, voir ceux d'Alexis Claude Clairaut, *Examen des différentes oscillations qu'un corps suspendu par un fil, peut faire lorsqu'on lui donne une impulsion quelconque*, HARS 1735 (1738), p. 281-299 ; *Solution de quelques problèmes de Dynamique*, HARS 1736 (1739), p. 1-22, mémoire destiné à être publié dans les HARS 1735 ; *Des Centres d'Oscillation dans les Milieux résistants*, HARS 1738 (1740), p. 159-168 ; *Sur quelques principes qui donnent la Solution d'un grand nombre de Problèmes de Dynamique*, année 1742 (1745), p. 1-52. Voir Etienne Mignot de Montigny, *Problèmes de dynamique*, HARS 1741 (1744), p. 280-291 et Patrick d'Arcy, *Problèmes de Dynamique*, HARS 1747 (1749) avec une partie lue en 1743. Voir Jean Le Rond D'Alembert, *Traité de dynamique*, Paris, David l'aîné, 1743.

<sup>2</sup> Pour un aperçu de la dynamique à cette période, Giulio Maltese, *La storia di « F=ma », la seconda legge del moto nel XVIII secolo*, Firenze, Leo S. Olschki, 1992.

<sup>3</sup> Clairaut, *Solution de quelques problèmes*, p. 3.

<sup>4</sup> D'Alembert, *Traité de dynamique*, p. xxij.

<sup>5</sup> Sur l'apparition du mot « dynamique » à l'Académie, voir Nobumichi Ariga, « The emergence of the dynamique in the Paris academy of sciences », *Recueil d'études sur l'Encyclopédie et les Lumières*, n° 2, 2013, p. 243-257. Sur l'émergence de ce domaine et la division de la mécanique en statique et dynamique, voir Christophe Schmit,

des sciences, Bernard Le Bovier de Fontenelle, dans son résumé du mémoire de Clairaut dont est extraite la citation ci-dessus<sup>6</sup>. L'*Encyclopédie* contient aussi une entrée « Dynamique »<sup>7</sup>, et ce contrairement à la *Cyclopædia* de Chambers comme le souligne l'*Avertissement* du tome III :

nous croyons du moins n'avoir oublié aucun des articles essentiels, tels qu'ARTS, ABERRATION, DYNAMIQUE, & plusieurs autres qui ne se trouvent point dans l'Encyclopédie Angloise<sup>8</sup>.

La quatrième édition du *Dictionnaire de l'académie françoise* de 1762 contient une définition proche de celle du *Traité de dynamique* et de l'article « Dynamique » de l'*Encyclopédie*, avec un renvoi laconique à « *Traité de dynamique* » ; rappelons que D'Alembert est membre de l'Académie depuis 1754<sup>9</sup>. Outre la *Cyclopædia*, il n'existe pas davantage d'entrées « Dynamique » dans des dictionnaires ou encyclopédies britanniques de la seconde moitié du 18<sup>e</sup> siècle<sup>10</sup>.

La dynamique des années 1730-1740, qui manifestement prend son essor sur le continent, est marquée par le souci de résoudre de nouveaux problèmes et d'énoncer de nouveaux principes généraux<sup>11</sup>. Mais si la définition du mot paraît faire consensus, tel ne semble pas le cas pour les fondements de cette branche de la mécanique. Ainsi, si D'Alembert écrit que cette science se rapporte à « la science des puissances ou causes motrices », il souhaite pour sa part ne faire usage « ni des actions ni des forces », et il revendique énoncer des principes qui ne

---

« Mécanique, Statique, Dynamique. Répartition du savoir et définitions dans l'*Encyclopédie* », *Recherches sur Diderot et sur l'Encyclopédie*, 49, 2014, p. 224-258 et 50, 2015, p. 273-299.

<sup>6</sup> Fontenelle, *Sur quelques problèmes de dynamique par rapport aux tractions*, HARS 1736 (1739), p. 105 : « les mouvements d'un ou de plusieurs Corps tirés par des Cordes, sont un des principaux Objets de la *Dynamique* ou Science des Forces ». Voir le *Dictionnaire universel françois et latin*, Paris, Compagnie des Libraires associés, t. III, 1752, p. 398 où le texte de Fontenelle est mentionné ; le terme n'apparaît pas dans les éditions antérieures du dictionnaire.

<sup>7</sup> D'Alembert, « Dynamique », *Encyclopédie*, Paris, Briasson, David l'aîné, Le Breton, Durand, puis Neufchâtel, Faulche et Compagnie, 1751-1765, t. V, p. 174b : la dynamique « signifie proprement la science des puissances ou causes motrices, c'est-à-dire qui mettent les corps en mouvement » ; D'Alembert évoque aussi l'usage du terme « pour signifier en particulier la science du mouvement des corps qui agissent les uns sur les autres » notamment par le moyen de fils ou de leviers inflexibles qui les relient.

<sup>8</sup> D'Alembert, *Avertissement des éditeurs*, *Encyclopédie*, t. III, p. x

<sup>9</sup> *Dictionnaire de l'Académie françoise*, Paris, Veuve de Bernard Brunet, t. I, 1762, p. 571.

<sup>10</sup> Voir sur ce point, Schmit, « Mécanique, Statique, Dynamique » (2014). Mentionnons, ici, *A new and Complete Dictionary of Arts and Sciences*, London, W. Owen, 1754-1755, qui ne contient pas d'entrée « Dynamics » bien que le mot apparaisse dans une « Table or Scheme of Knowledge », t. I, p. vii ; Thomas Dyche, William Pardon, *A New General English Dictionary*, London, C. and R. Ware, 1760 (11<sup>e</sup> éd.) ; Temple Henry Croker, Thomas Willams, Samuel Clark, *The Complete Dictionary of Arts and Sciences*, London, 1765-1766 ; *Encyclopædia Britannica*, Edinburgh, A. Bell and C. Macfarquhar, 1771.

<sup>11</sup> Voir à ce sujet le propos de Daniel Bernoulli, *Nouveau Problème de Mécanique*, dans *Histoire de l'Académie royale des sciences et des belles lettres de Berlin*, année 1745, Berlin, A. Haude, 1746, p. 55.

s'appuient sur « aucune métaphysique mauvaise ou obscure »<sup>12</sup>. Nous chercherons dans cette étude à éclairer ces derniers propos, en évoquant, tout d'abord, le contexte essentiellement académique dans lequel s'élabore la dynamique de D'Alembert, ce qui sera aussi l'occasion de s'interroger sur la formation du jeune savant, puis en examinant en quoi et comment ses travaux se démarquent de ceux de contemporains.

#### QUELQUES ELEMENTS SUR LE CONTEXTE ACADEMIQUE

D'Alembert est nommé adjoint astronome à l'Académie royale des sciences le 13 mai 1741 et, à ce jour, pour l'heure nous ne disposons pas d'informations sur ses éventuels contacts et réseaux avec le milieu savant avant cette date. Les manuscrits de D'Alembert conservés à la Bibliothèque de l'Institut de France sont, pour cette période, peu nombreux et, par ailleurs, ils ne portent pas sur la dynamique pas plus que les premiers travaux académiques connus du savant<sup>13</sup>. Pour l'heure, la première lettre de D'Alembert en notre possession date du milieu de 1745<sup>14</sup>. Autant dire que la genèse du *Traité de dynamique* de 1743 est pour l'heure obscure.

Selon les Registres de l'Académie royale des sciences, D'Alembert débute le 24 novembre 1742 la lecture d'« un mémoire sur un Principe général pour trouver le mouvement de plusieurs corps qui agissent les uns sur les autres », lecture poursuivie jusqu'au 27 février 1743 avec, à cette date, la première mention du mot « Traité »<sup>15</sup>. D'après ces mêmes Registres, Clairaut annonce à la fin de 1740 la lecture en 1741 d'un mémoire intitulé « Sur un Principe qui facilite la Solution d'un grand nombre de Problèmes de Dynamique » qu'il désire publier dans le volume de l'Académie de l'année 1740. La même annonce apparaît à la fin de l'année 1741 d'un exposé à venir en 1742 d'un mémoire portant le même titre, mais il n'existe pas de lectures

---

<sup>12</sup> D'Alembert, « Dynamique », *Encyclopédie*, t. V, p. 176a.

<sup>13</sup> Pour un aperçu du fonds conservé à la Bibliothèque de l'Institut et son histoire, voir Olivier Ferret, Alexandre Guilbaud, Irène Passeron, « Pleins et déliés dans les manuscrits de D'Alembert », *Genesis*, 34, Manuscrits du XVIII<sup>e</sup>, 2012, p. 67-82 et D'Alembert, *Inventaire analytique de la correspondance*, Irène Passeron (éd.), dans *Œuvres complètes*, V/1, Paris, CNRS éditions, 2009, p. xvii-xxiv. Les premiers travaux académiques portent sur l'analyse (voir D'Alembert, *Textes de mathématiques pures (1745-1752)*, Christian Gilain (éd.), dans *Œuvres complètes*, I/4a, Paris, CNRS éditions, 2007) et sur la mécanique des fluides, voir RMAS (6 février et 20 juillet 1740, p. 19r-19v et p. 155r-155v ; 2 août et 16 août 1741, p. 369-404 et p. 424-438 ; 17 mars et 24 juillet 1742, p. 126-133 et p. 349-356). Un manuscrit de D'Alembert rédigé vers 1740 porte sur le premier livre des *Principia* de Newton dans l'édition commentée des pères Le Seur et Jacquier, voir François de Gandt, « Les études newtoniennes du jeune D'Alembert », *Recherches sur Diderot et sur l'Encyclopédie*, 38, 2005, p. 177-190.

<sup>14</sup> D'Alembert, *Correspondance générale 1741-1752*, Irène Passeron (éd.), dans *Œuvres complètes*, V/2, Paris, CNRS éditions, 2015, p. 5-8.

<sup>15</sup> Pour ces lectures, voir RMAS 24 novembre 1742, p. 424 ; 28 novembre 1742, p. 436 ; 1<sup>er</sup> décembre 1742, p. 437 ; 5 décembre 1742, p. 438 ; 15 décembre 1742, p. 457 ; 9 février 1743, p. 103 ; 16 février 1743, p. 111 ; 23 février 1743, p. 117 ; 27 février 1743, pp. 123-124. Clairaut assiste à toutes ces lectures.

de Clairaut en 1740 et 1741<sup>16</sup>. Clairaut « prend datte » à nouveau à la fin de 1742 pour une lecture en 1743 qui commence effectivement le 2 mars 1743 et se termine le 6 avril 1743, date à laquelle les Registres contiennent l'intégralité du texte de Clairaut publié dans le volume HARS de l'année 1742<sup>17</sup>.

Entre-temps, le 6 mars 1743, soit quatre jours après le début de la lecture de Clairaut, D'Alembert demande à l'Académie des commissaires pour examiner le livre « qu'il a déjà lu pour la plus grande partie aux assemblées précédentes sous le titre Traité du mouvement des Corps », et il fait parapher par le Secrétaire de l'Académie « douze petits cahyers de la seconde partie de l'ouvrage ». Dans leur rapport, les commissaires François Nicole et Pierre Louis Moreau de Maupertuis écrivent que

nous croyons inutile de rappeler une grande partie de cet ouvrage qui contient les solutions les plus élégantes des Problemes les plus difficiles sur le mouvement des corps, toutes déduites d'un seul Principe [...] Quand nous avons relu cette partie, nous n'en avons pas porté un jugement différent de celui que l'Académie en porta lorsqu'il en fit lui-même la lecture [...] Quant à la premiere partie dans laquelle Mr d'Alembert recherche et explique les trois principes de la Dynamique et de la Statique [...] Mr d'Alembert ayant employé à expliquer les principes de ces Sciences, la même clarté et la même profondeur qu'il avoit employées à en résoudre les Problemes les plus compliqués, y a également réussi<sup>18</sup>.

Ainsi, D'Alembert a lu à l'Académie une grande partie ou l'intégralité « de la seconde partie de l'ouvrage », soit les problèmes de dynamique contenus dans son *Traité*<sup>19</sup>. La première partie du livre publié, qui contient l'énoncé et la démonstration de trois principes fondamentaux, semblait inconnue aux commissaires<sup>20</sup>. Il existerait donc une émulation sinon une compétition entre Clairaut et D'Alembert, la lecture de Clairaut ayant pu inciter D'Alembert à demander une signature comme un moyen d'attester sa priorité sur Clairaut et, inversement, la présentation de D'Alembert ayant pu contraindre Clairaut à proposer ce mémoire plusieurs fois reporté. En écho à cette question de priorité, D'Alembert écrit dans la seconde édition de 1758 de son *Traité*

---

<sup>16</sup> RMAS 23 décembre 1740, p. 230r ; 23 décembre 1741, p. 489.

<sup>17</sup> RMAS 22 décembre 1742, p. 461 ; RMAS 1743 : 2 mars, p. 151 ; 13 mars, p. 164 ; 16 mars, p. 168 ; 20 mars, p. 184 ; 23 mars, p. 185 ; 30 mars, p. 199 ; 3 avril, p. 201 ; 6 avril, p. 204. D'Alembert est absent les 20 et 23 mars, et le 3 avril. Ni lui, ni Montigny ne sont notés présents le 6 avril bien qu'ils lisent un rapport. Le mémoire de Clairaut est *Sur quelques principes*.

<sup>18</sup> RMAS 22 juin 1743, p. 280.

<sup>19</sup> Outre les problèmes, D'Alembert, « Conservation des forces vives », *Encyclopédie*, t. V, p. 115a-115b suggère qu'il a lu aussi sa démonstration de ce principe qui compose le dernier chapitre du *Traité* à l'Académie.

<sup>20</sup> Pour ces principes, voir ci-dessous « Métaphysique des propositions » et résolutions.

de dynamique que le mémoire de Clairaut a été lu après son texte « avec lequel il n'a d'ailleurs rien de commun »<sup>21</sup>.

Mais de nombreux problèmes du mémoire de Clairaut de 1742 se retrouvent dans le *Traité* de D'Alembert ce qui *a priori* tempère cette dernière affirmation<sup>22</sup>. Par ailleurs, D'Alembert cite dans plusieurs de ses problèmes des savants tels que Leonhard Euler, Daniel Bernoulli, Jean (père et fils) Bernoulli, ou encore Colin MacLaurin, certains travaux de ceux-ci paraissant entre 1739 et 1742<sup>23</sup>. Si nous n'avons que peu d'informations sur la formation du jeune D'Alembert, l'examen des problèmes du *Traité* pourrait suggérer des pistes ; l'évocation de ces savants pourrait renseigner sur la manière dont D'Alembert se serait initié à cette science nouvelle.

L'examen plus minutieux de certains des problèmes du *Traité* suggère que D'Alembert a dû aussi échanger avec des collègues de l'Académie des sciences. Ainsi, par exemple, le problème II avec ses variantes où il s'agit de trouver l'équation du mouvement par rapport à un plan d'une ou de plusieurs billes placées dans un tube en rotation sur ce plan<sup>24</sup>. Jean Bernoulli donne une solution d'une question de ce genre dans ses *Opera omnia* de 1742, mais ses œuvres ne sont véritablement publiées et diffusées qu'en 1743<sup>25</sup>. J. Bernoulli écrit à Euler les 15 mars et 27 mars 1742 qu'un problème de ce type lui a été proposé par Samuel Koëning et qu'il l'a soumis ensuite à Clairaut et Maupertuis, mais nous n'avons pas de lettres. Des problèmes de cette sorte font aussi l'objet d'échanges épistolaires entre D. Bernoulli et Euler entre mars 1742 et février 1744<sup>26</sup>, mais leurs solutions ne paraissent qu'en 1746<sup>27</sup>. Manifestement, Euler propose des problèmes de ce genre à Clairaut dans une lettre perdue, mais ce dernier répond en avril et septembre 1743 que « vos problèmes ne m'étoient pas inconnus, je croyois même les avoir imaginés le premier et je les avois donné à l'Academie à la fin de l'année passée », à savoir

---

<sup>21</sup> D'Alembert, *Traité de dynamique* (1758), p. 72. Sur ce « principe général », voir ci-dessous.

<sup>22</sup> Pour détail de la comparaison des problèmes du *Traité* et du mémoire de Clairaut, voir Christophe Schmit, « Beginnings of a New Science. D'Alembert's *Traité de dynamique* and the French Royal Academy of Sciences around 1740 », *Centaurus*, Issue 4, 2017 (à paraître).

<sup>23</sup> Voir Schmit, « Beginnings of a New Science ».

<sup>24</sup> Ou encore des anneaux pesants qui glissent sur une tige inflexible en rotation. Pour ce type de problèmes à cette époque, voir Maltese, *La storia di « F=ma »*.

<sup>25</sup> Jean Bernoulli, *Opera omnia*, 4 t., Lausanne, Genève, Bousquet, 1742. Le premier tome contient une lettre de Bernoulli datée du 9 janvier 1743 ainsi qu'un « Editor Lectori » se terminant par « Vale. Dabam Genevæ, Cal. Mart. 1743 » et deux gravures datées de 1743. Nous remercions Niccolò Guicciardini d'avoir attiré notre attention sur l'« Editor Lectori » et sur la date d'exécution d'une des gravures.

<sup>26</sup> Voir Paul-Henri Fuss, *Correspondance mathématique et physique de quelques célèbres géomètres du XVIII<sup>e</sup> siècle*, t. II, St. Pétersbourg, Académie Impériale des sciences, 1843.

<sup>27</sup> D. Bernoulli, *Sur un nouveau problème de Méchanique*, p. 54-70 ; Leonhard Euler, *Opuscula varii argumenti* Berlin, Haube, Spener, 1746.

dans la lecture de son mémoire évoquée précédemment<sup>28</sup>. Pour compléter, soulignons que les Registres de l'Académie de l'année 1740 contiennent un problème proche proposé par Alexis Fontaine des Bertins<sup>29</sup> ; Clairaut écrit la même année que « le [...] Problème de M<sup>r</sup>. Fontaine, où l'on suppose que le Corps est emporté par un Tube qui tourne avec une vitesse donnée [...] est assez curieux et nouveau »<sup>30</sup>.

Pour résumer, comment D'Alembert a eu connaissance de ce type de problèmes ? Il ne correspond pas avec J. et D. Bernoulli, et sa première lettre échangée avec Euler date du 3 août 1746<sup>31</sup>. Par ailleurs, les publications de D. Bernoulli et Euler sont postérieures à la lecture à l'Académie du *Traité*. D'Alembert aurait alors pu connaître ces problèmes par le biais de Clairaut-Maupertuis qui auraient reçu une lettre de J. Bernoulli, même si Clairaut écrit qu'il pensait les « avoir imaginés le premier », et/ou par l'intermédiaire de Clairaut-Fontaine<sup>32</sup>. Il semble ainsi que D'Alembert connaisse ces questions par le milieu académique, et lui seul, et ceci pourrait suggérer que Clairaut, Fontaine et Maupertuis aient joué un rôle dans son apprentissage ; ceci pose plus globalement la question du réseau académique dont D'Alembert aurait pu bénéficier à une époque donnée.

Quoi qu'il en soit, il est difficile d'accorder à D'Alembert que son livre « n'a rien de commun » avec les travaux de savants de l'époque. Mais au-delà de la question des problèmes, c'est sans doute du côté des principes utilisés qu'il faut rechercher le sens de cette affirmation.

## LA QUESTION DES PRINCIPES

### Quelques principes de dynamique à l'Académie

Les académiciens énoncent des principes et des méthodes générales pour résoudre le plus grand nombre de problèmes. Ils donnent « *quelques Principes qui donnent la Solution d'un*

---

<sup>28</sup> Clairaut à Euler, 23 avril et 7 septembre 1743, dans Adolf P. Juškevič et René Taton, *Leonhardi Euleri commercium Epistolicum, Opera Omnia*, IVa (5), Bâle, Birkhäuser, 1980, p. 146-147 et p. 149-150.

<sup>29</sup> Fontaine, *Problème. La loy de la force Centrale, le lieu d'où part un Corps, sa vitesse et sa direction étant données, trouver son mouvement dans l'Espace*, RMAS 1740, 16 mars 1740, p. 62v-64v. Fontaine, *Mémoires donnés à l'Académie royale des sciences, imprimés dans leur temps*, Paris, Imprimerie royale, 1764, p. 319-321 reproduit cette étude. Un colloque sur Fontaine s'est tenu à Cuiseaux (Saône-et-Loire, France) les 3 et 4 septembre 2004 où Ryoichi Nakata et Jérôme Viard ont donné des communications sur la mécanique de ce savant ; les actes ne sont pas publiés.

<sup>30</sup> Clairaut, *Plusieurs Solutions du Problème où il s'agit de déterminer l'Orbite d'un Corps, qui est sollicité continuellement vers un Centre, suivant une loy quelconque. Avec la manière d'en tirer les forces Centrales, lors que les Apsides sont mobiles*, RMAS 1740, Samedi 2 avril, p. 69v.

<sup>31</sup> D'Alembert, *Correspondance générale 1741-1752*, p. 31-33.

<sup>32</sup> D'Alembert aura par la suite de mauvaises relations avec Clairaut et Fontaine. Nous n'avons pas de documents qui puissent donner une quelconque indication pour la période concernée.

*grand nombre de Problèmes de Dynamique* »<sup>33</sup>, une « Méthode générale » ou des « Méthodes »<sup>34</sup>, ils déterminent les trajectoires et vitesses « d'une infinité de Corps »<sup>35</sup>, ils cherchent à « résoudre toutes les questions de Dynamique par une même Méthode fort simple & fort directe »<sup>36</sup>, ils exposent un « principe général de dynamique » quelles que soient les actions mutuelles des corps<sup>37</sup>. Ces travaux, auxquels peuvent être joints des écrits de Maupertuis et de Fontaine<sup>38</sup>, sont marqués par des approches que nous qualifierions ici pour simplifier de newtonienne et de bernoullienne.

Ainsi, Clairaut recourt au principe dit des « forces accélératrices » qui consiste en la proportionnalité entre la force exercée sur un corps et son accélération. Lorsque des corps sont dans un système mécanique et sont liés entre eux, par exemple, par un fil, Clairaut écrit qu'« on peut regarder cette action [mutuelle due au fil] comme une force attractive », cette action étant ainsi pensée suivant le modèle d'une force d'attraction<sup>39</sup>. Sans le fil, ces corps suivraient des trajectoires inertielles et il faut composer ces dernières avec l'action du fil pour obtenir la trajectoire réelle suivie par un des corps : de la même manière, une planète suivrait une droite sans l'action de la gravitation et la combinaison de la droite avec cette force donne la trajectoire. Dans l'analyse de ses problèmes, Clairaut recourt à la loi d'égalité entre l'action et la réaction (le fil tire également les deux corps), au principe d'inertie et au concept de force qui, comme dans la mécanique newtonienne, est la clef de voûte pour l'étude des phénomènes ; autrement dit, Clairaut utilise les trois lois de Newton et, de fait, il se réfère de nombreuses fois à ce savant<sup>40</sup>.

Il s'agit alors pour Clairaut de déterminer des expressions des forces de liaisons des systèmes conçues comme des forces accélératrices. Une fois ces expressions obtenues, elles peuvent être combinées avec le principe dit de « la conservation des forces vives », qui correspondrait de nos jours à la conservation de l'énergie cinétique d'un système isolé, afin de trouver l'équation du mouvement d'un système<sup>41</sup>. Ce dernier principe apparaît très probablement dans le milieu savant français par le contact avec des travaux des Bernoulli ; Clairaut et Maupertuis ont fait

---

<sup>33</sup> Clairaut, *Sur quelques principes*, p. 1.

<sup>34</sup> Clairaut, *Solution de quelques problèmes de Dynamique*, p. 3.

<sup>35</sup> Titre du mémoire de Montigny, *Problèmes de dynamique*.

<sup>36</sup> D'Alembert, *Traité de dynamique* (1743), p. xxiv.

<sup>37</sup> D'Arcy, *Problème de Dynamique*, p. 348.

<sup>38</sup> Maupertuis, *Problème Dynamique proposé par Mr Koëning*, RMAS 1735, Mercredi 4 mai, p. 107v-108v, Fontaine, *Problème. La loi de la force Centrale*.

<sup>39</sup> Clairaut, *Solution de quelques problèmes de Dynamique*, p. 11.

<sup>40</sup> Pour une analyse plus détaillée, voir Schmit, « Beginnings of a New Science ».

<sup>41</sup> Voir par exemple Clairaut, *Solution de quelques problèmes de Dynamique*, p. 11-13.

leur apprentissage en mécanique auprès de Jean I Bernoulli à Bâle à la fin de l'année 1734 pour lequel ce principe est fondamental<sup>42</sup>.

Suivant les problèmes, les deux principes – forces accélératrices et conservation des forces vives – peuvent être associés, mais ils peuvent aussi être utilisés indépendamment et conduisent alors aux mêmes résultats<sup>43</sup>. Dans ce deuxième cas, soit le savant s'intéresse aux liaisons du système et les fait agir comme des forces accélératrices, soit par l'usage d'un principe conservatif il ne prend en compte que les états initiaux et finaux du système mécanique à deux intervalles de temps distincts sans s'attacher à l'action de ces liaisons<sup>44</sup>.

Le *Traité* de D'Alembert de 1743 participe aussi à ce projet de formuler des principes ou méthodes générales, le savant souhaitant « résoudre toutes les questions de Dynamique par une même Méthode fort simple & fort directe »<sup>45</sup>. Mais sa pratique se distingue de celle de ses contemporains.

#### De la « métaphysique obscure » à la « métaphysique des propositions »

En effet, dans le *Traité*, D'Alembert écrit que la plupart des principes de la mécanique sont « ou obscurs par eux-mêmes, ou énoncés et démontrés d'une manière obscure ». Il veut les déduire des notions « les plus claires » et son objectif est à la fois d'« aplanir l'abord » de la mécanique et d'en « reculer les limites ». Concernant ces notions « les plus claires », il fonde la dynamique à l'aide du seul « Mouvement » qu'il conçoit comme étant « le premier & le principal objet de la Mécanique »<sup>46</sup>. Le mouvement renvoie à deux choses, l'espace parcouru et le temps employé à la parcourir, et « c'est de cette seule idée qu'il faut déduire tous les principes de la Mécanique »<sup>47</sup>. D'Alembert écrit que pour « avoir une idée claire du mouvement » il faut distinguer « au moins par l'esprit » deux sortes d'étendue : une première impénétrable et permettant de définir et de distinguer les corps entre eux, et une deuxième qui est « la mesure de la distance d'un Corps à un autre, et dont les parties envisagées comme fixes et immobiles, puissent servir à juger du repos ou du Mouvement des Corps », autrement dit

---

<sup>42</sup> Sur ce voyage, voir le site d'Olivier Courcelle <http://www.clairaut.com/jeanibernoulli.html> (consulté le 14/02/2018). Pour des usages de la conservation des forces

<sup>43</sup> Pour le deuxième cas de figure, voir par exemple Clairaut, *Des Centres d'Oscillation dans les Milieux résistants*.

<sup>44</sup> Pour des analyses plus détaillées de problèmes de dynamique chez Clairaut, Maupertuis, Fontaine, Montigny, d'Arcy et leurs usages de ces deux types de principes, voir Maltese, *La storia di « F=ma »* ; Ryoichi Nakata, « The General Principles for Resolving Mechanical Problems in d'Alembert, Clairaut and Euler », *Historia Scientiarum*, 12 (1), 2002, p. 18-42 ; Schmit, « Beginnings of a New Science ».

<sup>45</sup> D'Alembert, *Traité de dynamique* (1743), p. xxiv.

<sup>46</sup> D'Alembert, *Traité de dynamique* (1743), p. xvj et p. iv-v.

<sup>47</sup> D'Alembert, « Force vive », *Encyclopédie*, t. VII, p. 114b.

« un espace indéfini comme le lieu des Corps, soit réel, soit supposé »<sup>48</sup>. Ces propos sont révélateurs de la manière dont D'Alembert introduit le cadre conceptuel de la mécanique. En effet, il critique Descartes et ceux qui le suivent qui conçoivent en premier lieu que l'essence de la matière est l'étendue et qui ensuite introduisent le mouvement qui doit se plier à cette métaphysique ; pour D'Alembert, cette méthode qui implique un univers plein rend impensable et impossible le mouvement et, pour sa part, il introduit d'abord le mouvement, car c'est l'objet premier de la mécanique, et ensuite l'espace qui doit permettre d'avoir « une idée claire du mouvement », c'est-à-dire finalement être un objet géométrique ; l'espace est introduit uniquement de telle sorte qu'il rende possible une définition mathématique du mouvement. Ensuite, D'Alembert considère cet espace comme le lieu des corps « soit réel, soit supposé », autrement dit il ne s'interroge pas sur le statut de cet espace, à savoir relatif ou absolu, et il s'agit là d'un rejet des conceptions newtoniennes<sup>49</sup>.

Ce mouvement se définit donc relativement à d'autres corps considérés comme fixes, et puisque D'Alembert fait du « mouvement uniforme » la mesure du temps « la plus simple » et celle « dont il est le plus naturel de penser à se servir », la durée correspond aussi à une simple relation<sup>50</sup>. Dans son *Eclaircissements sur différents endroits des Elémens de philosophie*, D'Alembert précise ce qu'il faut entendre par le mot « naturel » : l'espace et le temps seraient des « notions naturelles », présentes dans « tous les hommes », sur lesquelles les esprits devraient s'accorder et que « la Philosophie seule a le privilège d'obscurcir et d'embrouiller ». Il juge « étrangère et inutile » à la mécanique des réflexions sur la nature de ces notions<sup>51</sup>. Si le mouvement et ses propriétés sont l'objet principal de la mécanique *a contrario*, comme il l'écrit dans l'article « Elémens des sciences » de l'*Encyclopédie* et dans l'*Essai sur les élémens de philosophie*, la « Métaphysique obscure & contentieuse » sur la nature du mouvement est « étrangère à cette science » qui suppose l'existence du mouvement et en tire « une foule de vérités utiles » ; D'Alembert écrit que Zénon en serait encore à s'interroger si les corps se meuvent, tandis que Newton aurait déjà trouvé son système du monde<sup>52</sup>.

---

<sup>48</sup> D'Alembert, *Traité de dynamique* (1743), p. vj. L'« impénétrabilité est la propriété principale par laquelle nous distinguons les Corps des parties de l'espace indéfini, où nous imaginons qu'ils sont placés », *ibid.*, p. 1.

<sup>49</sup> Sur ces questions, voir Alain Firode, *La dynamique de D'Alembert*, Paris-Montréal, Vrin-Bellarmin, 2001, p. 67-70.

<sup>50</sup> D'Alembert, *Traité de dynamique* (1743), p. 10.

<sup>51</sup> D'Alembert, *Eclaircissements sur différents endroits des Elémens de Philosophie*, dans *Mélanges de Littérature, d'Histoire et de Philosophie*, t. V, Amsterdam, Z. Chatelain et Fils, 1767, p. 270-271. Sur ces « notions naturelles », voir Firode, *La dynamique de D'Alembert*, p. 82-84.

<sup>52</sup> D'Alembert, « Elémens des sciences », *Encyclopédie*, t. V, p. 493a et p. 494b ; *Essai sur les Elémens de Philosophie*, dans *Mélanges de littérature, d'histoire et de philosophie*, t. IV, Amsterdam, Zacharie Chatelain & fils, 1759, p. 27-29.

D'Alembert oppose à cette métaphysique « obscure » la « métaphysique des propositions », à savoir « l'exposition claire & précise des vérités générales & philosophiques sur lesquelles les principes de la science sont fondés »<sup>53</sup> ; il s'agit, d'après les *Eclaircissements*, des « principes généraux sur lesquels une science est appuyée, & qui sont comme le germe des vérités de détail qu'elle renferme & qu'elle expose »<sup>54</sup>. Il évoque une métaphysique « simple » et « populaire », exposant des principes « clairs », « sensibles » ou encore des « faits simples, bien vûs & bien avoués », ainsi en mécanique « l'impenétrabilité des corps, source de leur action mutuelle », et qu'il considère comme la propriété première des corps, puis ces « notions communes & primitives » ou « notions naturelles »<sup>55</sup>. En somme, il s'agit de fonder une science qui ne s'attache pas à la nature de la chose en soi mais qui se construit « par rapport à nous »<sup>56</sup>, et de finalement remplacer cette « métaphysique obscure » par un discours de nature épistémologique.

D'Alembert dénonce alors ce qu'« on appelle communément Métaphysique » comme « vuide & contentieuse » et emploie le mot dans un autre sens en considérant que « la génération de nos idées appartient à la Métaphysique ; c'est un de ses objets principaux, & peut-être devroit-elle s'y borner ; presque toutes les autres questions qu'elle se propose sont insolubles ou frivoles »<sup>57</sup>. Le *Discours préliminaire* de l'*Encyclopédie* expose cette « génération » et filiation des connaissances, qui s'appuyant sur des données sensibles et procédant par abstractions et/ou généralisations, mènent au plus simple et certain – les mathématiques pures – lequel en retour fonde le plus complexe et le moins sûr – la physique<sup>58</sup>. La mécanique suit immédiatement l'algèbre et la géométrie dans cette gradation. Sa certitude et son organisation déductive repose sur les « notions communes » d'espace, de temps, sur la définition mathématique du mouvement, sur l'impenétrabilité des corps, sur les principes auxquels ces notions donnent naissance, principes clairs et réduits au plus petit nombre ce qui assure leur fécondité<sup>59</sup>. D'Alembert élimine de la mécanique des principes jugés obscurs ou inutiles, et en admet certains mais seulement à titre secondaire et une fois resituer dans une organisation déductive les faisant dépendre de son propre principe<sup>60</sup>.

<sup>53</sup> D'Alembert, « Elémens des sciences », *Encyclopédie*, t. V, p. 492b.

<sup>54</sup> D'Alembert, *Eclaircissements sur différents endroits des Elémens*, p. 255.

<sup>55</sup> D'Alembert, « Elémens des sciences », *Encyclopédie*, t. V, p. 492a-493a et *Essai sur les Elémens*, p. 27-29.

<sup>56</sup> D'Alembert, « Elémens des sciences », *Encyclopédie*, t. V, p. 494a.

<sup>57</sup> D'Alembert, *Essai sur les Elémens*, p. 45.

<sup>58</sup> D'Alembert, *Discours préliminaire des éditeurs*, *Encyclopédie*, t. I, p. i-xlv. Voir Michel Malherbe, « Mathématiques et sciences physiques dans le « Discours préliminaire » de l'*Encyclopédie* », *Recherches sur Diderot et sur l'Encyclopédie*, 9, 1990, p. 109-146.

<sup>59</sup> D'Alembert, *Traité de dynamique* (1743), p. ij-ijj.

<sup>60</sup> D'Alembert, *Traité de dynamique* (1743), p. xi-xij considère que « vrai ou douteux, clair ou obscur, il [le principe des « forces accélératrices »] est inutile à la Mécanique, & [...] par conséquent il doit en être banni ». Par ailleurs,

Fonder ainsi la mécanique correspond à la pratique de celui que D'Alembert nomme le « Philosophe Mécanicien » dans le chapitre « Mécanique » de l'*Essai* qui reprend la « Préface » du *Traité*<sup>61</sup>. Le projet de cet *Essai* est de « fixer » et de « recueillir » les « principes de nos connoissances certaines », non pas de manière exhaustive, mais de proposer une « introduction » à l'*Encyclopédie* et d'établir « une espece de table » des « vérités qu'il importe le plus de connoître »<sup>62</sup> ; ces « vérités » concernant la mécanique sont donc en 1759 celles du *Traité* du 1743.

### Causalité et « disputes »

Cet appel au seul mouvement pour fonder la mécanique est manifestement lié au refus de développer une physique de type causale. Dans son *Traité*, D'Alembert écrit « détourn[er] la vûe de dessus les *causes motrices*, pour n'envisager que le Mouvement qu'elles produisent », et il qualifie les « forces inhérentes » aux corps d'« êtres obscurs et Métaphysiques »<sup>63</sup>. L'approche de D'Alembert s'enracine dans un contexte de « crise de la causalité » lié aux réflexions engagées par les philosophes occasionalistes qui conduisent à « un mouvement de scepticisme quant à la possibilité de connaître la nature des causes du mouvement autrement que par leurs effets », c'est-à-dire les mouvements produits<sup>64</sup>. Pour préciser cette présence de l'occasionalisme relevons ce passage de l'article « Attraction » de l'*Encyclopédie* où D'Alembert écrit :

personne ne doute qu'un corps qui en rencontre un autre ne lui communique du mouvement : mais avons-nous une idée de la vertu par laquelle se fait cette communication ? [...] Quand nous saurions en quoi consiste l'impénétrabilité des corps, nous n'en serions peut-être guere plus éclairés sur la nature de la force impulsive. Nous voyons seulement, qu'en conséquence de cette impénétrabilité, le choc d'un corps contre

---

dans ce même livre (p. 169-186), il établit la conservation des forces vives à l'aide de son principe. Sur la critique des principes de la dynamique, voir Firode, *La dynamique de D'Alembert*, p. 35-65. Pour son propre principe, voir « Métaphysique des propositions et résolutions ».

<sup>61</sup> D'Alembert, *Essai sur les Elémens*, p. 184. Il s'agit du Chapitre XVI de l'*Essai*.

<sup>62</sup> D'Alembert, *Essai sur les Elémens*, p. 1 et p. 7-15.

<sup>63</sup> D'Alembert, *Traité de dynamique*, p. xvj.

<sup>64</sup> Véronique Le Ru, *La crise de la substance et de la causalité. Des petits écarts cartésiens au grand écart occasionnaliste*, Paris, CNRS, 2003, p. 182-183. Voir aussi Jean-Christophe Bardout, « Quelques remarques sur le malebranchisme en France au siècle des Lumières », Delphine Kolesnik-Antoine (dir.), *Les Malebranchismes des Lumières. Etudes sur les réceptions contrastées de la philosophie de Malebranche, fin XVII<sup>e</sup> et XVIII<sup>e</sup> siècles*, Paris, Honoré Champion, 2014, p. 18 : « les schémas causaux élaborés par l'occasionalisme, et systématisés par Malebranche, ont fourni au Siècle des Lumières un outil performant pour développer sa propre épistémologie de l'explication scientifique. Le schéma causal occasionnaliste favorise notamment cette forme d'agnosticisme quant à la cause réelle des faits à expliquer, particulièrement présent dans les contributions [à l'*Encyclopédie*] de D'Alembert ».

un autre doit être suivi de quelque changement [...] mais nous ignorons, & apparemment nous ignorerons toujours, par quelle vertu ce changement s'exécute<sup>65</sup>.

Ainsi, l'impénétrabilité des corps est une condition nécessaire au changement mais n'implique pas forcément le rebond des corps après le choc ; quelque chose se passe lors de ce rebond mais manifestement cette « vertu » demeurera incompréhensible. Dans cet article, il est notamment question d'affirmer que l'impulsion est tout aussi incompréhensible que l'attraction, et de soutenir alors que le reproche fait à Newton d'introduire une cause incompréhensible – la force de gravitation à distance – est vain, puisque ceux qui émettent une telle critique jugent que le choc, sur lequel ils fondent leurs propres explications de la gravitation, n'est pas plus compréhensible<sup>66</sup>. Or, D'Alembert renvoie dans cet article au *Discours sur les différentes figures des astres* de Maupertuis qui contient un raisonnement semblable, et où Maupertuis évoque la thèse occasionaliste qu'un mobile n'imprime pas le mouvement qu'il communique à un corps mais que « c'est Dieu lui-même qui meut le corps choqué, ou qui a établi des loix pour la communication de ces mouvements »<sup>67</sup>.

Quelles sont les conséquences de ce refus des forces ? Tout d'abord, affirmer comme le fait D'Alembert en 1743 que la mécanique est la science des effets – le mouvement mathématisé – et non des causes<sup>68</sup>. Ensuite, et lié à ce dernier point, D'Alembert remet en cause la pertinence de l'« axiome » jugé « vague & obscur » que les effets sont proportionnels à leurs causes qui, pour certains savants, est considérée comme un « axiome » sur lequel ils fondent le principe dit des « forces accélératrices »<sup>69</sup> ; l'« axiome » renvoie à une interprétation causale de la mécanique. Puisque la mécanique est la science des effets, D'Alembert considère en premier lieu l'accélération – une variation de mouvement constatée – et c'est elle qui permet de définir ce qu'est une force<sup>70</sup>. Cette dernière n'est alors qu'un nom utilisé pour « éviter les circonlocutions »<sup>71</sup>, et D'Alembert réduit alors le principe des « forces accélératrices » à une simple « définition » et non à quelque chose qui renverrait à une réalité propre à la matière<sup>72</sup>.

---

<sup>65</sup> D'Alembert, « Attraction », *Encyclopédie*, t. I, p. 854b.

<sup>66</sup> Sur ce type de raisonnement, voir Le Ru, « L'attraction et l'argument de l'inconcevable », *Archives internationales d'histoire des sciences*, vol. 53, n° 150-151, 2003, p. 131-138.

<sup>67</sup> Maupertuis, *Discours sur les différentes figures des astres*, Paris, Imprimerie royale, 1732, p. 17. Propos quasi-identiques prêtés à « un philosophe moderne très-subtil » dans l'*Essai de cosmologie*, 1751, p. 71-73, une note de bas de page contenant l'indication « Malebranche ».

<sup>68</sup> D'Alembert, *Traité de dynamique* (1743), p. xvj.

<sup>69</sup> D'Alembert, *Traité de dynamique* (1743), p. xj et p. 16-20.

<sup>70</sup> Sur la critique de cet « axiome », voir D'Alembert, *Traité de dynamique* (1743), p. xj-xij.

<sup>71</sup> D'Alembert, *Traité de dynamique* (1743), p. xxv.

<sup>72</sup> Sur cette question, voir Le Ru, « La force accélératrice : un exemple de définition contextuelle dans le *Traité de Dynamique* de d'Alembert », *Revue d'Histoire des Sciences*, 47 (3), 1994, p. 475-494.

Pour prolonger la piste occasionaliste, il faut souligner que ces trois points (la mécanique comme science des effets, la critique de l'axiome de proportionnalité, la force réduite à un simple nom) sont précisément développés dans les *Principes sur le Mouvement et l'Equilibre* de 1741 de Jean François Trabaud ; l'auteur revendique explicitement son adhésion à l'occasionalisme et relie notamment la critique de l'axiome à cette doctrine<sup>73</sup>. Or, D'Alembert connaît Trabaud et il cite son ouvrage dans son *Traité*<sup>74</sup>.

Il existe aussi un contexte de querelles lié à la quantification des forces qui vient sans doute jeter un discrédit sur une mécanique de type causale. Ainsi, la querelle dite des « forces vives » porte à l'époque sur la véritable mesure de la force d'un corps en mouvement, qui pour certains est une quantité de mouvement et, pour d'autres, une « force vive », soit la masse d'un corps multipliée par le carré de sa vitesse<sup>75</sup>. Pour D'Alembert, cette polémique est vaine une fois la force entendue comme la capacité à vaincre un obstacle ou à y résister : selon les circonstances la force, c'est-à-dire un effet mesuré, peut être évaluée par chacune de ces deux quantités, et D'Alembert écrit ne pas voir d'« inconvénient » à la coexistence de deux mesures<sup>76</sup>. Dans l'article « Cause », il écrit qu'

il y a beaucoup d'apparence que si on ne s'était jamais avisé de dire que les effets sont proportionnels à leurs causes, on n'eût jamais disputé sur les forces vives [...] Car tout le monde convient des effets. Que n'en restait-on là ? Mais on a voulu subtiliser, et on a tout brouillé au lieu d'éclaircir tout<sup>77</sup>.

Autrement dit, « on a tout brouillé » en voulant attribuer une et une seule cause, et à celle-ci une réalité particulière. Du moment où la force est seulement un nom la question de sa vraie mesure devient un faux problème, et D'Alembert réduit cette querelle qui a produit un « schisme » dans la communauté scientifique à une simple « dispute de mots »<sup>78</sup>. Comme souligné, dans son *Essai* de 1759, D'Alembert écrit « fixer » et « recueillir » les « principes de nos connoissances ». Ce projet se nourrit, notamment, par la prise en compte des « grands objets » de l'histoire parmi lesquels figure « l'Histoire de nos disputes » qui montre les « abus des mots » et de « notions vagues » contraire à l'« avancement des Sciences » ; il s'agit pour

---

<sup>73</sup> Trabaud, *Principes sur le Mouvement et l'Equilibre, pour servir d'introduction aux Mécaniques & à la Physique*, Paris, J. Desaint et C. Saillant, 1741, p. 209-210 pour cette adhésion et p. xix pour la critique. Voir Schmit, « Force d'inertie et causalité », *Archives internationales d'histoire des sciences*, vol. 59, n° 162, 2009, p. 139-144

<sup>74</sup> Voir D'Alembert, *Correspondance générale 1741-1752*, p. 10 pour la mention d'une rencontre avec Trabaud et voir D'Alembert, *Traité de dynamique*, p. 48.

<sup>75</sup> Voir Pierre Costabel, *La signification d'un débat sur trente ans (1728-1758). La Question des forces vives*, Cahiers d'Histoire et de Philosophie des Sciences, n° 8, 1983.

<sup>76</sup> D'Alembert, *Traité de dynamique*, p. xvij-xx.

<sup>77</sup> D'Alembert, « Cause », *Encyclopédie*, t. II, p. 790b.

<sup>78</sup> D'Alembert, « Force vive », *Encyclopédie*, t. VII, p. 113a et p. 114a.

D'Alembert de « se rendre utile » l'histoire pour éviter certains écueils<sup>79</sup>. Parmi ceux-ci le livre cible explicitement les « tems ténébreux » des scolastiques<sup>80</sup> mais aussi plus globalement les systèmes, et donc tout ce qui touche à cette « métaphysique contentieuse » déjà évoquée<sup>81</sup>. Les forces font manifestement partie de ces notions vagues, métaphysiques, qui entraînent les disputes qui retardent le progrès de la science. Aussi, en dynamique, pour éviter de telles « disputes », D'Alembert énonce des principes et concepts simples et clairs en vue d'une utilisation mathématique, sans renfermer de présupposés métaphysiques et sans s'attacher à la nature des choses qu'ils renseignent : ils obéissent à des critères méthodologiques et se voient introduits en vertu de leur portée opératoire<sup>82</sup>. Par ailleurs, comme remarqué, les fondements de la mécanique s'appuient sur ces notions naturelles partagées par tous les hommes et qui associées entre elles conduisent à des définitions mathématiques (par exemple, le mouvement avec les notions d'espace et de temps), notions et définitions qui devraient donc fixer le cadre de la mécanique de manière définitive et la mettre à l'abri des querelles.

#### « Métaphysique des propositions » et résolutions

Dans son *Traité*, D'Alembert énonce et démontre trois principes – celui de l'inertie, de la composition de mouvement, de l'équilibre – dont la combinaison forme le « principe général » dit principe de D'Alembert<sup>83</sup>. Ces trois principes ne sont pas nouveaux, mais D'Alembert dénonce leurs preuves habituelles qui reposent sur des forces inhérentes à la matière, en s'en tenant pour sa part à l'usage du seul mouvement<sup>84</sup>. Rappelons que la dynamique consiste en l'interaction par contact – des chocs ou des liaisons (assemblages fils, verges etc.) – de corps. Pour D'Alembert les problèmes de dynamique sont analysés via une loi d'équilibre – à savoir que deux corps qui se percutent et qui ont la même quantité de mouvement s'équilibrent – qui lui permet une mise en équation. Or, un contact fait intervenir cette « vertu » ou « force impulsive » qui est incompréhensible : comment résoudre ce qui *a priori* semble un paradoxe, faire de la dynamique une science claire alors que son objet ne l'est pas ? La réponse passe la

<sup>79</sup> D'Alembert, *Essai sur les Elémens*, p. 10 ; D'Alembert, « Elémens des sciences », *Encyclopédie*, t. V, p. 491a-496a.

<sup>80</sup> D'Alembert, *Essai sur les Elémens*, p. 276.

<sup>81</sup> Voir en particulier pour la physique D'Alembert, *Essai sur les Elémens*, p. 292-293.

<sup>82</sup> Sur ces questions, voir Firode, *La dynamique de D'Alembert*.

<sup>83</sup> D'Alembert, *Traité de dynamique* (1743), p. 51 énonce ainsi son principe : « Décomposés les Mouvements *a*, *b*, *c* &c. imprimés à chaque Corps, chacun en deux autres *a*,  $\alpha$  ; *b*,  $\beta$  ; *c*,  $\chi$  ; &c. qui soient tels, que si l'on n'eût imprimé aux Corps que les Mouvements *a*, *b*, *c* &c. ils eussent pû conserver ces Mouvements sans se nuire réciproquement ; & que si on ne leur eût imprimé que les Mouvements  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\chi$ , &c. le système fut demeuré en repos ; il est clair que *a*, *b*, *c* seront les Mouvements que ces Corps prendront en vertu de leur action ».

<sup>84</sup> Voir Firode, *La dynamique de D'Alembert*, p. 85-116.

notion d'impénétrabilité, de mouvement et les trois principes démontrés à partir de ces notions. Ces derniers permettent de comprendre les effets liés aux interactions mais non les interactions ; D'Alembert ne prétend pas résoudre la question de la causalité mais, en quelque sorte, il l'esquive par des principes démontrés via des notions qui n'impliquent pas des causes physiques.

Les principes et les méthodes utilisés par les collègues académiciens de D'Alembert sont justement ceux qu'il rejette. Ainsi, Clairaut fait usage du principe des forces accélératrices que D'Alembert juge « inutile » et prône de « bannir » de la mécanique. En effet, soit un problème de dynamique implique un choc ou une liaison et, dès lors, il peut selon D'Alembert être résolu par les principes qu'il a démontrés, et notamment l'équilibre qui implique un contact, sans faire usage de principes supplémentaires qui reposeraient en particulier sur les forces. Soit le problème fait appel à des forces à distances comme la gravité et, pour D'Alembert, seul l'effet quantifié obtenu expérimentalement importe<sup>85</sup>. Dans tous les cas, les forces sont exclues.

La conservation des forces vives utilisée aussi par les académiciens parisiens posent plusieurs difficultés à D'Alembert. Dans l'article « Dynamique » de l'*Encyclopédie*, il distingue les « principes primitifs » des « principes secondaires » lesquels sont « quelquefois utiles, pour abrégé ou faciliter les solutions, mais qui ne seront jamais des principes primitifs, parce que la métaphysique n'en sera jamais claire »<sup>86</sup>. Les trois principes énoncés/démontrés par D'Alembert sont « primitifs », la conservation des forces vives est « secondaire ». Ils sont primitifs car ils correspondent à la nature des corps, celle qui est donnée par une expérience sensible, le toucher, qui renseigne sur l'impénétrabilité de la matière comme propriété première, et sur le mouvement défini à partir de « notions naturelles » d'espace et de temps. Or, la conservation des forces vives pose au moins deux difficultés à D'Alembert. La première est que ce principe manque de généralité car il n'est applicable que pour des phénomènes continu<sup>87</sup>, et D'Alembert veut unifier l'ensemble de la dynamique autour d'un seul principe. La deuxième tourne autour du sens du mot « métaphysique » de la citation précédente. Tout d'abord, ce principe est plus ou moins lié aux forces vives et à la métaphysique leibnizienne de la force. Mais ça n'est sans doute pas la seule raison car, après tout, D'Alembert démontre ce principe dans son *Traité* et donc l'affranchi de cette « métaphysique contentieuse ». Probablement faut-

---

<sup>85</sup> D'Alembert, *Traité de dynamique*, p. x-xj.

<sup>86</sup> D'Alembert, « Dynamique », p. 175b-176a. Voir aussi D'Alembert, « Conservation des forces vives », *Encyclopédie*, t. VII, p. 115b où D'Alembert écrit n'utiliser dans son *Traité* ni « le principe de la conservation des forces vives, ni aucun autre principe indirect et secondaire » mais que « cela n'empêche pas que je ne convienne de l'utilité de ces derniers principes pour faciliter, ou plutôt pour abrégé en certains cas les solutions, surtout lorsqu'on aura eu soin de démontrer auparavant ces mêmes principes ».

<sup>87</sup> D'Alembert, « Conservation des forces vives », *Encyclopédie*, t. VII, p. 115a.

il entendre aussi cette « métaphysique » dans le sens où ce genre de principe ne repose pas sur les notions ou vérités primitives des corps. Rappelons que d'après les *Eclaircissemens sur les Elémens*

il n'y a point de science qui n'ait sa *Métaphysique*, si on entend par ce mot les principes généraux sur lesquels une science est appuyée, et qui sont comme le germe des vérités de détail qu'elle renferme et qu'elle expose ; principes d'où il faut partir pour découvrir de nouvelles vérités<sup>88</sup>.

Or, il est remarquable que dans son *Traité* D'Alembert souligne que le problème II aurait pu être résolu « d'une manière plus simple » que sa technique, que celle-ci est « plus longue », tout en ajoutant cependant qu'elle correspond aux « vrais principes de la chose » ou encore à la « vraie métaphysique » de ce type de problème<sup>89</sup>. D'Alembert est conscient que le principe de conservation des forces vives est parfois plus expéditif, mais ce qui lui importe est cette métaphysique qui s'appuie sur la nature des corps laquelle conduit à un certain type de principes. Autrement dit, seules les certitudes tirées de la nature des corps doivent fournir les principes et elles seules fondent la méthode de résolutions ; c'est en quelque sorte inscrire la résolution d'un problème dans ce que D'Alembert appelle la « métaphysique des propositions » qui reposent sur les propriétés primitives des corps « par rapport à nous ». Ainsi, D'Alembert revendique donner « une méthode générale et directe pour résoudre toutes les questions imaginables [...] sans y employer le principe de la conservation des *forces vives*, ni aucun autre principe indirect et secondaire »<sup>90</sup>, et sans doute convient-il aussi d'entendre ici « direct » dans le sens où la résolution du problème dépend directement de la nature des corps<sup>91</sup>. Si les solutions de D'Alembert sont plus « longues » que celles de ses collègues, ce serait en quelque sorte le prix à payer pour faire de la mécanique une science claire.

Le principe de D'Alembert n'est donc pas « philosophiquement neutre »<sup>92</sup>, et il répond à des problématiques précises de l'époque liée à la causalité. Il répond aussi aux préoccupations des années 1730-1740 de résoudre de nouveaux problèmes en formulant des principes généraux. Ces aspects, philosophique et technique, et leurs interactions – dans le sens où le principe détermine certaines méthodes de résolution –, fondent une dynamique originale et permettent

---

<sup>88</sup> D'Alembert, *Eclaircissemens sur différents endroits des Elémens*, p. 255.

<sup>89</sup> D'Alembert, *Traité de dynamique*, p. 80.

<sup>90</sup> D'Alembert, « Conservation des forces vives », *Encyclopédie*, t. VII, p. 115b.

<sup>91</sup> On retrouve ce mot et cette dichotomie entre principe direct et principe indirect, ou bien encore principe premier et principe dérivatif notamment chez J. Bernoulli, *Opera omnia*, t. III, p. 256-259 et Euler, *Opuscula varii argumenti*, p. 2. Pour ces savants, « direct » et « premier » renvoient à l'usage des liaisons des systèmes qui agissent comme forces accélératrices.

<sup>92</sup> Pour cette formule, voir Firode, *La dynamique de D'Alembert*, p. 9-10.

d'éclairer le sens de la revendication dalembertienne d'élaborer une dynamique qui n'a « rien de commun » avec celle de Clairaut, et sans doute plus globalement avec celle d'autres savants de l'époque.

#### Abréviations

HARS 17XX : *Histoire de l'Académie royale des sciences, année 17XX* (Paris : Imprimerie royale).

RMAS 17XX : *Registres manuscrits de l'Académie royale des sciences, année 17XX*